

# Отзыв на автореферат диссертации

С.В. Банкевича

О монотонности интегральных  
функционалов при перестановках  
представленной на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения,  
динамические системы и оптимальное управление

Перестановки функций - важный и содержательный раздел современного анализа. Эта тематика не только представляет самостоятельный интерес, но ее изучение играет важную роль в таких значимых областях, как теоремы вложения и вариационные исчисления, а также находит свои приложения во многих других разделах математики.

Исследования, представленные в диссертации, связаны с классическим неравенством Пойа-Сеге: для любой достаточно гладкой неотрицательной функции  $u$  и любой выпуклой функции  $F : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$  выполняется неравенство

$$\int_{\mathbb{R}^n} F(|\nabla u^*(x)|^p) \leq \int_{\mathbb{R}^n} F(|\nabla u(x)|^p), \quad (1)$$

где  $u^*$  – симметричная перестановка функции  $u$ .

Это неравенство может применяться для нахождения функций, реализующих минимум функционала, а особый интерес представляет вопрос, когда (1) превращается в равенство, что породило целую тему исследований, активно развивающуюся в течение нескольких последних десятилетий. Подробная история вопроса хорошо изложена в автореферате.

Диссертация посвящена обобщению неравенства Пойа-Сегё как на более общие функционалы и формы зависимости от свободной переменной, функции и её производной, так и на случай монотонной перестановки, которая также представляет серьёзный интерес. Кроме того, решалась важная задача: установить зависимость от переменной, по которой происходит перестановка.

В диссертации получены следующие результаты. Найдены необходимые условия на вес для выполнения неравенства Пойа-Сегё с весом для монотонной перестановки. Доказано неравенство Пойа-Сегё с весом для монотонной перестановки в случае ограниченного (степенного) роста подинтегральной функции. Доказано неравенство Пойа-Сегё с весом в одномерном случае без ограничений, лишь при необходимых условиях. Устранены следующие пробелы в результатах Ф. Брока [Weighted Dirichlet-type inequalities for Steiner symmetrization, Calc. Var. Par. Diff. Eq. 8 (1999), no. 1, 15-25.]: доказана необходимость условий, налагаемых в этой работе на вес для выполнения неравенства Пойа-Сегё с весом для симметризации; в одномерном случае неравенство Пойа-Сегё с весом для симметризации доказано без дополнительных ограничений. Найдены необходимые и достаточные условия выполнения неравенства Пойа-Сегё с весом для монотонной перестановки на функциях, закреплённых на левом конце. Многомерное неравенство доказано для случая подинтегральных функций ограниченного роста по производной, а одномерное – без дополнительных ограничений. Найдены необходимые и достаточные условия выполнения неравенства Пойа-Сегё с переменным показателем суммирования в одномерном случае. Показано, что прямое многомерное обобщение отсутствует.

Диссертант выступал с докладом на руководимом мной семинаре "Конструктивная теория функций". Из его выступления мне ясно, что для решения поставленных задач использовалась весьма непростая техника, которая в значительной степени им разрабатывалась и совершенствовалась.

Считаю, что полученные в работе результаты представляют большой интерес и составляют хорошую кандидатскую диссертацию, удовлетворяющую всем требованиям ВАК, а ее автор безусловно заслуживает звания кандидата наук.

Профессор, доктор физ.-мат. наук

М.А.Скопина

Личную подпись заверяю

начальник отдела кадров №3

Н.И.



2

ДОКУМЕНТ  
ПОДГОТОВЛЕН  
ПО ЛИЧНОЙ  
ИНИЦИАТИВЕ

Текст документа размещен  
в открытом доступе  
на сайте СПбГУ по адресу  
<http://spbu.ru/science/expert.html>