ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационную работу «Структурные аппроксимации временных рядов», представленную **Звонарёвым Никитой Константиновичем** на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – вычислительная математика.

Вычислительная математика как отдельная дисциплина сформировалась относительно недавно, но при этом распространение вычислительных методов как инструментов научного познания происходит стремительно и практически повсеместно. Пожалуй, можно даже говорить о триумфе парадигмы scientific computing[1] в большинстве областей знаний. Одно лишь это обстоятельство делает вычислительные методы объектом пристального внимания и, как следствие, критики. Причём как со стороны «чистой» математики – постановка задачи должна быть формально безупречна, а свойства корректно обоснованы – так и с противоположного фланга, с позиций прикладной инженерии – необходимо обеспечить конструктивность алгоритмов и возможность эффективной реализации. Соблюдение такого баланса – задача трудная и требующая высокой квалификации и тонкого понимания разноплановых математических проблем. По мнению автора отзыва диссертационная работа Н.К. Звонарёва «Структурные аппроксимации временных рядов» является убедительным примером того, как подобный баланс может быть достигнут, что позволяет сформулировать положительный отзыв о работе.

Центральная задача диссертационной работы – задача аппроксимации временного ряда в множестве ганкелевых матриц неполного ранга[2] (HLSRA) – имеет известное аналитическое решение лишь в некоторых частных случаях. Однако она, как и многие другие задачи в этой области, по сути представляет собой задачу взвешенных наименьших квадратов, которую можно успешно решать различными вычислительными методами. Здесь модель ряда $x_n = s_n + \epsilon_n$ есть сумма сигнала s_n, имеющего представление в виде конечной суммы произведений многочленов, экспонент и синусоид («сигнал конечного ранга»), и шума ϵ_n с нулевым математическим ожиданием. Такая модель сигнала является общим решением линейного дифференциального уравнения конечного порядка и используется повсеместно.

Существенным представляется вопрос о значении ранга r в модели ряда. В диссертационной работе этот параметр считается фиксированным и известным, что выглядит серьёзным допущением с позиций непосредственного применения в вычислительных (не модельных) экспериментах. Вполне вероятно, что оценивание неизвестного ранга является самостоятельной, не менее сложной задачей. Если это так, то критика не вполне обоснована, так как недостаток «унаследован» из

---

[1] Точный перевод здесь затруднителен, но подразумевается широкое применение численных методов в ходе научного рассуждения.

[2] Более строго, в замыкании такого множества.

цитируемых работ. Тем не менее, стоило осветить этот аспект подробнее. Частичный ответ на вопрос о выборе ранга всё же содержится в диссертационной работе: первое упоминание способа подбора параметра при помощи информационного критерия обнаруживается в разборе примера на с.139.

Пожалуй, наиболее естественно пытаться решать задачу HLSRA при помощи методов локального поиска, например метода Гаусса-Ньютона. В частности, в работах К. Усевича и И. Марковского (Usevich, Markovsky, 2012, 2014) предложен алгоритм VPGN, к недостаткам которого апеллирует диссертант при построении собственной теории. Ключевое отличие алгоритма MGN, представленного в диссертационной работе, состоит в более эффективной модификации шага итерации метода Гаусса-Ньютона. Для обоснования корректности алгоритма проводится необходимая теоретическая работа: доказаны

- теорема 2.2.1 о виде параметризации рядов ранга r;
- теорема 2.2.2 о гладкости рассматриваемой параметризации;
- теорема 2.2.3 о виде касательного подпространства.

Большое внимание уделено вопросу устойчивости схемы, а именно сформулирована и доказана теорема 3.2.1 о порядке чисел обусловленности матриц, которые обращаются на итерации алгоритма MGN. Показано, что этот порядок в асимптотике гарантированно ниже, чем для алгоритма VPGN, причём выигрыш более существенен (и следовательно, важен для приложений) в случае наличия кратных корней характеристического полинома. Незначительная неаккуратность содержится в формулировках сравнения трудоёмкости алгоритмов MGN и VPGN (с.70-72): под «нет реализации […] с линейной по N асимптотикой», вероятно, подразумевается как минимум квадратичная (не Nlog(N)) асимптотика. Кроме того, здесь впервые использован термин «ленточная матрица», что, по всей видимости, то же самое, что «$(2p+1)$-диагональная матрица» при некотором $p \ll$ N.

Альтернативой локальному поиску при решении задачи HLSRA может являться метод попеременных проекций Кэдзоу (Cadzow, 1988). Исходная задача предстаёт в эквивалентной формулировке, где в целевой функции фигурирует взвешенная матричная фробениусова норма, порождённая двумя матрицами L и R. Значительно продвинуться в получении теоретических результатов диссертанту удаётся в некоторых важных частных случаях. Так, если шум представляет собой процесс авторегрессии порядка p, можно поставить (а в дальнейшем – существенно упростить) задачу приближённого поиска матрицы весов с дополнительным условием на верхнюю границу числа обусловленности этой матрицы. Наконец, в таком виде задача может быть сведена к задаче квадратичного программирования, при этом вид этой конечной формулировки влечёт ряд дополнительных практических улучшений. Другой похожий сценарий реализуется в случае белого нестационарного шума, что порождает ещё одну эффективную реализацию. Интересной представляется высказанная на с.105 идея о синергии двух алгоритмов: сначала Кэдзоу для отыскания первого приближения, а потом его уточнение методами локального поиска.

Переходя к характеристике последней трети диссертационной работы, автору отзыва хотелось бы отдельно упомянуть готовность диссертанта демонстрировать не только результаты численных экспериментов, но и программный код, с помощью которого эти результаты были получены. Более того, по запросу были предоставлены инструкции использования и описания параметров задействованных функций. Благодаря этому удалось в точности воспроизвести бóльшую часть оценок и иллюстраций (за исключением примера с данными экспрессии генов). И хотя это не даёт гарантию безошибочности вычислений, всё же существенно повышает доверие к качеству результатов. Хочется надеяться, что подобная практика – предоставлять способ независимой проверки экспериментов – со временем станет де-факто стандартом открытости научных исследований.

Сами же численные эксперименты проведены аккуратно, сопровождены детальными описаниями ожидаемых и наблюдаемых характеристик оценок и наглядными графиками. Сколько-нибудь существенные замечания могут быть озвучены разве что по вопросам, которые остались вне рассмотрения. Так, при сравнении методов MGN и VPGN подтверждены теоретические результаты об устойчивости в случае полиномиального сигнала. Значит ли это, что стоит использовать MGN в общем случае, когда о структуре сигнала нет априорных знаний? Возможно, что нет, ведь на с.72 указан как минимум один случай, когда MGN может уступать VPGN в плане трудоёмкости.

В «настоящих» экспериментах, то есть на тех данных, где истинная модель ряда неизвестна, демонстрировать однозначное преимущество одних алгоритмов над другими всегда труднее. В частности, показано, что в примере с данными экспрессии генов при использовании метода MGN средние ошибки аппроксимации сигнала ниже по сравнению с методом ESPRIT (таблица 5.3). И это бесспорный и убедительный результат. Но единицы измерения взяты из набора данных, и поэтому неочевидно, что улучшение существенно. Другой близкий аспект – как показать, что этот выигрыш не носит случайного характера? Возможно, стоило сделать ещё один шаг в аргументации и воспользоваться рандомизацией (например, бутстраппингом), чтобы иметь повторяемость эксперимента и предъявить p-value, окончательно снимающее этот вопрос.

В своём исследовании автор диссертационной работы проявил широкий кругозор в ряде математических дисциплин: линейной алгебре, теории вероятностей и математической статистике, численных методах оптимизации и решения систем линейных алгебраических уравнений. В соответствии с традициями выпускающей кафедры он также продемонстрировал смелость в комбинировании различных стилей математического рассуждения и сочетании строгих формальных результатов с алгоритмическими эвристиками.

Диссертационная работа хорошо оформлена и структурирована, написана внятным и грамотным языком (за редким исключением в виде опечаток и пунктуационных избыточностей). Иллюстрации красочные и не теряющие информативности даже при чёрно-белой печати. Из редакционных недочётов можно отметить некоторые неточности в ссылках, как внутренних (например, ссылка на

несуществующий раздел 3.4, с.50), так и в библиографии (в особенности, [10], с.146 и [40], с.149).

Перечисленные недостатки и поставленные вопросы не умаляют достоинств работы и не ставят под сомнение целостность и достоверность полученных результатов. Эти результаты опубликованы и представлены на научных конференциях и семинарах. Автореферат верно отражает содержание диссертации.

Научный уровень диссертационной работы «Структурные аппроксимации временных рядов» является высоким и соответствует требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата наук.

Автор работы Никита Константинович Звонарёв безусловно заслуживает присвоения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – вычислительная математика.

Кандидат физико-математических наук _____ А.А. Антонов

25 мая 2018 года

Подпись Антонова А.А. заверяю

Ведущий специалист по кадровому делопроизводству _____ Ю.В. Данилова

Общество с ограниченной ответственностью «Эксперт-Система» Санкт-Петербург

Официальный оппонент:
Антонов Антон Александрович,
кандидат физико-математических наук (специальность 01.01.07 – вычислительная математика);
финансовый математик в ООО «Эксперт-Система».
Адрес: 197110, г. Санкт-Петербург, ул. Барочная, д. 10, корп. 1, литер А, ООО «Эксперт-Система».
Телефон: +7 (903) 099-91-90, e-mail: tonytonov@gmail.com