

## ОТЗЫВ

**члена диссертационного совета Цыганова Андрея Владимировича на диссертацию Багмутова Александра Сергеевича на тему: «Спектральный анализ систем с взаимодействиями на множествах нулевой меры», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.3.3. Теоретическая физика.**

Представленная к защите диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук посвящена анализу операторов Лапласа с сингулярными взаимодействиями в квантово-механических системах в евклидовых пространствах малой размерности. Такие квантово-механические системы с сингулярными взаимодействиями в двух и трех измерениях возникают при математическом и компьютерном моделировании физических процессов различных наноматериалах. В работе представлен спектральный анализ операторов Лапласа и изучена зависимость различных спектральных характеристик от параметров системы. В данных моделях основной акцент делается на изучении связанных состояний, их энергии и непрерывного спектра, что является классической задачей квантовой механики не потерявшей своей актуальности до настоящего времени. Используемая автором методология исследований включает в себя как строгие аналитические вычисления, так и численные расчеты с использованием всех доступных современных компьютерных технологий, что способствует более полному описанию свойств систем.

Выбранные для апробации разработанных автором методов системы с двумя и тремя степенями свободы весьма интересны не только с математической, но и с физической точки зрения. В силу этого теоретическая и практическая значимость данной работы является существенной, так как в ней исследуются физические эффекты, проявляющиеся при переходе к нано-масштабам, такие как туннелирование и образование связанных состояний.

Диссертация Багмутова А.С. изложена на 126 страницах и состоит из введения, трех глав, заключения и списка цитируемой литературы.

Перейдем к обсуждению содержания диссертации.

Первая глава начинается с введения, в котором приведено обоснование актуальности выбранной темы диссертации, аргументирована научная новизна и практическая значимость результатов исследований, представлены выносимые на защиту научные положения. В обзоре литературы описаны основные этапы развития и важнейшие результаты, полученные в исследуемой научной области с начала её развития и до настоящего времени.

Далее в первой главе рассматривается задача о влиянии нерегулярного параметризованного граничного возмущения на системы с граничными условиями типа Неймана. Проведен анализ влияния эффективного изменения этих условий на энергозависящее условие Робена в пределе по значению параметра возмущения.

Эта задача имеет большой прикладной потенциал в области акустики, используемый автором математический аппарат интересен, изложение материала подробное и полное. Доказано, что в рамках известного метода исследований в новом контексте позволяет варьировать геометрию границ достаточно свободно. Полученные автором новые аналитические результаты не противоречат известным результатам и подтверждаются численными вычислениями и компьютерным моделированием.

Во второй главе внимание уделяется системам с потенциалом, локализованным на прямой в трехмерном Евклидовом пространстве и системы с потенциалом на двух параллельных прямых в двумерном Евклидовом пространстве. Задачи подобного типа весьма актуальны, так как практические применения этих моделей квантовых проводов экспериментально обоснованы. Основные результаты главы включают в себя анализ спектра операторов, в том числе доказательства теорем о границе непрерывного спектра и оценки количества точек дискретного спектра.

Методы, использованные для исследования этих двух на первый взгляд подобных задач, значительно различаются. Для изучения системы на плоскости предлагается использовать некоторое приближение для оценки связанного состояния и оценки свойств спектра. В трехмерном случае для строгого доказательства существования связанных состояний используется традиционная теория операторов. Стандартный математический аппарат, используемый в трехмерном случае, достаточно сложен, но конечный результат ожидаем: связанное состояние не исчезает при варьировании потенциала в ограниченной области.

Третья глава диссертации посвящена исследованию трехмерных квантовых систем с проводящими слоями. Автор рассматривает задачу о квантовой частице во внешнем электромагнитном поле, которая находится внутри двух проводящих слоев, соединенных отверстиями. Данная модель обобщается затем на случай нескольких частиц, и именно такая квантовая система моделирует вполне распространенную и доступную для воспроизведения в экспериментах физическую систему. Глава содержит только численное исследование, основанное на известных теоретических методах исследования подобных систем (метод Хартри-Фока). Основным новым результатом является исследование зависимости энергии связи от формы отверстий и других параметров модели. Также предложена некоторая классификация связанных состояний, которая напоминает классификацию орбиталей в различных моделях атомов.

Таким образом, можно сделать вполне обоснованное заключение о том, что все результаты, выносимые на защиту в диссертационной работе Багмутова А.С., являются новыми, хорошо соотносятся с известными результатами и, несомненно, будут использованы в дальнейшем в математическом и компьютерном моделировании различных квантово-механических систем в пространствах малой размерности.

Диссертация хорошо оформлена, а замечания по диссертации сводятся только к нескольким методическим моментам. Первое, не вся информация, приведенная во введении, является одинаково важной для понимания дальнейшего содержания диссертации и эту часть первой главы можно было существенно сократить.

Второе замечание связано с третьей главой и приведенной в ней классификацией. Метод Хартри-Фока является классическим и на его основе получено очень много классификаций различных свойств множества квантово-механических систем. Предлагать что-то новое в этой области без экспериментального обоснования не вполне разумно.

Высказанные выше замечания носят частный характер и не влияют на положительную оценку диссертационной работы. В целом, представленная диссертация представляет собой выполненную на высоком научном уровне законченную научно-квалификационную работу, выполненную на актуальную тему и содержащую решение задач, имеющих существенное значение для современной физики и математики. Результаты диссертационной работы прошли достаточную апробацию на научных конференциях и семинарах и своевременно опубликованы в ведущих рецензируемых научных журналах. При написании диссертации автор правильно и полно ссылается на источники заимствования материалов и отдельных результатов, приведённые в библиографическом списке.

Принимая во внимание актуальность темы диссертации, научную новизну и значимость полученных результатов, считаю, что:

Содержание диссертации Багмутова Александра Сергеевича на тему: «Спектральный анализ систем с взаимодействиями на множествах нулевой меры» соответствует научной специальности 1.3.3. Теоретическая физика.

Диссертация является научно-квалификационной работой, в которой содержится решение научной задачи, имеющей значение для развития соответствующей отрасли знаний, либо изложены новые научно обоснованные технические, технологические или иные решения и разработки, имеющие существенное значение для развития страны.

Нарушений пунктов 9, 11 Порядка присуждения Санкт-Петербургским государственным университетом ученой степени кандидата наук, ученой степени доктора наук соискателем ученой степени мною не установлено.

Диссертация соответствует критериям, которым должны отвечать диссертации на соискание ученой степени кандидата наук, установленным приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете» и рекомендована к защите в СПбГУ.

Член диссертационного совета Андрей Владимирович Цыганов,

доктор физико-математических наук, доцент, профессор.



Цыганов А. В.

Дата 27.01.2024