

## ОТЗЫВ

на автореферат диссертации Растегаева Никиты Владимировича  
"Спектральные асимптотики в задачах с самоподобным весом",  
представленной на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02  
«Дифференциальные уравнения, динамические системы  
и оптимальное управление»

Задача Штурма-Лиувилля с сингулярным весом либо с сингулярным потенциалом интенсивно исследуется в современной отечественной и западной литературе. Интерес к данной тематике связан и с возможностью приложений результатов к активно развивающейся теории малых уклонений случайных гауссовских полей.

В диссертации Н. В. Растегаева изучается задача Штурма-Лиувилля с сингулярным самоподобным весом. Рассмотрим задачу на отрезке

$$-y'' = \lambda \mu y, \quad y(0) = y(1) = 0.$$

Пусть  $N(\lambda)$  — функция распределения собственных значений этой задачи. Хорошо известно, что  $N(\lambda) \sim C\sqrt{\lambda}$  при  $\lambda \rightarrow +\infty$ , если мера  $\mu$  содержит нетривиальную абсолютно непрерывную компоненту. Асимптотика меняет свой характер, если мера  $\mu$  сингулярна. Как показали М. Соломяк и Е. Вербицкий в 1995 году, в случае самоподобной меры  $\mu$  имеет место асимптотика

$$N(\lambda) = \lambda^D(s(\ln \lambda) + o(1)), \quad \lambda \rightarrow +\infty.$$

Здесь  $D \in (0, 1/2)$  — некоторый показатель, а  $s$  — некоторая ограниченная и отделенная от нуля  $T$ -периодическая функция. Показатель  $D$ , функция  $s$  и ее период  $T$  определяются параметрами самоподобия меры  $\mu$ .

В работе А. И. Назарова в 2004 г. была высказана гипотеза о том, что функция  $s$  является непостоянной в случае, когда первообразная меры  $\mu$  является арифметически самоподобной. Основная цель диссертационного исследования — подтверждение этой гипотезы для широкого класса самоподобных мер.

В диссертации изучен вопрос о непостоянстве периодической функции  $s$  в случае арифметически самоподобной весовой меры с ненулевыми промежуточными интервалами. Кроме того, изучена спектральная асимптотика тензорного произведения операторов с почти регулярными спектральными асимптотиками сомножителей. Получены следующие новые результаты:

- В случае резонанса  $1:1:\dots:1$  для арифметически самоподобного веса доказано свойство спектральной квазипериодичности для задачи Робена.
- В случае общего резонанса доказаны теоремы, описывающие связь между спектрами задачи на отрезке и подотрезках, содержащих носитель меры.
- Доказаны теоремы о виде периодической функции  $s$  для весовых мер с ненулевыми промежуточными интервалами.
- Исследованы асимптотические свойства почти меллиновской свертки, обобщающей свертку Меллина на случай функций с периодической компонентой.
- Получена асимптотика спектра тензорного произведения компактных операторов с почти регулярной спектральной асимптотикой.

Работа выполнена на высоком научном уровне. Результаты опубликованы в трех статьях в ведущих российских журналах “Алгебра и анализ”, “Функциональный анализ и его приложения”, “Записки научных семинаров ПОМИ”. Автор многократно выступал с докладами на научных семинарах и международных конференциях.

Изложение в автореферате ясное и четкое. У меня возникло только два незначительных замечания:

- 1) На стр. 3 обсуждается формула (3), которая появляется позже. Было бы лучше сначала выписать формулу (3), а затем ее обсуждать.
- 2) Употребляется термин “маргинальная асимптотика”. Было бы хорошо пояснить значение этого термина.

Диссертация Н. В. Растегаева удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание степени кандидата наук, и ее автор Растегаев Никита Владимирович заслуживает присвоения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Доктор физико-математических наук, профессор,  
заведующая кафедрой высшей математики и  
математической физики СПбГУ

7 июня 2018 года

Суслина Т.А.

2



ДОКУМЕНТ  
ПОДГОТОВЛЕН  
ПО ЛИЧНОЙ  
ИНИЦИАТИВЕ

Текст документа размещен  
в открытом доступе  
на сайте СПбГУ по адресу  
<http://spbu.ru/science/expert.htm>