

## ОТЗЫВ

члена диссертационного совета на диссертацию Калининой Елизаветы Александровны на тему  
«Применение алгебраических методов для анализа сложных систем»,  
представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по  
специальности 05.13.01 – системный анализ, управление и обработка информации  
(по прикладной математике и процессам управления).

Диссертационная работа Калининой Елизаветы Александровны посвящена развитию алгебраического подхода к анализу поведения сложных систем в зависимости от входящих в них параметров. Задача является актуальной в связи с распространностью таких систем в различных областях науки и человеческой деятельности. При моделировании сложных систем часто возникают задачи робастного управления и устойчивости, для решения которых необходимы методы локализации корней полинома от одной переменной или системы алгебраических уравнений относительно нескольких переменных. Так, при рассмотрении систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, исследование устойчивости сводится к изучению спектра некоторой матрицы, которая задает систему. В случае, когда элементы матрицы являются функциями одного или нескольких параметров (например, полиномами от нескольких переменных), численные методы малоэффективны, поскольку они могут быть применены только при отдельных значениях параметров. Возникает необходимость в надежных символьных алгоритмах. Однако большинство известных алгоритмов для систем общего вида используют алгоритм Б. Бухбергера построения базиса Грёбнера, применение которого во многих случаях является вычислительно затратным и для которого в общем случае не имеется оценок времени работы. Таким образом, разработка конструктивных реализуемых на компьютере алгоритмов решения задач локализации нулей системы алгебраических уравнений и спектра матрицы остается весьма актуальной. Важна также задача построения эффективных алгоритмов численного интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Это связано с тем, что сложные системы (например, биологические) изучаются при проведении экспериментов в режиме реального времени, когда компьютер сопряжен с образцами тканей. Тем самым, необходимы быстрые и высокоточные алгоритмы построения решения задачи Коши для системы нелинейных дифференциальных уравнений. Исследовать структуру и свойства сложных систем помогают и методы теории графов, к изучению которых также применимы алгебраические методы. Теория графов применяется, например, при решении задач в логистике, биологии, химической технологии, графике и других областях человеческой деятельности. Поэтому актуальность и практическая значимость работы не вызывают сомнений.

Бз. №0912-142 от 09.08.2018

Диссертация изложена на 199 страницах и состоит из введения, четырех глав, заключения, а также списка литературы, насчитывающего 187 ссылок.

В первой главе диссертационной работы рассмотрены сложные системы, описываемые системами обыкновенных дифференциальных уравнений. В развитие результатов В.Л. Харитонова об устойчивости интервальных полиномов решены некоторые задачи о локализации корней вещественного семейства полиномов, имеющие важное значение при рассмотрении вопросов робастного управления и устойчивости. Разработан алгоритм проверки наличия вещественных корней у вещественного полинома, коэффициенты которого полиномиально зависят от параметров, изменяющихся в многомерном параллелепипеде. Кроме того, с помощью полученного алгоритма решены задачи об устойчивости и D-устойчивости полинома с коэффициентами, полиномиально зависящими от параметров. Приведены численные примеры, иллюстрирующие работу всех предложенных алгоритмов.

Вторая глава диссертации посвящена вопросам локализации собственных чисел матрицы (в том числе и с элементами, зависящими от параметров). Задачи, рассмотренные в данной главе, являются обобщениями аналогичных задач для полиномов. В случаях, когда матрица имеет большой порядок, построение ее характеристического полинома является вычислительно затратным. Таким образом, задача исследования спектра матрицы без предварительного вычисления ее характеристического полинома является довольно актуальной. Основное внимание в работе уделено кратным собственным числам матрицы и структуре жордановой нормальной формы матрицы при наличии кратных собственных чисел. Приведены алгоритмы нахождения общих собственных чисел двух матриц, кратных собственных чисел матрицы, линейно зависящей от параметра, и определения структуры формы Жордана матрицы с кратными собственными числами. Работа всех рассмотренных алгоритмов показана на численных примерах.

В третьей главе диссертации алгебраические методы применяются к решению некоторых задач теории графов, связанных с исследованием структуры и свойств сложных систем. Предложен новый матричный алгоритм распознавания реберного графа и построения его корневого графа, при помощи которого можно, например, упростить построение максимального независимого множества. Приведены примеры работы предложенного алгоритма.

Четвертая глава диссертационной работы посвящена разработке эффективного алгоритма решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Предложен основанный на методе Эйлера алгоритм, позволяющий найти численное решение задачи Коши с наименьшей полной погрешностью (погрешностью метода в сумме с ошибками округления) при вычислениях в арифметике с плавающей точкой. Благодаря своей простоте и быстроте работы данный алгоритм может быть использован при исследовании биологических систем в режиме

реального времени. Приведены примеры, показывающие работу предложенного метода в сравнении с известными методами.

Научная новизна работы состоит в том, что получены новые алгебраические алгоритмы, позволяющие исследовать свойства (в частности, рабочую устойчивость) и поведение сложных систем в зависимости от содержащихся в них параметров. Результаты диссертации позволяют повысить точность и достоверность выполняемых расчетов, сократить время вычислений при моделировании и анализе сложных систем.

На основании изучения текста диссертации и публикаций автора можно с уверенностью заключить, что поставленные в работе задачи решены, а предложенные алгоритмы строго теоретически обоснованы. По результатам работы опубликовано 20 печатных работ, в том числе 12 статей в изданиях, рекомендованных ВАК РФ. Результаты работы представлялись на обсуждение на 10 всероссийских и международных научных конференциях. Публикации и представление полученных результатов на научных конференциях в полном объеме раскрывают и передают содержание диссертации.

Диссертация аккуратно оформлена, текст работы тщательно отредактирован и хорошо читается, все полученные результаты строго обоснованы и выполнены на высоком научном уровне. Однако работа не лишена некоторых недостатков.

1. В тексте диссертации имеются опечатки и синтаксические ошибки, которые, однако, не искажают содержания работы. Например, на стр. 57 в 5-й строке сверху лишний знак вопроса, на стр. 123, в 5-й строке сверху не согласованы падежи и др.

2. Нет оценки асимптотической сложности алгоритма нахождения общих собственных чисел двух матриц. Насколько он эффективнее алгоритмов, требующих нахождения характеристических полиномов рассматриваемых матриц?

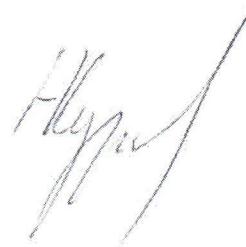
3. В работе (глава 2) замечено, что предлагаемый алгоритм нахождения кратных собственных чисел матрицы может быть обобщен на случай матричного полинома степени выше первой. Следовало бы более подробно описать, каким образом это может быть сделано.

Отмеченные замечания не снижают общего хорошего впечатления от работы, которая представляет собой цельное, логичное и успешно выполненное научное исследование. Полученные в диссертационной работе результаты вносят существенный вклад в развитие теории сложных систем и ее приложений, они являются новыми, строго доказаны теоретически и проиллюстрированы численными примерами. Предложенные алгоритмы являются более точными и эффективными по сравнению с известными методами, что является важной компонентой их значимости.

Диссертация Калининой Елизаветы Александровны на тему: «Применение алгебраических методов для анализа алгебраических систем» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 01.09.2016 № 6821/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Калинина Елизавета Александровна заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.01. – системный анализ, управление и обработка информации (по прикладной математике и процессам управления).

Член диссертационного совета  
д.ф-м.н., профессор, и.о. зав. кафедрой  
прикладной кибернетики СПбГУ

Дата: 28 июня 2018



Кузнецов Н.В.