

## ОТЗЫВ

члена диссертационного совета  
на диссертацию Ндиайе Серинь Моду  
на тему «Математическое и теоретико-игровое моделирование  
распространения малярии при отсутствии и наличии вакцинации»,  
представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
1.2.3. Теоретическая информатика, кибернетика

В связи с возникновением эпидемии Covid-19, в последние годы большой интерес исследователей всего мира вызывают модели распространения заболеваний и способы предотвращения эпидемий. Моделирование распространения инфекционных заболеваний, передаваемых насекомыми, таких как малярия, лихорадка Денге и многих других, не теряло своей **актуальности** на протяжении последних десятилетий, поскольку эффективной вакцины против этих заболеваний до сих пор не существует. Актуальность данного направления подтверждается большим числом публикаций в ведущих международных журналах по данной тематике. С математической точки зрения заболевания, одновременно распространяющиеся в нескольких популяциях (человека и насекомого) особенно интересны. Рост числа зараженных малярией комаров влечет рост заболевших в человеческой популяции, и эту взаимосвязь удается учитывать в построенных автором математических моделях. Возможность вакцинации населения также учитывается в моделях, численное моделирование, проведенное в работе, демонстрирует применимость результатов на практике при планировании противоэпидемиологических процедур.

Работа имеет следующую **структуру**. Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения, списка литературы и трех приложений, включает 155 страниц в версии на русском языке. Список литературы содержит 87 наименований. Приведу краткое содержание работы. В первой главе предложено две модели распространения малярии в популяции человека (с вакцинацией и без вакцинации), заданные системами дифференциальных уравнений. В первой главе не рассматриваются уравнения, описывающие динамику популяции комара, а уровень заражения малярией в человеческой популяции учитывается в виде параметра модели, не меняющегося во времени. Во второй главе предлагаются две модели распространения малярии в популяциях человека и комара одновременно (с вакцинацией и без нее). Модели второй главы значительно сложнее для анализа по сравнению с моделями первой главы. В первых двух главах проводится схожий анализ устойчивости некоторых

точек равновесия, определяется базовое репродуктивное число для каждой из моделей, проводится численное моделирование распространения малярии при различных параметрах моделей. В третьей главе автором предлагаются две эпидемиологические модели, которые верифицируются на статистических данных заболеваемости малярией в Сенегале в последние годы. В этой главе строятся прогнозы, проводится сравнительный анализ моделей с точки зрения их адекватности применения на практике. Четвертая глава содержит описание теоретико-игровой модели взаимодействия производителей вакцин, которая основана на динамической модели конкуренции Курно с учетом специального дифференциального уравнения, описывающего изменение цены на рынке с учетом эффекта памяти. В этой главе автор моделирует все возможные сценарии кооперации для случая трех фирм и находит их прибыли при каждом сценарии, сравнивает их, чтобы определить устойчивый сценарий кооперации, отклоняться от которого не будет ни одна из фирм. Согласно полученным результатам, полная кооперация является устойчивым сценарием.

**Научная новизна** диссертационной работы заключается в комплексе представленных математически моделей, описывающих распространение малярии в обществе. В первых двух главах представлено несколько новых моделей эпидемии малярии, основанных на построении систем дифференциальных уравнений, характеризующих изменение численности субпопуляций во времени. В каждой из представленных моделей имеется своя особенность, что обеспечивает **новизну теоретических результатов**, полученных при их анализе. К новым результатам также относится балансовая модель эпидемии малярии на основе процентного прироста, примененная к ежегодным статистическим данным. Изначально такая модель применялась к ежедневным или еженедельным данным, но была адаптирована в данной работе к данным, собранным по годам.

**Теоретическая и практическая значимость.** Представленные в работе модели и результаты, полученные при их анализе, имеют **теоретическую значимость** в области математического моделирования эпидемий и теоретико-игрового моделирования различных сценариев кооперации на рынке производителей товаров и услуг. Диссертационная работа имеет **несомненную практическую значимость**, которая заключается в возможности применения моделей на практике для разработки методов предотвращения эпидемий. В третьей главе представлены две математические модели, которые применены для моделирования эпидемии малярии в Сенегале с учетом имеющихся статистических данных. Особенностью данных была их периодичность, они ежегодные, но несмотря на такую особенность, прогнозирование по предложенным моделям показало неплохие результаты.

**Степень обоснованности научных положений.** Достоверность полученных научных результатов обусловлена строгим доказательством всех сформулированных математических утверждений. Результаты работы Ндиайе Серинь Моду были доложены на нескольких российских и международных конференциях. Основные результаты работы на настоящий момент опубликованы в четырех статьях, три из которых - в журналах из списка ВАК, две статьи проиндексированы в Scopus.

**Замечания к диссертационной работе.** Работа производит положительное впечатление, она имеет четкую и понятную структуру, все постановки задач аккуратно описаны, теоретические результаты оформлены в виде теорем и утверждений. Численное моделирование хорошо описано, продемонстрировано на графиках и в виде таблиц, полученные выводы четко сформулированы. К работе имеются следующие вопросы и замечания:

1. В первой главе динамика популяции комаров не учитывается, а воздействие комара на человеческую популяцию рассматривается через один параметр, который не меняется во времени. Понятно, что это принимается для упрощения модели, но хотелось бы получить комментарии автора, какие значения этот параметр принимает на практике и как получить его оценку по имеющимся статистическим данным.
2. При описании переменных и параметров модели на стр. 56-57, также, как и в первой главе, не указываются единицы их измерения, что затрудняет применение моделей на практике.
3. На стр. 108 написано, что при построении прогнозов с помощью балансовой модели использовалось число  $\theta=2$ , которое называется в работе характеристикой динамического баланса эпидемиологического процесса. Какой смысл имеет этот параметр? Из каких соображений выбрано такое значение этого параметра? Есть ли какие-то рекомендации по выбору его значений?
4. В четвертой главе рассматриваются различные сценарии кооперации и конкуренции компаний, производящих вакцину, описанные дифференциальной игрой. Почему делается предположение о нетрансферабельности выигрышей игроков? Кажется, что при заключении соглашений компании могут перераспределять доходы или заказы, чтобы сделать кооперацию выгодной для всех ее участников.

Указанные замечания не оказывают негативного влияния на общее положительное впечатление от диссертации. Работа содержит новые математические модели в области математического и теоретико-игрового

моделирования эпидемиологических процессов, полученные теоретические и практические результаты показывают высокую квалификацию автора. Кроме того, Ндиайе Серинь Моду имеет достаточное количество журнальных публикаций по теме исследования в российских научных изданиях, включенных в перечень ВАК. Результаты работы были доложены на семинарах кафедры математической теории игр и статистических решений, на российских и международных научных конференциях. Содержание диссертации соответствует специальности 1.2.3. Теоретическая информатика, кибернетика.

**Заключение.** Диссертация Ндиайе Серинь Моду на тему: «Математическое и теоретико-игровое моделирование распространения малярии при отсутствии и наличии вакцинации» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 №11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Ндиайе Серинь Моду заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.3. Теоретическая информатика, кибернетика. Нарушения пунктов 9 и 11 указанного Порядка в диссертации не установлены.

Член диссертационного совета,  
доктор технических наук, профессор,  
профессор Кафедры математической теории игр  
и статистических решений,  
Санкт-Петербургский государственный университет



В.М. Буре  
09.01.2024