

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Растегаева Никиты Владимировича

«Спектральные асимптотики в задачах с самоподобным весом»,
представленную на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы
и оптимальное управление

Предметом изучения представленной диссертации являются вопросы, связанные со спектральными асимптотиками самосопряжённых граничных задач для уравнений вида $-y'' = \lambda \mu y$, где λ — спектральный параметр, а неотрицательная весовая функция $\mu \in W_2^{-1}[0, 1]$ самоподобна. Данная задача сама по себе является давно известной: частный случай, когда распределение меры с плотностью μ представляет собой канторову лестницу, был рассмотрен ещё в работе (T. Uno, I. Hong, 1959); общие результаты о подчинении при $\lambda \rightarrow +\infty$ считающей функции N асимптотике вида

$$N(\lambda) = \lambda^D \cdot [s(\ln \lambda) + o(1)],$$

где D — некоторый параметр, явно определяемый на основе известных параметров самоподобия плотности μ , а s — равномерно отделённая от 0 и $+\infty$ периодическая функция с известным периодом, относятся к первой половине 1990-х (J. Kigami, M. Lapidus, 1993; M. Solomyak, E. Verbitsky, 1995). Вопрос, остававшийся в течение продолжительного времени открытym и допускавший решение лишь для ряда конкретных случаев на основе машинных вычислений (H. Volkmer, 2006; А. А. Владимиров, И. А. Шейпак, 2006), заключается в установлении непостоянности функции s в ситуации так называемого «арифметического самоподобия» первообразной веса μ . В явной форме этот вопрос был поставлен, самое позднее, в работе (А. И. Назаров, 2004), и повторён в ряде позднейших публикаций.

Продвижение в этой области связано с работой (А. А. Владимиров, И. А. Шейпак, 2013), где для случая весов, обобщённые первообразные которых названы в представленной диссертации «ровными канторовыми лестницами», установлена разложимость функции s в произведение $s(t) \equiv e^{-Dt} \sigma(t)$, где σ — некоторая неубывающая сингулярно непрерывная функция. Возможность такого разложения немедленно даёт отрицательный ответ на вопрос о возможности для функции s оказаться постоянной. Представленная диссертация посвящается распространению соответствующей теории на случай арифметически самоподобных весовых функций более общего вида. Актуальность такой тематики представляется несомненной.

Основной вклад докторанта в изучение охарактеризованного выше круга вопросов содержит глава 2 представленной диссертации, в которой методика исследования из (А. А. Владимиров, И. А. Шейпак, 2013) перенесена на случай резонанса общего вида. Следует подчеркнуть, что такое перенесение представляет собой нетривиальную задачу, требующую, кроме непосредственного освоения развитой в (А. А. Владимиров, И. А. Шейпак, 2013) методики, значительной дополнительной работы. Глава 1, в которой изложены предварительные сведения о случае резонанса $1 : 1 : \dots : 1$, а также глава 3, в которой изучаются вопросы о спектральной асимптотике тензорных произведений связанных с рассматриваемыми граничными задачами операторов (а также близких к ним в смысле структуры спектра), образуют удачное обрамление указанного результата.

К числу определённых недостатков работы можно отнести нарочито элементарный характер изложения ряда результатов, делающих такое изложение не вполне прозрачным и

несколько „техническим“. Например, теорема 4 (стр. 36 текста диссертации) в действительности по существу сводится к сравнению отрицательных индексов инерции заданных на пространстве $W_2^1(J_1) \oplus W_2^1(J_2)$ квадратичных форм

$$t_\kappa[y] = \int_{J_1 \cup J_2} (|y'|^2 - \lambda\mu|y|^2) dx + \kappa \cdot \frac{|y(c_2) - y(d_1)|^2}{c_2 - d_1}$$

для случаев $\kappa = 0$ и $\kappa = 1$. Вызывает также некоторые вопросы сделанный выбор обозначений, при котором одна и та же буква (например, « μ ») параллельно используется для обозначения математических объектов существенно различной природы. Следует, однако, отметить, что такого рода замечания являются чисто стилистическими и не затрагивают основного вопроса о научной значимости результатов диссертационного исследования.

Все результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и снабжены строгими математическими доказательствами. Основные результаты диссертации опубликованы в ряде работ автора, в том числе в журналах из списка ВАК, а также докладывались на ряде международных научных конференций и научно-исследовательских семинаров.

Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа Н. В. Растегаева «Спектральные асимптотики в задачах с самоподобным весом» является законченным научным исследованием, соответствует «Положению о присуждении учёных степеней» и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым Высшей аттестационной комиссией Министерства образования и науки Российской Федерации к диссертационным работам на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук. Её автор, Растегаев Никита Владимирович, заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент:

Владимиров Антон Алексеевич,
кандидат физико-математических наук (специальность 01.01.01),
старший научный сотрудник
сектора «Математические и прикладные проблемы анализа изображений»
Вычислительного центра им. А. А. Дородницына
Российской академии наук
Федерального государственного учреждения
«Федеральный исследовательский центр „Информатика и управление“
Российской академии наук»

Почтовый адрес: 119333, г. Москва, улица Вавилова, 44, корп. 2
Адрес электронной почты: vladimirov@shkal.math.msu.su

21 мая 2018 г.

