

## **ОТЗЫВ**

**председателя диссертационного совета Ильина Владимира Борисовича  
на диссертацию Титова Владимира Борисовича на тему «Общая задача трех тел в  
пространстве форм», представленную на соискание ученой степени доктора физико-  
математических наук по научной специальности 1.3.1. Физика космоса, астрономия**

### **Актуальность выбранной темы**

Изучение тел Солнечной системы с помощью космических аппаратов хотя уже дало множество важнейших данных о различных объектах планетных систем, но тем не менее по-прежнему далеко от завершения. В той или иной степени, решение задачи 3-х тел присутствует в этих исследованиях так же, как и при рассмотрении других современных астрономических проблем, в которых ключевую роль играет теория движения небесных тел. Несмотря на давнюю историю, различные аспекты задачи 3-х тел по-прежнему остаются понятными в недостаточной степени. В связи с этим тема данной диссертационной работы, связанная с изучением задачи 3-х тел, очевидно, является актуальной и важной.

Следует добавить, что тот факт, что задача 3-х тел решается уже более 250 лет означает не то, что ее решение неактуально, а лишь то, что ее исследование крайне трудно (несмотря на простоту формулировки).

### **Содержание работы**

Диссертация состоит из Введения, 5 глав, Заключения, Списка литературы и Приложений. Введение имеет достаточно стандартную структуру и в числе прочего отмечает как основные особенности, так и подходы к решению задачи 3-х тел.

Глава 1 детально описывает пространство форм этой задачи. Данное пространство вводится посредством рассмотрения редукции по переносам и поворотам. Приводятся формулы перехода к его координатам, выводятся уравнения движения и первые интегралы. Рассматриваются геометрические свойства траекторий в этом пространстве, а также особые точки, включая эйлеровы и лагранжевы точки, что дает возможность получить движение с неизменяемой конфигурацией.

Глава 2 посвящена рассмотрению периодических движений в задаче 3-х тел. Применяя вариационный метод (минимизируя функционал действия), представляя решения уравнения движения в виде усеченных тригонометрических рядов и используя разные группы симметрий, находят новые периодические орбиты, которые проверяются

численным интегрированием. Приведены и проанализированы проекции этих орбит на сферу форм.

В Главе 3 рассматриваются области возможных движений в задаче 3-х тел. Используя осреднение по долготе главных тел, впервые получены поверхности минимальной скорости в ограниченной задаче 3-х тел и изучены свойства этих поверхностей (в качестве примера взята задача о Плуtone, Хароне и внешнем спутнике Плутона). В пространстве форм найдены области возможного движения в плоской задаче 3-х тел при различных значениях масс, рассмотрены некоторые свойства этих областей и проанализированы их топологические типы.

В Главе 4, используя известное преобразование Леметра, производится регуляризация пространства форм, необходимая для рассмотрения орбит с двойными соударениями (т.е. с особенностями). Выявлены и описаны свойства некоторых орбит в регуляризованном пространстве форм.

Глава 5 посвящена описанию результатов, полученных автором диссертации при изучении вырожденных орбит, важных в ряде практических случаев. Для вырожденных траекторий (при коллинеарных или равнобедренных конфигурациях тел) выведены уравнения движения, свободные от особенностей в регуляризованном пространстве форм. Рассмотрены свойства таких траекторий и приведены результаты их численного исследования.

Список литературы содержит как давние классические работы (что естественно при рассмотрении подобных очень старых задач), так и статьи последних лет и представляет собой хороший обзор литературы по развитию подходов к решению рассматриваемой задачи. Приложение А включает созданные автором модели для поиска периодических решений, записанные на языке AMPL. Приложение В приводит параметры найденных автором различных новых периодических траекторий в задаче 3-х тел.

### **Научная новизна**

В диссертации впервые широко использовано пространство форм при решении задач 3-х тел. Найдены новые неизменяемые конфигурации тел в данном пространстве. Впервые рассмотрены проекции найденных периодических орбит на сферу форм и проанализированы их свойства. Впервые определены области возможного движения в плоской задаче 3-х тел и построены области минимальной скорости в ограниченной задаче 3-х тел при осреднении по долготе. Впервые найдены вырожденные траектории в

регуляризованном пространстве форм для коллинеарных и равнобедренных конфигураций тел и рассмотрен хаотический аспект.

Следует отметить, что в подобных классических задачах новые результаты даются с большим трудом и обычно появляются крайне редко. Поэтому можно констатировать, что в данной работе получено сравнительно много новых результатов.

### **Достоверность результатов и выводов**

Достоверность полученных в данной работе результатов и сделанных на их основе выводов подтверждается прежде всего тем, что материалы диссертации были опубликованы в виде статей, которые прошли рецензирование в различных научных журналах. Кроме этого, полученные результаты представлялись и обсуждались на различных российских и международных астрономических конференциях. Достоверность результатов и выводов также основывается на хорошем обосновании выводов, их согласии как с результатами других авторов в частных случаях, так и с данными широко использованных в работе численных расчетов.

### **Научная и практическая значимость**

Полученные в данной работе результаты, развитые новые подходы и сделанные выводы имеют существенную значимость для дальнейших исследований в данной области астрономии. В отличие от большинства астрофизических диссертаций практическая значимость данной работы значительна, поскольку решаемая задача напрямую связана с потребностями космических исследований, которые по-прежнему крайне актуальны.

### **Замечания и комментарии к работе**

К диссертации нет замечаний принципиального характера, которые повлияли бы на ее общую высокую оценку. Тем не менее, при прочтении возникло несколько приведенных ниже комментариев:

- 1) Тезис «Очень похоже на роль задачи трех тел в математике» (стр. 4) уместно было бы заменить на более точный, включающий слова «... на роль задачи трех тел в астрономии».
- 2) Было бы желательно прокомментировать различие орбит на рис. 2.6 и 2.7 (стр. 47) – в первом случае в инерциальной системе два тела двигаются по одной траектории, во втором – нет, хотя в базовой системе, в которой ищутся минимизаторы, по определению эти два тела двигаются по одной орбите.

- 3) Возможно, что перечисленные на стр. 80–81 свойства следовало бы изложить более подробно (и, может быть, с выводом).
- 4) На стр. 96 сообщается, что «Методы глобальной регуляризации разрабатывались Биркгофом, Тиле, Леметром, Вальдфогелем, Хегги и другими». Возможно, что при этом стоило бы дать несколько ссылок на соответствующую литературу.

Диссертация написана ясным языком и ее текст очень хорошо проиллюстрирован, однако есть пара замечаний к оформлению. Во-первых, слишком много опечаток, связанных со знаками препинания (их отсутствие было особенно заметно после формул).

Во-вторых, в тексте оказалось некоторое количество и иных опечаток, например:

- 1) В формуле (1.5) на стр. 20 величина  $J$  должна быть обозначена как вектор, так же как величины  $Q_1$  и  $Q_2$  чуть ниже.
- 2) В последнем уравнении на стр. 32 знаменатель первого слагаемого правой части должен быть  $\rho^{1/2}$ .
- 3) В формуле (2.3) суммирование по  $k$ , а не по  $i$ ; в (2.6)  $k = m+1, \dots$ ; в последней формуле в п. 2.2.1 суммирование по  $j$ .
- 4) Фигура, упоминаемая на стр. 65 как «диск», на самом деле скорее «кольцо».
- 5) На стр. 85 и несколько раз ниже вместо  $5\sqrt{2}$ , очевидно, должно быть  $5/\sqrt{2}$ , а на стр. 104 в формуле (5.5) вместо  $\theta$  должно быть, наверное,  $\varphi$ .

Отмеченные опечатки, по-видимому, были внесены в текст в момент его оформления и не присутствуют ни в программах, ни в аналитических выкладках, поскольку опечатки слишком грубы. Как следствие, сделанные замечания ни умаляют достоинств данной диссертации, представляющей собой фундаментальный научный труд в классическом разделе небесной механики, тесно связанном с математикой.

## **Заключение**

Принимая во внимание вышеизложенное, считаю, что диссертация Титова Владимира Борисовича на тему: «Общая задача трех тел в пространстве форм» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Титов Владимир Борисович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по научной специальности 1.3.1. Физика космоса, астрономия. Нарушения пунктов 9 и 11 указанного Порядка в диссертации не обнаружены.

Председатель диссертационного совета  
доктор физико-математических наук, профессор,  
профессор кафедры астрофизики математико-механического факультета  
Санкт-Петербургского государственного университета  
Ильин Владимир Борисович



---

10 января 2025 г.