

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Лебедева Никиты Михайловича

«Ренормализационная группа в некоторых моделях критического состояния и стохастической динамики», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – Теоретическая физика.

В диссертации Н.М. Лебедева проведено исследование ряда моделей критического поведения и стохастических моделей, описывающих эволюцию случайных границ раздела.

Основой для представленных в диссертации исследований служит математический аппарат квантовополевой ренормализационной группы. Данный аппарат позволяет построить последовательное количественное и качественное описание широкого спектра систем, проявляющих универсальное скейлинговое поведение. Наиболее известный пример такого описания дается хорошо известной моделью Φ^4 Ландау-Гинзбурга, описывающей фазовый переход второго рода в любой системе с однокомпонентным параметром порядка (среди прочего переходы жидкость-пар, точку расслоения в бинарных смесях, переходы в системах, описываемых моделью Изинга и т.д.). В настоящий момент данная модель, так же как и ее $O(n)$ -симметричное векторное обобщение, является хорошо изученной, и позволяет получить надежные предсказания для соответствующих критических индексов. Однако в случае, когда речь идет о системах со сложными симметриями или типами параметра порядка, ситуация оказывается куда менее удовлетворительной. В этой связи проблема построения и изучения подобных моделей на сегодняшний день по прежнему остается актуальной. Изучению именно таких моделей и посвящены первые две главы диссертации.

Первая глава носит вводный характер. В ней дается краткое описание общих методов формулировки, и перенормировки теоретико-полевых моделей, возникающих в теории критического поведения. На простом примере парного коррелятора модели Φ^4 демонстрируется связь возможных критических режимов с фиксированными точками ренормгрупповых уравнений.

Во второй главе изучаются возможные режимы двух моделей критического поведения. Первая представляет собой обобщение $U(n)$ -симметричной модели типа Φ^4 с комплексным антисимметричным тензорным параметром порядка, описывающей критическое поведение систем нерелятивистских фермионов с дополнительными степенями свободы. В диссертации данная модель рассматривается в присутствии магнитного поля. Показано, что взаимодействие с магнитным полем приводит к появлению двух новых фиксированных точек, которые потенциально могут быть достигнуты

ренормгрупповыми (РГ) потоками, в случае если число компонент параметра порядка достаточно велико. Тем не менее, в рамках однопетлевого приближения они обе являются седловидными точками. Таким образом, вывод о том, что в рамках теории возмущений фазовый переход первого рода является единственным возможным поведением подобной модели, сделанный авторами изучавшими модель без магнитного поля, остается в силе.

Вторая модель представляет собой модификацию комплексной модели на случай чисто вещественного параметра порядка и $O(n)$ -симметрии. В результате анализа данной модели обнаружены три фиксированных точки, одна из которых всегда лежит в физической области параметров, а две других только в случае $n=4$. Все расчеты выполнены с четырех петлевой точностью. На таком уровне точности уже сильно сказывается асимптотический характер рядов теории возмущений, поэтому для получения адекватных численных оценок в работе с помощью несколько модифицированной техники инстанционного анализа были найдены параметры асимптотики высоких порядков коэффициентов этих рядов. После чего численные оценки были получены путем борелевского пересуммирования эпсилон разложений с применением конформного отображения. В результате было установлено, что в случае $n=4$ в модели присутствует инфракрасно (ИК) притягивающая фиксированная точка, а корреляционные функции проявляют скейлинговое поведение, на показатели которого получены численные оценки. В работе так же проведен анализ этой же модели с помощью схемы ренормировки в фиксированной размерности пространства и псевдоэпсилон-разложения. Результаты данного подхода качественно подтверждают сделанные ранее выводы.

Оставшиеся две главы диссертации посвящены изучению четырех моделей эволюции случайных границ. Описание подобных систем обычно строится на основе некоторого стохастического дифференциального уравнения, и заданного распределения случайного шума. Известно, что достаточно широкий класс подобных задач может быть переформулирован в виде некоторой квантовополевой модели, действие которой однозначно задается видом уравнения и распределением случайного шума. В качестве базовой модели при этом используется модель Кардара-Паризи-Занга (КПЗ). Она достаточно хорошо изучена и описывает инфракрасное асимптотическое поведение очень широкого круга различных систем. На ее основе были построены многочисленные феноменологические модели, наилучшим образом учитывающие различные симметрии конкретных физических систем. В частности в диссертации кроме самой модели КПЗ рассматриваются так же, анизотропная модель Хуа-Кардара, и две бесконечно-зарядные модели роста: изотропная и анизотропная.

Другим важным, но гораздо менее изученным фактором, влияющим на поведение модели, является выбор распределения случайного шума. Известно, что смена формы распределения может привести к смене класса универсальности, которому принадлежит модель, или вообще разрушить инфракрасное скейлинговое поведение. Все рассмотренные в данной диссертации модели ранее изучались с так называемым «тепловым» случайнм шумом: Гауссовым шумом с нулевыми средним, временем корреляций и корреляционной длинной. В диссертации Н.М. Лебедева в качестве шума для данных моделей выбран «статический» шум: тоже Гауссов шум с нулевым средним и корреляционной длиной, но парным коррелятором, не зависящим от времени.

В третьей главе дается краткий обзор того, как выбор формы шума позволяет наилучшим образом отразить основные существенные черты случайного внешнего воздействия на систему, а также описание нескольких конкретных распределений. Далее кратко приводится стандартное доказательство эквивалентности стохастической и квантовополевой моделей, после чего рассматриваются некоторые особенности квантовополевой модели, построенной по задаче со «статическим» шумом. В частности оказывается, что в этом случае один из пропагаторов всегда содержит в себе дополнительную дельта-функцию от текущей по нему частоты. Так же, в отличие от обычной ситуации когда ультрафиолетовые расходимости представляют собой просто полином по степеням импульсов и частот, в данном случае дельта-функция от внешней частоты входит и в саму структуру расходимостей.

Несмотря на это, в четвертой главе удается доказать мультиплекативную перенормируемость всех четырех моделей. При этом за счет дополнительного интегрирования по времени в одном из членов действия, во всех случаях логарифмическая размерность модели увеличивается на двойку. Во всех четырех моделях удается явно вычислить однопетлевые вклады во все РГ функции, и найти фиксированные точки. При этом в модели КПЗ фиксированное значение эффективного заряда соответствует «нефизическому» отрицательному знаку амплитуды парного коррелятора шума, и не может отвечать за скейлинговое поведение реальных систем. В случае модели Хуа-Кардара фиксированная точка лежит в физически интересной области параметров. Однако формальный параметр разложения при этом является достаточно большим, из-за чего результаты однопетлевого приближения нельзя считать надежными. Для бесконечно-зарядных моделей установлено существование двумерной поверхности фиксированных точек, на которой могут быть ИК притягивающие области, ответственные за инфракрасный скейлинг с неуниверсальными критическими показателями, зависящими от конкретного начального состояния системы. Так же в обеих моделях получено точное соотношение на критические показатели, вытекающее из того факта, что некоторые члены действия не перенормируются.

Интересно отметить, что теоретико-полевые модели, получаемые из стохастических задач со «статическим» случайным шумом, сочетают в себе черты как динамической, так и статической модели. С одной стороны, для корректного анализа перенормируемости модели необходимо введение дополнительной временной размерности, но при этом дополнительная дельта-функция, возникающая в пропагаторах, все равно приводит к необходимости пересмотра стандартных правил анализа расходимостей. С другой стороны, при конкретных вычислениях данная дельта-функция автоматически снимает интегрирования по частотным переменным во всех диаграммах. В этой связи было бы интересно понять, можно ли развить чисто статический подход к анализу подобных моделей. Так же в качестве дальнейшего исследования было бы интересно рассмотреть случай шума с конечно корреляционной длиной.

По диссертации можно сделать следующие замечания:

- В работе присутствует большое количество опечаток, связанных с расстановкой знаков препинания, а так же несущественные опечатки в некоторых словах.
- Мало обсуждается сравнение полученных результатов с экспериментальными данными, в том числе и численными экспериментами.

Сделанные замечания не влияют на общую положительную оценку работы.

Оценивая работу в целом, можно отметить следующее.

Полученные в диссертации результаты являются новым вкладом в теорию критического поведения и критической динамики. Они представляются достоверными, и могут быть использованы для описания скейлингового поведения систем самой разнообразной физической природы, а так же способствовать проведению новых экспериментов по измерению различных скейлинговых показателей. Все основные результаты своевременно опубликованы, а апробация работы происходила на различных международных конференциях. Материал в диссертации изложен последовательно, автореферат соответствует ее содержанию. В результате можно заключить, что диссертация «Ренормализационная группа в некоторых моделях критического состояния и стохастической динамики» соответствует всем требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Лебедев Никита Михайлович, без сомнения, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент:

Малышев Кирилл Леонидович,
доктор физико-математических наук,
специальность 01.01.03 -- математическая физика
старший научный сотрудник лаборатории математических проблем физики,

Малышев

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В.А. Стеклова
Российской Академии Наук.

Адрес: 191023, Санкт-Петербург, наб. реки Фонтанки, д. 27
Рабочий телефон: +7 (921) 312 40 58
E-mail: malyshev@pdmi.ras.ru

« 14 » мая 2018 года

