

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

доктора физико-математических наук, профессора Георгия Леонидовича Шевлякова на диссертационную работу «**Структурные аппроксимации временных рядов**», представленную Звонаревым Никитой Константиновичем на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – **вычислительная математика**.

### Актуальность темы диссертации

В диссертационной работе Звонарева Н.К. рассматривается стандартная статистическая задача оценивания параметров в параметрической модели временного ряда в присутствии шума. В таких задачах обычно применяется метод наименьших квадратов с весами, зависящими от модели шума. Однако рассматриваемый параметрический класс моделей сигнала не является стандартным с точки зрения параметрической статистики временных рядов. Для задания модели сигнала, на его основе строится специальным образом сконструированная ганкелева матрица, называемая траекторной. Модель задается рангом этой матрицы. Множество рядов с траекторными матрицами ранга  $r$  называются рядами ранга  $r$ . Такое задание модели встречается в ряде задач обработки сигналов, например, в задачах идентификации линейных систем. В случае обычного параметрического задания сигналов, большинство (но не все) временные ряды заданного ранга представимы в виде суммы произведений полиномов, экспоненциальных и синусоидальных временных рядов. Из-за нестандартной параметризации данного класса сигналов, для решения задачи оценивания сигналов используется два подхода. Один из них – это введение параметризации через ортогональность отрезков ряда некоторому вектору длины, на единицу большей заданному рангу. Другой подход позволяет вообще отказаться от параметризации и искать решение в матричном виде – т.е. ровно в той форме, в которой задана сама модель. Во втором случае (назовем его матричным) рассматривается модификация итерационного метода Кэдзоу. Оба подхода к решению т. н. задач «structured low-rank approximation» активно развиваются в последние годы в зарубежной литературе.

### Результаты работы и практическая значимость

В работе рассматриваются следующие вопросы: построение подходящей параметризации, построение методов, которые решают задачу с большей точностью и устойчивостью, чем разработанные на данный момент, изучение статистических свойств оценок.

Наиболее важными теоретическими результатами, полученными в работе, являются:

- 1) Результаты о параметризации множества временных рядов ранга  $r$  (Теоремы 2.2.1, 2.2.2, Предложение 2.2.2).
- 2) Результат об устойчивости предложенного параметрического метода (Теорема 3.2.1).
- 3) Формулировки (4.7), (4.8) задачи поиска весов для метода Кэдзоу, Теорема 4.2.2 об их частичной эквивалентности.

Отдельно отмечу результаты, касающиеся полученных статистических свойств оценок (Теоремы 2.5.1, 2.5.2, Предложение 2.5.2 для оценок по параметрическому методу, Лемма 4.7.2 и Теорема 4.7.1 для матричного случая). Полученные теоретические результаты относительно вида касательного подпространства позволяют получить явный вид

дисперсии линейного члена ошибки оценки сигнала. Такого сорта результаты показывают, что дисперсия ошибки при определенных условиях близка к границе Рао-Крамера, а также позволяют оценить ошибки оценивания сигнала. Теоретические результаты о дисперсии ошибки были проверены с помощью численного моделирования. Все полученные теоретические результаты являются новыми.

При построении алгоритмов оптимизации автором сделан упор на случай стационарного авторегрессионного шума. Матрица весов в таком случае является ленточной, что позволило автору построить быстрые реализации методов оптимизации. Используемая модель шума в виде процесса авторегрессии является частым предположением о виде шума на практике, однако в предшествующих работах этому не было уделено достаточного внимания. В частности, известный параметрический метод (Usevich & Markovsky) в случае авторегрессионного шума теряет вычислительную эффективность. С этой точки зрения алгоритмы, предложенные в диссертации, позволяют расширить область применения.

Исследованные в диссертационной работе алгоритмы могут успешно применяться для оценивания сигналов конечного ранга. Это подтверждается приведенными в работе примерами использования алгоритма для оценивания параметров в биологических данных и для оценивания сигнала в реальном временном ряде по уровню безработицы в США, содержащем сильный цветной шум.

### **Замечания.**

1. Исходная задача наименьших квадратов сформулирована как задача глобальной оптимизации, и именно она представляет первостепенный интерес. В работе же рассматриваются только методы локальной оптимизации при решении задачи наименьших квадратов. В связи с этим возникает вопрос о том, находят ли предложенные методы глобальный минимум, и можно ли использовать их для улучшения известных методов глобального поиска.
2. В задачах исследования временных рядов, вообще говоря, явное значение ранга сигнала и ковариационной матрицы неизвестны. В работе же предполагается, что ранг сигнала и вид ковариационной матрицы шума заранее известен. Это означает, что ковариационную матрицу вместе с рангом необходимо как-то предварительно оценивать. Вопрос лишь слегка затронут в последнем практическом примере, однако вопрос требует более полного исследования (например, распределение ошибки оценки сигнала при оцениваемой ковариационной матрице).
3. В работе рассмотрен только линейный по возмущению порядок ошибки. Интерес также могут представлять ошибки больших порядков. Более того, в работе не исследована устойчивость к возмущениям в модели сигнала, что является важным критерием для практических применений методов.
4. Важной задачей исследования временных рядов является оценка параметров модели. В работе подробно разобрана тема оценки сигнала, но только вскользь рассмотрен вопрос об оценивании параметров в явной параметрической форме через суммы произведений полиномов, экспонент и косинусов. Например, в работе отсутствует результат об асимптотическом распределении оценок параметров, который был бы полезен для практического применения.

Сделанные замечания большей частью касаются возможных вариантов развития полученных Н.К. Звонаревым результатов.

### **Заключение.**

Автор решил поставленные задачи. В этом смысле работа является логически завершенным исследованием, содержит новые научные результаты и положения. Материалы диссертации опубликованы в четырех научных работах, в том числе, в Вестнике СПбГУ и одной работе из журнала, индексируемого в Web of Science. Автореферат отражает содержание диссертации.

Немаловажно, что диссертация написана хорошим русским языком.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа Н.К. Звонарева «Структурные аппроксимации временных рядов» соответствует критериям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор Звонарев Никита Константинович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 «Вычислительная математика».

Официальный оппонент,

доктор физико-математических наук,

профессор кафедры прикладной математики

Федерального Государственного Автономного Образовательного Учреждения Высшего Образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Адрес: 195251, Санкт-Петербург, Политехническая, 29.

[office@spbstu.ru](mailto:office@spbstu.ru)

Контактный центр: 8 (812) 775-05-30

Шевляков Георгий Леонидович

