

Отзыв научного руководителя
о диссертации С.В. Банкевича “О монотонности
интегральных функционалов при перестановках”

Симметричные и монотонные перестановки функций – классические объекты вариационного исчисления и теории функций, активно изучаемые уже почти сто лет. Одной из основных проблем здесь является проблема монотонности интегральных функционалов при таких перестановках, решение которой позволяет получать функциональные неравенства с точными константами, доказывать симметрию (монотонность) решений уравнений в частных производных и вариационных задач, и т.д. Поэтому тема диссертации является актуальной.

В диссертации рассмотрена задача о монотонности функционала с интегрантом, явно зависящим от переменной, по которой производится перестановка. Ранее в нескольких статьях рассматривались интегранты с весом при производной, имеющим такую зависимость. Это работы Brock’a и Esposito–Trombetti для симметризации и работа Landes’a для монотонной перестановки. При этом в статье Landes’a условия на вес далеки от оптимальных, а в работе Brock’a имеется тонкая ошибка в процедуре аппроксимации – не исключена возможность возникновения т.н. эффекта Лаврентьева, исследованию которого также посвящены десятки работ.

С.В. Банкевичу удалось установить минимальные условия на вес, при которых имеет место монотонность функционала при монотонной перестановке. В многомерном случае результат получен при степенном ограничении на рост интегранта по градиенту, в одномерном же случае установлен критерий монотонности. Отсутствие эффекта Лаврентьева в этом случае доказывается с помощью нетривиальной модификации метода Alberti–Serra–Cassano и последующей оригинальной процедуры аппроксимации весовой функции снизу. Это потребовало колоссальной аналитической работы. Замечу, что эта часть работы выполнена в соавторстве с научным руководителем, но ключевая идея, позволяющая преодолеть возможное вырождение веса, полностью принадлежит диссертанту. Кроме того, в диссертации заполнен пробел в доказательстве Brock’a для одномерного случая.

Кроме того, в диссертации изучено обобщение неравенства Polya–Szegö на случай переменного показателя суммирования. Функционалы

с переменным показателем суммирования также интенсивно изучаются в последние 25 лет. В частности, важные результаты получены В.В. Жиковым и его школой. Тем не менее вопрос о монотонности таких функционалов при симметризации ранее не рассматривался. С.В. Банкевич получил критерий монотонности в одномерном случае, имеющий вид сложного функционального неравенства, и, проведя численно-аналитическое исследование, вывел простые достаточные условия такой монотонности. В многомерном же случае весьма неожиданно оказалось, что монотонность имеет место только в тривиальном случае показателя, не зависящего явно от переменной, по которой производится перестановка.

С.В. Банкевич проявил в работе настойчивость и изобретательность и сумел получить весьма интересные результаты, в одномерном случае являющиеся окончательными. Это свидетельствует о квалификации автора.

Научный руководитель,
д.ф.-м.н., профессор



А. И. Назаров

27.03.2018

Подпись НАЗАРОВА Александра Ильича заверяю:

Поч. директор



А.И. Анисимов