

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации МАЛЫХ Артема Евгеньевича на тему «Алгебраическая аппроксимация глобальных аттракторов динамических систем на многообразии и некоторые вопросы ее стратификации», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Изучение вопроса аппроксимации глобальных аттракторов динамических систем на многообразиях обусловлено частым применением динамических систем в качестве моделей сложных процессов. Нередко для анализа поведения таких систем необходимо получить локализацию и аппроксимацию их глобальных аттракторов, если они есть. Алгебраические множества являются универсальным и удобным механизмом для достижения этой цели. Универсальность выражается в том, что алгебраические множества позволяют приближать не только аттракторы, имеющие структуру многообразий, но и странные аттракторы, то есть имеющие нецелую размерность Хаусдорфа. Удобство же их заключается в относительной простоте моделирования на компьютере. Развитие этих методов для изучения систем на многообразиях учитывает современную тенденцию в теории управления, которая заключается в геометризации многих алгоритмов в теории управления.

В работах Фояша и Темама рассматривается алгебраическая аппроксимация алгебраическими множествами систем, заданных в конечномерных и бесконечномерных линейных пространствах. Представляет интерес перенесение и расширение их результатов на системы, заданные на многообразиях. В диссертационной работе сделаны первые шаги в этом направлении. Кроме эволюционных систем с непрерывным временем большой интерес представляют системы с дискретным временем, часто возникающие в рамках задач, связанных с численными аппроксимациями аттракторов.

Стратификация разных типов множеств рассматривается в работах Уитни и других авторов. В связи с анализом аттракторов, использование стратификации позволяет свести задачи оценки размерности и энтропии к рассмотрению на подмножествах малой размерности.

Все выше сказанное свидетельствует об актуальности темы диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы из 47 наименований и приложения. Ее общий объем 78 страниц.

Диссертация содержит ряд существенно новых результатов. Так в теореме 1.3 из параграфа 1.4 построен вариант аппроксимационной теоремы Фояша-Темама для динамических систем с дискретным временем. В этом же параграфе рассмотрено применение теоремы 1.3 для аппроксимации глобального ограниченного аттрактора системы, порождённой отображением Хенона. И там же сформулирована и доказана теорема 1.4 о связи аппроксимации глобального аттрактора дискретизированной системы и глобального аттрактора системы с непрерывным временем. В параграфе 2.4 из главы 2 найдено интегральное представление точки, лежащей на глобальном аттракторе динамической системы, заданной на проективном многообразии. И, наконец, в третьей главе

в параграфе 3.2 установлено, что процедура цилиндрической алгебраической декомпозиции, применённая к алгебраическому множеству в R^2 даёт стратификацию Уитни.

По рассматриваемым диссертации и автореферату следует высказать ряд критических замечаний. Хотя в целом изложение материала в работе достаточно ясное и подробное, а оформление аккуратное, в ней встречаются досадные опечатки и технические дефекты. Например: 1) имеются недочёты в автореферате (на стр. 10 в правой части равенства для $H_k(\tau)$ есть функция $c(k, \tau)$, а определение этой функции вводится лишь в следующем абзаце; там же в самостоятельное утверждение (теорема 2) выделено обоснование справедливости формулы (2.53), однако в диссертации это обоснование приводится в тексте без выделения в самостоятельное утверждение); 2) в диссертации имеются неудачные выражения грамматические ошибки и технические дефекты.

Так, например, на стр. 7 в 4-5 строках сверху, написано «Более подробно об этом можно почитать, например, в работах...» Представленная работа является диссертацией, а не учебным пособием. Аналогичные замечания далее: на стр. 37 в 4 строке сверху, на стр. 42 в 12-13 строках сверху и т. д.

На стр. 12 в 1 строке сверху, на стр. 35 в 3 строке снизу: множественное число от слова вектор – это векторы, а не вектора.

На стр. 14 в 14 строке сверху в формуле написано $(A + k)\pi$, а должно быть $(A + kI)\pi$.

На стр. 36 и 39 имеются два разных примера, озаглавленные одинаково: «пример 2.1».

На стр. 42 автор пишет, что «... описание проективного подхода к анализу динамических систем можно найти в ...» и ссылается на монографию Амелькина В.В. и Садовского А. П. Здесь стоило было бы упомянуть, что первым проективный подход предложил ещё А.Пуанкаре, так как иначе по тексту создаётся впечатление, что метод предложили Амелькин В. В. и Садовский А. П.

Сделанные замечания, однако, не касаются основного математического содержания диссертации, не умаляют значения выполненной работы в целом и полученных в ней результатов, а относятся, по существу, к редакционному оформлению работы.

Подводя итог, необходимо констатировать, что рассматриваемая диссертационная работа Малых Артема Евгеньевича представляет собой цельную законченную научно-исследовательскую работу, в которой установлено следующее.

1. Получена адаптация для систем с дискретным временем аппроксимационной теоремы Фояша-Темама.
2. Получено интегральное представление точки, лежащей на глобальном аттракторе динамической системы, заданной на проективном многообразии.
3. Предложен алгоритм построения стратификации алгебраического множества в двумерном евклидовом пространстве на основе цилиндрической алгебраической аппроксимации.

Все основные результаты диссертации изложены подробно и снабжены необходимыми доказательствами, что не вызывает сомнения в их справедливости. Говоря о диссертации в целом, следует отметить ее хороший технический уровень, проявившийся при доказательстве результатов работы.

По теме диссертационной работы опубликовано четыре печатных работы, в том числе две в рецензируемых изданиях, индексируемых в реферативной базе Scopus.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

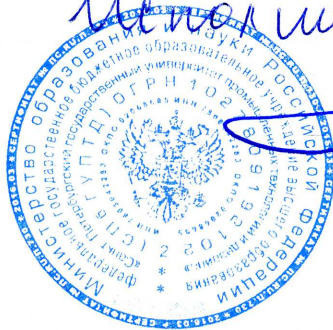
Существенность и актуальность результатов диссертации, их несомненная научная ценность дают основание сделать заключение, что рассматриваемая работа полностью удовлетворяет требованиям ВАК, установленным Положением «О порядке присуждения ученых степеней» (п. 9) и предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, а ее автор Малых Артем Евгеньевич заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата наук.

Официальный оппонент
заведующий кафедрой высшей математики
Высшей школы технологии и энергетики
Санкт-Петербургского государственного
университета промышленных технологий и дизайна,
канд. физ.-мат. наук, доцент

Иванов Борис Филиппович

198261 Санкт-Петербург, пр. Ветеранов, д. 105 кв. 127.
Моб. т. +7-911-231-41-76. e-mail: ivanov-bf@yandex.ru

подпись Б.Ф. Иванова заверено
Металлургический директор
А.А. Анисимов



29.05.2018