

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный университет»**

На правах рукописи

Дубинкин Илья Николаевич

**НЕЛИНЕЙНЫЕ И СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ЛАЗЕРАХ НА
КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ**

Специальность 01.04.21 — «Лазерная физика»

АВТОРЕФЕРАТ

**диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук**

Санкт-Петербург

2018

Работа выполнена в ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики»

Научный руководитель: **Викторов Евгений Анатольевич**, к.ф.-м.н.,
зав. кафедрой лазерных технологий и систем
ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский
национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и
оптики», заведующий кафедрой

Официальные оппоненты: **Аракелян Сергей Мартиросович**, д.ф.-м.н.,
профессор, зав. кафедрой, ФГБОУ ВО
Владимирский государственный университет

Сметанин Игорь Валентинович, к.ф.-м.н.,
и.о. зав. сектором, ведущий научный
сотрудник ФГБУН ФИАН

Ведущая организация: ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский
государственный электротехнический
университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова
(Ленина)»

Защита состоится «31» мая 2018 г. в ____ часов на заседании совета Д 212.232.45 по защите диссертаций на соискание степени доктора физико-математических наук и соискание степени кандидата физико-математических наук при ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет» по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Петродворец, Ульяновская улица д.1, малый конференц-зал физического факультета

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М. Горького Санкт-Петербургского государственного университета (г. Санкт-Петербург, Университетская набережная, д.7/9) и на сайте: <http://spbu.ru>.

Автореферат разослан «__» _____ 2018 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор физико-математических наук

В. С. Сухомлинов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования и степень её разработанности.

Полупроводниковые лазеры широко востребованы в современной науке и технике. К наиболее значимым областям применения данных лазеров относятся оптическая передача данных, оптическая запись информации, метрология и спектроскопия, обработка материалов, биомедицинские технологии.

В настоящее время наиболее широкое распространение в биомедицине и обработке материалов получили лазерные диоды на гетероструктурах. Это стало возможным благодаря высокому КПД, компактности, низкой стоимости и надежности данных лазеров.

В технологиях, связанных с оптической передачей данных, в подавляющем большинстве случаев используются лазеры на квантовых ямах с распределенной обратной связью. Здесь необходимо отметить, что указанные лазеры практически достигли пределов своих приборных характеристик. Данный факт вместе с постоянно растущими требованиями к скорости передачи данных в оптоволоконных сетях стимулирует интерес исследователей к разработке новых источников излучения для передачи информации.

Кроме того, несмотря на многолетний опыт успешного применения лазеров на квантовых ямах, исследователям и инженерам так и не удалось при сохранении приемлемого уровня надежности и стоимости устранить целый ряд недостатков, характерных для данных лазеров. Прежде всего, речь идет об относительно высокой чувствительности к изменениям температуры и флуктуациям тока накачки, а также о наличии неустойчивостей, связанных с отражением излучения от оптоволокна. Последнее является одной из причин, стимулирующих исследования полупроводниковых лазеров с обратной связью.

Наиболее перспективными с точки зрения замены лазеров на квантовых ямах являются лазеры на квантовых точках. Основная особенность квантовых точек заключается в том, что в данных структурах движение носителей заряда ограничено замкнутой трехмерной областью. Данный факт позволяет в теории сформировать для ансамбля квантовых точек дискретный энергетический спектр, характерный для

одиноким атомом. Благодаря этому излучение лазеров на квантовых точках характеризуется узкими спектральными линиями. Кроме того, для данных лазеров характерны высокие коэффициенты усиления и низкие пороговые токи накачки, высокая стабильность работы, широкий диапазон перестройки частоты излучения.

Растущие требования к скорости передачи информации по оптическим каналам связи, а также перспективные разработки в области интегральных оптических схем и кремниевой фотоники стимулируют исследования, направленные как на разработку новых методов получения ансамблей квантовых точек с низкой дисперсией, так и на изучение лазерной динамики с целью удовлетворения растущих потребностей в лазерных системах на основе уже имеющихся полупроводниковых структур.

Повышенный интерес исследователей вызывает сложная нелинейная динамика генерации, имеющая место в полупроводниковых лазерах с инжекцией и обратной связью. Здесь особо стоит отметить режим возбужденных колебаний, который может быть использован в перспективных вычислительных системах. В последнее десятилетие проводятся активные исследования нелинейной динамики генерации излучения в лазерах на квантовых точках с инжекцией и обратной связью.

Актуальность диссертационной работы обусловлена современными требованиями к оптоэлектронным системам на основе полупроводниковых лазеров и возникающей необходимостью проведения новых теоретических исследований динамики генерации для повышения эффективности процесса разработки и последующей диагностики данных систем.

Целью диссертационной работы является теоретическое исследование динамики генерации излучения в лазере на квантовых точках с инжекцией внешнего оптического сигнала.

В рамках диссертационной работы поставлены следующие **задачи**:

- разработать математическую модель лазера на квантовых точках с инжекцией внешнего оптического сигнала на основе балансного подхода;

- провести анализ имеющихся экспериментальных данных о режимах работы лазера на квантовых точках с инъекцией внешнего оптического сигнала;
- провести численное моделирование и анализ режима возбужденных колебаний II рода, возникающего в лазерах на квантовых точках с инъекцией внешнего оптического сигнала, исследовать возможность управления параметрами данного режима;
- провести численное моделирование и анализ режима возбужденных колебаний I рода, возникающего в лазерах на квантовых точках с инъекцией внешнего оптического сигнала, исследовать возможность управления параметрами данного режима;
- исследовать влияние стохастических факторов на динамику генерации лазера на квантовых точках с инъекцией внешнего оптического сигнала.

Научная новизна проведенного исследования заключается в следующем:

- разработана математическая модель лазера на квантовых точках с инъекцией внешнего оптического сигнала, учитывающая влияние неоднородного уширения и термически индуцированного изменения величины расстройки на динамику генерации излучения;
- проведено численное моделирование режимов возбужденных колебаний I и II рода в лазере на квантовых точках с инъекцией внешнего оптического сигнала;
- исследована возможность управления параметрами режима возбужденных колебаний II рода в лазере на квантовых точках с инъекцией;
- проведен анализ влияния стохастических факторов на динамику генерации лазера на квантовых точках с инъекцией.

Теоретическая и практическая значимость работы определяется тем, что была разработана и апробирована математическая модель лазера на квантовых точках с инъекцией внешнего оптического сигнала, способная описать наблюдаемую экспериментально динамику лазерной генерации для широкого диапазона условий. Соответствие между полученными экспериментальными данными и результатами численного моделирования позволяет использовать

указанную модель при разработке новых устройств на основе лазеров на квантовых точках.

Проведено детальное исследование фазового портрета указанного лазера, позволившее выявить причины возникновения и эволюцию ряда динамических неустойчивостей, проявляющихся в процессе генерации излучения.

Исследуемые здесь динамические режимы генерации в перспективе могут позволить осуществлять передачу информации по оптическим каналам связи со скоростью, значительно превышающей современные значения.

Показана возможность управления параметрами режима возбужденных колебаний, что является одной из предпосылок для использования лазеров на квантовых точках с инъекцией внешнего оптического сигнала, работающих в данном режиме, в устройствах на основе оптических интегральных схем и кремниевой фотоники.

Методы исследования. При подготовке диссертационной работы был проведен обзор научной литературы, связанной с тематикой исследования. Была разработана математическая модель, на основе которой проводилось численное исследование динамики генерации излучения в лазере на квантовых точках. При помощи численного моделирования с использованием алгоритмов, основанных на методе продолжения по параметру, было исследовано влияние основных управляющих параметров лазерной системы на характеристики динамических неустойчивостей, возникающих при генерации.

На защиту выносятся следующие **основные положения и результаты**:

1) в лазере на квантовых точках с инъекцией внешнего оптического сигнала существуют режимы симультанной генерации возбужденных колебаний I и II рода, при этом во временной зависимости интенсивности излучения из основного и первого возбужденного энергетического состояния наблюдаются серии противофазных пиков;

2) причиной возникновения режима возбужденных колебаний II рода в лазере на квантовых точках с инъекцией внешнего оптического сигнала является

термически индуцированное изменение величины расстройки между частотой излучения управляющего лазера и частотой излучения управляемого лазера;

3) контроль за рядом параметров режима возбужденных колебаний II рода, к числу которых относятся: длительность стадии квазистационарной генерации, длительность стадии быстрых осцилляций, число пиков на стадии быстрых осцилляций – возможен в широком диапазоне значений и может быть реализован путем изменения интенсивности инжектируемого сигнала;

4) причиной возникновения режима возбужденных колебаний I рода в лазере на квантовых точках с инжекцией внешнего оптического сигнала является индуцированный шумами срыв из устойчивого стационарного состояния с последующим длительным переходным процессом и возвратом к указанному состоянию.

Степень достоверности и апробация результатов работы. Достоверность полученных в ходе теоретического исследования результатов подтверждается полученными экспериментальными данными, а также общим соответствием с данными, приведенными в других работах. Материалы диссертационного исследования прошли апробацию в виде устных и стендовых докладов на следующих конференциях, в том числе международных: SPIE Photonics Europe 2016 (7th International Conference “Semiconductor Lasers and Laser Dynamics”), Брюссель, Бельгия, 3 – 7 апреля 2016; 17th International Conference “Laser Optics 2016”, Россия, Санкт-Петербург, 27 июня – 1 июля 2016 г; SPIE Photonics West 2016 (24th International Conference “Physics and Simulation of Optoelectronic Devices”), Сан-Франциско, США, 13 – 18 февраля 2016; European Quantum Electronics Conference 2017, Мюнхен, Германия, 25-29 июня.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 7 печатных работ в изданиях, индексируемых Scopus и Web of Science, рекомендованных ВАК в качестве изданий для публикации результатов исследований при соискании ученой степени кандидата наук, в том числе 3 публикации в научных журналах, 4 публикации тезисов докладов.

Личный вклад автора. Цели и задачи исследования были определены совместно диссертантом и научным руководителем. Теоретическое исследование динамики лазерной генерации и анализ экспериментальных данных проводились диссертантом. Подготовка к публикации результатов исследования выполнялась диссертантом совместно с соавторами.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав и заключения. Работа изложена на 122 страницах, содержит 34 рисунка, 6 таблиц, список использованной литературы, включающий 148 наименований, и 1 приложение.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Глава 1. Полупроводниковые лазеры

В первом разделе кратко рассматриваются историческое развитие полупроводниковых лазеров, особенности данных лазеров и актуальные на сегодня области их применения.

Во втором разделе вводится понятие коэффициента амплитудно-фазовой связи, или α -фактора. Данный фактор количественно характеризует влияние зависимости коэффициента преломления среды от концентрации носителей на ряд основных характеристик лазерного излучения. Также α -фактор оказывает существенное влияние на устойчивость лазерной генерации. Наиболее ярко это проявляется в полупроводниковых лазерах с инжекцией и обратной связью.

В третьем разделе дан краткий обзор последних достижений в области исследования динамики лазеров с оптической инжекцией и обратной связью, а также режима генерации возбужденных колебаний. Под оптической инжекцией понимается ввод электромагнитного излучения, генерируемого управляющим лазером, в активную среду управляемого лазера. При этом могут наблюдаться как синхронизация по частоте и фазе излучения управляемого лазера с излучением управляющего, так и сложный динамический отклик на инжектируемый сигнал. Обратная связь в лазере представляет собой перенаправление при помощи каких-либо технических средств части собственного излучения лазера обратно в лазерный резонатор. Понятие возбужденного колебания в настоящее время широко

употребляется для обозначения мощного нелинейного отклика динамической системы, находящейся в состоянии устойчивого равновесия, на слабое возмущающее воздействие, величина которого выше некоторого порогового уровня. Генерация возбужденных колебаний наблюдается в лазерах с насыщающимися поглотителями, полупроводниковых лазерах с инжекцией и обратной связью, в лазерах с составным резонатором.

В четвертом разделе кратко рассматриваются квантовые точки. Под квантовой точкой в данной работе понимается кристалл полупроводника, в котором движение носителей заряда ограничено некоторой замкнутой трехмерной областью. Линейные размеры данной области соизмеримы с длиной волны де Бройля для электронов в сплошном полупроводнике. Поэтому квантовые точки обладают дискретным энергетическим спектром. Термодинамические и кинетические свойства квантовых точек сильно отличаются от свойств обычных сплошных полупроводниковых материалов.

В пятом разделе рассматриваются основные особенности лазеров на квантовых точках и перспективные области их использования. Данные лазеры сочетают в себе надёжность, эргономичность и низкую стоимость с высокими характеристиками излучения, приближенными к характеристикам излучения газовых лазеров, и являются одними из наиболее востребованных в различных приложениях. Лазеры на квантовых точках обладают высокими коэффициентами усиления, низкими пороговыми токами накачки, высокой стабильностью работы, узкими спектральными линиями, широким диапазоном перестройки длины волны излучения и низкой чувствительностью к температуре.

Глава 2. Математическая модель лазера на квантовых точках

Во второй главе определяется система балансных уравнений, на основе которой моделировалась динамика лазера на квантовых точках с оптической инжекцией. При построении уравнений баланса использовались следующие предположения:

- поляризация среды адиабатически исключена, что обусловлено малым (десятки фс) временем релаксации поляризации в полупроводниках;

- перенос носителей в квантовых точках и смачивающем слое носит каскадный характер;
- доминирующим механизмом переноса носителей является фононная релаксация, при этом суммарный заряд носителей остается нейтральным;
- неоднородное уширение влияет только на амплитудно-фазовое взаимодействие, при этом его влияние на усиливающие свойства среды не учитывается, так как излучение из основного состояния является одночастотным.

Для составления системы уравнений баланса использовалась схема энергетических уровней, приведённая на рисунке 1.

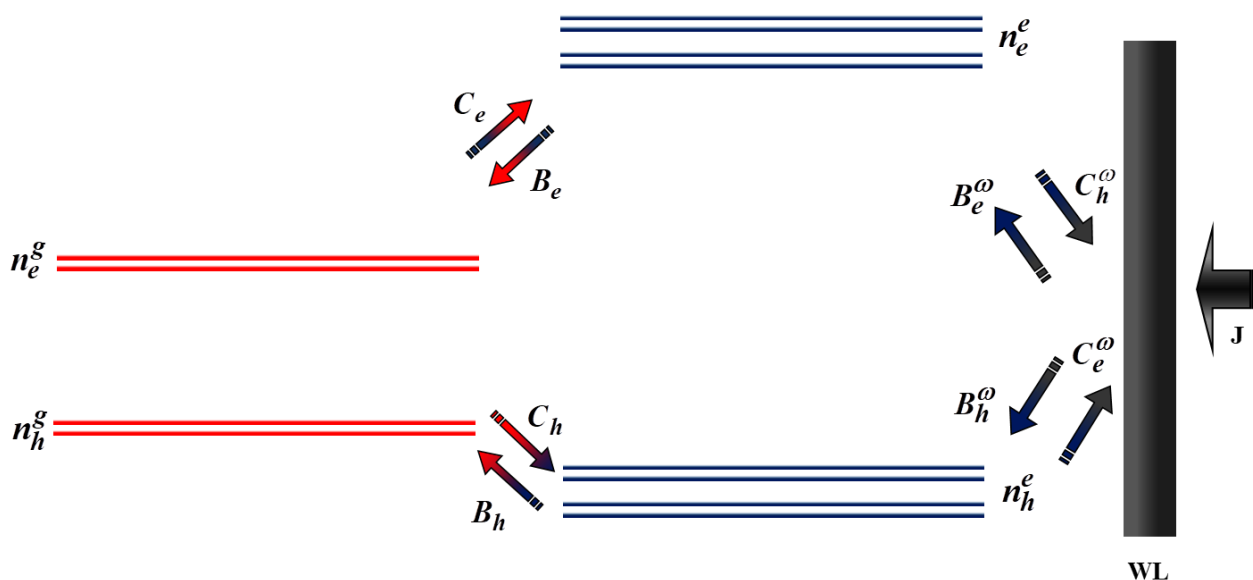


Рисунок 1 – Упрощенная схема энергетических уровней гетероструктуры на квантовых точках. J – ток накачки; WL – смачивающий слой; индекс e соответствует электронам, индекс h – дыркам; красными линиями показан основной энергетический уровень, синими – первый возбужденный уровень.

Указанная система включает в себя уравнение для комплексной амплитуды поля излучения из основного состояния, уравнение для интенсивности излучения из первого возбужденного состояний, уравнения для вероятности заполнения носителями указанных состояний и смачивающего слоя, уравнение для величины расстройки и определяется в безразмерной форме следующим образом:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E^g}{\partial t} &= \left\{ \frac{1}{2} \cdot (1 + i \cdot \alpha) \cdot (2g^g \cdot (n_e^g + n_h^g - 1) - 1) \cdot E^g + \right. \\
&\quad \left. + i \cdot 2 \cdot \beta \cdot g^e \cdot (n_e^e + n_h^e - 1) \cdot E^g + i \cdot \Delta \cdot E^g + \varepsilon \right\} \\
\frac{\partial I^e}{\partial t} &= [4 \cdot g^e \cdot (n_e^e + n_h^e - 1) - 1] \cdot I^e \\
\frac{\partial n_e^g}{\partial t} &= \eta \cdot \left\{ 2 \cdot B_e \cdot (1 - n_e^g) \cdot n_e^e - 2 \cdot C_e \cdot n_e^g \cdot (1 - n_e^e) - n_e^g \cdot n_h^g - \right. \\
&\quad \left. - g^g \cdot (n_e^g + n_h^g - 1) \cdot I^g \right\} \\
\frac{\partial n_h^g}{\partial t} &= \eta \cdot \left\{ 2 \cdot B_h \cdot (1 - n_h^g) \cdot n_h^e - 2 \cdot C_h \cdot n_h^g \cdot (1 - n_h^e) - n_e^g \cdot n_h^g - \right. \\
&\quad \left. - g^g \cdot (n_e^g + n_h^g - 1) \cdot I^g \right\} \\
\frac{\partial n_e^e}{\partial t} &= \eta \cdot \left\{ -B_e \cdot n_e^e \cdot (1 - n_e^g) + C_e \cdot n_e^g \cdot (1 - n_e^e) + B_e^\omega \cdot n_e^\omega \cdot (1 - n_e^e) - C_e^\omega \cdot n_e^e - \right. \\
&\quad \left. - n_e^e \cdot n_h^e - g^e \cdot (n_e^e + n_h^e - 1) \cdot I^e \right\} \\
\frac{\partial n_h^e}{\partial t} &= \eta \cdot \left\{ -B_h \cdot n_h^e \cdot (1 - n_h^g) + C_h \cdot n_h^g \cdot (1 - n_h^e) + B_h^\omega \cdot n_h^\omega \cdot (1 - n_h^e) - C_h^\omega \cdot n_h^e - \right. \\
&\quad \left. - n_e^e \cdot n_h^e - g^e \cdot (n_e^e + n_h^e - 1) \cdot I^e \right\} \\
\frac{\partial n_e^\omega}{\partial t} &= \eta \cdot \left\{ J - n_e^\omega \cdot n_h^\omega - 4 \cdot B_e^\omega \cdot n_e^\omega \cdot (1 - n_e^e) + 4 \cdot C_e^\omega \cdot n_e^e \right\} \\
\frac{\partial n_h^\omega}{\partial t} &= \eta \cdot \left\{ J - n_e^\omega \cdot n_h^\omega - 4 \cdot B_h^\omega \cdot n_h^\omega \cdot (1 - n_h^e) + 4 \cdot C_h^\omega \cdot n_h^e \right\} \\
\frac{\partial \Delta}{\partial t} &= \gamma \cdot [\Delta_0 - \Delta + c \cdot (I^g + I^e)]
\end{aligned} \tag{1}$$

где $t \equiv \frac{t}{\tau_p}$; τ – время рекомбинации носителей; τ_p – время жизни фотона в

резонаторе; $\eta \equiv \frac{\tau_p}{\tau}$; E^g – комплексная амплитуда поля излучения из основного

состояния; I^g, I^e – интенсивность излучения из основного и первого возбуждённого

состояния соответственно; α – коэффициент амплитудно-фазового взаимодействия;

β – эмпирический коэффициент, учитывающий влияние неоднородного уширения;

ε – интенсивность инжекции; g^g, g^e – коэффициент усиления, отнесенный к величине

потерь в резонаторе для основного и первого возбужденного уровня соответственно;

n_e^g, n_h^g – вероятность заполнения носителями основного состояния для электронов и

дырок соответственно; n_e^e, n_h^e – вероятность заполнения носителями первого

возбужденного состояния для электронов и дырок соответственно; n_e^ω , n_h^ω – вероятность заполнения носителями смачивающего слоя для электронов и дырок соответственно; J – ток накачки Δ – величина расстройки между частотой излучения лазера и частотой излучения инжекции; B_e , B_h – скорость захвата носителей основным энергетическим уровнем для электронов и дырок соответственно; C_e , C_h – скорость утечки носителей с основного уровня на первый возбужденный для электронов и дырок соответственно; B_e^ω , B_h^ω – скорость захвата носителей первым возбужденным уровнем из смачивающего слоя для электронов и дырок соответственно; C_e^ω , C_h^ω – скорость утечки носителей с первого возбужденного уровня в смачивающий слой для электронов и дырок соответственно; γ – скорость тепловой релаксации; Δ_0 – величина расстройки в отсутствие оптотермических эффектов, c – амплитуда термически индуцированного изменения показателя преломления.

Таким образом, система (1) учитывает влияние на динамику генерации амплитудно-фазового взаимодействия и неоднородного уширения. В материальных уравнениях принимаются во внимание различные вероятности переходов между энергетическими уровнями для носителей. Уравнение для расстройки формирует в системе обратную связь. Последняя, как будет показано далее, играет ключевую роль в процессе генерации возбужденных колебаний.

Большинство параметров в системе (1) не поддаются точной экспериментальной оценке. Диапазоны типичных значений для данных параметров приведены в работе. Аналитическое решение (1) возможно лишь для режима стационарной генерации, поэтому исследование указанной системы проводилось при помощи численного моделирования.

Глава 3. Режим возбужденных колебаний II рода в лазере на квантовых точках

В третьей главе проводится численное моделирование и анализ режима возбужденных колебаний II рода и сравнение полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными. Возбужденные колебания II рода наблюдаются при высоких токах накачки и значениях интенсивности инжекции, что приводит к возникновению ряда термических эффектов. Показано, что указанный режим формируется благодаря термически индуцированному изменению величины расстройки между частотой излучения управляющего лазера и частотой излучения инжекции.

Моделирование проводилось на основе численного решения системы (1). Бифуркационный анализ проводился при помощи алгоритмов, основанных на методе продолжения по параметру. Значения параметров, для которых проводился анализ системы (1), приведены в работе. На рисунке 2 приведена временная зависимость нормированной интенсивности излучения для полного цикла режима возбужденных колебаний II рода. Полученные численные результаты полностью согласуются с экспериментальной зависимостью интенсивности излучения от времени, приведенной в работе.

Для объяснения наблюдающейся динамики лазерной генерации был проведен бифуркационный анализ, заключающийся в исследовании фазового портрета системы для различных значений интенсивности инжекции. При этом рассматривался случай с пренебрежимо малой скоростью тепловой релаксации. Это позволило при проведении данного анализа исключить из модели уравнение для величины расстройки, а саму расстройку рассматривать как медленно изменяющийся параметр.

На рисунке 3 приведена бифуркационная диаграмма на фазовой плоскости (Δ , I) для стационарного режима генерации. Наибольший интерес представляет участок диаграммы, ограниченный сверху седлом (LP_1), а снизу бифуркацией Хопфа (H). Детализированное изображение данного участка приведено на рисунке 4.

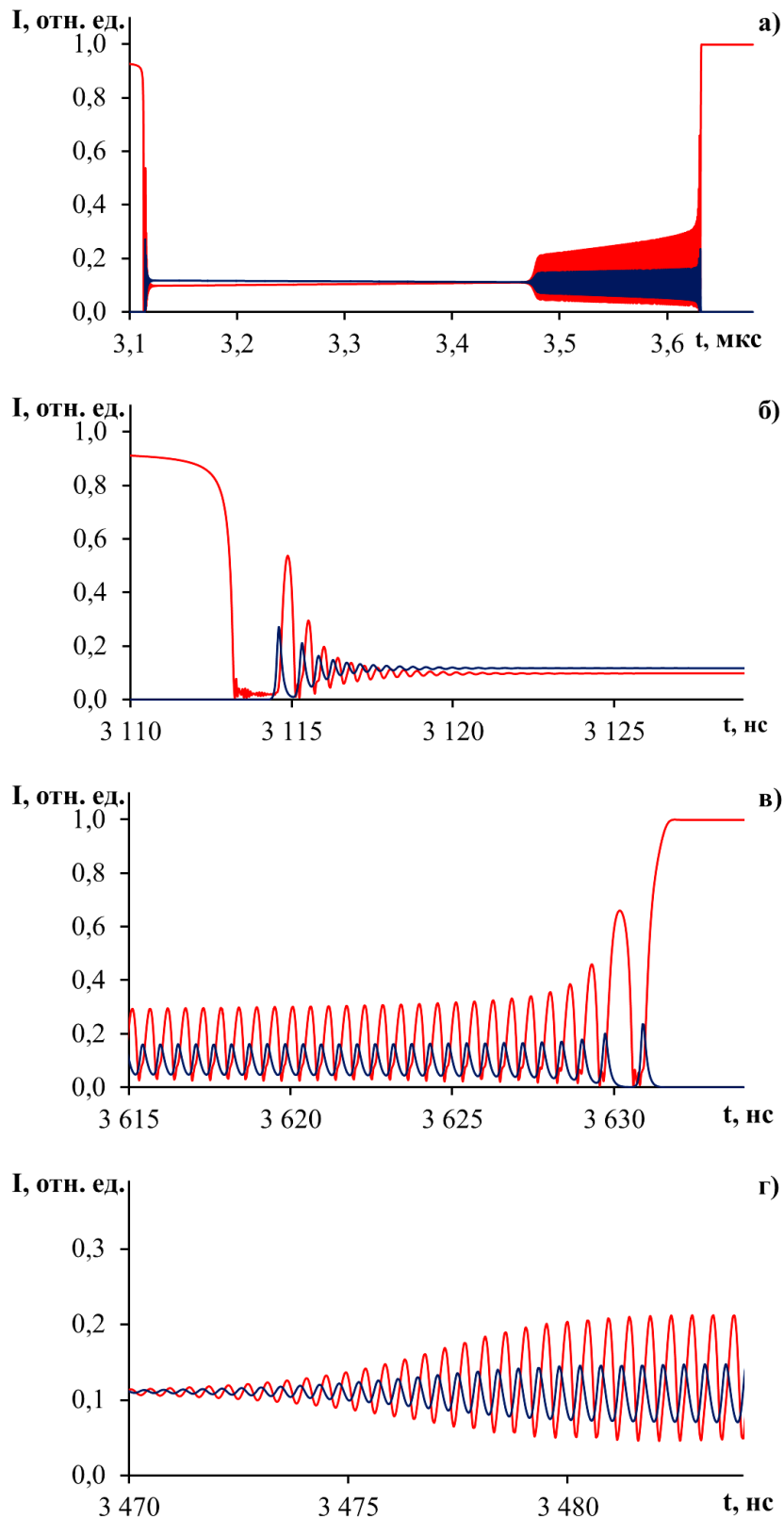


Рисунок 2 – Режим возбужденных колебаний II рода. Временная зависимость нормированной интенсивности излучения для $\varepsilon = 7,0$; а) полный цикл режима возбужденных колебаний; б, в, г) детализированное изображение области быстрого колебательного процесса. Красным цветом показана интенсивность излучения из основного состояния, синим – из первого возбужденного состояния. Хорошо виден противофазный характер колебаний.

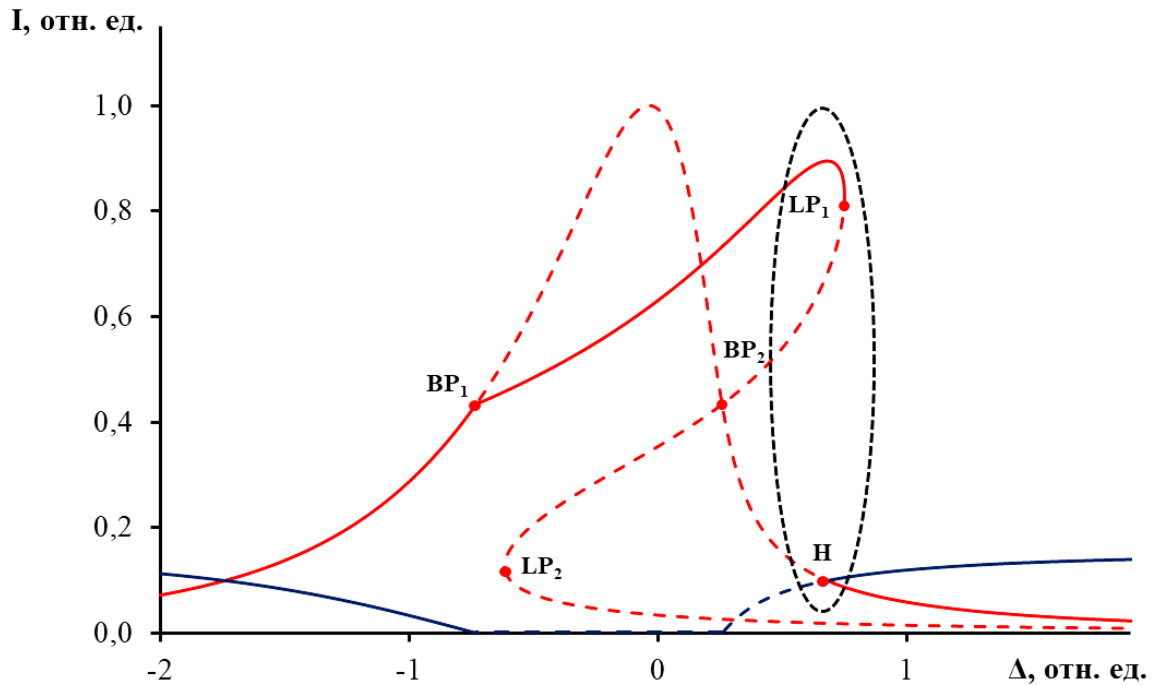


Рисунок 3 – Режим возбужденных колебаний II рода. Бифуркационная диаграмма в фазовом пространстве (Δ, I) для стационарного режима генерации при $\varepsilon = 7,0$. Красным цветом показана интенсивность излучения из основного состояния, синим – из первого возбужденного состояния. Устойчивые и неустойчивые ветви диаграммы показаны сплошными и штриховыми линиями соответственно. BP_1, BP_2 – точки бифуркации стационарного режима генерации; LP_2, LP_2 – точки бифуркации типа седло; LP_3 – точка бифуркации типа седло-узел; H – точка бифуркации Хопфа; Пунктиром обозначена область, увеличенное изображение которой приведено на рисунке 4.

Также на рисунке 4 приведено решение полной модели (черная кривая), учитывающее зависимость величины расстройки от суммарной интенсивности лазерного излучения. Также показана ветвь колебательного режима генерации из основного состояния (оранжевая кривая). Данная ветвь ограничена справа бифуркацией Хопфа (H) и проходит через точку седло-узловой бифуркации (LP_3). Каждая точка указанной ветви представляет собой максимальное значение интенсивности излучения за один период колебаний для соответствующего значения расстройки. После седло-узловой бифуркации (LP_3) ветвь теряет устойчивость, однако существует вплоть до пересечения с неустойчивой ветвью режима стационарной генерации с нулевым значением интенсивности из первого

возбужденного состояния. Указанное пересечение образует гомоклиническую бифуркацию (НОМ).

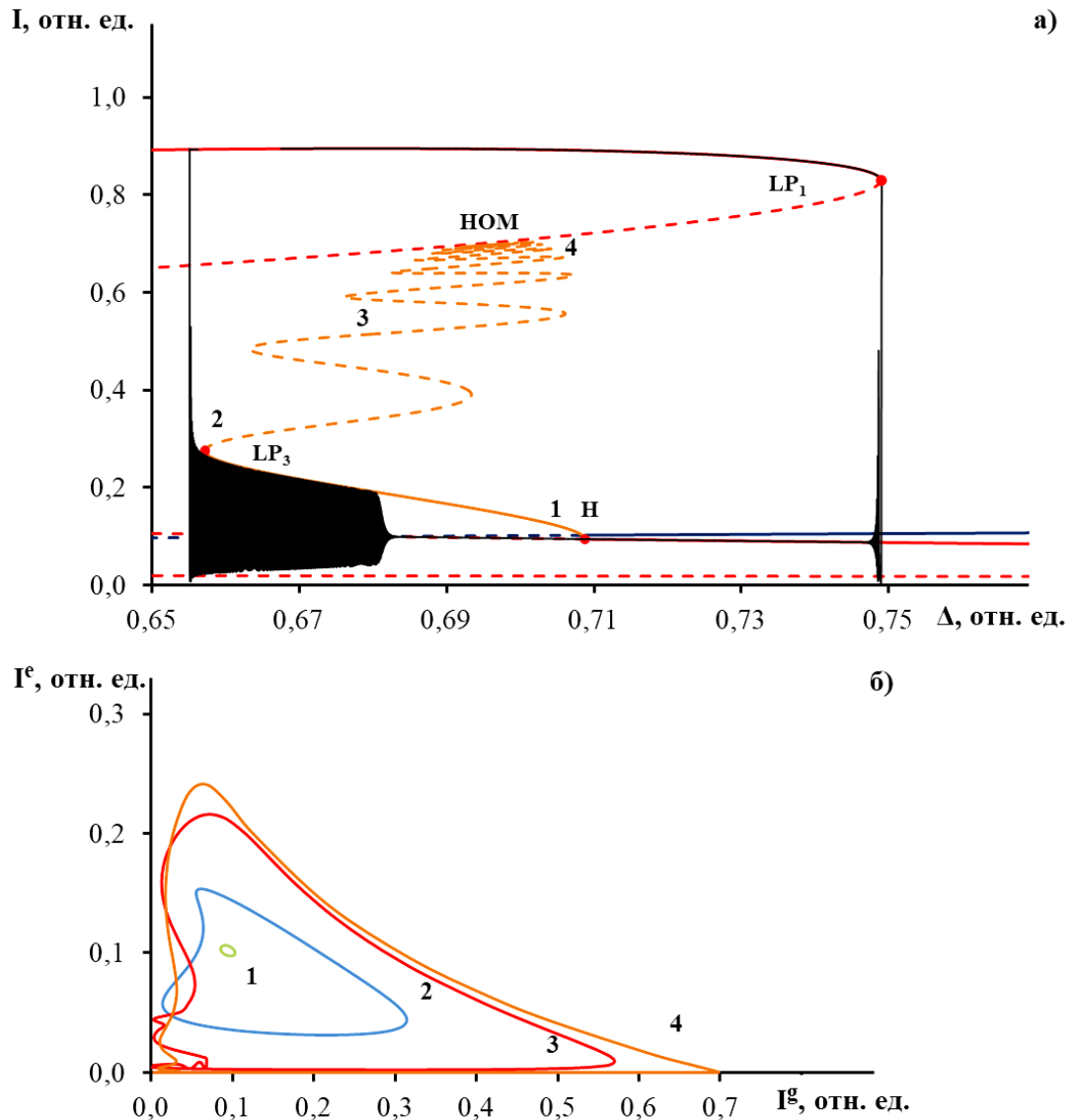


Рисунок 4 – Режим возбужденных колебаний II рода. а) увеличенный фрагмент бифуркационной диаграммы в фазовом пространстве (Δ, I) для стационарного и колебательного режимов генерации при $\varepsilon = 7,0$; НОМ – гомоклиническая бифуркация; черным цветом показано решение полной модели; оранжевая кривая представляет собой ветвь колебательного режима генерации. б) структура предельного цикла на фазовой плоскости (I^g, I^e) вдоль ветви колебательного режима. Устойчивые и неустойчивые ветви диаграммы показаны сплошными и штриховыми линиями соответственно.

Для объяснения возникновения режима возбужденных колебаний ключевой является точка седло-узловой бифуркации LP_3 . Данная точка соответствует

предельной точке устойчивого колебательного режима. Полный цикл режима возбужденных колебаний описывается следующим образом.

Стартуя из устойчивого стационарного режима генерации только из основного состояния, система по мере роста расстройки приближается к точке бифуркации LP_1 . При переходе через данную точку наблюдается резкое падение интенсивности излучения из основного состояния, вызванное большой величиной расстройки. Вследствие указанного падения в соответствии с (1) наблюдается снижение величины расстройки. По мере уменьшения значения последней система приближается к точке бифуркации Хопфа, после прохождения которой переходит в устойчивый колебательный режим. Длительная задержка, сопровождающая данный переход, объясняется тем, что системе требуется время для перехода с устойчивого стационара, соответствующего высокой интенсивности излучения из основного состояния, на стационар с низким значением указанной интенсивности.

После установления устойчивого колебательного режима величина расстройки продолжает снижаться вплоть до седло-узловой бифуркации LP_3 . Результатом данной бифуркации является переход в режим устойчивой стационарной генерации только из основного состояния, соответствующий участку увеличения расстройки левее точки бифуркации LP_1 .

Особенностью рассмотренного процесса формирования возбужденных колебаний является то, что колебательный режим возникает в окрестности бифуркации Хопфа лишь после длительной задержки, вызванной наличием промежуточного участка стационарной генерации. Возвращение к исходному режиму устойчивой стационарной генерации происходит не в окрестности гомоклинической бифуркации, а сразу после седло-узловой бифуркации.

Проведенный анализ показал, что контроль за числом импульсов в цикле режима возбужденных колебаний можно осуществлять путем смещения точки бифуркации Хопфа. Длительность цикла может быть изменена путем смещения предельной точки LP_1 . Смещение данных бифуркационных точек может быть проведено путем изменения интенсивности инъекции.

На рисунке 5 показано, как от интенсивности инъекции зависит длительность квазистационарной стадии генерации и длительность стадии быстрых осцилляций, а также число импульсов, наблюдаемых на стадии быстрых осцилляций.

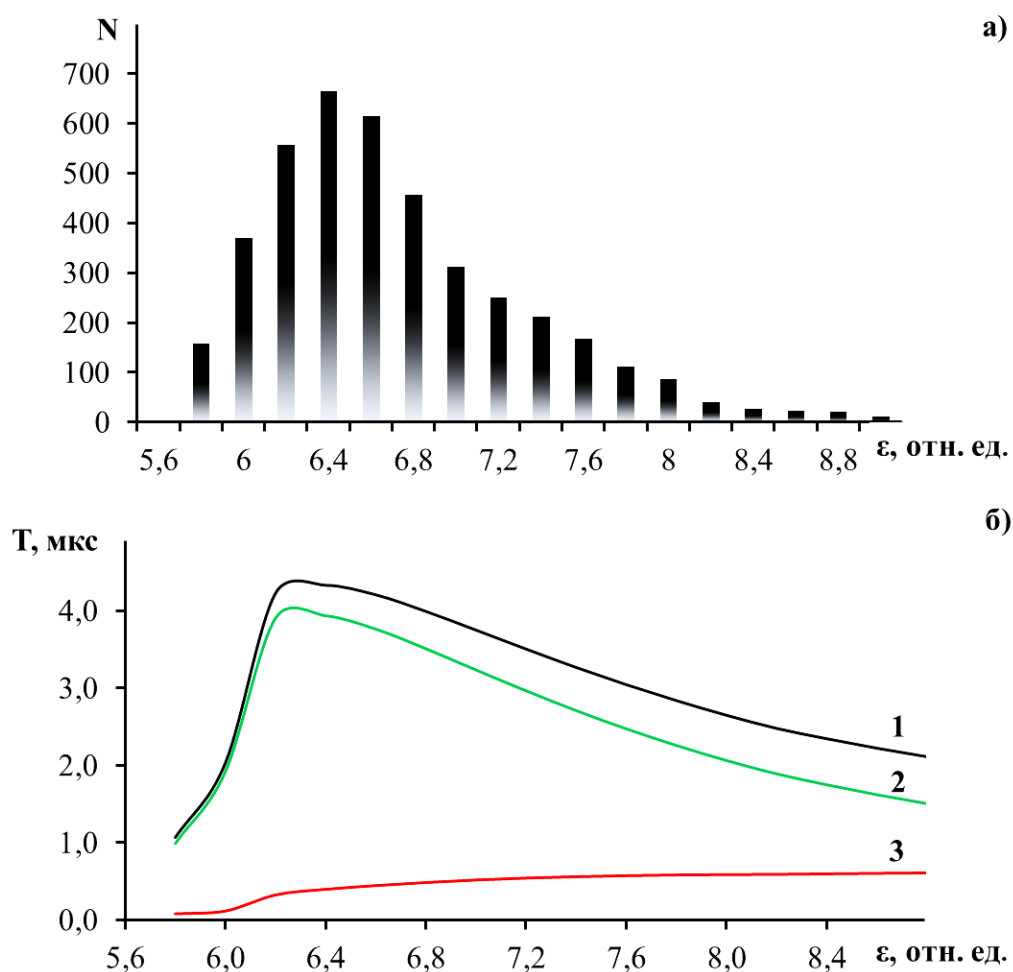


Рисунок 5 – Режим возбужденных колебаний II рода. а) зависимость числа импульсов, наблюдаемых на стадии быстрых осцилляций, от величины ε . б) зависимость длительности режима возбужденных колебаний от величины ε . 1 – длительность полного цикла; 2 – длительность стадии квазистационарной генерации; 3 – длительность стадии быстрых осцилляций.

Качественно, вид данных зависимостей объясняется следующим образом. Изменение значения интенсивности инъекции приводит к изменению положения точки бифуркации Хопфа относительно точки бифуркации типа седло LP_1 . На фазовой плоскости (Δ, I) по мере роста инъекции данные точки перемещаются в направлении увеличения значения расстройки.

Анализ показал, что в процессе данного перемещения при некоторых значениях интенсивности инъекции данным бифуркациям соответствуют

практически равные значения величины расстройки. В этом случае, после резкого падения интенсивности излучения из основного состояния, вызванного бифуркацией типа седло LP_1 , стационарный режим генерации не успевает развиваться. Сразу за указанной бифуркации следует бифуркация Хопфа, результатом которой является переход генерации в устойчивый колебательный режим.

Таким образом, управление параметрами режима возбужденных колебаний II рода возможно в широких пределах. При этом указанное управление осуществляется путем изменения хорошо контролируемой на практике величины силы инжекции.

Глава 4. Режим возбужденных колебаний I рода в лазере на квантовых точках

В первом разделе проводится численное моделирование и анализ режима возбужденных колебаний I рода и сравнение полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными. Показано, что указанный режим формируется благодаря сложной топологии фазового портрета исследуемой динамической системы в сочетании с шумом, присутствующим в системе.

Моделирование проводилось на основе численного решения системы (1). Бифуркационный анализ проводился при помощи алгоритмов, основанных на методе продолжения по параметру. Значения параметров, для которых проводился анализ системы (1), приведены в работе. При этом из модели было исключено уравнение для величины расстройки. Данное упрощение стало возможным благодаря тому, что наблюдаемая динамика генерации является чрезвычайно быстрой (единицы нс) по сравнению с характерными временными масштабами изменения величины расстройки (единицы мкс). Кроме того уравнение для комплексной амплитуды поля было переопределено в терминах амплитуды и фазы.

В качестве шума рассматривался белый шум с равномерным распределением и нулевым математическим ожиданием, введенный в модель в виде дополнительного слагаемого в уравнениях для амплитуды и фазы излучения из основного состояния. Полученные в результате моделирования временные

зависимости интенсивности излучения полностью согласуются с экспериментальными данными.

Для объяснения наблюдаемой в эксперименте динамики изменения периода следования импульсов при варьировании интенсивности инжекции был проведен бифуркационный анализ, заключающийся в исследовании фазового портрета системы для различных значений величины расстройки.

На рисунке 6 приведена бифуркационная диаграмма на фазовой плоскости (ϵ , I) для стационарного режима генерации. Наибольший интерес представляет участок диаграммы в окрестности бифуркации типа седло (LP_1), в которой устойчивая ветвь стационарной генерации только из основного состояния соединяется с неустойчивой. Необходимо отметить, что топология фазового портрета системы не претерпевает качественных изменений при значениях I от $-0,2$ до $0,2$. Изменение расстройки в указанных пределах приводит лишь к незначительным изменениям положения точек бифуркаций в фазовом пространстве.

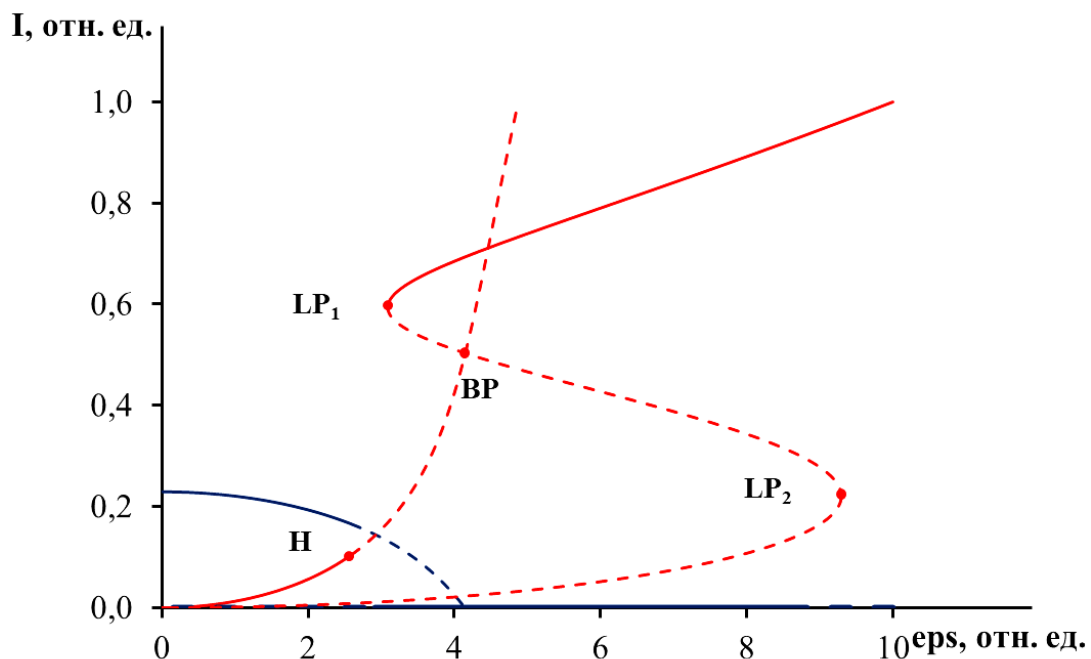


Рисунок 6 – Режим возбужденных колебаний I рода. Бифуркационная диаграмма в фазовом пространстве (ϵ , I) для стационарного режима генерации при $\Delta = 0,0$. Красным цветом показана интенсивность излучения из основного состояния, синим — из первого возбужденного состояния. Устойчивые и неустойчивые ветви диаграммы показаны сплошными и штриховыми линиями соответственно. BP – точки бифуркации стационарного режима генерации; LP_1 , LP_2 – точки бифуркации типа седло; H – точка бифуркации Хопфа.

На рисунках 7-8 приведены характерные временные зависимости интенсивности излучения из основного и первого возбужденного состояний, а также распределения длительности периода следования импульсов излучения для различных значений интенсивности инжекции. Экспоненциальный характер распределения длительности периода следования импульсов свидетельствует, в соответствии с работами Крамера¹, о стохастической природе исследуемого режима. В нашем случае наблюдается отклонение от экспоненциального закона в области малых периодов следования импульсов (см. рисунок 7).

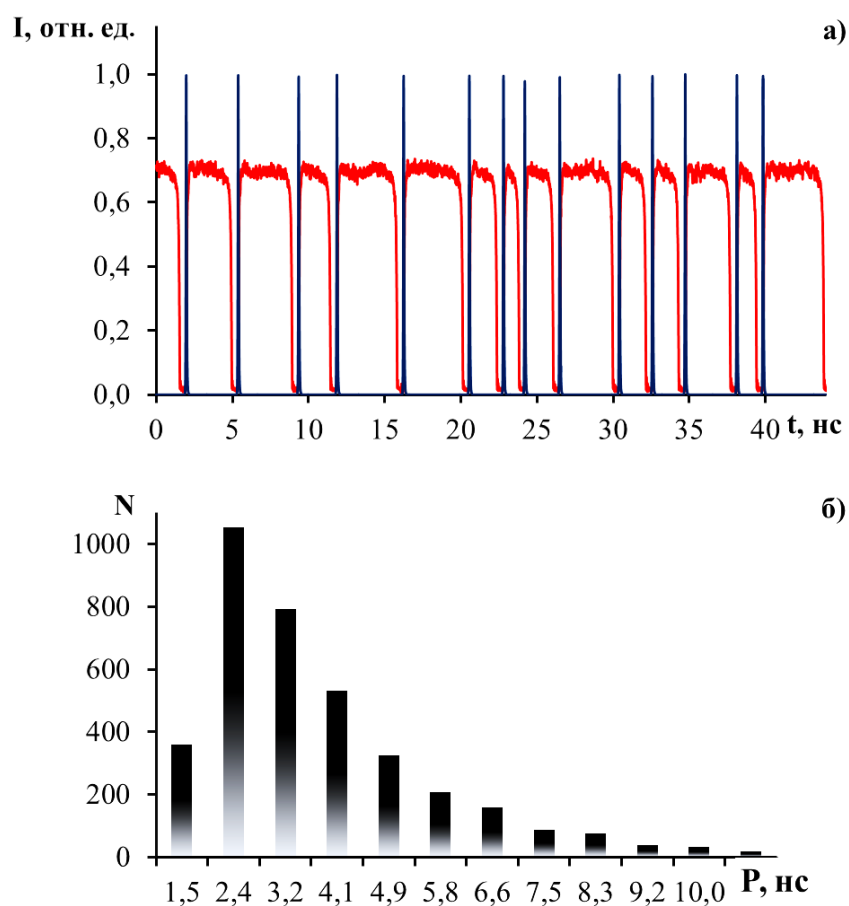


Рисунок 7 – Режим возбужденных колебаний I рода. а) временная зависимость интенсивности излучения в режиме возбужденных колебаний I рода; б) гистограмма длительности периода следования импульсов; Интенсивность инжекции $\varepsilon = 3,09$, величина расстройки $\Delta = 0,1$. Красным цветом показана интенсивность излучения из основного энергетического состояния, синим – из первого возбужденного энергетического состояния.

¹ Kramers H. A. Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions / H. A. Kramers // Physica. – 1940. – Vol.7. – №4. – P. 284-30

Это вызвано сложной топологией фазового пространства в окрестности LP_1 . При удалении рабочей точки системы от LP_1 данное отклонение отсутствует (см. рисунок 8). Шум, приложенный к системе, вызывает потерю устойчивости стационарного состояния, соответствующего некоторой точке на фазовой плоскости (ε, I) , расположенной на устойчивой ветви в окрестности точки бифуркации LP_1 (см. рисунок 6).

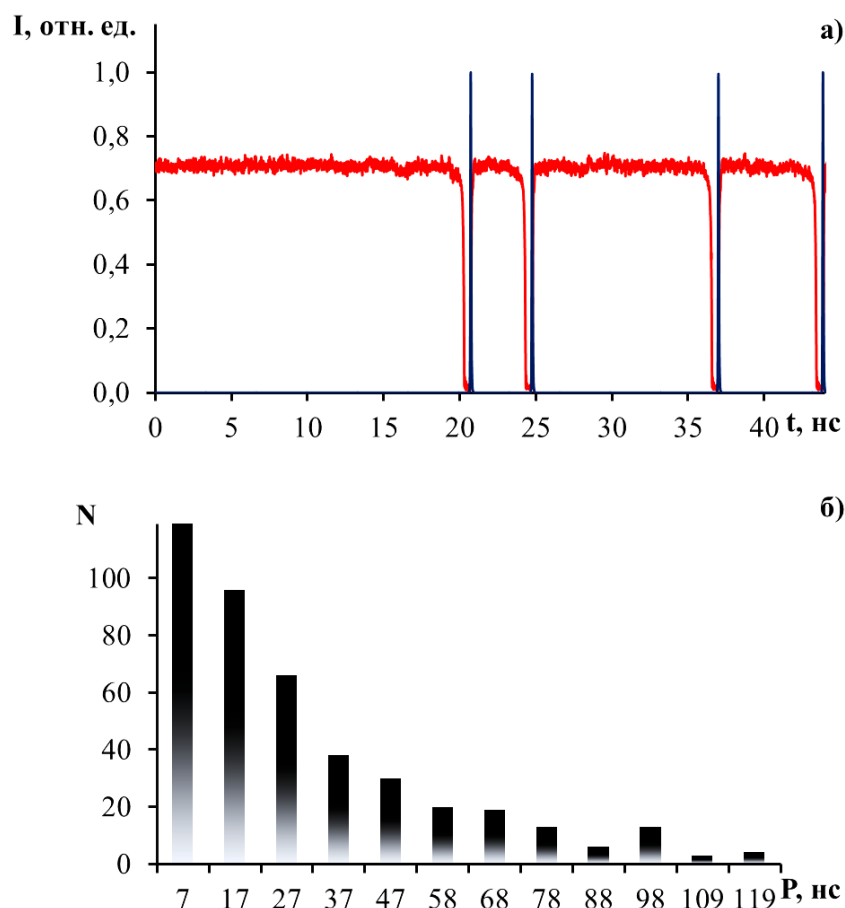


Рисунок 8 – Режим возбужденных колебаний I рода. а) временная зависимость интенсивности излучения в режиме возбужденных колебаний I рода; б) гистограмма длительности периода следования импульсов; Интенсивность инжекции $\varepsilon = 3,1$, величина расстройки $\Delta = 0,1$. Красным цветом показана интенсивность излучения из основного энергетического состояния, синим – из первого возбужденного энергетического состояния.

После срыва с указанной ветви система претерпевает эволюцию из ряда неустойчивых состояний с последующим возвращением на устойчивую ветвь. Последнее соответствует возникновению импульса во временной зависимости интенсивности излучения из первого возбужденного состояния и резкого спада во временной зависимости интенсивности излучения из основного состояния.

Длительность нахождения системы в устойчивом стационарном состоянии в присутствии шума определяет период следования указанных импульсов.

Также необходимо отметить, что по мере роста ε при постоянной амплитуде шума наблюдается значительное снижение числа импульсов при значительном увеличении длительности периода их следования. Причина этого заключается в том, что по мере роста значения ε увеличивается фазовое расстояние между устойчивой и неустойчивой ветвями, соединяющимися в точке бифуркации LP_1 . Очевидно, что при этом частота срыва с устойчивого состояния при заданной амплитуде шума снижается, а длительность периода следования импульсов увеличивается. При дальнейшем увеличении ε происходит полное подавление режима возбужденных колебаний I рода.

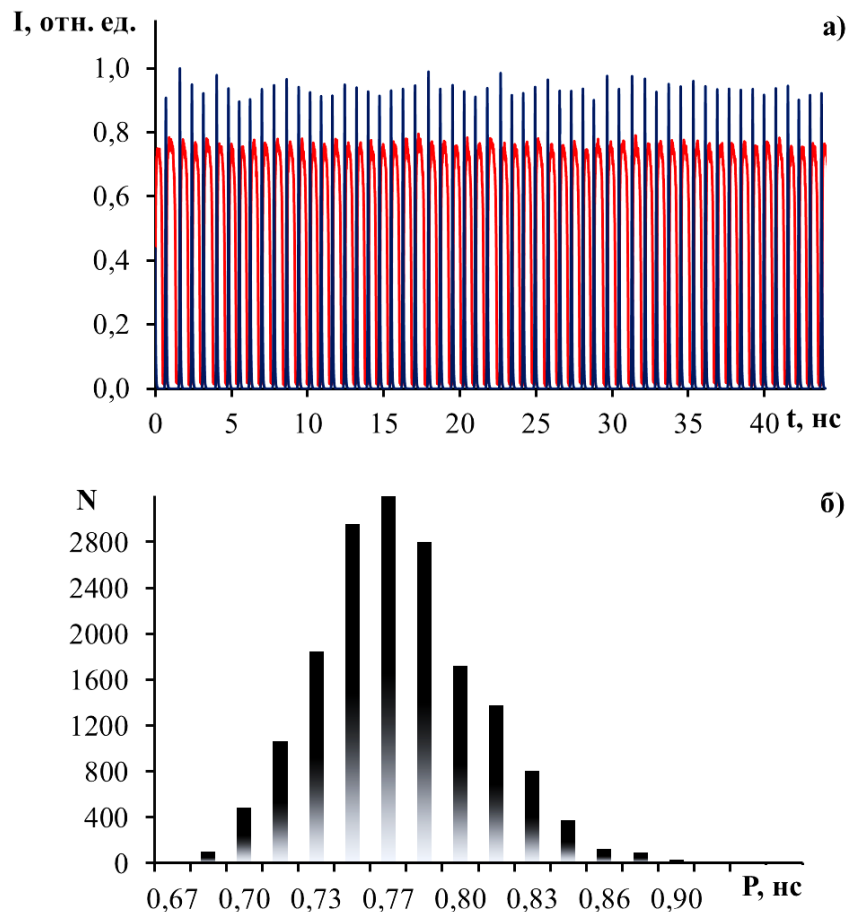


Рисунок 9 – Режим возбужденных колебаний I рода. а) временная зависимость интенсивности излучения в устойчивом периодическом режиме генерации; б) гистограмма длительности периода следования импульсов; Интенсивность инжекции $\varepsilon = 3,0$, величина расстройки $\Delta = 0,1$. Красным цветом показана интенсивность излучения из основного энергетического состояния, синим – из первого возбужденного энергетического состояния.

На рисунке 9 приведены временная зависимость интенсивности излучения из основного и первого возбужденного состояния, а также распределение длительности периода следования импульсов для случаев, когда в отсутствие шума система находится в устойчивом колебательном состоянии. Здесь наблюдается нормальное распределение, обусловленное тем, что стохастическая компонента приводит лишь к случайному изменению длины предельного цикла, соответствующего указанному устойчивому состоянию. Максимум распределения приходится на период следования импульсов, соответствующий периоду следования при отсутствии шумовой компоненты.

Таким образом, наличие точки бифуркации типа седло (LP_1) с соединяющимися в ней устойчивой и неустойчивой ветвями стационарной генерации в сочетании с воздействием шума приводит к возникновению возбужденных колебаний в случае, если рабочая точка системы находится в окрестности указанной бифуркации.

Во втором разделе показано, что для исследуемого лазера динамика изменения фазы в режиме генерации возбужденных колебаний I рода отклоняется от динамики, предсказываемой моделью Адлера². Наблюдается ограниченность изменения фазы в пределах $[0; \pi/2]$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании разработанной математической модели было проведено теоретическое исследование динамики генерации излучения в лазере на квантовых точках с инжекцией внешнего оптического сигнала.

Исследован режим возбужденных колебаний II рода. Получены численные значения ряда динамических характеристик данного режима: длительности полного цикла, длительности квазистационарной стадии, длительности стадии быстрых осцилляций, числа пиков на стадии быстрых осцилляций. Показано, что основной причиной возникновения режима возбужденных колебаний II рода является термически индуцированное медленное изменение расстройки. Рассмотрена

² Adler R. Study of Locking Phenomena in Oscillators / R. Adler // Proceedings of the IEEE. – 1973. – Vol.61 – № 10. – P.1380-1385

возможность управления указанными динамическими характеристиками данного режима в широком диапазоне значений путем изменения интенсивности инжекции.

Исследован режим возбужденных колебаний I рода. Проведенный анализ полученных данных доказал существование режима возбужденных колебаний I рода при наличии в динамической системе стохастических компонент. Выявлено существование режима возбужденных колебаний I рода с динамикой изменения фазы, не подчиняющейся уравнению Адлера.

Есть основания предполагать, что общий подход, используемый в диссертационной работе, в перспективе будет полезен при анализе различных динамических неустойчивостей, возникающих при работе лазеров на квантовых точках и прогнозе динамики лазерной генерации в заданном диапазоне параметров, что позволит повысить эффективность разработки новых лазерных систем, а также улучшить процесс диагностики лазеров, уже находящихся в коммерческой эксплуатации.

Результаты работы отражены в следующих публикациях в изданиях, рекомендованных ВАК:

1. Tykalewicz B. Optically induced hysteresis in a two-state quantum dot laser / B. Tykalewicz, D. Goulding, S. P. Hegarty, G. Huyet, I. Dubinkin, N. Fedorov, T. Erneux, E. A. Viktorov, B. Kelleher // Opt. Lett. – 2016. – Vol.41. – №5. – P. 1034-1037.
2. Kelleher B. Lasing state hysteresis in a two-state quantum dot laser via optical injection / B. Kelleher, D. Goulding, B. Tykalewicz, N. Fedorov, I. Dubinkin, S. P. Hegarty, G. Huyet, T. Erneux, E. A. Viktorov // Proc. SPIE – 2016. – Vol. 9742. – P. 97420D.
3. Kelleher B. Two-color bursting oscillations / B. Kelleher, B. Tykalewicz, D. Goulding, N. Fedorov, I. Dubinkin, T. Erneux, E. A. Viktorov // Scientific Reports. – 2017. – Vol.7. – P. 8414.
4. Kelleher B. Dual state antiphase excitability in optically injected quantum dot lasers / B. Kelleher, D. Goulding, B. Tykalewicz, N. Fedorov, I. Dubinkin, S. P. Hegarty, G. Huyet, T. Erneux, E. A. Viktorov // Semiconductor Lasers and Laser Dynamics VII. Proc. SPIE – Brussels, Belgium, 2016. – Vol. 9892. – P. 98920V.

5. Viktorov E. A. Injection-induced, tunable all-optical gating in a two-state quantum dot laser / I. Dubinkin, N. Fedorov, T. Erneux, B. Tykalewicz, S. P. Hegarty, G. Huyet, D. Goulding, and B. Kelleher // *Optics Letters*. – 2016. – Vol.41. – №15. – P. 3555-3558.

6. Viktorov E.A. Q-switch in injected quantum dot laser / T. Erneux, B. Tykalewicz, D. Goulding, S. P. Hegarty, G. Huyet, I. N. Dubinkin, N.A. Fedorov, B. Kelleher // *International Conference Laser Optics – 2016*. - 2016, P. R334.

7. Kelleher B. Slow passage to bursting effects in an optically injected laser / B. Tykalewicz, D. Goulding, N. Fedorov, I. Dubinkin, T. Erneux, E.A. Viktorov // *2017 European Conference on Lasers and Electro-Optics and European Quantum Electronics Conference – 2017*. P. EF_8_3.