

УТВЕРЖДАЮ

Директор ОИЯИ



д.ф.-м.н., академик РАН

В.А. Матвеев

«26» 09 2018 г.

## ОТЗЫВ

ведущей организации Объединенного института ядерных исследований на диссертационную работу Лебедева Никиты Михайловича *«Ренормализационная группа в некоторых моделях критического состояния и стохастической динамики»*, представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – Теоретическая физика.

Известно, что равновесное критическое поведение широкого спектра физических систем принадлежит классу универсальности модели  $\varphi^4$  со скалярным или векторным параметром порядка и различными типами симметрий. На текущий момент поведение этих моделей считается достаточно хорошо изученным. Однако в случаях, когда для описания системы необходимо использовать более сложные типы параметров порядка, ситуация оказывается менее удовлетворительной и зачастую требуется построение новых или обобщение и модификация уже существующих моделей. Еще более сложной оказывается ситуация в стохастических моделях, описывающих поведение открытых неравновесных систем: оно оказывается чувствительным не только по отношению к виду стохастического уравнения, но и по отношению к выбору распределения, задающего случайный шум. Диссертация Н.М. Лебедева посвящена изучению критического поведения (скейлинга) двух подобных равновесных моделей и исследованию чувствительности ряда открытых неравновесных систем по отношению к смене типа шума с “теплого” на “статический”, что обуславливает **научную новизну и актуальность** темы диссертации и представленных в ней исследований.

В частности, в диссертации изучаются две модели равновесного критического поведения с антисимметричным тензорным параметром порядка:  $O(n)$ -симметричная модель и  $U(n)$ -симметричная модель с магнитным полем. Эти модели имеют отношение к критическому поведению в жидких кристаллах, ферроэластиках и сверхпроводниках. Также изучаются четыре неравновесных системы, в которых может наблюдаться скейлинговое поведение: модель случайного роста границы раздела фаз (модель Кардара–Паризи–Занга); ее бесконечно-зарядная модификация; система с самоорганизованной критичностью (модель Хуа–Кардара); бесконечно-зарядная модель ландшафта, разрушаемого эрозией. Для всех неравновесных моделей в качестве случайного шума используется «статический» шум – гауссов случайный шум, коррелятор которого не зависит от времени. Такой подход позволяет описывать ситуацию, при которой внешнее воздействие на систему в среднем постоянно, а источником шума служит лишь неоднородность самой среды.

Успеха в исследовании критических режимов изучаемых систем удалось добиться за счет использования мощного и хорошо разработанного математического аппарата квантово-полевой ренормализационной группы, а также некоторых методов изучения асимптотик высших порядков теории возмущений и суммирования асимптотических рядов. Для проверки полученных результатов проводилось их сравнение с уже известными результатами для некоторых частных случаев и родственных задач. Также для одной из моделей было проведено сравнение результатов, полученных при выполнении вычислений в различных схемах ренормировки. Все вышесказанное позволяет не сомневаться в **достоверности результатов** работы.

**Целью работы** является изучение скейлингового поведения ряда физических систем методами квантовополевой ренормгруппы, а именно: формулирование моделей, описывающих данные системы в терминах квантовой теории поля, исследование ренормируемости получающихся теорий, поиск инфракрасных аттракторов уравнений ренормализационной группы и вычисление критических показателей.

**Структура и содержание диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. По теме диссертации опубликовано 5 работ в научных изданиях, рекомендованных ВАК для опубликования научных результатов диссертаций; 3 из них опубликованы в журналах, индексируемых Scopus и Web of Science. Излагаемые в диссертации результаты многократно представлялись на международных конференциях.

В первой главе приводится краткое описание математического аппарата квантово-полевой ренормгруппы применительно к задачам равновесного критического поведения.

Вторая глава посвящена анализу возможных критических режимов двух равновесных моделей с антисимметричным тензорным параметром порядка. Для модели с комплексным параметром порядка координаты фиксированных точек найдены в главном приближении в рамках эpsilon-разложения. Для модели с чисто вещественным параметром порядка координаты фиксированных точек вычислены с четырехпетлевой точностью в рамках эpsilon-и псевдо-epsilon разложений. Для подхода эpsilon-разложения установлен асимптотический характер рядов теории возмущений и явно вычислены параметры асимптотики высших порядков, после чего численные оценки критических индексов получены с помощью пересуммирования методом конформного преобразования Бореля. Показано, что результаты обоих подходов качественно согласуются между собой.

В третьей главе приводится стандартная формулировка стохастической полевой модели общего вида. Дается краткий обзор возможности применения подобных моделей для описания случайного роста границ в различных физических системах. Обсуждается вопрос о выборе формы случайного шума, наилучшим образом описывающего различные аспекты подобных систем. Кратко описывается метод сведения подобных задач к теоретико-полевым моделям, а также приводятся необходимые для дальнейшего особенности анализа структуры ультрафиолетовых расходимостей в них.

Четвертая глава посвящена ренормгрупповому анализу четырех моделей эволюции случайной границы со «статическим» случайным шумом: модели Кардара-Паризи-Занга, модели самоорганизованной критичности Хуа-Кардара, бесконечно-зарядной модели роста и бесконечно-зарядной модели эрозии ландшафтов. Для каждой модели приводится краткий исторический обзор. Во всех случаях показывается, что соответствующая теоретико-полевая модель оказывается мультипликативно перенормируемой, а соответствующие константы



перенормировки явно вычисляются в однопетлевом приближении. Для двух бесконечно-зарядных моделей найдены точные соотношения на критические размерности.

**Основные результаты диссертации** состоят в следующем:

1. Изучено критическое поведение модели, описывающей системы нерелятивистских фермионов с дополнительными степенями свободы при учете взаимодействия с магнитным полем. Показано, что при достаточно большом количестве компонент фермионного поля  $n > 19$  в модели существуют фиксированные точки, соответствующие ненулевому эффективному значению электрического заряда. Тем не менее, в рамках однопетлевого приближения все фиксированные точки оказываются седловидными, что соответствует невозможности скейлингового поведения корреляционных функций модели, и отсутствию возможности фазового перехода второго рода.
2. Изучено критическое поведение  $O(n)$ -симметричной модели с вещественным антисимметричным тензорным параметром порядка. Установлено, что в случае  $n=4$  в модели присутствует инфракрасно-притягивающая фиксированная точка и, тем самым, возможен фазовый переход второго рода. Соответствующие критические показатели вычислены с четырехпетлевой точностью в рамках подходов эpsilon-разложения с последующим пересуммированием методом “конформного Бореля” и псевдо-epsilon разложений.
3. Установлено, что в модели Кардара–Паризи–Занга в рамках однопетлевого приближения фиксированная точка лежит вне физической области параметров, что соответствует невозможности скейлингового поведения.
4. В рамках однопетлевого приближения установлено наличие скейлингового поведения в модели самоорганизованной критичности Хуа–Кардара. Получены оценки на критические показатели.
5. Изучены асимптотические режимы двух бесконечно-зарядных моделей: изотропной модели роста, и анизотропной модели эрозии ландшафтов. Для обеих моделей явно вычислен однопетлевой контрчлен и установлено существование двумерной поверхности фиксированных точек, на которой могут существовать инфракрасно-притягивающие области, отвечающие скейлинговому поведению корреляционных функций с неуниверсальными критическими размерностями. В обеих моделях получено точное соотношение на критические размерности.

**Практическая ценность** диссертации определяется возможным применением полученных результатов к описанию фазового перехода в сверхпроводящее состояние. Также полученные результаты могут помочь при описании некоторых фазовых переходов между фазами жидких кристаллов и перехода в диссимметричную фазу в ферроэластиках. Кроме того, результаты, полученные в результате изучения асимптотических режимов стохастических моделей, могут напрямую применяться для описания некоторых открытых систем, например систем с кинетическим огрублением (рост фронтов пожара и дыма, рост опухолей и тонких пленок и т.д.), систем с самоорганизованной критичностью (скопления сыпучих веществ), а также для описания эрозии ландшафтов в присутствии выделенного направления переноса масс. Полученные в работе результаты могут послужить стимулом для проведения новых экспериментальных исследований критического поведения. Включенные в диссертацию результаты отражают **личный вклад диссертанта.**

По диссертации можно сделать следующие замечания:

- В работе имеются некоторые незначительные опечатки (например, пропущенные в словах буквы и недостающие знаки препинания).
- В Главе 2 для большей наглядности можно было бы добавить рисунки, иллюстрирующие положение фиксированных точек и областей устойчивости модели.
- На стр. 33 неверно указано, что модель является подлинно двухзарядной при  $p > 2$ . В действительности она становится таковой лишь для  $p > 3$ .

Сделанные замечания не влияют на общую положительную оценку работы.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ.**

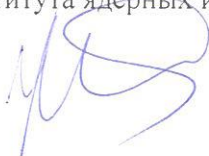
В диссертации Н.М. Лебедева сделан вклад в решение ряда важных научных задач. Полученные результаты докладывались на международных конференциях и обсуждались с ведущими специалистами в области критического поведения, и представляются достоверными. Основные результаты по теме диссертации своевременно опубликованы в ведущих рецензируемых научных изданиях. Автореферат в полной мере отражает содержание диссертации.

Материалы диссертации могут быть использованы для дальнейших теоретических и экспериментальных исследований в институтах и научных центрах, ведущих исследования в области квантовой теории поля и статистической физики, в частности, занимающихся изучением различных аспектов критического поведения и скейлинга в неравновесных системах, таких как Санкт-Петербургский государственный университет, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова, Объединенный институт ядерных исследований, Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В.А. Стеклова РАН, Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского и т.д.

Все вышесказанное позволяет заключить, что диссертация удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.04.02 – теоретическая физика, а ее автор, Лебедев Никита Михайлович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация заслушана и обсуждена на семинаре Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова ОИЯИ 04.04.2018.

Отзыв составил  
заместитель директора  
Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова  
Объединенного института ядерных исследований  
д.ф.-м.н., проф.  
М. Гнатич



Директор  
Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова  
Объединенного института ядерных исследований  
член корр. РАН, д.ф.-м.н., проф.  
Д.И. Казаков

