

## ОТЗЫВ

председателя диссертационного совета

на диссертацию Шарлая Артема Сергеевича на тему

«Поиск оптимальной по стоимости строительства траектории дороги на рельефе местности», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

**Актуальность темы исследования.** В работе ставится задача нахождения оптимальной траектории дороги, соединяющей две точки на плоскости. Несомненно, задача является актуальной, так как найдя оптимальное решение этой задачи, можно существенно сократить расходы на строительство дорог, бюджетные расходы государства и лиц, принимающих решения. В литературе описываются иные подходы к решению таких задач, а на практике применяются решения, «далекие» от оптимальных. В данной же работе делается попытка использовать математический аппарат теории оптимизации для решения поставленной задачи, при этом, выдвигаются ограничения, которые могут усложнять применение полученных автором результатов на практике.

**Содержание работы.** Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и приложения, включает 89 страниц в русскоязычной версии. Список литературы содержит 101 наименование. **Первая глава** включает вспомогательные сведения, известные результаты из области функционального анализа, линейной алгебры и вариационного исчисления. **Вторая глава** содержит описание постановки задачи, в также вывод необходимых условий оптимальности для поставленной задачи. Автор приводит вспомогательные утверждения для доказательства основного результата в этой главе. В **третьей главе** собраны приближенные методы решения поставленной задачи, включая метод, основанный на полиномиальной интерполяции, метод Ритца и метод Галеркина, приведен ряд численных примеров и сравнительный анализ методов. В **главе 4** описывается численный метод решения интегрально-дифференциального уравнения, которое является необходимым условием минимума для функционала стоимости. В этой же главе исследован вопрос единственности решения интегрально-дифференциального уравнения.

В приложении приведены программные реализации всех алгоритмов, используемых в диссертационной работе, они реализованы в MATLAB и Python.

**Научная новизна.** В диссертационной работе сформулирована задача о нахождении пути из одной точки в другую, минимизирующем функционал стоимости строительства дороги. В работе получено необходимое условие минимума, которое представляет собой интегрально-дифференциальное уравнение. При некоторых дополнительных условиях доказана единственность решения этого уравнения, исследован вопрос его существования с помощью принципа неподвижной точки Шаудера. Автор предлагает несколько способов нахождения приближенного решения этого уравнения, причем, наряду с известными методами, им были предложены оригинальные методы. Они позволяют получать решение в виде алгебраического или тригонометрического полинома, а также построен численный метод решения уравнения, использующий идеи линеаризации, метода пристрелки, а также метода конечных разностей. Все представленные в работе алгоритмы были реализованы в виде программного кода.

**Теоретическая и практическая значимость.** Часть результатов, полученных автором, имеет теоретическую значимость. Она заключается в необходимых условиях задачи оптимального строительства дороги, исследовании методов ее решения, новом численном методе нахождения решения интегрально-дифференциального уравнения. Практическую значимость имеют разработанные программы, реализующие новые методы решения задачи строительства дороги, оптимальной по стоимости. Программы, написанные автором, могут быть адаптированы для решения подобных задач оптимизации.

**Степень обоснованности научных положений.** Достоверность полученных научных результатов обусловлена строгим доказательством всех сформулированных математических утверждений. Результаты работы Шарлая А.С. были доложены на нескольких научных конференциях. Исследование было поддержано грантом РФФИ. Основные результаты диссертации опубликованы в трех статьях из списка научных изданий, рекомендованных ВАК, и нескольких тезисах конференций.

**Замечания к диссертационной работе.** Повествование в работе последовательное, все имеющиеся в диссертации утверждения четко сформулированы и доказаны. К работе имеются следующие вопросы и замечания:

1. В основе математической модели, представленная в работе, лежит функционал стоимости строительства дороги вида (2.1). Хотелось бы видеть в работе обоснование выбора функционала в таком виде, а также обсуждение, использовался ли подобный функционал при решении подобных задач, есть ли новизна в такой формулировке задачи.
2. В работе делается несколько существенных предположений на стр. 17-18, в том числе на  $y(x)$  в виде условия дважды непрерывной дифференцируемости и граничных условий. Но понятно, что при строительстве дороги на практике необходимо учитывать ограничения в виде рек, озер, охраняемых природных территории, где нельзя прокладывать дорогу, и т.п. Что можно говорить о применимости результатов на практике, если появятся такие ограничения?
3. В качестве решения задачи минимизации функционала (2.1) при заданных граничных условиях рассматривается решения уравнения (2.4), которое представляет собой необходимое условие, но не достаточное. Можно ли получить достаточное условие? Этот вопрос остался неисследованным в работе.
4. Главы 3 и 4 посвящены нахождению приближенного и численного решения уравнения (2.4). В работе не обсуждается сложность нахождения точного решения уравнения. Делались ли автором попытки найти точное решение этого уравнения?
5. В методе, основанном на полиномиальной интерполяции, описанном в разделе 3.1, используется равномерная сетка с заданным количеством узлов. В примере 3.1.1 выбирается 26 узлов. Почему выбрано это число? Есть ли какие-то рекомендации, как его выбирать, от чего зависит этот выбор?
6. Наибольший интерес из предложенных методов решения уравнения (2.4) представляет метод пристрелки для поиска оптимальной траектории (см. раздел 4.1).

- В чем заключается вклад автора при адаптации данного метода к решению поставленной задачи?
7. В работе ничего не говорится о вычислительной сложности предложенного в разделе 4.1 численного метода решения уравнения (2.4) или (3.1). Неплохо было бы в работе сравнить ее с вычислительной сложностью известных методов Рунге и Галеркина.
  8. Вопрос существования и единственности решения уравнения (2.4) или (3.1) исследуется в главе 4, хотя логичнее было бы пометить эти теоретические результаты в главу 2 после теоремы 2.2.1.
  9. Как мне кажется, положения, выносимые на защиту, приведенные на стр. 10-11 диссертации, сформулированы нечетко. Например, формулировка «Сформулировано и доказано необходимое условие минимума построенного функционала, учитывающее его специфику» звучит странно, поскольку очевидно, что необходимое условие минимума сформулировано для конкретного функционала и естественно, оно учитывает его «специфику». Положение «Сформулированы и доказаны теоремы существования и единственности полученного интегро-дифференциального уравнения» не уточняет, о каком уравнении идет речь.
  10. В работе имеется большое число опечаток.

Указанные замечания не снижают значимость полученных в данной диссертационной работе результатов. Работа содержит новую математическую постановку, которая имеет потенциал для решения практической задачи выбора траектории дороги при строительстве. Автор диссертационного исследования предлагает обоснованные с теоретической точки зрения методы решения задачи, а также методы нахождения ее приближенного решения. Все методы реализованы в виде программ на MATLAB и Python, протестированы на примерах. Шарлай А.С. имеет достаточное число публикаций по теме исследования. Результаты работы были доложены на нескольких научных конференциях. Содержание диссертации соответствует специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

**Заключение.** Диссертация Шарлая Артема Сергеевича на тему: «Поиск оптимальной по стоимости строительства траектории дороги на рельефе местности» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 №11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Шарлай Артем Сергеевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Нарушения пунктов 9 и 11 указанного Порядка в диссертации не установлены.

Председатель диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук, доцент,  
профессор Кафедры математической теории игр  
и статистических решений,  
Санкт-Петербургский государственный университет

Е.М. Парилина  
27.11.2024