На правах рукописи

Ерофеева Виктория Александровна

УПРАВЛЕНИЕ ГРУППАМИ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ МУЛЬТИАГЕНТНОГО ПОДХОДА

01.01.09 — дискретная математика и
математическая кибернетика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург
2018

Работа выполнена в Санкт-Петербургском государственном университете.

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук, профессор Граничин Олег Николаевич
Официальные оппоненты:	Хлебников Михаил Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор РАН, ФГБУН Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, главный научный сотрудник, и.о. заведущего лабораторией «Адаптивных и робастных систем им. Я.З. Цыпкина»
	Утина Наталья Валерьевна, кандидат физико-математических наук, ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет», доцент кафедры математики
Ведущая организация:	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Самарский государственный технический университет»

Защита состоится «____» ________ 2018 года в ____ часов на заседании диссертационного совета Д 212.232.29 на базе Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199178, Санкт-Петербург, 10 линия В.О., д. 33/35, ауд. 74.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М. Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7/9 и на сайте `https://disser.spbu.ru/files/disser2/disser/PWvmzNwkKy.pdf`.

Автореферат разослан «____» ________ 2018 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.232.29,
доктор физико-математических наук,
профессор В. М. Нежинский

Общая характеристика работы

Актуальность темы. На сегодняшний день получили широкое распространение роботизированные системы, состоящие из нескольких устройств, способных реагировать на изменения во внешней среде, самостроятельно обрабатывать данные и коммуницировать с другими устройствами. Устройства, обладающие описанными свойствами, будем называть в работе *наблюдателями.* Группа наблюдателей со значительно большей гибкостью, адаптируемостью и надежностью может совместно выполнять задачи, которые очень сложны для одного наблюдателя или их небольшого количества. Увеличение количества наблюдателей предоставляет новые возможности по использованию роботизированных систем для сложных, комплексных задач, но при этом возникает проблема распределенного управления группой, в частности, в условиях неопределенностей. Это приводит к необходимости создания новых передовых цифровых технологий управления. При этом повышаются требования по обеспечению устойчивости их функционирования, так как подобные технологии востребованы в жизненно важных областях: распределенные энергетические системы, беспилотное управление автомобилями и летательными аппаратами, мониторинг территорий, дорожной сети и трубопроводов, поисково-спасательные операции и т. п.

Смещение фокуса исследований со специализированных централизованных комплексов к системам с децентрализацией можно проследить до работ по распределенным вычислениям Н. А. Линч (N. A. Lynch), теории принятия оптимальных управленческих решений М. Х. ДеГрута (M. H. DeGroot), коллективного поведения Т. Висека (T. Vicsek), распределенным методам принятия решений Дж. Н. Тситсиклиса (J. N. Tsitsiklis) в области теории управления. В работах А. Джадбабаи (A. Jadbabaie), А. С. Морса (A.S. Morse), Р. М. Мюррея (R. M. Murray), Р. Олфати-Сабера (R. Olfati-Saber), В. Рена (W. Ren), Р. В. Берда (R. W. Beard), Р. П. Агаева, П. Ю. Чеботарева, А. Л. Петросяна, В. В. Захарова, Ф. Булло (F. Bullo), Ф. Л. Льюиса (F. L. Lewis), А. С. Матвеева, А. Л. Фрадкова, А. В. Савкина и других заложены фундаментальные принципы построения распределенных алгоритмов мультиагентной (многоагентной) координации и управления движением, обсуждаются сферы практического применения разработанных подходов к организации коллективного поведения наблюдателей (роботов, агентов).

Организация коллективного поведения групп наблюдателей включает в себя ряд задач, при этом распределение заданий в группе является неотъемлемой частью функционирования роботизированной системы. С практической точки зрения наибольшую целесообразность находит использование группы для сложных, комбинированных задач, подразумевающих возможность декомпозиции на подзадачи. В таком случае повышение эффективности выполнения общей задачи достигается путем оптимизации разделения наблюдателей на подгруппы, назначаемые определенным подзадачам. Однако, в общем виде проблемы оптимизации подобного рода относятся к классу трудоемких переборных задач, сложность которых повышается при увеличении размера группы наблюдателей и количества подзадач.

В настоящее время активно развиваются методы формирования и построения сложных адаптивных систем на основе мультиагентных технологий. В отличие от «традиционного подхода», в котором основным звеном системы является один «вычислитель», называемый также центральный узел, рассматривается огромное множество наборов распределенных в пространстве автономных агентов. Различные практические примеры показывают, что для решения многих задач достаточно предположить наличие возможностей только локального взаимодействия агентов. В этом случае каждый агент может взаимодействовать не со всеми участниками группы, а только с несколькими, называемыми соседями. При этом совместные действия агентов способствуют достижению общих для системы целей. В таких условиях при достаточно общих предположениях множество агентов кластеризуется в том смысле, что большие группы агентов показывают одинаковое поведение. Это дает возможность замены решения исходной задачи в пространстве большой размерности на исследования многих простых однотипных задач и одной общей, но существенно упрощенной задачи в пространстве с размерностью пропорциональной получившемуся количеству кластеров. Такой подход детально изучался в работах И. В. Бычкова, В. И. Городецкого, О. Н. Граничина, П. О. Скобелева, Г. А. Ржевского, М. Вулдриджа (M. Wooldridge), И. А. Каляева и др.

Несмотря на наличие очевидных преимуществ использования мультиагентного управления для решения сложных, комплексных задач, такой подход несет в себе некоторые трудности. Во-первых, мультиагентные системы в значительной степени опираются на возможность взаимодействия между агентами. Коммуникации сопряжены с рядом неопределенностей, такими как: ограничения пропускной способности каналов данных, помехи при передачи данных, сетевые задержки, обрывы связей между агентами и др. Во-вторых, в таких системах зачастую применяют «простые» устройства, которые обладают меньшими вычислительными ресурсами и требуют повышенной энергоэффективности. Вследствие этого требуется разработка ресурсо-эффективных алгоритмов управления, что актуализирует направление диссертационного исследования. В работах А. Недич (A. Nedic), Р. Олфати-Сабера (R. Olfati-Saber), А. В. Проскурникова, А. С. Матвеева представлены результаты исследования алгоритмов распределенной оптимизации и консенсусного управления. Для задачи достижения консенсуса на графах при наличии зашумленных измерений о состояниях соседей в работах М. Хуанга (M. Huang), М. Дж. Вайнрайта (M. J. Wainwright), Д. Вергадоса (Vergados D.J.) с соавторами, А. Л. Фрадкова и Н. О. Амелиной рассматривалось применение алгоритмов типа стохастической аппроксимации. Этот тип алгоритмов является одним из важнейших классов среди подходов к решению задач оптимизации с неопределенностями. Сегодня стохастическая аппроксимация имеет широкий спектр приложений в таких областях, как адаптивная обработка сигналов, адаптивное размещение ресурсов в коммуникационной сети, идентификация систем, адаптивное управление и других. В работах Б. Т. Поляка, Дж. С. Спалла (J. C. Spall), В. С. Боркара (V. S. Borkar), А. Б. Цыбакова, Х. Кушнера (H. Kushner) и Г. Г. Ина (G. G. Yin) стохастическая аппроксимация используется с убывающими со временем до нуля размерами шагов. Сейчас возрастает использование алгоритмов стохастической аппроксимации для оптимизации нестационарных функционалов качества (изменяющихся со временем). В таких задачах отслеживания изменений параметров часто используют достаточно малый, но постоянный размер шага. Д. П. Деревицкий и А. Л. Фрадков при анализе динамики алгоритмов адаптации, основанном на построении приближенных усредненных моделей, обосновали возможность использования алгоритмов стохастической аппроксимации с неубывающим до нуля размером шага. Позже исследование оптимизации нестационарных функционалов рассматривалось в работах Н. О. Амелиной, Н. О. Граничина, Дж. С. Спалла (J. C. Spall), В. С. Боркара (V. S. Borkar) и др.

В ряде работ сокращение сложности трудоемких переборных задач, которой является оптимизации разделения наблюдателей на подгруппы, предложено построение субоптимального разреженного решения. Новый математический аппарат, связанный с так называемыми матричными линейными неравенствами (англ. Linear Matrix Inequality, LMI), возник в 60-е годы в теории управления и описывался в работах В. А. Якубовича. Позже оказалось, что линейные матричные неравенства представляют собой очень общий метод анализа и синтеза линейных систем, детально описанный в работах С. Бойда (S. Boyd) с соавторами. Появление эффективных программ решения линейных матичных неравенств сделало этот аппарат весьма эффективным с вычислительной точки зрения. Дальнейшее развитие теория анализа систем на основе матричных линейных неравенств получила в работах Дж. Калафиоре (G. Calafiore), Б. Т. Поляка, П. С. Щербакова, М. В. Хлебникова, Д. В. Баландина, М. М. Когана и др.

Обозначенные проблемы и тенденции подтверждают актуальность темы диссертационного исследования.

Целью работы является разработка алгоритмов коллективного поведения групп наблюдателей при движении и распределении объектов слежения в условиях наличия неопределенностей внешней среды, получения измерений с помехами и изменений состояний наблюдаемых объектов. Для достижения этой цели были поставлены и решены следующие задачи:

1) исследовать возможность оптимизации распределения целей между наблюдателями на основе мультиагентного подхода;

2) исследовать свойства оценок циклического алгоритма поисковой стохастической аппроксимации для отслеживания изменений неизвестных параметров системы;

3) исследовать возможность применимости циклического алгоритма поисковой стохастической аппроксимации для мультиагентного оценивания состояний движущихся объектов на основе измерений, получаемых группой наблюдателей.

Методы исследования. В диссертации используются методы теорий оценивания, оптимизации, управления, графов, вероятностей и математической статистики; применяются методы стохастической аппроксимации, рандомизированные алгоритмы, линейные матричные неравенства, имитационное моделирование.
Основные результаты. В ходе выполнения работы получены следующие научные результаты:

1) предложен и обоснован метод оптимизации распределения объектов слежения между наблюдателями, основанный на решении системы линейных матричных неравенств и позволяющий использовать мультиагентный подход в процессе наблюдения;

2) предложено обобщение метода циклической поисковой стохастической аппроксимации для отслеживания изменений неизвестных параметров системы на случай оптимизации нестационарного функционала, получена асимптотическая верхняя граница среднеквадратической невязки оценок предложенного метода;

3) разработан метод управления группами наблюдателей с использованием мультиагентного оценивания состояний движущихся объектов на основе циклического поискового алгоритма стохастической аппроксимации, получена асимптотическая верхняя граница среднеквадратической невязки оценок для распределенного циклического алгоритма.

Научная новизна. Все основные научные результаты диссертации являются новыми.
Теоретическая ценность и практическая значимость. Теоретическая ценность результатов заключается в разработке и обосновании метода оптимизации распределения объектов слежения между наблюдателями, основанного на решении системы линейных матричных неравенств и позволяющего использовать мультиагентный подход в процессе наблюдения; в обобщении метода циклической поисковой стохастической аппроксимации для отслеживания изменений неизвестных параметров системы на случай оптимизации нестационарного функционала среднего риска, установлении условий

его работоспособности. Методы оптимизации распределения объектов слежения между наблюдателями и циклической стохастической аппроксимации легли в основу предложенного метода управления группами наблюдателей с использованием мультиагентного оценивания состояний движущихся объектов на основе циклического поискового алгоритма стохастической аппроксимации, для которого при определенных условиях получены среднеквадратические оценки качества.

Предложенные методы и подходы могут использоваться при решения ряда практических задач. В частности, для отслеживания перемещения объектов в космическом пространстве распределенной сетью малых спутников, исследования перемещений животных в заповедниках с помощью беспилотных летательных аппаратов, мониторинга окружающей обстановки при движении автономных беспилотных автомобилей с помощью группы установленных на них сенсоров и др.

Степень достоверности и апробация работы. Достоверность изложенных в диссертации теоретических результатов обеспечена их строгими математическими доказательствами и подтверждена результатами компьютерного моделирования.

Результаты диссертации докладывались на семинарах кафедр системного программирования и теоретической кибернетики математико-механического факультета СПбГУ, на конференции IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems (MICNON'15) (June 24–26, 2015, Saint Petersburg, Russia), на Восьмой традиционной всероссийской молодежной летней школе «Управление, информация и оптимизация» (пос. Репино, г. Санкт-Петербург, Россия, 14–19 июня, 2016), на конференциях Workshop on Quantum Informatics and Applications in Economics and Finance (December, 22, International Research Laboratory (Fin Q Lab) University ITMO, St. Petersburg, Russia), Суперкомпьютерные дни в России (Москва, Россия, 26–27 сентября, 2016), International Symposium of New Techniques in Medical Diagnosis and Treatment (June 1–3, 2017, Wuhan, China), на конференции молодых ученых «Навигация и управление движением» (Санкт-Петербург, Россия, 14–17 марта, 2017).

Результаты диссертации были использованы в работах по грантам ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы» 6.56.1224.2014 «Разработка мультиагентной технологии управления распределенными гетерогенными вычислительными ресурсами для адаптивной балансировки загрузки устройств в реальном времени при решении комплексных вычислительных задач», РФФИ 16-07-00890 «Рандомизированные алгоритмы в автоматическом управлении и при извлечении знаний», РФФИ 17-51-53053 «Разработка методов получения суперразрешения цифровых моделей поверхности на основе сверточных нейронных сетей», РНФ 16-19-00057 «Адаптивное управление с прогнозирующими моделями при переменной структуре пространства состояний с приложением к системам сетевого управления движением и автоматизации медицинского оборудования». Проект «Разработка программно-аппаратного комплекса для согласованного сетевого управления самоорганизующейся группой беспилотных летательных аппаратов», включающий результаты исследования, отмечен дипломом победителя молодежного научно-инновационного конкурса (УМНИК-2016). Проект «Разработка адаптивного децентрализованного алгоритма планирования маршрута группой беспилотных летательных аппаратов при выполнении задач мониторинга» в 2017 году отмечен дипломом победителя конкурса для студентов и аспирантов вузов, отраслевых академических институтов, расположенных на территории Санкт-Петербурга.

Публикация результатов. Основные результаты исследований отражены в работах [1–8]. Соискателем опубликовано 8 научных работ, из которых одна опубликована в издании, индексируемом в базе данных Scopus, и одна в журнале, входящем в перечень рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук.

Работы [1, 2, 5, 7] написаны в соавторстве. В работе [1] В. А. Ерофеевой принадлежит доказательство теоремы и результаты имитационного моделирования, соавторам — общая постановка задачи, выбор методов решения. В [2] В. А. Ерофеевой принадлежит модификация протокола локального голосования для задачи управления движением группы динамических объектов (роботов, агентов), соавторам — общая постановка задачи, выбор методов решения. В [5] В. А. Ерофеевой принадлежит описание подхода к управлению движением группы роботов в динамической среде, результаты имитационного моделирования, соавторам — общая постановка задачи, выбор методов решения. В [7] В. А. Ерофеевой принадлежит общая постановка задачи, анализ методов машинного обучения, результаты экспериментов, соавторам – архитектура программного обеспечения.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы, включающего 115 источников. Текст занимает 86 страниц, содержит 8 рисунков и 2 таблицы.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность диссертационной работы, формулируется цель, ставятся задачи исследования и кратко излагаются основные результаты.

В **первой главе** приводится описание проблемы оценивания параметров движения объектов, сопровождаемое обзором литературы по теме исследования. В разделе 1.1 ставится задача оценивания параметров движения m объектов по последовательности наблюдений, получаемых n сенсорами, и отмечается, что при увеличении общего количества наблюдателей и количества подзадач проблема оптимизации подобного рода в общем виде переходит в класс трудоемких переборных задач. Далее следуют три подраздела, в которых описываются методы из теорий оценивания и управления, которые могут быть применены для решения поставленной задачи. В подразделе 1.1.1 описывается ставший уже классическим подход на основе применения фильтра Калмана. Там же отмечается, что при увеличении количества наблюдателей и объектов отслеживания использование Калмановской фильтрации приводит к повышению требований к вычислительным ресурсам отслеживающей системы. Кроме того, для получения оптимальной оценки по фильтру Калмана требуется выполнение предположения о случайности шумов (помех в наблюдениях). В литературе при ограниченных, а в остальном произвольных помехах активно исследуются методы поисковой стохастической аппроксимации и линейных матричных неравенств. Подраздел 1.1.2 посвящен описанию как существующих достижений в области оценивания неизвестных параметров системы на основе алгоритмов стохастической аппроксимации, так и текущих тенденций в развитии этих методов. В подразделе 1.1.3 приводятся основные понятия и свойства техники линейных матричных неравенств, описывается задача фильтрации в дискретном случае и приводится теорема об оптимальном фильтре, далее вводится понятие аналитического центра линейного матричного неравенства, на идее которого строится решение задачи оптимизации распределения объектов между наблюдателями во второй главе диссертации. Подраздел заканчивается обсуждением возможностей применения l_1-оптимизации для получения субоптимального разреженного решения в сложных переборных задачах. Математическая задача в этом случае сводится к минимизации суммы ненулевых компонент вектора $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^\nu$, определяемого l_0-“нормой”: $\|\mathbf{x}\|_0 = \sum_{i=1}^{\nu} |\operatorname{sign} x_i|$. Поскольку l_0-“норма” невыпукла, вместо нее используется векторная l_1-норма:

$$\|\mathbf{x}\|_1 = \sum_{i=1}^{\nu} |x_i|.$$

Минимум l_1-нормы на множестве, образованном выпуклыми ограничениями, также будет являться хорошей аппроксимацией разреженного решения. В разделе 1.2 описываются особенности построения систем на основе мультиагентного подхода. В разделе 1.3 рассматривается пример практического приложения.

Во **второй главе** уточняется постановка задачи оценивания параметров движения объектов $i \in M$, $M = \{1, 2, \ldots, m\}$ с вектором состояния $\mathbf{r}_t^i \in \mathbb{R}^\nu$ в момент времени t группой наблюдетелей $j \in N$, $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ с вектором состояния $\mathbf{s}_t^j \in \mathbb{R}^s$, формулируются и доказываются основные результаты диссертационного исследования. В подразделе 2.1.1 определяется вид функции $\varphi(\cdot,\cdot)$ модели наблюдений (измерений)

$$\mathbf{z}_t^{i,j} = \varphi(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{r}_t^i) + \boldsymbol{\varepsilon}_t^{i,j},$$

где $\mathbf{z}_t^{i,j} \in \mathbb{R}^q$ — доступные j-му сенсору в момент времени t зашумленные наблюдения об i-м объекте, $\varphi(\cdot,\cdot) : \mathbb{R}^s \times \mathbb{R}^\nu \to \mathbb{R}^q$ – функция наблюдений, отражающая измерения объекта i сенсором j в соответствии с текущими состояниями сенсора и объекта, $\{\boldsymbol{\varepsilon}_t^{i,j}\}$ — независимые помехи в измерениях с нулевым средним $\mathrm{E}\boldsymbol{\varepsilon}_t^{i,j} = 0$ и ковариацией $\mathrm{E}\boldsymbol{\varepsilon}_t^{i,j}(\boldsymbol{\varepsilon}_t^{i,j})^{\mathrm{T}} = \Sigma_t^{i,j}$.

Считается, что существует обратная функция по второму аргументу $\varphi^{-1}(\mathbf{s}_t^j,\cdot) : \mathbb{R}^q \to \mathbb{R}^\nu$ такая, что для любых $i \in M$, $j \in N$ и независимых центрированных $\boldsymbol{\varepsilon}_t^{i,j}$ с ковариациями $\Sigma_t^{i,j}$

$$\varphi^{-1}(\mathbf{s}_t^j, \varphi(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{r}_t^i) + \boldsymbol{\varepsilon}_t^{i,j}) = \mathbf{r}_t^i + \boldsymbol{\xi}_t^{i,j},$$

где $\boldsymbol{\xi}_t^{i,j}$ — независимые с нулевым средним $E\boldsymbol{\xi}_t^{i,j} = 0$, ограниченным четвертым моментом $\mathrm{E}\|\boldsymbol{\xi}_t^{i,j}\|^4 \le M_4$ и ковариацией $\mathrm{E}\boldsymbol{\xi}_t^{i,j}(\boldsymbol{\xi}_t^{i,j})^{\mathrm{T}} = \Xi_t^{i,j}$. Кроме того, предполагается известным, что с некоторой вероятностью p_σ средние значения следов $Tr[\Xi_t^{i,j}]$ (сумм диагональных элементов матриц $\Xi_t^{i,j}$) меньше некоторого порогового значения $(\bar{\sigma}_{\min})^2 > 0$, а их средние значения при условии превышения пороговых значений $(\bar{\sigma}_{\min})^2$ равны $(\bar{\sigma}_t^{i,j})^2$.

Далее в подразделе 2.1.2 формулируется задача оптимизации нестационарного функционала среднего риска, которая распространяется на случай распределенной оптимизации в подразделе 2.1.3. Пусть задано вероятностное пространство $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ с множеством элементарных событий Ω, σ-алгеброй событий $\mathcal{F}$ и вероятностной мерой $\mathbb{P}$, $\mathbb{W}$ — некоторые множество (например, $\mathbb{W} = \mathbb{N}$ или $\mathbb{W} \subset \mathbb{R}^p$). Рассматривается семейство дифференцируемых функций $\{\bar{f}_w(\boldsymbol{\theta})\}_{w\in\mathbb{W}}$, $\bar{f}_w(\boldsymbol{\theta}) : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$. Пусть $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots$ — последовательность точек наблюдения (измерения), выбираемая экспериментатором (план наблюдений), в которых в каждый момент времени $t = 1, 2, \ldots$ доступны наблюдению значения $y_1, y_2, \ldots$ функций $\bar{f}_w(\cdot)$ с аддитивными внешними помехами v_t: $y_t = \bar{f}_{w_t}(\mathbf{x}_t) + v_t$, где $\{w_t\}$ — неконтролируемая последовательность, $w_t \in \mathbb{W}$.

Обозначим $\mathcal{F}_{t-1}$ σ-алгебру вероятностных событий, порожденных теми величинами из $w_0, \ldots, w_{t-1}, x_0, \ldots, x_{t-1}, v_0, \ldots, v_{t-1}$, которые случайные, $\mathrm{E}_{\mathcal{F}_{t-1}}$ — символ условного математического ожидания по отношению к σ-алгебре $\mathcal{F}_{t-1}$, $\boldsymbol{\theta}_t = col(\mathbf{r}_t^1, \ldots, \mathbf{r}_t^m)$ общий вектор состояний всех объектов. Пусть $\widehat{\mathbf{r}}_t^i$ – оценка состояния объекта i в момент времени t, $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_t = col(\widehat{\mathbf{r}}_t^1, \ldots, \widehat{\mathbf{r}}_t^m)$ — совокупный общий вектор оценок. В достаточно общем случае задача об оценивании неизвестных состояний объектов может быть сформулирована как задача о минимизации функционала

$$\bar{F}_t(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_t) = \mathrm{E}_{\mathcal{F}_{t-1}} \bar{f}_{w_t}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2} \sum_{i\in M} \|\mathbf{r}_t^i - \widehat{\mathbf{r}}_t^i\|^2 \to \min_{\widehat{\boldsymbol{\theta}}_t} \qquad (1)$$

при наблюдениях $y_t = \frac{K}{2n} \sum_{j\in N} \sum_{i\in M} \|\varphi^{-1}(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{z}_t^{i,j}) - \widehat{\mathbf{r}}_t^i\|^2/(\sigma_t^{i,j})^2$, где $K = \mathrm{p}_\sigma(\bar{\sigma}_{\min})^2 + (1 - \mathrm{p}_\sigma)\sum_{j\in N}(\bar{\sigma}_t^{i,j})^2$, $(\sigma_t^{i,j})^2 = \max\{Tr[\Xi_t^{i,j}]\}$ и соответствующие слагаемые в сумме предполагаются равными нулю, если $(\sigma_t^{i,j})^2 = \infty$, $\|\cdot\|$ — евклидова норма вектора.

В подраделе 2.1.3 приводятся ограничения на функционирование сети наблюдателей. Вводится матрица смежности $B_t = [b_t^{i,j}]$, где $b_t^{i,j} > 0$, если сенсор j наблюдает за объектом i, и $b_t^{i,j} = 0$ — в противном случае, и матрица взаимодействия $C_t = [c_t^{j,k}]$, где $c_t^{j,k} > 0$, если сенсор j может обмениваться данными с сенсором $k \in N$, и $c_t^{j,k} = 0$ — в противном случае. Пусть $N_t^j = \{j : c_t^{j,k} > 0\} \subset N$ — множество "соседей" сенсора j и $|N_t^j|$ — количество "соседей" у сенсора j, $M_t^j \subset M$ — множество целей сенсора j, за которыми он или сам наблюдает в момент времени t, или о которых он может получить данные от своих соседей. С учетом введенных обознаений, ограничения для сенсора j примут вид

$$|N_t^j| \leq n_{\max}^j, \quad |M_t^j| \leq m_{\max}^j. \tag{2}$$

В подразделе 2.1.4 вводится понятие доверительного эллипсоида и рассматриваются его свойства применительно к решаемой задаче, формулируется функционал качества, учитывающий введенные ограничения на функционирование сети. При задании уровня достоверности p *доверительный эллипсоид*, содержащий истинное значение параметра с вероятностью p, вокруг точки результата наблюдения $\eta^{i,j} = \varphi^{-1}(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{z}_t^{i,j})$ задается формулой:

$$\mathcal{E}^{i,j} = \{\mathbf{r}^i \ : \ (\mathbf{r}^i - \boldsymbol{\eta}^{i,j})^{\mathrm{T}}(\Xi_t^{i,j})^{-1}(\mathbf{r}^i - \boldsymbol{\eta}^{i,j}) \leq \chi^2_{p,d}\},$$

где $\chi^2_{p,d}$ — p-квантиль распределения χ^2 с d степенями свободы.

Л е м м а 1. *Пусть имеется n эллипсоидов $\{\mathcal{E}^1, \ldots, \mathcal{E}^n\}$, каждый из которых является доверительным эллипсоидом с уровнем достоверности p, тогда множество пересечения этих эллипсоидов с вероятностью не менее чем $1-(n+1)p$ содержит вектор истинного значения параметров.*

В соответствии с Леммой 1 если за объектом i наблюдает n сенсоров, то вектор истинного значения параметров с вероятностью не менее чем $1-(n+1)p$ принадлежит множеству пересечения эллипсоидов $\{\mathcal{E}^{i,1}, \ldots, \mathcal{E}^{i,n}\}$. В работе считается, что множество пересечения возможно аппроксимировать эллипсоидом $\mathcal{E}^i$: $\mathcal{E}^i \supseteq \bigcap\limits_{j=1}^{n} \mathcal{E}^{i,j}$. Приведенные рассуждения показывают целесообразность замены задачи о минимизации суммы (1) на задачу о минимизации суммы объемов эллипсоидов, содержащих множества пересечений. С учетом введенных обозначений задача о минимизации суммы объемов эллипсоидов $\hat{\mathcal{E}} = \{\mathcal{E}^1, \ldots, \mathcal{E}^m\}$, содержащих множества пересечений, записывается в следующем виде:

$$\Phi(\hat{\mathcal{E}}) = \sum_{i \in M} c_\nu \sqrt{\det P^i} \to \min_{\hat{\mathcal{E}}}, \tag{3}$$

где c_ν — объем единичного шара в ν-мерном пространстве, $P \in \mathbb{R}^{\nu \times \nu}, P = RR^T$ — матрица эллипсоида, det — определитель матрицы.

Далее вводится матрица распределения ресурсов $G_t = [g_t^{i,j}]$, где $g_t^{i,j} > 0$, если сенсор j участвует в формировании оценки для i-го объекта, и $g_t^{i,j} = 0$ — в противном случае. Пусть $G_t^{i,\cdot}$ — i-ая строка матрицы G_t (множество сенсоров, оценивающих траекторию объекта i) и $G_t^{\cdot,j}$ — j-ый столбец матрицы G_t (множество объектов, назначенных сенсору j). Необходимо найти такую матрицу G_t, распределяющую сенсоры между объектами слежения, которая минимизирует функционал (3) и число используемых для слежения сенсоров путем сокращения числа ненулевых компонент в матрице G_t. Вместо задачи (3) рассмотрим функционал качества

$$\bar{\Phi}(G_t) = \Phi(\hat{\mathcal{E}}) + \varkappa_1 \sum_{i\in M} \|G_t^{i,\cdot}\|_1 + \varkappa_2 \sum_{j\in N} \|G_t^{\cdot,j}\|_1 \to \min_{G_t}, \tag{4}$$

полученный с помощью ℓ_1–регуляризации с коэффициентами регуляризации $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$. При этом для каждого эллипсоида $\mathcal{E}^i \in \hat{\mathcal{E}}$ производится учет только тех эллипсоидов $\mathcal{E}^{i,j}$, для которых $g_t^{i,j} > 0$.

Раздел 2.2 посвящен решению задачи оптимизации (4) с применением техники линейных матричных неравенств. Пусть $\tilde{\mathbf{x}}_t = (x_t^1, \ldots, x_t^m)^{\mathrm{T}}$, тогда задача (4) принимает вид

$$\tilde{\mathbf{x}}_t = \operatorname*{argmin}_{F_t^1(x_t^1)>0,\ldots,F_t^m(x_t^m)>0,\ G_t} \delta \tag{5}$$

при LMI-ограничениях

$$\begin{gathered}
\forall i \quad g_t^{i,1} \geq 0, \ldots, g_t^{i,n} \geq 0,\\
\forall i \quad F_t^i(x_t^i) = \mathbf{diag}\left(g_t^{i,1} \begin{bmatrix} I & (R_t^{i,1})^{-1}(x - x_t^{i,1}) \\ (x - x_t^{i,1})^{\mathrm{T}}(R_t^{i,1})^{-1} & 1 \end{bmatrix}, \ldots \right.\\
\left. \ldots, g_t^{i,n} \begin{bmatrix} I & (R_t^{i,n})^{-1}(x - x_t^{i,n}) \\ (x - x_t^{i,n})^{\mathrm{T}}(R_t^{i,n})^{-1} & 1 \end{bmatrix} \right) > 0,\\
\sum_{i\in M} \log\det F_t^i(x_t^i)^{-1} + \varkappa_1 \sum_{i\in M} \|G_t^{i,\cdot}\|_1 + \varkappa_2 \sum_{j\in N} \|G_t^{\cdot,j}\|_1 \leq \delta.
\end{gathered} \tag{6}$$

Решение задачи (5) при LMI-ограничениях вида (6) дает эллипсоиды $\mathcal{E}^1, \ldots, \mathcal{E}^m$ максимального объема, каждый из которых вписан в пересечение. В разделе 2.2 приведена оценка, показывающая, что эллипсоид $\mathcal{E}^i$, увеличенный в κ_t^i раз полностью покрывает множество пересечения $\bigcap_{j=1}^{\kappa_t^i} \mathcal{E}^{i,j}$. Обозначим увеличенные в κ_t^i раз эллипсоиды через $\bar{\mathcal{E}}_t^i$. Далее формулируется следующая теорема.

Т е о р е м а 1. *Пусть задача* (5) *при LMI-ограничениях вида* (6) *разрешима, функционал* (5) *принимает оптимальное значение при* G_t^* *и количество наблюдателей,* *назначенных для объекта i, равно*

$$n_t^i = \|G_t^{i,\cdot}\|_0.$$

Если матрица G_t^* удовлетворяет ограничениям (2), тогда векторы истинных значений параметров $\mathbf{r}_t^i$ с вероятностями не менее $1-(n_t^i+1)p$ принадлежат эллипсоидам $\bar{\mathcal{E}}_t^i$ и получающееся при этом значение функционала (5) не более чем в $\gamma_t = \max_i(\kappa_t^i)^\nu$ раз превышает минимально возможное значение, т. е. субоптимально с уровнем субоптимальности γ_t.

В разделе 2.3 для построения точек наблюдений $\{\mathbf{x}_t\}$ и оценок $\{\widehat{\boldsymbol{\theta}}_t\}$ предлагается модификация поискового алгоритма стохастической аппроксимации с постоянным размером шага и линейными ограничениями на основе циклического подхода. Временна́я ось разбивается на последовательность циклов длиной $2k$: $2(T-1)k+1, 2(T-1)k+2, \ldots, 2Tk$, и на каждом из циклов множество индексов $\mathbb{D} = \{1, \ldots, d\}$ разбивается на k непересекающихся подмножеств $\mathbb{I}_u$, $u = 1, \ldots, k$, выделяющих набор активных параметров в моменты времени $t = 2(T-1)k + 2u - 1$ и $t = 2(T-1)k + 2u$, $u = 1, \ldots, k$, и удовлетворяющих условиям

$$\bigcup_{u=1}^{k} \mathbb{I}_u = \mathbb{D}, \quad \mathbb{I}_{u'} \bigcap \mathbb{I}_{u''} = \emptyset \quad \text{при} \quad u' \neq u''. \tag{7}$$

При каждом $t = 1, 2, \ldots$ определяются диагональные матрицы A_t, формирующие по вектору $\mathbf{x}_t$ разреженный вектор $A_t\mathbf{x}_t$ с нулями на тех местах, индексы которых не принадлежат $\mathbb{I}_{(t \bmod (2k)) \div 2}$, где mod — операция взятия остатка от деления, $\div$ — операция деления нацело. В разделе 2.3 изучаются свойства оценок следующего циклического поискового алгоритма стохастической аппроксимации:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{2((t-1)\div 2)+1} = \tau_{2((t-1)\div 2)+1}(A_t(h(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{t-1}) - \beta^- \boldsymbol{\Delta}_{t\div 2})), \\ \mathbf{x}_{2(t\div 2)} = \tau_{2(t\div 2)}(A_t(h(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{t-1}) + \beta^+ \boldsymbol{\Delta}_{t\div 2})), \\ \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{2((t-1)\div 2)+1} = \tau_{2((t-1)\div 2)+1}(h(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{2((t-1)\div 2)})), \\ \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{2(t\div 2)} = \tau_{2(t\div 2)}(h(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{2((t-1)\div 2)+1}) - \alpha \mathrm{A_t} \boldsymbol{\Delta}_T \frac{y_{2T} - y_{2T-1}}{\beta}), \end{cases} \tag{8}$$

где $\alpha > 0$ — постоянный размер шага, $\beta^+ \geq 0$ и $\beta^- \geq 0$ такие, что $\beta = \beta^+ + \beta^- > 0$, $h : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}^{d-l}$ — линейное отображение и $\tau_t : \mathbb{R}^{d-l} \to \mathbb{R}^d$ — обратные к нему функции при количестве ограничений, равном l.

Далее формулируются основные предположения о возмущениях и функциях $\bar{f}_w(\mathbf{x})$, $\bar{F}_t(\mathbf{x})$, а также доказывается теорема, отражающая среднеквадратическое качество оценок, получаемых по предложенному алгоритму (8).

П р е д п о л о ж е н и е 1. *Для точек минимума $\boldsymbol{\theta}_t$ функций $\bar{F}_t(\cdot)$ и векторов-*

градиентов функций $\tilde f(A_t\mathbf{x}) = \bar f_{w_t}(g_t(A_t\mathbf{x}))$ *с некоторой постоянной* $\mu > 0$ *выполняются неравенства:* $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^d \ \ (\mathbf{x} - h(\boldsymbol{\theta}_t))^{\mathrm{T}} A_t^{\mathrm{T}} \mathrm{E}_{\mathcal{F}_{t-1}} \nabla \tilde f_{w_t}(A_t\mathbf{x}) \geq \mu \|A_t(\mathbf{x} - h(\boldsymbol{\theta}_t))\|^2$.

П р е д п о л о ж е н и е 2. $\forall w \in \mathbb{W}$ *градиент* $\nabla \tilde f_{w_t}(A_t\mathbf{x})$ *удовлетворяет условию Липшица с константой* $M \geq \mu$*:* $\forall \mathbf{x}', \mathbf{x}'' \in \mathbb{R}^d \ \|\nabla \tilde f_{w_t}(A_t\mathbf{x}') - \tilde f_{w_t}(A_t\mathbf{x}'')\| \leq M\|A_t(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'')\|$.

П р е д п о л о ж е н и е 3. *Вектор-градиент* $\nabla \tilde f_{w_t}(A_t\mathbf{x})$ *равномерно ограничен в точках минимума* $\boldsymbol{\theta}_t$*:* $\mathrm{E}(\nabla \bar f_{w_t}(A_t h(\boldsymbol{\theta}_t)))^{\mathrm{T}} \nabla \bar f_{w_{t-1}}(A_t h(\boldsymbol{\theta}_{t-1})) \leq c_2$, $\|\mathrm{E}\nabla \bar f_{w_t}(A_t h(\boldsymbol{\theta}_t))\| \leq c_1$, $\mathrm{E}\|\nabla \bar f_{w_t}(A_t h(\boldsymbol{\theta}_t))\|^2 \leq c_2$ *(*$c_1 = c_2 = 0$, *если последовательность* w_t *неслучайная, т.е.* $\bar f_{w_t}(\mathbf{x}) = \bar F_t(\mathbf{x})$*).*

П р е д п о л о ж е н и е 4. *Дрейф ограниченный: для* $\boldsymbol{\eta}_t = A_t(h(\boldsymbol{\theta}_t - \boldsymbol{\theta}_{t-1}))$ *выполняется* $\|\boldsymbol{\eta}_t\| \leq \delta_{\boldsymbol{\theta}} < \infty$ *или* $\mathrm{E}\|\boldsymbol{\eta}_t\|^2 \leq \delta_{\boldsymbol{\theta}}^2$ *и* $\mathrm{E}\|\boldsymbol{\eta}_t\|\|\boldsymbol{\eta}_{t-1}\| \leq \delta_{\boldsymbol{\theta}}^2$, *если последовательность* $\{w_t\}$ *случайная.*

П р е д п о л о ж е н и е 5. *Скорость дрейфа ограничена таким образом, что* $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$*:* $\mathrm{E}_{\mathcal{F}_{t-2}}(\tilde f_{w_t}(A_t\boldsymbol{\theta}_t) - \tilde f_{w_{t-1}}(A_t\boldsymbol{\theta}_{t-1}))^2 \leq c_3\|A_t(\mathbf{x} - h(\boldsymbol{\theta}_{t-2}))\| + c_4$.

П р е д п о л о ж е н и е 6. *Последовательные разности помех наблюдения ограничены:* $|v_{2t} - v_{2t-1}| \leq c_v < \infty$ *или* $\mathrm{E}(v_{2t} - v_{2t-1})^2 \leq c_v^2$, *если последовательность* $\{v_t\}$ *случайная.*

П р е д п о л о ж е н и е 7. *Для* $T = 0, 1, \ldots$, *если* v_t *случайные, тогда вектор* $\boldsymbol{\Delta}_T$ *и разности помех* $v_{2kT+2} - v_{2kT+1}, \ldots, v_{2k(T+1)} - v_{2k(T+1)-1}$ *независимые; если* w_t *случайные, тогда вектор* $\boldsymbol{\Delta}_T$ *и* $w_{2kT+1}, \ldots, w_{2k(T+1)}$ *независимы.*

Т е о р е м а 2. *Если выполнены Предположения 1–7 и*

$$\alpha \in \begin{cases} (0; \mu/\gamma), & \text{если } \mu^2 > 2\gamma; \\ \left(0; \frac{\mu - \sqrt{\mu^2 - 2\gamma}}{2\gamma}\right) \cup \left(\frac{\mu + \sqrt{\mu^2 - 2\gamma}}{2\gamma}; \mu/\gamma\right), & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

тогда последовательность оценок $\{\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{2kT}\}_{T=0}^{\infty}$, *построенная по алгоритму* (8), *при разбиении временно́й оси по* (7) *дает асимптотическую верхнюю границу среднеквадратической невязки:* $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \ \bar t : \forall t > \bar t$

$$\sqrt{\mathrm{E}\|h(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_t - \mathcal{A}(\lambda)\boldsymbol{\theta}_t)\|^2} \leq \frac{\sqrt{k}\left(\ b + \sqrt{b^2 + ml}\ \right)}{m} + \varepsilon, \tag{9}$$

где: $\gamma = 3d(M^2 d + \frac{c_3}{\beta})$, $m = 2(\mu - \alpha\gamma)$, $b = 2\beta M d\sqrt{d}(1 + 6\alpha M d) + \delta_\theta(M + 2\mu + 6\alpha M^2 d^2)$, $\bar l = 2\alpha d\left(c_v^2 + 3(\frac{c_4}{\beta} + d(c_2 + M^2(\delta_\theta + 2\beta\sqrt{d})^2))\right) + 2\delta_\theta(4\beta M d\sqrt{d} + M\delta_\theta + c_1 + 3\mu\delta_\theta^2)$, $l = \bar l + 2bk\sqrt{k}\delta_{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1 - \alpha m}{\alpha}\delta_{\boldsymbol{\theta}}^2$.

В разделе 2.4 предлагается метод управления группами наблюдателей с использованием мультиагентного оценивания состояний движущихся объектов на основе циклического поискового алгоритма стохастической аппроксимации, состоящий из двух этапов: сначала производится распределение объектов между наблюдателями с применением техники линейных матричных неравенств, далее предполагается, что полученное решение остается неизменным на некотором временном интервале (достаточно большом), т. е. достаточно долго субоптимальная структура остается неизменной, при выполнении этого предположения второй этап заключается в применении *распределенного алгоритма циклической стохастической аппроксимации*, предложенного в разделе 2.4 диссертации, для которого формулируется и доказывается следующая теорема.

Теорема 3. *Если дрейф ограничен:* $\|\mathbf{r}_t^i - \mathbf{r}_{t-1}^i\| \leq \sigma_{\mathbf{r}}^i$, $i \in M$, *выполнены условия* (1) *для модели наблюдений,* (2) *для последовательностей матриц* $\{B_t\}$, $\{C_t\}$, $\{A_t^j\}$, $j \in N$,

$$\alpha \in \begin{cases} (0; \frac{\mu^j}{\gamma^j}), & \textit{если } (\mu^j)^2 > 2\gamma^j; \\ \left(0; \frac{\mu^j - \sqrt{(\mu^j)^2 - 2\gamma^j}}{2\gamma^j}\right) \cup \left(\frac{\mu^j + \sqrt{(\mu^j)^2 - 2\gamma^j}}{2\gamma^j}; \frac{\mu^j}{\gamma^j}\right), & \textit{иначе,} \end{cases}$$

тогда последовательности оценок $\{\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{2k^jT}^j\}_{T=0}^{\infty}$, *построенные по распределенному алгоритму циклической стохастической аппроксимации, при разбиении временно́й оси по* (7), *для каждого* j *дает асимптотическую верхнюю границу среднеквадратической невязки:* $\forall \varepsilon^j > 0 \ \exists \ \bar{t}^j : \forall t > \bar{t}^j$

$$\sqrt{\mathrm{E}\|h(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_t^j - \mathcal{A}(\lambda)\boldsymbol{\theta}_t)\|^2} \leq \frac{\sqrt{k^j}\left(\ b^j + \sqrt{(b^j)^2 + m^j l^j} \ \right)}{m^j} + \varepsilon^j,$$

где $\mu^j = \frac{K}{2n \max_{i,t}(\sigma_t^{i,j})^2}$, $M^j = \frac{K}{2n \min_{i,t}(\sigma_t^{i,j})^2}$, $\gamma^j = 3d^2(M^j)^2$, $m^j = 2(\mu^j - \alpha\gamma^j)$, $\delta_{\boldsymbol{\theta}}^j = k^j \max_{i,t} \sum_{i \in M_t^j} \delta_{\mathbf{r}}^i$, $b^j = 2\beta M^j d\sqrt{d}(1 + 6\alpha M^j d) + \delta_\theta^j (M^j + 2\mu^j + 6\alpha(M^j)^2 d^2)$, $\bar{l}^j = 6d\frac{\alpha}{\beta}\max_t \frac{K}{2n} \cdot \sum_{i \in M_t^j}\left(\frac{M_4}{(\sigma_t^{i,j})^4} + \frac{M_4}{(\sigma_{t-1}^{i,j})^4} - 2\right) + 2\delta_\theta^j(4\beta M^j d\sqrt{d} + M^j\delta_\theta^j + 3\mu^j(\delta_\theta^j)^2) + 6d^2(\frac{K}{2n}\max_{i,t}\frac{Tr[\Xi_t^{i,j}]}{(\sigma_t^{i,j})^2} + +(M^j)^2(\delta_\theta^j + 2\beta\sqrt{d})^2)$, $l^j = \bar{l}^j + 2b^j k^j \sqrt{k^j}\delta_{\boldsymbol{\theta}}^j + \frac{1 - \alpha m^j}{\alpha}(\delta_{\boldsymbol{\theta}}^j)^2$.

В **третьей главе** приводятся результаты имитационного моделирования, иллюстрирующие работу предложенных методов и подходов. В разделе 3.1 описываются используемые при имитационном моделировании модели движения объектов наблюдения. В разделе 3.2 приводятся результаты решения модельной задачи оптимизации распределения объектов между наблюдателями, на основе метода из раздела 2.2, а также обсуждается их возможное дальнейшее применение при решении задачи оценивания траекторий. В разделе 3.3 демонстрируются результаты применения алгоритма циклической поисковой стохастической аппроксимации для оценивания траекторий движущихся объектов при различных значениях ограничений на функционирование сети наблюдателей.

В **заключении** формулируются основные результаты диссертации.

Публикации автора по теме диссертации

Статьи в периодических рецензируемых изданиях, индексируемых в наукометрической базе данных SCOPUS или включенных в перечень научных журналов, рекомендованных ВАК:

[1] ***Amelina N., Erofeeva V., Granichin O., Malkovskii N.*** **Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation in Decentralized Load Balancing Problem** // IFAC-PapersOnLine. – 2015. – Vol. 48, No. 11. – P. 936–941.

[2] ***Ерофеева В.А., Иванский Ю.В., Кияев В.И.*** **Управление роем динамических объектов на базе мультиагентного подхода** // Компьютерные инструменты в образовании. – 2015. – Вып. 6. – С. 34–42.

Другие научные публикации:

[3] *Ерофеева В.А.* Оптимизация распределения целей между наблюдателями и оценивание состояний с помощью циклического подхода // Стохастическая оптимизация в информатике. – 2018. – Т. 14. – № 1. – С. 3–30.

[4] *Ерофеева В.А.* Мультиагентный подход в задаче оценивания траекторий движущихся объектов // Материалы XIX конференции молодых ученых "Навигация и управление движением" с международным участием. – 2017. – С. 70–72.

[5] *Erofeeva V., Granichin O., Kiyaev V.* Multi-agent based adaptive swarm robotics control in dynamically changing and noisy environments // In: Proc. of Russian Supercomputing Days. – 2016. – P. 808–813.

[6] *Ерофеева В.А.* Поисковой алгоритм стохастической аппроксимации в задаче балансировки загрузки при неизвестных, но ограниченных возмущениях на входе // Материалы научной конференции по проблемам информатики СПИСОК-2014. – 2014. – С. 123–130.

[7] *Алимов Н.А., Ерофеева В.А., Шалымов Д.С.* Анализ возможностей методов классификации для автоматизации работы дефибриллятора // Стохастическая оптимизация в информатике. – 2017. – Т. 13. – № 1. – С. 3–30.

[8] *Ерофеева В.А.* Обзор теории интеллектуального анализа данных на базе нейронных сетей // Стохастическая оптимизация в информатике. – 2015. – Т. 11. – № 3. – С. 3–17.