

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования**

**«Тульский государственный университет»**

**ОТЗЫВ**

официального оппонента на диссертацию  
Скопинова Сергея Николаевича

**"Метод функции Ляпунова для анализа устойчивости на конечном промежутке  
времени процессов нагрева с учетом их многозначности",**

представленную на соискание ученой степени кандидата

физико-математических наук по специальности

01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические

системы и оптимальное управление

Микроволновый нагрев, известный как термическое воздействие СВЧ, используется для подогрева пищи, а также активно применяется в промышленности и медицине. Одна из его важнейших задач - это его медицинское применение, которое может быть характерно для рассматриваемых задач в диссертационной работе. При микроволновом нагреве биоматериала можно нагревать области, которые лежат не на поверхности, а находятся внутри тела пациента, и тем самым добиться разрушения злокачественных клеток. В этом случае нагрев тканей может заменить хирургическую операцию. Характерной особенностью микроволнового нагрева является его протекание на конечном промежутке времени. Поэтому для управления процессами микроволнового нагрева в промышленности и медицине **актуальной** является задача исследования устойчивости этого процесса на конечном промежутке времени.

Диссертация Скопинова С.Н. посвящена исследованию проблем устойчивости на конечном промежутке времени для задач микроволнового нагрева и вариационных неравенств. Начально-краевая задача нагрева определяется с помощью парной системы, состоящей из системы Максвелла и уравнения теплопроводности.

Наличие устойчивости на конечном промежутке времени для задачи нагрева - важное свойство, характеризующее поведение её решения. Следует отметить, что в общем случае устойчивость на конечном промежутке времени в рамках теории Ляпунова не следует из условия устойчивости на бесконечном промежутке времени. Несмотря на то, что свойства устойчивости решений на конечном промежутке времени изучались ранее для прикладных задач механики и теории управления (Н.Г. Четаев (1960), А.А.Мартынюк (1983) и другие), аналогичных результатов для задач микроволнового нагрева до сих пор не было.

В литературе начально-краевая задача микроволнового нагрева изучается в работах Х.-М. Йина (1998 и др.), где получены достаточные условия существования

слабых локальных и глобальных решений. В диссертационной работе эти условия использованы для изучения устойчивости на конечном промежутке времени.

В начале работы строится математическая модель в виде начально-краевой задачи, описывающая процесс микроволнового нагрева

Для удобства исследования диссертантом вводится понятие процесса, обобщающее понятие динамической системы для неавтономного случая. В частности, показано, что одномерная задача нагрева порождает такой процесс, для которого изучается устойчивость на конечном промежутке. Во второй главе диссертации получены достаточные условия устойчивости на конечном промежутке решений задачи нагрева с использованием традиционного метода функционалов Ляпунова. Функционалы Ляпунова строятся для одномерной задачи нагрева, а также трехмерной задачи индуктивного нагрева. При этом автор использует специальные функциональные пространства для описания слабых решений, применяя при этом нестандартные нормы в этих пространствах. В работе приведены численные эксперименты, иллюстрирующие полученные теоретические результаты. Рассматриваются также результаты по устойчивости на конечном промежутке, полученные на языке теории процессов.

Особенность процессов микроволнового нагрева, рассматриваемых в диссертации, заключается в их многозначности. Для исследования таких процессов невозможно использовать хорошо развитый аппарат теории коциклов, поскольку невозможно гарантировать единственность решения. В третьей главе работы рассматривается устойчивость многозначных процессов. Введенное диссертантом понятие многозначного процесса позволило ему получить условия устойчивости и неустойчивости на конечном промежутке для многозначных процессов нагрева.

В заключительной главе диссертации изучается устойчивость на конечном промежутке времени эволюционных вариационных неравенств. Впервые вариационные неравенства были широко использованы для изучения задач механики и физики в книге Г. Дюво, Ж.Л. Лионса (1976). В отличие от методов исследования вариационных неравенств, развитых в упомянутой книге, в диссертации используется частотная теорема А.Л. Лихтарникова, В.А. Якубовича для построения функционалов Ляпунова. Следует подчеркнуть, что традиционно частотная теорема применяется не для случая вариационных неравенств, а для случая вариационных равенств. В диссертации получены частотные условия устойчивости на конечном промежутке времени для вариационных неравенств, описывающих эволюционные системы с нелинейностями типа гистерезиса, а также для системы с нелинейностями типа гистерезиса и оператором выхода. В качестве примера получения таких частотных условий рассмотрена задача нагрева стержня с управлением на границе.

По содержанию и оформлению диссертации имеется ряд **замечаний**.

1. Имеются небрежности при оформлении текста:

- ссылка на определение понятия устойчивости на конечном промежутке странице 29 некорректная;
- на странице 35 некорректная ссылка на условие 4.15.

2. Имеются определенные неточности при изложении текста:

- на странице 22 используется понятие слабого решения, определение которого появляется только на странице 38;
- на странице 30 и других есть ссылки на утверждения из цитируемой работы [40], но не поясняется детально, что означают формулируемые утверждения;
- на странице 50 упоминается понятие производной 3.3, при этом стоило конкретизировать ссылку на условие (ii) из определения 3.3, так как непосредственно само определение 3.3 посвящено понятию функционала Ляпунова;
- из формулы (4.98) на странице 75 не ясно в чем состоит определяемое автором частотное условие.

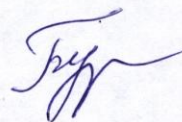
3. Отсутствуют условия, гарантирующие неустойчивость на конечном промежутке для задачи нагрева, которые можно получить из общей теоремы.

Приведенные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации. Достоверность основных выводов диссертации сомнений не вызывает. В целом работа выполнена на высоком математическом уровне, в ней рассматриваются новые постановки задач и получены результаты, которые вносят оригинальный вклад в исследование проблемы устойчивости процессов на конечном промежутке времени, что позволяет более эффективно использовать процессы нагрева в прикладных задачах. Полученные результаты для задачи микроволнового нагрева могут представлять теоретический интерес для изучения других задач нагрева, в частности, индукционного нагрева, который протекает при более высоких температурах.

Результаты диссертации опубликованы в шести работах автора, в том числе в 3-х статьях в журналах, индексируемых системой Scopus. Основные результаты прошли апробацию на 3-х конференциях международного уровня. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Считаю, что представленная диссертационная работа является завершенной научно-квалификационной работой на актуальную тему и удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации, а ее автор, Скопинов Сергей Николаевич, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Доктор физико-математических наук,  
профессор кафедры вычислительной  
механики и математики  
Тульского государственного университета



И.М.Буркин

*Юджин Буркин*  
*г.о. начальника*



*С.Ю. Меркушев*  
*31.05.2018*