

О т з ы в

председателя диссертационного совета Сedaкова Артема Александровича на диссертацию Гао Цзинцзин на тему «Моменты влияния как стратегия в теоретико-игровых моделях динамики мнений в социальных группах», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.2.3. Теоретическая информатика, кибернетика

Актуальность темы исследования. Исследование динамики общественного мнения является важным и актуальным в условиях развития цифровых технологий и социальных сетей. Процессы коммуникации и обмена информацией приводят к формированию сложных систем взаимодействия как между отдельными участниками социальных сетей, так и между группами участников. Это, в свою очередь, оказывает значительное влияние на принятие решений в различных сферах — от политики до маркетинга.

Математическое моделирование подобных процессов позволяет не только лучше понять природу социальных взаимодействий, но и разработать эффективные стратегии управления общественным мнением в социальных сетях, что обладает несомненной практической ценностью при оптимизации маркетинговых стратегий, политических кампаний, предотвращении распространения ложной информации и решении других социально значимых задач. В то же время интерес представляют исследования небольших социальных сетей и групп, в которых влияние отдельных участников и выбор подходящего момента для воздействия могут значительно изменить общественное мнение, делая изучение таких объектов перспективным для решения практических задач.

Научная новизна. Научная новизна диссертации заключается в разработке и анализе новых математических моделей динамики мнений при наличии ограничений на поведение игроков-инфлюенсеров, которые позволяют оптимизировать стратегии управления мнениями в социальной группе. В диссертации впервые предложены модели, учитывающие выбор отдельных моментов времени для влияния на мнения участников небольшой социальной группы с целью минимизации издержек игроков за счет отказа от постоянного контроля текущих мнений внутри группы. Проанализированы три основных аспекта: а) включение терминальных мнений участников в функционал игрока; б) выбор множества моментов времени для включения в целевой функционал; в) учет дополнительных факторов, как, например, конкуренция игроков.

Степень достоверности. Приведенные в диссертации теоретические результаты математически обоснованы. Основные результаты опубликованы в журналах «Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления» и *Doklady Mathematics*, а также в периодической серии *Trends in Mathematics* (Springer). Результаты диссертации были представлены на специализированной Международной конференции «Теория игр и менеджмент» (2021, 2022) и семинарах кафедры математической теории игр и статистических решений Санкт-Петербургского государственного университета.

Теоретическая и практическая значимость работы. Теоретическая значимость диссертации заключается в развитии моделей динамики мнений при помощи инструментов теории оптимального управления и теории игр путем введения ограничений на поведение игроков в виде выбора моментов влияния на мнения участников социальной группы. Это позволяет более точно отражать реальные процессы. Практическая значимость диссертации

ции заключается в возможности использования теоретических результатов для управления мнением в социальных группах, что особенно полезно при проведении маркетинговых кампаний.

Содержание работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и приложения.

В первой главе изучаются схемы выбора моментов наблюдения мнения участников небольшой социальной группы — в конечный момент времени либо же в ограниченное количество заданных моментов времени. Для предложенных схем приводятся необходимые условия оптимальности в задаче оптимального управления мнениями.

Вторая глава посвящена изучению моделей динамики мнений в случае стратегического выбора игроком-инфлюенсером моментов влияния на мнения участников социальной группы. Здесь выделяются случаи, когда моменты влияния и моменты наблюдения за мнениями совпадают или же не пересекаются. Формулируются необходимые условия оптимальности.

В третьей главе отмеченные выше модели стратегического воздействия на мнения участников социальной группы исследуются с позиции теории динамических игр. Предполагается наличие двух игроков-инфлюенсеров, конкурирующих за мнения участников. Характеризуется равновесие по Нэшу.

Все теоретические результаты иллюстрируются на ряде численных экспериментов.

Приведу замечания.

1. Рассматриваемый класс стратегий явно указывается в разделах «Методы исследования», «Основные научные результаты», в доказательстве теоремы 3.3 и в приложении. Формально в диссертации не дается определение стратегии игрока.
2. Анализ оптимальных и равновесных по Нэшу стратегий игроков ограничивается классом программных стратегий. В некотором смысле это не согласуется с предположением о том, что игроки выбирают моменты наблюдения за мнениями участников социальной группы. Если игрок наблюдает за мнениями участников в определенный момент времени, почему он не может использовать стратегию управления, которая также зависит от наблюдаемых им мнений? В текущих предположениях наблюдение за мнениями влечет лишь соответствующие затраты игрока, но не «корректировку» его поведения.
3. При выборе текущего управляющего воздействия $u(t)$ игрок несет затраты $cu^2(t)$, при этом считается, что стратегическое наблюдение за мнениями в социальной группе не сопряжено с затратами наблюдения.
4. Почему рассматривается лишь социальные группы с двумя-тремя участниками? Почему допускается влияние только на одного участника? Встречаются ли подобные ситуации на практике?
5. В каждой главе диссертации теоремы доказываются по одной и той же схеме. Мне представляется, что для каждой главы стоило бы рассмотреть возможность сформулировать и доказать одну более общую теорему, из которой вытекали бы все приведенные в этой главе теоремы. Поясню.

При доказательстве теоремы 1.2 используется функционал (1.12). Использование заданных бинарных множителей в слагаемых $\delta^{t_j}((x_1(t_j) - s)^2 + (x_2(t_j) - s)^2)$, в том числе последнем $\delta^T((x_1(T) - s)^2 + (x_2(T) - s)^2)$, сделает теорему 1.1 следствием

из теоремы 1.2, а также позволит получить оптимальное поведение игрока даже когда он не наблюдает мнения в терминальный момент (конечно, есть предположение, что $t_k \leq T - 1$). Бинарные множители также можно было бы использовать и при слагаемых $\delta^i \text{си}^2(t)$, теснее связывая постановки этой главы и главы 2 (см. выражение (2.5)), где управление не обязательно выбирается в каждый момент времени.

Подобное справедливо также для глав 2 и 3, в которых теоремы 2.1–2.3 возможно получилось бы объединить одной общей теоремой (см. функционалы (2.5), (2.15) и (2.26)), как и теоремы 3.1–3.3 (см. функционалы (3.4)–(3.5), (3.15)–(3.16) и на стр. 94 ввиду отсутствия нумерации выражений).

6. Стр. 33: *Количество этих моментов равно k и оно фиксировано: $1 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_k \leq T - 1$, где $k < T$ известно, но неизвестно, какие периоды выбраны.* С другой стороны, в формулировке теоремы 1.2 указано, что *Моменты $1 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_k \leq T - 1$ заданы.*
7. Выражение (2.5) определяет функционал игрока, поэтому запись $\min_u$ здесь не требуется.
8. На рисунках при визуализации стратегий игроков и мнений участников социальной группы стоило бы отказаться от сглаживания кривых ввиду дискретного множества периодов.

В диссертации предложен ряд новых динамических моделей управления игроками-инфлюенсерами мнениями участников небольшой социальной группы (в том числе при наличии конкуренции за их мнения) и найдены оптимальные и равновесные по Нэшу стратегии управления. Полученные результаты имеют значение для развития математической теории динамики мнений.

Диссертация Гао Цзинцзин на тему: «Моменты влияния как стратегия в теоретико-игровых моделях динамики мнений в социальных группах» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Гао Цзинцзин заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.2.3. Теоретическая информатика, кибернетика. Нарушения пунктов 9 и 11 указанного Порядка в диссертации не обнаружены.

Председатель диссертационного совета

Доктор физико-математических наук, доцент,
профессор Кафедры математической теории игр
и статистических решений Санкт-Петербургского
государственного университета

09 апреля 2025 г.

 А.А. Седаков