

УТВЕРЖДАЮ

И. О. декана  
факультета ПМ-ПУ СПбГУ  
*(должность)*

  
*(подпись)* Бочкарёв Анатолий Олегович  
*(инициалы, фамилия)*

«18» февраля 2025

М.П.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет»

По итогам рассмотрения и обсуждения  
Диссертации Фоминых Александра Владимировича  
*(фирма соискателя ученой степени)*

представленной на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

*ученая степень*

по теме «Построение прямых методов решения негладких задач оптимального управления  
и некоторых типов дифференциальных включений»

*(тема диссертации)*

по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика  
*шифр и наименование научной специальности (научных специальностей)*

и выполненной в Федеральном государственном бюджетном образовательном  
учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет»,  
факультет ПМ-ПУ, кафедра Управления медико-биологическими системами, год  
представления 2025,

*наименование организации и год представления*

а также представленных соискателем научных публикаций, в которых излагаются  
основные научные результаты диссертации, принятые следующие решения, замечания и  
рекомендации:

**Представленная работа является актуальной.** Несмотря на богатый арсенал методов,  
накопленный за более чем 60-летнюю историю развития теории оптимального  
управления, большинство из них имеют дело с классическими системами, правые части  
которых являются непрерывно дифференцируемыми функциями своих аргументов.  
Существуют подходы, которые не накладывают условия гладкости на систему. Однако  
они обычно используют прямую дискретизацию или какой-то процесс ``сглаживания''; оба  
этих подхода приводят к потере части информации о ``поведении'' системы, а также к  
конечномерным задачам огромных размерностей. Актуальность рассмотрения в  
диссертации негладких систем обусловлена их способностью во многих случаях точнее и  
более полно описывать «поведение» объекта.

## **Научная новизна и основные результаты:**

Все основные научные результаты диссертации являются новыми.

В частности, за счёт новой технической идеи "разделения" переменных (фазовой траектории и её производной) преодолены принципиальные сложности, возникавшие ранее в научной школе В. Ф. Демьянова при работе с квазидифференциалами в функциональном пространстве, что позволило предложить новый численный метод решения негладких задач оптимального управления, а также получить условия минимума для таких задач в новой форме, более эффективной существующих с практической точки зрения. Отмечены преимущества построенного метода по сравнению с существующими. Также при работе с дифференциальными включениями использован аппарат опорных функций для сведения исходной задачи к вариационной, что является новым подходом при решении таких задач. Для работы с негладкими дифференциальными включениями используется сочетание данного подхода с подходом, описанным выше (с использованием "разделения" переменных, фазовой траектории и её производной), что позволило получить условия минимума для таких задач в новой удобной форме, и построить новый численный метод их решения. Отмечен ряд практических задач с (негладкими) дифференциальными включениями, когда указанный подход оказывается наиболее эффективным.

Впервые построена точная штрафная функция для дифференциальных включений со свободным правым концом с выпуклой компактной правой частью в случае непрерывности производной опорной функции множества из правой части дифференциального включения по фазовой переменной.

Кроме того, в классической (гладкой) задаче оптимального управления известные ранее условия экстремума соответствующей точной штрафной функции использованы для построения численного метода решения исходной задачи; новый подход заключается в нахождении сопряжённой переменной как решения некоторой вариационной задачи.

В "полунегладкой" задаче оптимального управления впервые применён подход сочетания параметризации управления и метода квазидифференциального или (модифицированного) кодифференциального спуска.

Также продемонстрировано применение нового вариационного подхода для задач со скользящими режимами. Построены некоторые функции управления с обратной связью, обеспечивающие возникновение скользящего режима, в новой (непрерывной) форме.

**Целью диссертации** является построение прямых методов решения негладких задач оптимального управления и некоторых типов дифференциальных включений. Настоящая работа продолжает исследование прямых "непрерывных" методов (как конечномерных так и бесконечномерных) негладкой оптимизации в вариационных задачах, развиваемых в научной школе В. Ф. Демьянова.

**Теоретическая значимость диссертации** состоит в том, что в ней, в частности, получены условия минимума в новой, более "удобной" по сравнению с известными ранее, форме, позволяющей более эффективно работать с объектами негладкой оптимизации, встречающимися при изучении исследуемых задач. Более конкретно, (приближённые) условия минимума в поточечной форме получены для: 1) задачи оптимального управления системой ОДУ с негладкой (а лишь квазидифференцируемой) правой частью, 2) задачи оптимального управления дифференциальным включением, опорная функция правой части которого может содержать сумму максимумов и минимумов конечного числа непрерывно дифференцируемых (по фазовым координатам) функций.

**Практическая значимость диссертации** состоит в том, что в ней, в частности, построены прямые методы решения негладкой задачи оптимального управления и некоторых типов дифференциальных включений. Более конкретно: 1) построен прямой метод решения задачи оптимального управления системой ОДУ с негладкой (а лишь квазидифференцируемой) правой частью, 2) построен прямой метод решения дифференциальных включений, опорная функция правой части которых может содержать сумму максимумов и минимумов конечного числа непрерывно дифференцируемых (по фазовым координатам) функций. Предложенные методы отработаны на большом количестве разнообразных примеров, многие из которых имеют реальные практические приложения.

**Достоверность результатов** обеспечена строгостью математических доказательств, методологией исследования, адекватностью работы методов при тестировании на примерах.

**Апробация** результатов подтверждена выступлениями автора на 15 международных и всероссийских конференциях, а также на семинарах различных научных групп.

**Публикации** автора диссертации насчитывают 29 работ, из которых 21 статей в журналах и 8 статей в сборниках материалов конференций. Все статьи в журналах индексируются базами Scopus и Web of Science.

Диссертационная работа А.В. Фоминых «Построение прямых методов решения негладких задач оптимального управления и некоторых типов дифференциальных включений» соответствует паспорту научной специальности 1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика», и рекомендуется к защите на соискание ученой степени доктора физико-математических наук.

Нарушения со стороны **Фоминых Александра Владимировича**  
ФИО соискателя

п. 11 Приказа СПбГУ от «19» ноября 2021 г. №11181/1  
не выявлены\_\_\_\_\_

и Приказа СПбГУ от 03.07.2023 № 9287/1  
не выявлены\_\_\_\_\_

Все основные выносимые на защиту научные материалы диссертации опубликованы в предложенных соискателем статьях.

**Коллектив сотрудников кафедры Управления медико-биологическими системами факультета Прикладной математики – Процессов управления Санкт-Петербургского государственного университета**

*наименование подразделения*

\_\_\_\_\_ рекомендовал \_\_\_\_\_

**диссертацию Фоминых Александра Владимировича**  
*фир соискателя*

**по теме «Построение прямых методов решения негладких задач оптимального управления и некоторых типов дифференциальных включений»**

*тема диссертации*

**к защите на соискание ученой степени**

**доктора физико-математических наук**

*ученая степень*

**по научной специальности 1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика»**

*шифр и наименование научной специальности (научных специальностей)*

При проведении голосования коллектива сотрудников подразделения (протокол заседания № 44/4/8-02-1 от 18.02.2025) в количестве 7 человек, участвовавших в заседании из 7 человек штатного состава, в голосовании приняло участие 6 человек:

Проголосовали «за» : 6,

«против»: 0,

«воздержались»: 0.

Подписал: профессор, зав. кафедрой <i>(должность)</i> кафедра Управления медико- биологическими системами факультета ПМ-ПУ СПбГУ <i>(наименование структурного подразделения)</i> доктор физико-математических наук <i>(ученая степень)</i> профессор <i>(ученое звание)</i>	 <i>(подпись)</i>	 18.02.2025 <i>Расшифровка подписи, дата</i>
---	--	--

Личную подпись  
**A.Y. Алексеичук**  
заверяю  
И.О. начальника отдела кадров №3  
И.И. Константинова  
18.02.2025

