

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»**

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию

Попова Сергея Альбертовича

**«Локализация инвариантных множеств и аттракторов
эволюционных систем, связанных с одно и двух-фазовой
задачами нагрева и их численная реконструкция с
помощью метода Такенса»,**

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

01.01.02 - дифференциальные уравнения,

динамические системы и оптимальное управление

Исследование вопросов локализации инвариантных множеств и аттракторов различных классов эволюционных уравнений является актуальной задачей в теории устойчивости динамических систем и уравнений в частных производных. В диссертационной работе впервые рассмотрен метод положительно инвариантных конусов для эволюционных уравнений на гильбертовой тройке пространств. Также в работе впервые рассмотрены дважды нелинейные системы на оснащенном гильбертовом пространстве и доказана ограниченность решений таких систем.

В первой части работы развивается метод построения конусной сетки для общих эволюционных систем. Этот метод был ранее рассмотрен в работах Г. А. Леонова, В. А. Якубовича и И. М. Буркина. Также в этой части рассматривается класс эволюционных систем с нелинейностями в виде полиномов, которые в конечномерном случае называются нелинейностями типа Дуффинга. Для систем такого типа доказывается существование положительно инвариантного множества.

Во второй части работы рассматриваются так называемые дважды нелинейные эволюционные уравнения. В отличие от систем управления с одной нелинейностью, для таких систем допускается вторая нелинейность, которая порождается, в частности, оператором энтальпии в двухфазовой задаче нагрева. Впервые такие системы были рассмотрены в работах Ж. Л. Лионса и Э. Мадженеса. Рассматриваемая система требует особого подхода, поскольку известные методы изучения устойчивости неприменимы. В диссертации предлагается подход, который состоит в расщеплении системы на две подсистемы и их отдельном анализе при некоторой априорной информации о поведении второй подсистемы. С помощью данного метода доказывается

ограниченность решений дважды нелинейных эволюционных систем. Эффективность данного подхода показана на примере одномерной задачи нагрева материала микроволнами.

В следующей части работы рассматриваются вопросы локализации инвариантных множеств бесконечномерных эволюционных систем. Для таких систем важной задачей является сведение исходной системы к некоторой системе малой размерности, свойства которой дают информацию о поведении исходной системы. Для уравнений гидродинамики такая задача решается путем построения определяющих функционалов и впервые была рассмотрена в работах О. А. Ладыженской. В диссертационной работе вместо определяющих функционалов строится класс конечномерных проекторов с использованием частотных условий. В качестве инвариантного множества эволюционных систем рассматриваются аттракторы и аменабельные множества, впервые введенные в работах R.A.Smith и являющиеся обобщением понятия аттрактора.

В заключительной части диссертационной работы рассматривается случай, когда эволюционная система полностью неизвестна. В данном случае требуется анализ системы на основании некоторых измерений за ее состоянием. Такая ситуация изучена для гладких систем на конечномерном многообразии в известной теореме Такенса. Упомянутая теорема утверждает, что для типичных систем с помощью измерений можно построить конечномерное вложение. В рассматриваемой в диссертации ситуации этот метод не применим, поэтому в работе используется модификация теоремы Такенса, которая была предложена для линейных пространств в работах Робинсона. В отличие от метода Такенса, метод Робинсона использует понятие превалентности для определения “типичности”. Диссертант использует модифицированный метод Робинсона для систем на оснащем гильбертовом пространстве. Данная модификация применяется для изучения одномерной системы нагрева. Полученные численные результаты согласуются с теоретическими результатами по устойчивости системы.

Несмотря на большой объем проделанной работы и общее положительное впечатление представляется возможным сделать следующие **замечания** по содержанию диссертации:

1. В разделе 2.1, где рассматриваются дважды нелинейные системы, недостаточно широко освещены актуальные работы в этой области.
2. Относительно доказательства модифицированной теоремы Робинсона (Теорема 4.1) в работе говорится, что она доказывается аналогично оригинальной теореме. Однако, отсутствие доказательства в тексте диссертации затрудняет автономное прочтение работы.
3. В работе имеются незначительные опечатки.

Перечисленные недостатки не влияют на общую положительную оценку диссертации. В целом работа выполнена на высоком математическом уровне, в ней рассматриваются новые постановки задач и получены результаты, которые

вносят оригинальный вклад в исследование проблем локализации аттракторов и инвариантных множеств эволюционных систем, а также имеют несомненное значение для практики.

Содержание диссертации в достаточной степени отражено в публикациях автора, в том числе в рецензируемых журналах. Результаты диссертационной работы докладывались на международных научных конференциях и должным образом изложены в автореферате.

Ввиду вышесказанного считаю, что представленная диссертационная работа отвечает требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации (в редакции постановления Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842), предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Попов Сергей Альбертович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Доктор физико-математических наук,
профессор кафедры вычислительной
механики и математики

Тульского государственного университета

И.М.Буркин

Сергей Альбертович

г.о. начальник

кафедры

А.Ю. Меркулов
18.05.2018



