

**О Т З Ы В**  
члена диссертационного совета на диссертацию  
**Калининой Елизаветы Александровны** на тему  
**«Применение алгебраических методов для анализа сложных систем»**,  
представленную на соискание учёной степени  
доктора физико-математических наук  
по специальности 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка  
информации (по прикладной математике и процессам управления)

***Актуальность темы, теоретическая и практическая значимость***

Диссертационное исследование Е.А. Калининой связано с комплексом вопросов, относящихся к сфере математического моделирования и исследования свойств сложных динамических систем, включая системы автоматического управления. Следует отметить, что указанная проблематика исключительно широко освещена в научных публикациях за последние десятилетия, тем не менее, количество новых статей, монографий и докладов на научных конференциях постоянно возрастает. Это, с одной стороны, свидетельствует о наличии многочисленных проблем, которые не изучены исчерпывающим образом, а с другой – о необходимости учета новых возможностей в применении математического аппарата и цифровых технологий, постоянно совершенствующихся и лавинообразно развивающихся в последние годы.

В центре внимания автора диссертации, в полном соответствии с названием, находится алгебраические методы, применение которых позволяет эффективно решать многие проблемы в указанной области. Сюда, в первую очередь, относятся вопросы анализа robustной устойчивости для сложных линейных стационарных (LTI) систем с неопределенностями. Эта проблема в настоящее время далека от исчерпывающего решения, в особенности, в плане практического применения. В связи с этим, работы, направленные на развитие результатов, впервые полученных В.Л. Харитоновым, заслуживают всенародного одобрения. Кроме того, весьма значимы в теоретическом и практическом плане исследования, направленные на локализацию спектров таких систем без построения характеристических полиномов. Алгебраические методы не в достаточной мере в данное время используются при анализе систем с сетевыми структурами, моделируемыми графами. И, наконец, исключительно важно, что алгебраические подходы позволяют эффективно модифицировать даже такие известные инструменты моделирования нелинейных систем, как метод Эйлера.

Общая мотивация к выполнению работы порождается определенными недостатками известных методов исследования сложных систем и насущной практической потребностью во всемерном повышении эффективности процессов их исследования и проектирования.

Теоретическая значимость проводимых исследований по данному направлению определяется разработкой новых математических методов и вычислительных алгоритмов, позволяющих существенно повысить эффективность работ по моделированию и исследованию динамики сложных систем, включая системы управления.

Практическая ценность разработанного подхода состоит в том, что указанные методы исходно ориентируются на решение широкого круга актуальных содержательных задач с учетом возможностей современной цифровой техники и компьютерных технологий.

При этом относительная вычислительная простота предлагаемых методов и приемов позволяет существенно повысить эффективность работ по математическому и компьютерному моделированию, а также по исследованию сложных систем.

**С учетом указанного выше, тема диссертационного исследования представляется исключительно актуальной, совокупность рассматриваемых теоретических вопросов – крайне значимой, а практическая направленность работы – несомненной.**

### *Научная новизна результатов диссертационной работы*

В диссертации представлены следующие новые научные положения и алгоритмические решения, выносимые на защиту, которые развиваются теорию сложных систем, включая системы автоматического управления:

1. Развита методология анализа робастной устойчивости и D-устойчивости для LTI-систем с параметрическими неопределенностями, в которых коэффициенты характеристического полинома полиномиально зависят от варьируемых параметров. Предложен алгоритм исследования, базирующийся на современных компьютерных технологиях.

2. Разработан вычислительный алгоритм, позволяющий находить общие собственные значения заданного набора матриц, что особо важно для исследования динамики мультиагентных систем.

3. Развита теория и разработан алгоритм определения структуры жордановой нормальной формы матрицы с комплексными элементами, который исходно ориентирован на исследование динамических свойств сложных систем, зависящих от параметров.

4. Исследованы вопросы распознавания графов. Предложен алгоритм распознавания реберного графа, позволяющий упростить описание структуры и исследование свойств систем с переключениями и многоагентных систем.

5. Предложен новый подход к применению метода Эйлера для численного интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений при имитационном моделировании динамических объектов.

### ***Достоверность и степень обоснованности***

Указанные результаты в диссертационной работе получили должное обоснование. Все теоретические положения, как вспомогательного, так и основного характера базируется на соответствующих математических моделях. Необходимые преобразования этих моделей и обоснование разработанных автором алгоритмов выполнено на высоком математическом уровне с соответствующей мерой строгости.

Достоверность полученных результатов подтверждается использованием известных строгих математических приемов, обсуждением результатов численного моделирования, сопоставимостью этих результатов с трудами других исследователей. Последнее обстоятельство связано с многочисленными докладами по теме работы, выполненными на международных научных конференциях.

### ***Структура и основные результаты работы***

Диссертация изложена на 198 страницах и состоит из введения, четырех глав и заключения. Приводится также список литературы, включающий 186 наименований.

Укажем основные вопросы диссертационного исследования, которые представляются наиболее интересными и значимыми.

**В первой главе** диссертации рассматривается исключительно важный для теории и практики вопрос об анализе свойств робастной устойчивости линейных стационарных (LTI) систем. Прежде всего, вводятся в рассмотрение математические модели таких систем, содержащие неопределенности. В конечном итоге, эти модели приводят к семействам характеристических полиномов с коэффициентами, полиномиально зависящими от параметров, значения которых принадлежат заданным отрезкам. В результате анализа необходимо определить, находятся ли все корни всех полиномов семейства в открытой левой полуплоскости или в заданной D-области внутри этой полуплоскости. По существу, в работе речь идет об определенном обобщении теоремы Харитонова для матричной ситуации.

Отметим, что данную проблему нельзя считать хорошо изученной. Известно мало подходов к ее решению, главным недостатком которых служат лавинообразно нарастающие вычислительные трудности при большом количестве варьируемых параметров.

Автор предлагает свой новый и оригинальный подход, базирующийся на теории дифференцируемых отображений и на теории исключения для алгебраических систем уравнений. Особо значимым представляется вывод

необходимых и достаточных условий локализации корней в заданных областях. Этот результат позволил автору разработать алгоритм анализа робастной устойчивости, который вполне реализуем с помощью современных компьютерных средств.

Для подтверждения работоспособности и эффективности подхода в главе приводится содержательный практический пример анализа системы автоматического управления беспилотным автобусом.

**Содержание второй главы** отражает исследования автора диссертации по вопросам отделения собственных чисел матрицы. Это также весьма важно для исследования робастной устойчивости линейных систем, матрицы которых имеют элементы, полиномиально зависящие от варьируемых параметров. Проблема состоит в том, что прямое построение их характеристических полиномов в вычислительном плане является достаточно сложной операцией, особенно для матриц высокой размерности. Автор предлагает преодолевать существующие трудности путем анализа спектра с помощью эффективных алгоритмов без непосредственного вычисления коэффициентов характеристического полинома.

Основное внимание в данной главе автор уделяет решению трех классических задач: о поиске общих собственных значений для нескольких матриц, о нахождении максимального порядка клетки Жордана и о поиске собственных значений соответствующей матрицы, о нахождении кратных собственных значений матрицы, зависящей от параметра.

Отметим особую практическую роль последнего результата, поскольку он позволяет сформировать алгоритм построения полинома, корнями которого являются все значения параметра, при которых данная матрица имеет кратные собственные числа.

Для решения первых двух задач также разработаны новые вычислительные алгоритмы, реализация которых проиллюстрирована на конкретных числовых примерах.

**В третьей главе** работы детально исследуются вопросы, связанные с теорией графов – одним из широко используемых вариантов математических моделей сложных сетевых систем. Как и в других главах, в центре внимания находятся методы линейной алгебры, служащие основным инструментом для решения ряда теоретически и практически важных задач. Здесь указаны весьма значимые сферы применения подобных моделей: теория многоагентных систем, систем с переключениями, изучение динамических процессов, которые моделируются дифференциальными уравнениями на графах (химическая кинетика, химическая технология, биология и др.). Для анализа подобных моделей требуется изучение свойств и особенностей графов, где в принципе применимы алгебраические методы.

При проведении исследований автор акцентирует свое внимание на линейных пространствах над полем Галуа, т.е. совокупностях  $n$ -мерных векторов с нулевыми или единичными компонентами, для которых используются соответствующие операции сложения и умножения.

В рамках принятого подхода доказаны некоторые результаты из теории графов, такие как теорема о циклах и разрезах, рассмотрены специфические особенности скалярного произведения векторов, обсуждена связь между задачей распознавания линейного графа и задачей факторизации представляющей его матрицы.

Особо значимым представляется разработанный в диссертации новый матричный алгоритм распознавания реберного графа и построения его корневого графа. Для иллюстрации работоспособности и эффективности принятого подхода, Е.А. Калинина приводит здесь соответствующие расчетные примеры.

**Четвертая глава** диссертации содержит материалы по разработке алгебраического подхода к применению метода Эйлера при численном решении задачи Коши для систем обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений.

Существо подхода состоит в выборе шага интегрирования, исходя из требования максимизации точности при поиске приближенного решения.

Автор характеризует точность счета с помощью суммы погрешности метода и ошибок округления. Показано, что минимизация этой суммы обеспечивается равенством указанных слагаемых. Это позволяет свести вопрос о поиске оптимального шага к решению достаточно сложного нелинейного уравнения, что осуществляется с помощью специального алгоритма, применение которого дает искомый оптимум.

Важность полученного результата не вызывает сомнения, поскольку метод Эйлера широко применяется как при имитационном моделировании динамических объектов, так и при реализации законов управления с динамическими обратными связями.

Особого одобрения заслуживает проведенный автором сравнительный анализ по точности и скорости счета полученных результатов с другими методами численного интегрирования, показывающий существенные преимущества предложенного в работе подхода.

### *Замечания по диссертационной работе*

Наряду с отмеченными достижениями, которые представляются наиболее значимыми, по содержанию диссертации необходимо сделать следующие замечания:

1. В работе указано, что все разработанные алгоритмы могут быть численно реализованы, однако было бы желательным привести блок-схемы и

хотя бы один пример фрагмента исходного кода на C++ или в среде MATLAB.

2. В определении сумм Ньютона на стр. 31 имеется неточность. Если производить вычисления по приведенным формулам, то неправильно вычисляется сумма  $s_1$ . Следовало бы отдельно указать формулу для вычисления  $s_1$ , тогда для всех остальных сумм Ньютона формула оказалась бы справедливой.

3. В главе 2 (стр. 74 и далее) следовало бы для операции векторизации матриц использовать общепринятое обозначение:  $\mathbf{A} \rightarrow \text{vec}(\mathbf{A})$ .

4. В целом работа достаточно хорошо оформлена, однако представляется уместным предъявить определенные претензии к стилю изложения. В тексте встречаются неудачные речевые обороты. В частности термин "симуляция" (стр. 16 и далее) – это неудачная калька с английского "simulation", что принято переводить на русский, как "имитационное моделирование". К сожалению, встречаются грамматические и синтаксические ошибки (стр. 30, стр. 32, стр. 117 и др.).

### ***Заключение***

Оценивая диссертацию в целом, несмотря на сделанные замечания, следует признать, что она является завершенным научным трудом, представляющим несомненный теоретический и практический интерес. Полученные автором результаты, выводы и рекомендации являются новыми, их достоверность подтверждается строгими доказательствами, сопоставимыми с известными результатами других авторов. Состоятельность и эффективность разработанных автором методов и расчетных алгоритмов подтверждается соответствующими содержательными числовыми примерами.

Изложенное позволяет трактовать диссертационное исследование Е.А. Калининой как крупное достижение в развитие теории, математических методов и вычислительных алгоритмов в сфере анализа и синтеза сложных динамических систем, включая системы управления.

Список опубликованных работ по теме исследования содержит 20 наименований, среди которых 12 статьи опубликованы в журналах, входящих в Перечень ВАК рецензируемых научных изданий, включая 6 статей опубликованных в изданиях, индексируемых базами Web of Science CC и Scopus. Все опубликованные работы связаны с центральными вопросами, рассмотренными в диссертации, её апробация, судя по количеству и уровню конференций, на которых докладывались основные результаты, полученные при участии Е.А. Калининой, представляется исключительно впечатляющей.

Диссертация Е.А. Калининой на тему «Применение алгебраических методов для анализа сложных систем» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 01.09.2016 № 6821/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Е.А. Калинина заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (по прикладной математике и процессам управления).

Член диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук,  
профессор,  
заведующий Кафедрой компьютерных технологий и систем  
Федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный университет»



Е.И. Веремей

6 сентября 2018 г.

Веремей Евгений Игоревич  
198504, Санкт-Петербург, Петергоф, Университетский пр., д. 35.  
Тел.: +7(812) 428-44-76  
E-mail: e\_veremey@mail.ru