

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Костенко Марии Михайловны “Ренормгруппа и аномальный скейлинг в моделях турбулентного переноса сжимаемой жидкостью”, представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – Теоретическая физика.

Диссертация М.М. Костенко посвящена исследованию явления аномального скейлинга в задачах турбулентности и турбулентного переноса с помощью ренормгруппового анализа и операторного разложения. Изучалось явление аномального скейлинга, особое внимание уделялось эффектам сжимаемости и анизотропии. Для ряда моделей турбулентного переноса явно вычислены в однопетлевом приближении ренормализационной группы (РГ) аномальные показатели, характеризующие поведение различных корреляционных функций.

Проблема перемежаемости и аномального скейлинга в развитой гидродинамической турбулентности привлекает постоянное внимание на протяжении многих лет. Флуктуации турбулентной среды являются сильно негауссовыми (редкие события вносят аномально большой вклад в статистику, и старшие корреляционные функции не выражаются через младшие), что проявляется в неаналитической (обычно считается, что степенной) зависимости корреляционных функций от интегрального масштаба турбулентности и расстояний. При этом, в отличие от задач равновесного критического поведения, полное описание явления требует введения бесконечного числа независимых показателей. Задача теории – обосновать наличие аномального скейлинга на основе какой-либо динамической модели (например, стохастического уравнения Навье-Стокса) и систематически вычислять соответствующие показатели в рамках какой-либо последовательной теории возмущений. Несмотря на многолетние исследования, такая задача в полном объеме остается нерешенной.

Существенный прогресс был достигнут на рубеже веков для задач турбулентного переноса (перемешивания). Оказывается, что аномальный скейлинг сильнее проявляется для задач турбулентного перемешивания скалярного поля (температура, концентрация примеси), а еще заметнее – для векторного поля, например в магнитогидродинамической (МГД) турбулентности. Примером развитой МГД турбулентности являются процессы в солнечной короне, о которых автор упоминает в диссертации. Для ряда простых моделей (модель Обухова-Крейчнана и некоторые ее обобщения) удалось получить детальное аналитическое исследование аномального скейлинга и вычислить (в некоторых случаях точно) сами показатели.

Дальнейшей задачей является исследование более реалистических моделей: учет конечного времени корреляций, негауссова характера переносающего поля скорости, анизотропии, сжимаемости жидкости и др. Данная диссертация и посвящена этой тематике. Автор систематически использует математический аппарат квантовой теории поля: функциональные методы, диаграммную теорию возмущений, теорию ренормировок и ренормализационную группу (РГ); особую роль играет использование операторного разложения (ОР) на малых расстояниях.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы.

В первой главе на примере стохастического уравнения Навье-Стокса показано, как такая задача может быть переформулирована в виде некоторой мультипликативно ренормируемой теоретико-полевой модели. Ее уравнения РГ имеют инфракрасно (ИК) притягивающую неподвижную точку, что доказывает наличие скейлинга в

ИК-области (большие времена и расстояния) и позволяет вычислить (в некоторых случаях точно) скейлинговые показатели.

Следующие главы носят полностью оригинальный характер. Во второй главе подробно изучен перенос двух типов пассивных скалярных полей – поля плотности примеси и т.н. трейсера (например, температуры или энтропии). В третьей главе рассмотрен перенос пассивного векторного поля (оно описывает МГД в т.н. кинематическом приближении). Во всех трех случаях доказана ренормируемость соответствующих полевых моделей и наличие ИК-притягивающей точки уравнений РГ.

В используемом в диссертации “РГ+ОР” подходе аномальный скейлинг объясняется наличием в данной теоретико-полевой модели составных полей с отрицательными критическими размерностями (“опасные операторы” в квантово-полевой терминологии). Проблема в том, что такие операторы всегда возникают в виде бесконечных семейств (нет “самого опасного”). В рассмотренных автором диссертации случаях, благодаря линейности уравнений конвекции-диффузии удается выделить главный оператор, определяющий асимптотику для каждой конкретной корреляционной функции – его критическая размерность и отождествляется с соответствующим аномальным показателем.

Это позволило явно вычислить аномальные показатели для всех трех случаев в главном (однопетловом) приближении РГ и, тем самым, предъявить ИК-асимптотику для корреляционных функций произвольного порядка. Автор отмечает неуниверсальность показателей, именно, их зависимость от параметра, характеризующего степень сжимаемости жидкости.

В работе также исследовано влияние т.н. крупномасштабной анизотропии, вносимой в систему внешними полями или градиентами полей. В этом случае корреляционные функции могут быть разложены по представлениям группы ортогональных преобразований (в простых случаях – попросту по сферическим функциям). Вычисления показывают, что аномальные показатели, связанные с вкладами различных представлений, образуют своего рода “иерархию”, так что главный член асимптотики соответствует изотропному вкладу. Этот факт дает количественное подтверждение общей феноменологической картине развитой турбулентности, в особенности гипотезе Колмогорова о локально-изотропной турбулентности – восстановлению в ИК-области изотропии, нарушенной внешними условиями. В связи с проблемами симметрии стоит упомянуть, что как рассматриваемые модели, так и применяемый аппарат, явно ковариантны по отношению к преобразованиям Галилея (для некоторых других моделей и методов это не так и является существенной проблемой).

В четвертой главе те же задачи о турбулентном переносе скалярных и векторных полей рассматриваются в переменной размерности пространства в окрестности особого значения $d = 4$.

В трехмерной задаче реальное значение параметра РГ-разложения отнюдь не мало (по сравнению с единицей). Автор получает выражения для аномальных показателей при асимптотически малом параметре разложения, а затем использует их при реальном значении этого параметра. Уместно заметить, что для подтверждения надежности полученных таким образом результатов для показателей желательно было бы исследовать вклады в них старших порядков РГ-разложения, что представляется на данный момент технически слишком сложной задачей.

В диссертации показано, что в размерности пространства $d = 4$ в рассмотренных ранее моделях возникает новая ультрафиолетовая расходимость, для устранения которой необходимо ввести дополнительный контрчлен и, соответственно, еще одну константу связи. С учетом этой особенности, в четвертой главе построено обобщенное двойное РГ-разложение, что оказывается намного более сложной задачей как с точки

зрения вычислений, так и с точки зрения интерпретации. В результате применения метода РГ к этому случаю были найдены две неподвижные точки, одна из которых (“нелокальная”) соответствует единственной неподвижной точке, известной ранее, а вторая (“локальная” в терминологии автора диссертации) отвечает некоторому новому типу скейлингового поведения. Далее найдены области притяжения этих точек, указывающие на то, что при реальных физических значениях параметров модели (в частности, $d=3$) новая неподвижная точка оказывается седловой (неустойчивой) и никак не влияет на ИК асимптотику реальной трехмерной задачи. Это указывает на то, что исследование в гл. 2 и 3 при большом параметре действительно имеет смысл. Кроме того, главные приближения двойного разложения можно интерпретировать как результат некоторого бесконечного пересуммирования простого РГ-разложения. Без сомнения, проведенное исследование представляет большой интерес с теоретической точки зрения, так как расширяет область применения квантовой теории поля и ее методов и дает возможность извлекать из таких моделей предсказания, которые можно проверять в натуральных или численных экспериментах. Результаты исследования также должны стимулировать проведение подобных экспериментов по более точному измерению аномальных показателей и исследованию их зависимости от анизотропии и сжимаемости.

Диссертация является законченным оригинальным исследованием, выполненным на высоком научном уровне. Диссертант продемонстрировала свободное владение математическим аппаратом современной квантовой теории поля. Все основные результаты диссертации являются новыми; они своевременно и полно опубликованы и представлены лично автором на международных научных конференциях и семинарах. Перечень публикаций и конференций изложен как в автореферате, так и в самой диссертации.

По тексту диссертации можно сделать ряд замечаний:

- В первых двух главах применение методов квантовой теории поля описано достаточно подробно, и автор могла бы избежать некоторых повторов в дальнейшем.
- Также автору не удалось избежать незначительных опечаток. Текст содержит некоторые “фривольные” стилистические обороты, а также технические термины, которые можно рассматривать как “жаргон” квантовой теории поля.
- Некоторые вопросы в диссертации остались без внимания: рассмотрение переноса активного векторного поля, гиротропной турбулентности, а также решение подобных задач для размерностей, близких к особому значению $d=2$. Последнее позволило бы увидеть более полную картину возможных типов асимптотического поведения.
- К сожалению, не приведено доказательство утверждения о существовании бесконечно большого семейства составных полей с отрицательными размерностями (“опасных операторов” в терминологии автора).

Сделанные замечания не влияют на общую положительную оценку работы.

Оценивая работу в целом, можно отметить следующее.

В диссертации решены важные научные задачи, а сама диссертация выполнена на высоком научном уровне и является законченной научно-исследовательской работой, новым вкладом в теорию критического поведения и развитой турбулентности.

Полученные результаты представляются достоверными и могут найти применение в исследованиях других сильно неравновесных систем. Содержание диссертации соответствует всем требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям. Автореферат соответствует содержанию диссертации. Включенные в диссертацию результаты отражают личный вклад соискательницы.

Все сказанное позволяет заключить, что диссертационная работа “Ренормгруппа и аномальный скейлинг в моделях турбулентного переноса сжимаемой жидкостью” отвечает всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.04.02 – Теоретическая физика, а ее автор, Костенко Мария Михайловна, безусловно, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент:

Малышев

Малышев Кирилл Леонидович,
доктор физико-математических наук,
специальность 01.01.03 – математическая физика
старший научный сотрудник

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В.А. Стеклова
Российской Академии Наук.

Адрес: 191023, Санкт-Петербург, наб. реки Фонтанки, д. 27
Рабочий телефон: +7 (921) 312 40 58
E-mail: malyshev@pdmi.ras.ru

“11” мая 2018 года

