

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета Матрасулова Давронбека Уруновича на диссертацию Багмутова Александра Сергеевича на тему: «Спектральный анализ систем с взаимодействиями на множествах нулевой меры», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.3.3. Теоретическая физика.

Данная диссертация посвящена проведению спектрального анализа операторов Лапласа, описывающих квантово-механические системы с сингулярными взаимодействиями. В работе делается важный вклад в понимание сложных математических моделей, предназначенных для описания систем с взаимодействиями на множествах нулевой меры.

Автор берет под рассмотрение квантово-механические системы с сингулярными взаимодействиями в двух и трех измерениях, исследуя стационарное уравнение Шредингера. Таким образом объектом исследования являются собственные волновые функции квантовой системы, которые дают представление о том в каких состояниях и при каких энергиях система может находиться, опуская рассмотрение эволюции этих состояний во времени. Причем системы, рассмотренные здесь содержат потенциал, локализованный на множестве нулевого объема/площади или сводятся к смежным задачам. Проводится спектральный анализ операторов Шредингера. Основное внимание уделяется связанным состояниям, их энергиям и положению непрерывного спектра, что является важнейшим аспектом квантовых систем. Геометрия систем значительно варьируется от задачи к задаче, и всегда носит абстрактный характер, что увеличивает ценность работы как теоретического материала и порождает широкий спектр приложений.

Каждая глава диссертации содержит ряд смежных задач с аналогичными подходами к решению, и требует отдельных комментариев. Стоит отметить, что каждой новой главе сопутствует соответствующая ей публикация, многие статьи произведены в коллаборации соискателя с другими учеными, и в значительной доле статей диссертант указан как единственный или основной автор статьи.

Первая глава сфокусирована на проблеме так называемых гофрированных границ (corrugated boundaries, термин не имеет широкого применения в русскоязычных источниках). Здесь имеется в виду некое нерегулярное граничное возмущение геометрии системы, которое имеет определенный вид: оно заключается в создании на границе множества малых отверстий, через которые изначальная область соединяется с небольшими прямоугольными доменами (резонаторами Гельмгольца). Основной тезис здесь следующий: если изначально придать такой системе граничные условия Неймана (производная волновой функции на границе ноль), а затем количество отверстий с комнатами увеличивать (уменьшая их размеры), то мы будем приближаться к другому граничному условию, которое имеет более сложный вид и эффект которого на налетающую квантовую частицу зависит от энергии этой

33-06-136 от 06.02.2024

частицы. Этот эффект, конечно, определяется относительными размерами присоединённых прямоугольников. На эту тему существуют основательные исследования, описанные во введении к главе, которые смотрят на разные формы возмущений и последствия для финального условия тех или иных геометрических характеристик возмущения, и для того, чтобы возмущение оказывало эффект при уменьшении площади добавок, нужно прибегать к разным ухищрениям. В диссертации предлагается следующий метод, длина прямоугольников оставляется неизменной, эффективно превращая резонаторы в одномерные домены и именно эта длина определяет характер резонанса модифицированной границы. Задача интересная, математический аппарат представляет интерес, метод точечных отверстий позволяет свободно рассматривать широкий круг подобных задач, а вариативность геометрии системы позволяет применять подход в большом количестве случаев.

Далее, во второй части предлагается другое применение результатов - не как возмущения границы, но как барьер или мембрана в некоем волноводе. Эффект получается аналогичный, в зависимости от энергии налетающей частицы, барьер воздействует на нее по-разному и контролируется это длиной присоединенных прямоугольников (шириной барьера). Здесь, в отличие от предыдущего случая, результат довольно замысловатый и степень контроля над эффектом, через вариацию всего одного параметра, небольшая. Интересно было бы проварьировать еще какие-нибудь параметры барьера, чтобы увеличить степень контроля над результатом.

Во второй главе, посвященной системам с одномерным локализованным потенциалом, фокус делается на анализе спектра соответствующих операторов и существовании связанных состояний. Обобщающей особенностью двух представленных задач является локализованная вариация интенсивности потенциала, что приводит к появлению связанных состояний вокруг этой ограниченной области. Основные результаты главы включают в себя доказательства теорем о границах непрерывного спектра и оценки количества точек дискретного спектра.

Первая система содержит две параллельные прямые на плоскости и основной метод доказательства существования дискретного спектра, это известный метод пробных функций. Сначала создается пробная функция, доказывающая существование точек спектра ниже границы непрерывного, а затем эта функция используется чтобы сделать некоторые выводы об изменении устойчивости связанного состояния при отдалении локализованных вариаций. Поскольку тестовая функция все-таки не является законной волновой функцией, здесь не хватает оценки точности подобного приближения.

Во второй задаче, где рассматривается дельта-потенциал с локальной вариацией в трехмерном пространстве, математический аппарат становится более сложным, и необходимо использовать теорию линейных операторов для строгого анализа. В

данном случае, успешно доказано существование связанных состояний при любой ненулевой вариации потенциала, что, несомненно, представляет интерес с точки зрения фундаментальных аспектов квантовой механики.

Третья глава, посвященная трехмерным квантовым системам с проводящими слоями в пространстве R^3 , представляет собой численное исследование, ориентированное на системы с частицами, заключенными между двумя проводящими слоями, соединенными отверстиями, под воздействием внешнего электрического поля. Глава также рассматривает случай нескольких частиц в этой конфигурации. Для некоторых расчетов использован теоретический метод приближенного решения многочастичного уравнения Шредингера - метод Хартри-Фока.

Основным результатом главы является исследование зависимости энергии связи от формы отверстий и других параметров. Важным дополнением к численному анализу представляется предложенная классификация связанных состояний. В данном контексте, дополнительные аргументы и примеры применения данной классификации в практических задачах могли бы сделать результаты более убедительными и придать им большую практическую ценность.

Теоретическая и практическая значимость работы подчеркивается изучаемыми физическими эффектами, проявляющимися при переходе к нано-масштабам, такими как туннелирование и образование связанных состояний. Эти эффекты не только представляют интерес для фундаментальной физики, но и обладают значительным потенциалом для применений в области микроэлектроники и нанотехнологий. Также, практическая значимость результатов работы подчеркивается успешной апробацией на международных конференциях и публикациях в научных журналах. Приведу возникшие замечания:

В задаче с барьером применимость метода для достижения практических целей значительно ограничена сложностью полученного граничного условия, при том что для вариации доступен только один параметр возмущения.

В задаче с двумя прямыми делаются выводы на основании поведения пробной функции при отдалении неоднородных участков потенциалов, здесь не хватает оценки точности такого приближения.

С учетом всего вышесказанного полагаю:

Содержание диссертации Багмутова Александра Сергеевича на тему: «Спектральный анализ систем с взаимодействиями на множествах нулевой меры» соответствует научной специальности 1.3.3. Теоретическая физика.

Диссертация является научно-квалификационной работой, в которой содержится решение научной задачи, имеющей значение для развития соответствующей отрасли

знаний, либо изложены новые научно обоснованные технические, технологические или иные решения и разработки, имеющие существенное значение для развития страны.

Нарушений пунктов 9, 11 Порядка присуждения Санкт-Петербургским государственным университетом ученой степени кандидата наук, ученой степени доктора наук соискателем ученой степени мною не установлено.

Диссертация соответствует критериям, которым должны отвечать диссертации на соискание ученой степени кандидата наук, установленным приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете» и рекомендована к защите в СПбГУ.

Член диссертационного совета Давронбек Урунович Матрасулов,
доктор физико-математических наук, профессор.



Матрасулов Д. У.

Дата: 05.02.2024