

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

НА ПРАВАХ РУКОПИСИ

Волков Григорий Александрович

**ИНКУБАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРЕДЕЛЬНЫХ
СОСТОЯНИЙ СПЛОШНЫХ СРЕД**

НАУЧНАЯ СПЕЦИАЛЬНОСТЬ

1.1.8. МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

ДИССЕРТАЦИЯ НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ

ДОКТОРА ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

НАУЧНЫЙ КОНСУЛЬТАНТ

ЧЛ.-КОРР. РАН,

Д-Р. ФИЗ.-МАТ. НАУК., ПРОФЕССОР

ПЕТРОВ ЮРИЙ ВИКТОРОВИЧ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ 2024

Оглавление

Введение.....	4
Глава 1 Скоростные особенности разрушения сплошных сред.....	35
1.1 Метод знаковозмущенных сумм для оценки параметров прочности материала в рамках структурно временного подхода.....	35
1.2 Нагружение с постоянной скоростью деформации	38
1.3 Применение SPS-метода в задачах разрушения хрупких тел при высокоскоростном воздействии	54
1.4 Выводы к главе 1.....	61
Глава 2 Динамическое разрушение жидких сред	63
2.1 Критерий инкубационного времени для предсказания акустической кавитации	63
2.2 Импульсная кавитация	66
2.3 Ультразвуковая кавитация	72
2.4 Зависимость порога кавитации от температуры и фонового давления	77
2.5 Влияние ультразвука на условия фазового равновесия.....	83
2.6 Анализ энергоёмкости процесса схлопывания кавитационных пузырьков.....	86
2.7 Выводы к главе 2.....	91
Глава 3 Особенности энергоёмкости процесса разрушения сплошных сред при высокоскоростном нагружении	92

3.1 Оптимизация энергозатрат при разрушении, вызванном контактным взаимодействием жесткого ударника об упругое полупространство.....	92
3.2 Особенности динамического нагружения ударного типа. Сверхзвуковое и дозвуковое взаимодействие.....	108
3.3 Оптимизация энергозатрат при технологии вибрационной обработки материалов	120
3.4 Выводы к главе 3.....	129
Глава 4 Конкуренция микроструктурных механизмов неупругого деформирования сплошных сред	131
4.1 Оценка параметров прочности материалов по данным динамических испытаний.....	131
4.2 Скоростная чувствительность режима разрушения бетона	144
4.3 Выводы к главе 4.....	152
Глава 5 Механическая интерпретация параметров критерия инкубационного времени	153
5.1 Сравнение критериев разрушения с критерием инкубационного времени.....	153
5.2 Скоростная чувствительность механизмов пластической деформации.....	163
5.3 Вводы к главе 5	174
Заключение	175
Литература	178

Введение

Вопросы и задачи, связанные с определением условий возникновения переходных процессов в сплошных средах, таких как, разрушение или смена агрегатного состояния, являются одними из наиболее распространённых и важных проблем в механике разрушения. Для равновесных процессов, в случае медленного изменения внешних условий, существуют традиционные теоретические подходы и методы расчёта, позволяющие находить критические значения параметров задачи, которые определяют процесс разрушения. Однако, когда на сплошную среду происходит воздействие ударного типа, наблюдаются явления, не вписывающиеся в рамки традиционных равновесных подходов. Таким образом, разработка новых методов, позволяющих предсказывать предельные характеристики внешнего высокоскоростного воздействия, которое будет инициировать переходные процессы является важной фундаментальной задачей механики сплошных сред.

Одна из наиболее практически важных задач такого рода является задача прогнозирования разрушения хрупкой сплошной среды при ударном высокоскоростном воздействии. Например, хрупкие материалы, такие как, бетон, цемент или различные виды горных пород, широко применяются во области строительства. При этом, проектируемые сооружения могут подвергаться не только статическим, но и динамическим воздействиям, таким как взрывы, землетрясения, технологические вибрации, а также различные нагрузки ударного типа. Поэтому прочность материалов при интенсивном динамическом нагружении остается одной из важнейших задач современной научной и инженерной практики. Экспериментальные исследования показывают, что прочностные характеристики зависят от истории нагружения [1, 2, 3, 4]. Например, увеличение скорости деформации

материала приводит к росту уровня напряжений в момент разрушения [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]. Это явление в механике разрушения обычно называют скоростной чувствительностью динамической прочности.

Для того, чтобы описать эту особенность динамического процесса разрушения было разработано не так много аналитических и экспериментальных подходов. В первых работах исследователи пытались определить зависимость прочности от скорости деформации в виде некоторой степенной зависимости [13, 14]. Однако, при таком способе неявно предполагается, что зависимость такого вида является свойством материала, и её коэффициенты являются параметрами прочности для исследуемого материала. Поэтому при таком подходе, оказывается невозможным предсказать условия разрушения материала при произвольной внешней нагрузке, а следовательно, он не может быть принят в качестве общего решения такого рода задач. В это же время Ф. Тулер и Б. Батчер предложили один из первых феноменологических подходов, учитывающих длительность и амплитуду импульса нагрузки. Критерий Тулера-Батчера содержит две материальные константы, значения которых они оценили путем некоторой подгонки теоретической кривой к экспериментальным данным [15]. Основным недостатком критерия Тулера-Батчера (ТБ) является отсутствие даже воображаемой экспериментальной схемы, позволяющей измерить значения модельных параметров. Однако, Д. Грейди и Дж. Липкину удалось, используя ТБ-критерий для случая жесткого нагружения с постоянной скоростью деформации, получить, что динамическая прочность алюминия пропорциональна корню кубическому от скорости деформации [13].

К чисто аппроксимирующим методам можно отнести FIB модель, которая была разработана в рамках специального стандарта для определения динамической прочности бетонов. Эту модель можно рассматривать, как билинейную аппроксимацию статической и динамической ветвей кривой

скоростной чувствительности прочности материала в полулогарифмических координатах. Таким образом, можно полагать, что этот способ предсказания динамической прочности является по большей части чисто инженерным подходом, в котором никак не учитываются особенности процесса разрушения. Однако, существуют исследования, показывающие, что прочностные характеристики современных высокопрочных бетонов не удается описать в рамках критерия FIB. В связи с этим разными исследователями предлагаются собственные модификации критерия динамической прочности по аналогии с FIB, например, Ж. Тедеско и К. Росс [16], Грот и др. [17], К. Ли и Х. Менг [18, 19], Zhou и Нао [20], Нао Y. и Нао H. [21, 22, 23] и другие [24, 25, 26].

Такие модифицированные критерии по большому счёту также являются простой аппроксимацией экспериментально наблюдаемой кривой скоростной зависимости прочности. Обычно при определении прочностных свойств для какого-то конкретного материала в критериях такого рода ещё требуется небольшая корректировка коэффициентов, что делает критерий уникальным для рассматриваемого материала.

Также стоит отметить ряд методов исследования проблемы динамической прочности хрупких материалов, которые основаны на анализе микроструктуры материала. Для прогнозирования разрушения на макроуровне рассматриваются существующие в материале микродефекты, анализируется их рост и последующее распространение в результате действия ударной нагрузки [27, 28, 29, 30]. Такого рода подходы широко используются при численном моделировании разрушения хрупких и квазихрупких материалов, подвергающихся высокой скорости деформации. Однако, их использование для прогнозирования динамической прочности реальных материалов затруднено, так как для этого требуется определить значения большого количества структурных параметров среды, например, таких как

размеры и пространственное распределение начальных дефектов. Другая сложность заключается также в том, что такие микроструктурные модели моделируют сложный физический процесс, такой, как разрушение сразу на микро и макро уровнях. Все эти обстоятельства значительно затрудняют их использование в реальной инженерной практике при аналитическом и даже при численном моделировании.

Отдельно стоит отметить модель, разработанную Д. Кимберли, Б. Паливолом и К. Рэмешем, которые предложили полуаналитическую схему для расчета динамической динамической прочности хрупких материалов с учетом начального распределения дефектов [31, 32]. Проведенный ими позднее численный анализ, в котором прогнозировался предельный уровень напряжений для произвольных комбинаций возможных значений параметров задачи позволил выявить некоторое универсальное нормировочное соотношение, описывающее скоростную зависимости прочности для широкого круга хрупких твердых тел. Позже этот подход был применен А. Тонгом и К. Рэмешем [30] при разработке модели, описывающей взаимодействия дефектов на разных масштабах при высокоскоростном хрупком разрушении материала. Однако, значения таких микропараметров, как средняя плотность дефектов, размер пор, невозможно измерить на стандартном оборудовании в обычной механической лаборатории. Это обстоятельство значительно затрудняет применение этого подхода в инженерной практике для реальных материалов. К похожим методам прогнозирования разрушения можно отнести подход, основанный на DFH (Denoual, Forquin and Hild) модели, которая была разработана для описания физических процессов, возникающих при динамической фрагментации хрупких анизотропных сред [33, 34]. Было показано, как в рамках методики можно промоделировать динамические испытания керамических материалов на растяжение при ударном сжатии [35]. Однако, также как и для всех

микроструктурных моделей, применение этого подхода на практике вызывает затруднение из-за наличия микроструктурных параметров, таких как эффективный объем, коэффициент скорости трещины или параметр формы, значения которых невозможно измерить в рамках независимых испытаний. Помимо этого динамические испытания на растяжение при ударном сжатии также могут быть смоделированы с помощью модели PRM (Pontiroli, Rouquand и Mazars) [36, 37], которая основана на описании роста дефектов в среде, что позволяет ей различать влияние растягивающей и сжимающей нагрузки при статических испытаниях. Использование этой модели в случае высокоскоростного нагружения осуществляется путем введения некоторого динамического коэффициента, вычисляемого с помощью эмпирической формулы, в которой в качестве свойства материала предполагается экспоненциальный рост уровня критических напряжений от скорости деформации [38]. В численных схемах обычно используются модели Джонсона-Холмквиста (JH) [39, 40, 41, 42] или Sandia GeoModel [43, 44], которые также содержат относительно большое число параметров, описывающих реакцию системы на различные виды внешних воздействий. Значения модельных параметров определяются путем сравнения результатов моделирования с экспериментально измеренными значениями.

Анализ перечисленных ранее методов, связанных с предсказанием динамической прочности материалов, позволяет условно разделить на две группы. К первой можно отнести подходы, в которых скоростная зависимость прочности просто аппроксимируется в виде, например, степенной или экспоненциальной зависимости, и воспринимается, как свойство материала. В некотором смысле такие подходы являются обобщением традиционных статических методов предсказания прочности, поскольку в них неявно подразумевается мгновенное разрушение среды по достижении некоторого критического уровня напряжений. Общим недостатком таких методов

является то, что вид аппроксимирующей функции для конкретного материала заранее неизвестен, что в свою очередь делает сложным определение значений её коэффициентов.

Вторая группа методов основана на моделировании процесса разрушения на микроструктурном уровне. Такие модели обычно достаточно сложны в применении на практике, так как помимо их общей сложности, требуется заранее знать значения параметров структуры материала, измерение которых само по себе является достаточно сложной научной задачей. Однако, стоит отметить, что в некоторых случаях, таких как, например, с моделью Паливола-Рэмеша, на основе микроструктурного анализа, получается определить значения макропараметров среды, определяющих её скоростную зависимость прочности. Однако, помимо того, что значения этих макропараметров сложно вычислить, так ещё и скоростная зависимость, вычисленная для полученных значений, может плохо соответствовать данным реальных динамических испытаний. Это обстоятельство вынуждает вносить в полученную модель различные поправки, из-за чего она, теряя свою универсальность, становится больше похожей на аппроксимирующую зависимость.

Учитывая вышесказанное, можно отметить следующие недостатки для большинства из перечисленных подходов:

1. Модели динамической прочности, основанные на принципе аппроксимации, не являются универсальными. Это вынуждает для каждого конкретного материала проводить отдельное небольшое исследование по определению значений его параметров прочности для каждого из видов высокоскоростного воздействия.

2. Общая сложность большинства из перечисленных подходов, основанных на микроструктурном анализе, значительно затрудняет их применение в широкой инженерной практике.

Объяснение особенностей динамической прочности требует принципиально новых подходов, учитывающих характерные особенности высокоскоростных процессов. Один из таких подходов был предложен Ю.В. Петровым и А.А. Уткиным в 1987 году, в котором они предложили рассматривать разрушение материала, как процесс, развивающийся во времени, а не происходящий мгновенно, в том числе и при высокоскоростных процессах. В связи с этим ими было введено понятие инкубационного времени, как некоторого характерного времени процесса, которое является параметром динамической прочности сплошной среды на макроуровне [45, 46, 47]. Позднее этот подход был успешно использован в ряде задач динамического разрушения [48, 49, 50, 51, 52]. Таким образом, дополнение традиционного параметра, квазистатической прочности σ_c , вторым параметром, инкубационным временем τ , позволило объяснить и предсказать различные явления, наблюдаемые при возникновении переходных процессов, при высокоскоростном нагружении. Позднее оказалось, что идея, заложенная в основу критерия инкубационного времени, позволяет описать не только скоростную зависимость прочности, но и решить ещё много сопутствующих задач, например, связанных с оценкой энергоэффективности процесса разрушения при ударных воздействиях или построении диаграмм неупругого деформирования при высокоскоростном нагружении.

Таким образом, для решения конкретных задач с помощью критерия инкубационного времени необходимо уметь определять значение τ для исследуемого материала с помощью некоторого, по возможности стандартизованного алгоритма.

В основном динамические прочностные свойства материалов экспериментально проявляются в виде скоростной или временной зависимости прочности. Одним из наиболее распространённых видов испытаний является эксперимент по схеме разрезных стержней Гопкинсона, которая позволяет реализовывать высокоскоростное сжатие или растяжение образца с возможностью непосредственного измерения ударного импульса, проходящего через образец [53, 54, 55]. Результатом таких испытаний обычно является зависимость уровня напряжений в момент разрушения от скорости нагружения образца, представленная в виде ограниченного набора экспериментальных точек [56, 57]. При этом, общая сложность проведения динамических испытаний обычно не предусматривает наличия большого количества экспериментальных точек. Именно по этому набору точек и требуется производить оценку значения инкубационного времени. Также стоит отметить, что при регистрации высокоскоростных процессов невозможно полностью исключить наличие случайных и систематических погрешностей в измеряемых величинах.

При медленных статических испытаниях количество образцов и допустимый уровень погрешности измеренных значений определены стандартами и другими нормативными документами. В то же время для динамических высокоскоростных испытаний нет четкого единого понимания о необходимом количестве исследуемых образцов для надежной оценки предельного уровня напряжений при какой-то определенной скорости нагружения. Особенно важным это становится при решении прикладных задач, в которых требуется знать уровень достоверности значений параметров, используемых непосредственно при расчётах. Поэтому прямого подбора значений модельных параметров, при которых получается хорошее соответствие расчетных кривых и экспериментальных данных, может оказаться недостаточно.

Таким образом, вопрос разработки оценки модельных параметров также является принципиальной задачей не только для развития методов, разработанных на основе критерия инкубационного времени, но и для большинства других упомянутых моделей динамического разрушения сплошных сред.

Актуальность темы обусловлена необходимостью разработки новых стандартизированных методов тестирования материалов в условиях высокоскоростного нагружения, по результатам которых будет оцениваться набор значений определяющих параметров, позволяющих предсказывать критические условия возникновения разрушения для произвольного ударного динамического воздействия.

Целью работы является разработка методов, позволяющих исследовать различные эффекты, возникающие в различных переходных процессах в сплошных средах при ударных высокоскоростных воздействиях.

Для достижения цели работы решаются следующие задачи:

1. Разработка методов обработки данных динамических испытаний, позволяющих производить оценку значений параметра инкубационного времени, которое определяет временную чувствительность сплошной среды к скорости нагружающего воздействия. Проведение математическое обоснования предложенного метода, а также исследование его применимости в задачах, связанных с высокоскоростным, а также ударно-импульсным разрушением сплошных сред.
2. Исследование влияния равновесных параметров сплошной среды, а именно температуры и внешнего гидростатического давления, на значения модельных прочностных характеристик. Выявление соответствующих зависимостей для инкубационного времени и критического напряжения, а

также обоснование предлагаемых моделей на примере задач, связанных с акустической и импульсной кавитацией жидкостей.

3. Проведение исследования особенностей энергоёмкости процессов динамического разрушения, нахождение оптимальных режимов ударного разрушающего воздействия на сплошную среду при контактном взаимодействии, с целью обоснования практической значимости развиваемых методов, основанных на концепции инкубационного времени.
4. Разработка методов обработки данных динамических испытаний, позволяющих производить оценку оптимальных значений прочностных модельных параметров, а именно не только инкубационного времени, но и критического напряжения, определяющего устойчивость среды непосредственно к уровню напряжений нагружающего воздействия. Проверка и апробация предложенного метода на примере обработки данных динамических испытаний хрупких материалов.
5. Установление взаимосвязи с параметрами других феноменологических подходов, предсказывающих критические условия разрушения сплошных сред при ударных высокоскоростных воздействиях, выявление новой механической интерпретации основных параметров критерия инкубационного времени.

Научная новизна

В настоящей работе исследуются эффекты, возникающие в нестационарных переходных процессах при высокоинтенсивных экстремальных воздействиях, характеризующиеся закономерностями, которые моделируются на основе структурно – временного подхода, базирующегося на понятии инкубационного времени. Исследуемые эффекты не имеют удовлетворительного объяснения на основе традиционных подходов, большинство из которых являются прямой экстраполяцией

квазистатических представлений о наличии предельных характеристик в сплошных средах.

Особое внимание уделено задаче, связанной с новым способом оценки значений ключевых параметров материала, так как именно возможность точной оценки позволяет находить новые закономерности в процессах разрушения сплошных сред при высокоскоростном ударном нагружении.

- 1) Впервые разработан метод оценки значений инкубационного времени в по данным динамических испытаний при высокоскоростном и ударно-импульсном нагружении в форме доверительного интервала с заданным уровнем доверительной вероятности.
- 2) Построена модель возникновения фазовых превращений сплошных сред в результате действия неравновесной механической нагрузки. На примере фазового перехода жидкости в газообразное состояние, впервые показано каким образом влияет акустическое неравновесное воздействие на условия фазового равновесия. Посчитаны «подправленные» кривые фазового равновесия «жидкость-пар» для воды, находящейся в зоне действия допороговой ультразвуковой волны.
- 3) Впервые исследована энергоёмкость процессов динамического разрушения при контактном взаимодействии жесткой частицы с упругим полупространством в зависимости от формы контактирующих поверхностей. Исследовано, как наличие сверхзвуковой стадии взаимодействия влияет на существование оптимальных режимов нагружения, предложен способ ее учета.
- 4) Разработана методика обработки данных высокоскоростных динамических испытаний, позволяющая провести оценку сразу двух параметров прочности инкубационного времени и критического напряжения.

- 5) Впервые был разработан аналитический подход, позволяющий выявить скоростную чувствительность режима разрушения в хрупких двухкомпонентных материалах, только по результатам сравнительного анализа скоростной зависимости прочности материала и данных статических испытаний, без каких-либо исследований структуры разрушенных образцов.
- 6) Разработан новый аналитический подход, позволяющий выявить скоростную чувствительность механизмов пластического деформирования в металлах. Работоспособность предлагаемого подхода проверена на примере сравнения результатов, получаемых для сплавов с крупнозернистой и ультрамелкозернистой структурой.
- 7) На основе разработанных методов дана новая интерпретация параметров критерия инкубационного времени.

Теоретическая и практическая значимость проведенного исследования состоит в развитии методов, основанных на концепции инкубационного времени, в задачах по предсказанию критических условий возникновения переходных процессов при неравновесных воздействиях. Разработанная в рамках работы стандартизированная методика оценки значения инкубационного времени для конкретного материала по результатам обработки экспериментально наблюдаемой для него скоростной зависимости динамической прочности будет способствовать более широкому внедрению методов структурно-временного подхода в научную и инженерную практику. Также оценка инкубационного времени в форме доверительного интервала позволяет проводить более объективное сравнение прочностных свойств различных материалов.

Разработанные аналитические модели, позволяющие оценить энергоёмкость процессов динамического разрушения, помогли выявить

оптимальные значения параметров задачи, соответствующие наиболее энергоэффективному разрушающему воздействию. Эти модели могут быть полезны при решении различных практических задач, для которых важно противодействовать процессу разрушения каких-либо конструктивных элементов, или наоборот производить разрушение материалов, требующих механической обработки.

Новый метод, позволяющий выявить скоростную чувствительность режимов разрушения двухкомпонентных хрупких материалов или процессов неупругого деформирования металлов, представляет собой не только большой научный интерес, но и также имеет большое практическое значение, например, при создании и разработке новых гетерогенных материалов, которые планируется применять в конструкциях, подвергающихся во время эксплуатации высокоскоростным ударным воздействиям.

Достоверность полученных результатов в области механики разрушения обусловлена использованием идей, лежащих в основе критерия инкубационного времени, который за последние 30 лет хорошо себя зарекомендовал при решении многих задач, связанных с прогнозированием критических характеристик переходных процессов в совершенно различных областях механики и физики. Используемый в работе для оценки значений модельных параметров, рандомизированный метод знаковозмущенных сумм, также прошёл апробацию временем. За последние десять лет было опубликовано много работ, посвященных методу, в рейтинговых международных изданиях. Также результаты исследований, подтверждающие математическую корректность метода знаковозмущенных сумм, многократно докладывались на международных конгрессах, проводимых под эгидой IEEE.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения, 41 рисунка, 7 таблиц, библиографии из 188 наименований и списка публикаций автора, выносимых на защиту, состоящего из 31 наименования. Объем диссертации составляет 204 страницы

В первой главе изложены основные идеи применения критерия инкубационного времени для моделирования скоростной зависимости прочности, а также изложена методика оценки значения инкубационного времени, основанная на рандомизированном методе знаковозмущенных сумм. Приведен детальный разбор основной идеи метода, а также доказана теорема о выполнении условий применимости метода для исследуемой задачи и об ограниченности получаемой оценки. На примере экспериментальных данных для различных материалов показана эффективность предлагаемого метода. Интервальная оценка значения инкубационного времени позволяет сделать дополнительные выводы о прочностных свойствах материала, которые могут быть неочевидны при точечной оценке.

Вторая глава посвящена исследованию влияния равновесных параметров состояния сплошной среды, а именно температуры и внешнего гидростатического давления, на значения модельных параметров прочности. Предложены температурные зависимости для инкубационного времени и критического напряжения. Проведена проверка работоспособности предлагаемых моделей на примере применения к задачам, связанных с акустической и импульсной кавитацией жидкостей. Также показано, как разработанные методы могут быть использованы для нахождения измененных условий фазового равновесия сплошной среды, находящейся в области действия фонового акустического ультразвукового поля.

В третьей главе с целью обоснования практической значимости развиваемых методов, основанных на концепции инкубационного времени, представлены результаты исследования особенностей энергоёмкости процессов динамического разрушения. Показано наличие оптимальных режимов ударного разрушающего воздействия на сплошную среду при контактном взаимодействии. Рассматривается влияние сверхзвуковой фазы взаимодействия контактирующих поверхностей на оптимальные, с точки зрения энергозатрат, значения параметров задачи разрушения.

В четвертой главе излагается новый метод обработки данных динамических испытаний, позволяющий производить оптимальную оценку значений сразу двух модельных параметров прочности, а именно: не только инкубационного времени, но и критического напряжения, определяющего устойчивость среды непосредственно к уровню напряжений нагружающего воздействия. Проводится проверка и апробация предложенного метода на примере обработки данных динамических испытаний хрупких материалов. Показано, как с помощью нового метода можно определить, что разрушение в хрупких двухкомпонентных средах при медленном и высокоскоростном нагружении происходит по-разному.

Пятая глава посвящена новой механической интерпретации параметров критерия инкубационного времени. Проводится последовательное сравнение развиваемых методов с моделями других авторов, также устанавливается взаимосвязь с параметрами других феноменологических подходов, предсказывающих критические условия разрушения сплошных сред при ударно-импульсных высокоскоростных воздействиях.

Методология и методы исследования

Представленные в работе решения задач получены последовательным использованием идей структурно-временного подхода, построенного на понятии инкубационного времени. Этот подход, хорошо себя проявил при решении разнообразных задач в совершенно различных областях механики и физики, которые связаны с изучением условий возникновения переходных процессов в сплошных средах в результате высокоскоростного воздействия.

При разработке моделей формулируются дифференциальные и интегродифференциальные уравнения, которые решаются аналитическими и численными способами. Для определения значений модельных параметров используется рандомизированные методы, поскольку, учитывая специфику задачи, традиционные статистические методы не позволяют дать математически обоснованную оценку. Получаемые расчётные зависимости сравниваются с результатами экспериментов, для которых проводится детальный анализ схем испытаний.

Для проверки применимости разрабатываемых подходов в работе используются данные высокоскоростных испытаний, полученных в рамках апробированных экспериментальных методов. В большинстве случаев используются результаты испытаний по методу Кольского [55] в рамках общепринятой экспериментальной схемы с разрезными стержнями Гопкинсона [53, 54, 55]. В этих испытаниях нагружение образца происходит способом, при котором образец находится в состоянии квазистатического равновесия, что позволяет практически напрямую измерить временной профиль напряжений в образце. Основным результатом испытаний на разрезных стержнях является зависимость критического уровня напряжений в материале относительно скорости деформирования, значения которой обычно варьируются в диапазоне порядка $10^2 - 10^3$ 1/с. По итогам обработки данных

в рамках развиваемых методов, определяются значения параметров прочности, инкубационного времени и критического напряжения, для которых затем проводится расчёт теоретических временных и скоростных зависимостей прочности. В некоторых случаях для дополнительной проверки проводится сравнение расчётных кривых с данными, полученными в рамках других экспериментальных схем. Например, на испытательной установке со свободно падающим грузом, на которой можно реализовать более низкую скорость деформирования порядка 10^1 1/с [58, 59, 60]. Для сравнения с результатами в диапазоне более высоких скоростей деформирования, порядка 10^3 1/с, используются данные, полученные в рамках экспериментальной схемы по откольному разрушению, в которой нагружение образца происходит за счёт отражения ударной волны от свободной поверхности образца [61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68].

В предлагаемой методике обработки данных учитывается специфика динамических испытаний, для которых характерно обычно небольшое число экспериментальных наблюдений, а также наличие случайных помех при измерениях. Наиболее существенным ограничением, которое не позволяет использовать общепринятые статические методы является малое количество экспериментальных точек, поэтому для получения математически обоснованной оценки значений параметров динамической прочности был выбран рандомизированный метод знаково-возмущенных сумм (Sign-Perturbed Sums, SPS). В оригинальной постановке этот метод был предложен для оценки значений параметров линейной динамической системы при небольшом числе тестовых наблюдений и слабых предположениях по почти произвольным случайным шумам [69, 70, 71]. Результатом работы этого рандомизированного алгоритма является доверительная область, содержащая истинное значение целевого параметра с заданным уровнем доверия. В настоящей работе доказываемся обоснованность применения этого метода для нелинейных

модельных функций, которые описывают экспериментально наблюдаемые зависимости в рассматриваемых задачах.

Апробация работы

Результаты диссертационной работы были представлены и обсуждены на следующих международных и российских научных конференциях, семинарах и съездах:

- XXIV Петербургские чтения по проблемам прочности (Санкт-Петербург 2024);
- XXIII Зимняя школа по механике сплошных сред (Пермь 2023);
- XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Санкт-Петербург, 2023);
- International summer school conference “Advanced problems in materials” (St.-Petersburg, 2022);
- The 7th International Conference on Crack Paths (Online 2021);
- Международная онлайн-конференция Цифровизация промышленных тепловых процессов и агрегатов (онлайн 2020);
- 1st Virtual European Conference on Fracture (Online 2020);
- XLVIII International summer school conference “Advanced problems in materials” (St.-Petersburg 2020);
- XLVII International Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics” (Saint-Petersburg 2019);
- XXXIV International Conference on Interaction of Intense Energy Fluxes with Matter (Elbrus 2019);
- International Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics” (Saint-Petersburg 2018);
- 22nd European Conference on Fracture - ECF22 (Belgrad 2018);

- IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control, CDC 2017, (Melbourne 2017);
- 12th International Conference on the Mechanical Behavior of Materials, (Karlsruhe 2015);
- XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механике (Казань 2015);
- II Всероссийская научно-практическая конференция «Геомеханические и геотехнологические проблемы эффективного освоения месторождений твердых полезных ископаемых северных и северо-восточных регионов России» (Якутск 2013);
- 13th International Conference on Fracture (Beijing 2013);
- 8th European Solid Mechanics Conference (Graz 2012);
- 19th European Conference on Fracture (Kazan 2012);
- конференция-семинар «Актуальные направления в механике сплошных сред» (Санкт-Петербург 2012);
- Санкт-Петербургский Научный Совет по горению и взрыву в составе объединенного Научного Совета по проблемам материаловедения, механики и прочности при Санкт-Петербургском Научном Центре РАН, (Санкт-Петербург 2022).

Поддержка

Научные исследования диссертанта выполнены при поддержке 5 грантов под личным руководством автора, из которых 1 грант РФФ (20-79-10078), 1 грант РФФИ (20-31-70053) и 3 гранта Президента РФ для молодых кандидатов наук (МК-5890.2013.1, МК-7596.2015.1, МК-6312.2018.1).

Значительная часть исследований была выполнена при поддержке гранта Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (мегагрант № 075-15-2022-1114) и гранта РФФ (22-11-00091).

Благодарности

Большое спасибо Петрову Юрию Викторовичу за многолетнее плодотворное научное общение, за помощь и поддержку в написании этой работы, а также за возможность принять участие в развитии идей структурно-временного подхода и решении сопутствующих задач. Также выражаю благодарность Граничину Олегу Николаевичу за глубокое обсуждение и оценку новых способов применения рандомизированных алгоритмов в традиционных задачах механики разрушения.

Публикации

По теме диссертации опубликовано 52 статьи в международных журналах, 44 из которых входит в базу данных Scopus и Web of Science

Личный вклад автора

При получении большинства результатов, приведенных в диссертации, используются идеи структурно-временного подхода, сформулированного научным консультантом работы профессором СПбГУ, член-корр. РАН, доктором физико-математических наук Ю.В. Петровым, которым на начальном этапе были поставлены актуальные для решения проблемы. Автор работы принимал непосредственное участие при решении поставленных проблем.

Конкретно автором было сделано следующее:

1. Разработан метод нахождения доверительного интервала с заданным уровнем доверительной вероятности для оценки инкубационного времени по данным высокоскоростных испытаний при и ударно-импульсном нагружении.
2. Построена модель фазовых превращений сплошных сред под действием неравновесной механической нагрузки. Рассчитаны кривые фазового

равновесия «жидкость-пар» для воды, находящейся в зоне действия допороговой ультразвуковой волны.

3. Выявлена зависимость затрат энергии на разрушение упругой среды, вызванное ударом жесткой частицы, от длительности возникающего воздействия. Исследовано влияние сверхзвуковой стадии взаимодействия на существование оптимальных режимов нагружения, предложен способ ее учета.
4. Разработана методика обработки данных высокоскоростных испытаний, позволяющая провести оценку одновременно двух параметров прочности: инкубационного времени и критического напряжения.
5. Разработана аналитическая модель, позволяющая выявить скоростную зависимость механизма разрушения хрупких двухкомпонентных материалов.
6. Разработан аналитический подход, позволяющий выявить скоростную чувствительность механизмов пластического деформирования металлов.
7. Предложена новая интерпретация параметров критерия инкубационного времени.

В целом, предложена законченная концепция исследования прочности в условиях высокоскоростных воздействий, указаны корректные методы обработки экспериментальных результатов и разработаны алгоритмы определения значений параметров критерия разрушения.

Публикации основных результатов

Scopus и Web of Science

1. Lukashov, R., Volkov, G. An analytical approach to deduce loading rate-sensitivity of fracture mode of concrete and mortar (2024) International Journal of Impact Engineering, 187, 104915.
2. Zhao, S., Petrov, Y.V., Zhang, Y., Volkov, G.A., Xu, Z., Huang, F. Modeling of the thermal softening of metals under impact loads and their temperature–

- time correspondence (2024) *International Journal of Engineering Science*, 194, 103969.
3. Evstifeev, A.D., Volkov, G.A. A Variational Approach to the Determination of the Dynamic Strength of a Material (2023) *Technical Physics*, 68 (2), pp. 139-143.
 4. Granichin, N.O., Volkov, G.A., Gruzdkov, A.A., Petrov, Y.V. Instability of the Water Phase Diagram under Short Pulse Loading (2023) *Mechanics of Solids*, 58 (5), pp. 1599-1605.
 5. Zhao, S., Petrov, Y.V., Volkov, G.A. The modified relaxation plasticity model and the non-monotonic stress–strain diagram (2023) *International Journal of Mechanical Sciences*, 240, 107919.
 6. Volkov, G.A., Petrov, Y.V. On the Analysis of Two Theoretical Approaches to Predict the Material Strength under Dynamic Loading (2022) *Mechanics of Solids*, 57 (8), pp. 1958-1963.
 7. Zhao, S., Petrov, Y.V., Volkov, G.A. Modeling the Nonmonotonic Behavior Flow Curves under Dynamic Loads (2022) *Physical Mesomechanics*, 25 (3), pp. 221-226.
 8. Volkov, G., Smirnov, I. A probabilistic approach to evaluate dynamic and static strength of quasi-brittle materials through high-rate testing (2022) *International Journal of Mechanical Sciences*, 216, 106960.
 9. Smirnov, I.V., Mikhailova, N.V., Yakupov, B.A., Volkov, G.A. Analysis of Dependences of Threshold Parameters for Acoustic Cavitation Onset in a Liquid on an Ultrasonic Frequency, Hydrostatic Pressure, and Temperature (2022) *Technical Physics*, 67 (2), pp. 161-170.
 10. Volkov, G.A., Gruzdkov, A.A., Petrov, Y.V. A Randomized Approach to Estimate Acoustic Strength of Water (2022) *Advanced Structured Materials*, 164, pp. 633-640.

11. Volkov, G., Logachev, A., Granichin, N., Zhao, Y.-P., Zhang, Y., Petrov, Y. The influence of background ultrasonic field on the strength of adhesive zones under dynamic impact loads (2021) *Materials*, 14 (12), 3188.
12. Khlopkov, E.A., Dmitrievskiy, A.A., Pomytkin, S.P., Lyubomudrov, S.A., Makarova, T.A., Volkov, G.A., Turzakov, A.S., Vyunenkov, Y.N. Influence of the Mechanical Load on the Operating Temperature of Ring-Shaped Bundle Force Elements (2021) *Russian Engineering Research*, 41 (2), pp. 162-165.
13. Granichin, N., Volkov, G., Petrov, Y., Volkova, M. Randomized approach to determine dynamic strength of ice (2021) *Cybernetics and Physics*, 10 (3), pp. 122-126.
14. Petrov, Y., Logachev, A., Granichin, N., Volkov, G. Adhesive Joint Fracture Under Combined Pulsed and Vibrational Loading (2020) *Structural Integrity*, 16, pp. 100-105.
15. Granichin, N.O., Volkov, G.A., Petrov, Y.V. Delamination of the Planar Adhesion Zone under Combined Dynamic Actions (2020) *Technical Physics*, 65 (1), pp. 68-72.
16. Mikhailova, N., Onawumi, P.Y., Volkov, G., Smirnov, I., Broseghini, M., Roy, A., Petrov, Y., Silberschmidt, V.V. Ultrasonically assisted drilling in marble (2019) *Journal of Sound and Vibration*, 460, 114880.
17. Atroshenko, S.A., Chevrychkina, A.A., Evstifeev, A.D., Volkov, G.A. Destruction of ABS Polymer in the Glass State under Dynamic Stressing (2019) *Physics of the Solid State*, 61 (11), pp. 2075-2082.
18. Chernyavskaya, N.V., Volkov, G.A., Khlopkov, E.A. Possibilities of Ultrasonic Initiation of the Operation of TiNi Alloy Ring-Shaped Force Elements (2019) *Russian Metallurgy (Metally)*, 2019 (10), pp. 1015-1017.
19. Evstifeev, A.D., Volkov, G.A., Chevrychkina, A.A., Petrov, Y.V. Strength Performance of 1230 Aluminum Alloy under Tension in the Quasi-Static and

- Dynamic Ranges of Loading Parameters (2019) *Technical Physics*, 64 (5), pp. 620-624.
20. Evstifeev, A.D., Volkov, G.A., Chevrychkina, A.A., Petrov, Y.V. Dynamic Strength Characteristics of Materials: Influence of the Specimen Size on Strain Rate (2019) *Technical Physics*, 64 (4), pp. 523-526.
21. Mikhailova, N.V., Volkov, G.A., Petrov, Y.V., Smirnov, I.V., Onawumi, P., Roy, A., Silberschmidt, V. Relations between Parameters of Fracture Processes on Different Scale Levels (2018) *Doklady Physics*, 63 (11), pp. 459-461.
22. V'yunenko, Y.N., Volkov, G.A., Khlopkov, E.A. Temperature Factor to Control Deformation–Power Behavior of Ring-Shaped Bundle Force TiNi Elements (2018) *Technical Physics*, 63 (8), pp. 1167-1170.
23. Chevrychkina, A.A., Evstifeev, A.D., Volkov, G.A. Analysis of the Strength Characteristics of Acrylonitrile–Butadiene–Styrene Plastic under Dynamic Loading (2018) *Technical Physics*, 63 (3), pp. 381-384.
24. Gorbushin, N.A., Granichin, N.O., Logachev, A.N., Petrov, Y.V., Volkov, G.A. Destruction of the adhesion zone by combined pulsed-vibrational impacts (2018) *Materials Physics and Mechanics*, 36 (1), pp. 114-120.
25. Volkova, M.V., Granichin, O.N., Volkov, G.A., Petrov, Y.V. On the Possibility of Using the Method of Sign-Perturbed Sums for the Processing of Dynamic Test Data (2018) *Vestnik St. Petersburg University: Mathematics*, 51 (1), pp. 23-30.
26. Gorbushin, N., Vitucci, G., Volkov, G., Mishuris, G. Influence of fracture criteria on dynamic fracture propagation in a discrete chain (2018) *International Journal of Fracture*, 209 (1-2), pp. 131-142.
27. Volkova, M.V., Granichin, O.N., Petrov, Y.V., Volkov, G.A. Dynamic fracture tests data analysis based on the randomized approach (2017) *Advances in Systems Science and Applications*, 17 (3), pp. 34-41.

28. Mikhailova, N.V., Volkov, G.A., Meshcheryakov, Y.I., Petrov, Y.V., Utkin, A.A. Failure-delay effect in destruction of steel samples under spalling conditions (2017) *Technical Physics*, 62 (4), pp. 547-552.
29. Volkov, G.A., Petrov, Y.V., Utkin, A.A. On some principal features of data processing of spall fracture tests (2017) *Physics of the Solid State*, 59 (2), pp. 310-315.
30. Petrov, Y.V., Smirnov, I.V., Volkov, G.A., Abramian, A.K., Bragov, A.M., Verichev, S.N. Dynamic failure of dry and fully saturated limestone samples based on incubation time concept (2017) *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 9 (1), pp. 125-134.
31. Peck, D., Volkov, G., Mishuris, G., Petrov, Y. Resolution of the threshold fracture energy paradox for solid particle erosion (2016) *Philosophical Magazine*, 96 (36), pp. 3775-3789.
32. Volkov, G.A., Petrov, Y.V., Gruzdkov, A.A. Acoustic strength of water and effect of ultrasound on the liquid-vapor phase diagram (2015) *Technical Physics*, 60 (5), pp. 753-756.
33. Volkov, G.A., Petrov, Y.V., Gruzdkov, A.A. Liquid-vapor phase equilibrium conditions in an ultrasonic field (2015) *Doklady Physics*, 60 (5), pp. 229-231.
34. Gorbushin, N.A., Volkov, G.A., Petrov, Y.V. Simulation of the behavior of the cutting force during ultrasonic rotary machining of materials using structure-time fracture mechanics (2014) *Technical Physics*, 59 (6), pp. 852-856.
35. Gorbushin, N.A., Volkov, G.A., Petrov, Y.V. On the effect of the geometrical shape of a particle on threshold energy in erosion damage (2013) *Technical Physics*, 58 (3), pp. 388-392.
36. Volkov, G.A., Gorbushin, N.A., Petrov, Y.V. On the dependence of the threshold energy of small erodent particles on their geometry in erosion fracture (2012) *Mechanics of Solids*, 47 (5), pp. 491-497.

37. Bratov, V., Petrov, Y., Volkov, G. Existence of optimal energy saving parameters for different industrial processes (2011) *Applied Mechanics and Materials*, 82, pp. 208-213.
38. Petrov, Y., Bratov, V., Volkov, G., Dolmatov, E. Incubation time based fracture mechanics and optimization of energy input in the fracture process of rocks (2011) *Advances in Rock Dynamics and Applications*, pp. 163-184.
39. Volkov, G.A., Bratov, V.A., Gruzdkov, A.A., Babitsky, V.I., Petrov, Y.V., Silberschmidt, V.V. Energy-based analysis of ultrasonically assisted turning (2011) *Shock and Vibration*, 18 (1-2), pp. 333-341.
40. Volkov, G.A., Silberschmidt, V.V., Babitskii, V.I., Gruzdkov, A.A., Bratov, V.A., Petrov, Y.V. Energy aspects of ultrasonic intensification of treatment of metals (2010) *Doklady Physics*, 55 (4), pp. 184-185.
41. Volkov, G.A., Gruzdkov, A.A., Petrov, Y.V. Cavitation resistance of cryogenic liquids: Incubation time criterion (2009) *Technical Physics*, 54 (11), pp. 1708-1710.
42. Volkov, G.A., Silberschmidt, V.V., Mitrofanov, A.V., Gruzdkov, A.A., Bratov, V.A., Petrov, Y.V. Minimization of fracture-pulse energy under contact interaction (2009) *Doklady Physics*, 54 (7), pp. 322-324.
43. Volkov, G.A., Gruzdkov, A.A., Petrov, Y.V. The incubation time criterion and the acoustic strength of sea water (2007) *Acoustical Physics*, 53 (2), pp. 119-122.

В других изданиях

44. Volkov, G.A., Bratov, V.A., Borodin, E.N., Evstifeev, A.D., Mikhailova, N.V. Numerical simulations of impact Taylor tests (2020) *Journal of Physics: Conference Series*, 1556 (1), 012059.
45. Evstifeev, A.D., Volkov, G.A. Effect of Mg on dynamic properties of Al-Mg alloys (2020) *Procedia Structural Integrity*, 28, pp. 2261-2266.

46. Mikhailova, N., Smirnov, I., Volkov, G. Modelling of pressure-temperature conditions for cavitation initiation in different liquids (2019) *Vibroengineering Procedia*, 27, pp. 121-125.
47. Khlopkov, E.A., Zhurbenko, P.N., Tikhomirov, A.A., Volkov, G.A., Zatulsky, G.Z., Vyunenکو, Yu.N. The influence of the temperature conversion rate on the deformation processes of the shape memory effect and transformation plasticity (2019) *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 656 (1), 012024
48. Volkov, G., Borodin, E., Bratov, V. Numerical simulations of Taylor anvil-on-rod impact tests using classical and new approaches (2017) *Procedia Structural Integrity*, 6, pp. 330-335.
49. Chevrychkina, A.A., Volkov, G.A., Estifeev, A.D. An experimental investigation of the strength characteristics of ABS plastic under dynamic loads (2017) *Procedia Structural Integrity*, 6, pp. 283-285.
50. Khlopkov, E., Volkov, G., Vyunenکو, Y. Specific features of the behavior of TiNi force elements in thermocycling (2017) *Materials Today: Proceedings*, 4 (3), pp. 4879-4883.
51. Volkova, M., Volkov, G., Granichin, O., Petrov, Y. Sign-perturbed sums approach for data treatment of dynamic fracture tests (2017) *2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control, CDC 2017*, 2018-January, pp. 1652-1656.
52. Volkov, G., Petrov, Y.V., Gorbushin, N. Threshold fracture energy for differently shaped particles impacting Halfspace (erosion-type fracture) (2013) *13th International Conference on Fracture 2013, ICF 2013*, 4, pp. 2667-2671.
53. Volkov, G.A., Dolmatov, E.N., Petrov, Y.V. Optimization of energy input in the fracture process of rocks (2012) *19th European Conference on Fracture: Fracture Mechanics for Durability, Reliability and Safety, ECF 2012*.

Основные научные результаты

- Аналитическая модель, предсказывающая зависимость порога акустической кавитации от частоты ультразвуковой волны и порога импульсной кавитации от длительности нагружающего воздействия [49, 72] (личный вклад составляет не менее 80%)
- Модифицированная модель, предсказывающая порог кавитации в зависимости от температуры и фонового давления жидкости [73] (личный вклад составляет не менее 80%)
- Метод расчёта условий фазового равновесия сплошных сред, находящихся в зоне действия высокоскоростного фонового воздействия [74, 75] (личный вклад составляет не менее 90%)
- Метод учета влияния фонового ультразвукового поля на прочность адгезионного соединения [76, 77, 78, 79] (личный вклад составляет не менее 70%)
- Исследование энергозатрат, которые необходимы для инициирования динамического порогового разрушающего воздействия, возникающего при ударном контактном взаимодействии твердого тела с упругой средой [80] (личный вклад составляет не менее 80%)
- Зависимость пороговой энергии для различных форм ударника от длительности разрушающего воздействия: обнаружение оптимальных с точки зрения энергозатрат режимов ударного воздействия [81, 82] (личный вклад составляет не менее 80%)
- Объяснение парадоксальной смены характера зависимости пороговой энергии от длительности воздействия, возникающего при непрерывном изменении геометрии поверхности ударника. Учет сверхзвуковой стадии контактного взаимодействия [83] (личный вклад составляет не менее 70%)

- Модель вибрационной резки и сверления материалов, построение зависимости режущей силы относительно скорости подачи материала [84, 85, 86, 87, 50] (личный вклад составляет не менее 80%)
- Новый метод определения значений инкубационного времени разрушения, позволяющий дать математически обоснованную оценку путем обработки ограниченного набора данных высокоскоростных испытаний со слабыми ограничениями на случайный шум при измерениях [88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97] (личный вклад составляет не менее 80%)
- Аналитическая модель, позволяющая выявить скоростную чувствительность режима разрушения в двухкомпонентных материалах, то есть изменение механизма разрушения с увеличением скорости воздействия. Новая интерпретация параметра критического напряжения [98] (личный вклад составляет не менее 95%)
- Новая интерпретация инкубационного времени, как параметра, позволяющего в отличие от большинства других подходов, задать неравномерную нормировку для скорости нагружения [99] (личный вклад составляет не менее 90%)
- Аналитическая модель, позволяющая выявить скоростную чувствительность процесса пластического деформирования. Новая интерпретация безразмерного параметра α [100] (личный вклад составляет не менее 95%)

Положения выносимые на защиту

- Аналитическая модель, позволяющая предсказывать условия возникновения фазовых превращений в сплошных жидких средах, при воздействии неравновесной механической нагрузки.
- Новая модель, позволяющая выявить скоростную чувствительность режима разрушения в хрупких двухкомпонентных материалах по результатам сравнительного анализа экспериментально полученной скоростной зависимости прочности материала и данных статических испытаний, без дополнительных исследований структуры разрушенных образцов.
- Новый метод оценки значений параметра динамической прочности материалов – инкубационного времени в виде доверительного интервала, определяемого путем обработки ограниченного набора данных высокоскоростных испытаний.
- Модифицированная методика оценки значений сразу двух параметров прочности – инкубационного времени и критического напряжения путем обработки ограниченного набора экспериментальных данных, полученных только при высокоскоростном ударно-импульсном нагружении.
- Формулировка новой механической интерпретации параметров, входящих в критерий инкубационного времени – критического напряжения σ_c и безразмерного параметра α .
- Метод оценки энергоёмкости процессов динамического разрушения при контактном взаимодействии жесткой частицы с упругим полупространством в зависимости от формы контактирующих поверхностей.

- Аналитическая модель, позволяющая вычислить частотную зависимость порога акустической кавитации.
- Метод расчёта кривых фазового равновесия «жидкость-пар» для жидких сред, находящихся в зоне действия допороговой ультразвуковой волны.
- Новая методика, позволяющая выявить скоростную чувствительность механизмов пластического деформирования в металлах.

Глава 1 Скоростные особенности разрушения сплошных сред

Для решения различных задач с использованием моделей, построенных в рамках структурно-временного подхода, необходимо знать значение параметра инкубационного времени. Для этого необходимо наличие стандартных методов анализа данных высокоскоростных испытаний, позволяющих произвести его обоснованную оценку. В этой главе описывается предлагаемая методика для обработки данных испытаний, полученных в виде скоростной или временной зависимости прочности.

Результаты, показанные в главе 1, были представлены в следующих работах [88, 89, 90, 91, 97].

1.1 Метод знаковозмущенных сумм для оценки параметров прочности материала в рамках структурно временного подхода

Выражение для наиболее распространённой формы критерия инкубационного времени, то есть условия наступления разрушения, может быть записано следующим образом:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \text{sign}(\sigma(\xi)) \left(\frac{|\sigma(\xi)|}{\sigma_c} \right)^\alpha d\xi \leq 1, \quad (1.1)$$

где $\sigma(t)$ – временной профиль нагружающего воздействия, а инкубационное время τ , критическое напряжение σ_c и безразмерный положительный параметр α являются макропараметрами сплошной среды. Стоит отметить, что в общем случае нагружающее воздействие $\sigma(t)$ может принимать, как положительные, так и отрицательные значения, поэтому для корректного

учета влияния сжимающих напряжений при дробных или четных значениях α необходимо наличие множителя $sign(\sigma(\xi))$.

Согласно критерию, разрушение наступает в момент времени $t = t_*$, когда выражение (1.1) впервые становится равенством. Другими словами, время разрушения t_* может быть определено следующим образом:

$$t_* = \min \left\{ t > 0 \left| \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t sign(\sigma(\xi)) \left(\frac{|\sigma(\xi)|}{\sigma_c} \right)^\alpha d\xi = 1 \right. \right\}, \quad (1.2)$$

Физическая природа параметра τ связана с динамикой релаксационных микроструктурных процессов на более низких масштабных уровнях, которые предшествуют проявлению разрушения на макроуровне – явного разрушения образца, которое фиксируется в эксперименте. В хрупких твердых телах такого рода процессы могут быть связаны с зарождением микротрещин, их ростом с последующей коалесценцией, то есть слиянием их в одну бóльшую.

Естественно предположить, что скорость протекания всех этих подготовительных процессов будет зависеть не только от уровня напряжений, но и от того, как быстро он меняется в результате действия прикладываемой нагрузки. Таким образом, можно считать, что инкубационное время характеризует чувствительность материала к некоторой средней скорости нагружения, определяемой временным профилем нагружающего воздействия.

Базовая идея структурно-временного подхода основана на том, что любые переходные процессы, например, такие как макроразрушение, не происходят мгновенно, и для их инициации и последующего развития требуется определенное время. Таким образом, в рамках подхода, параметр τ можно рассматривать как первичную меру динамической прочности, которая характеризует скоростную чувствительность материала, определяя тем самым степень влияния скорости нагружения на уровень напряжений, предельно допустимый при этом значении скорости.

Второй параметр критерия (1.2) σ_c в большинстве случаев можно интерпретировать, как статическую прочность материала σ_s , то есть, как предельно допустимый уровень напряжений при медленном нагружении с малой скоростью роста напряжений. Однако, дальнейшее использование критерия показало [98], что в некоторых случаях, когда имеет место скоростная чувствительность режима разрушения материала, значение σ_c может отличаться от экспериментально измеренного в статическом испытании σ_s . Поэтому в общем случае параметр σ_c более корректно называть просто *критическим напряжением*, хотя в большинстве случаев, когда механизм разрушения материала не зависит от скорости воздействия, его можно принимать за параметр статической прочности, то есть $\sigma_c = \sigma_s$. Стоит отметить, что, как и инкубационное время τ , параметр σ_c также оказывает влияние на предельный уровень напряжений при высокоскоростном нагружении.

Как показывает опыт использования критерия в задачах прогнозирования разрушения, для большинства хрупких материалов значение параметра α можно принять равным за единицу. Однако, в некоторых случаях для точного описания экспериментально наблюдаемой скоростной зависимости прочности материала необходимо использовать другие значения этого параметра. Стоит отметить, что выбор значений параметра α отличных от единицы оказался наиболее востребованным при решении аналогичных задач, в которых исследуются скоростные зависимости динамического предела текучести. Определить механический смысл параметра α немного сложнее, чем других параметров критерия τ и σ_c , однако, формально его можно интерпретировать, как чувствительность материала к амплитуде нагружающего импульса.

1.2 Нагружение с постоянной скоростью деформации

В большинстве динамических испытаний макроразрушение образца происходит на стадии роста напряжений и деформаций. Обычно это связано с тем, что в испытаниях реализуется запороговое нагружающее воздействие, то есть заведомо приводящее к разрушению. Поскольку разрушение хрупких и квазихрупких материалов происходит быстрее из-за роста и распространения микротрещин, чем из-за развития различных процессов, связанных с неупругим деформированием, то закон нагружения до момента разрушения можно приближенно аппроксимировать линейной функцией. Таким образом, временной профиль нагрузки может быть записан в следующем виде:

$$\sigma(t) = H(t)E\dot{\epsilon}t = H(t)\dot{\sigma}t, \quad (1.3)$$

где $\dot{\epsilon}$ и $\dot{\sigma}$ – скорости роста деформаций и напряжений соответственно, E – упругий модуль Юнга, а $H(t)$ – функция Хевисайда. После подстановки выражения для линейного нагружения (1.3) в уравнение (1.2) и последующего интегрирования можно получить следующее уравнение относительно времени разрушения t_* :

$$H(t_*)\left(\frac{t_*}{\tau}\right)^{\alpha+1} - H(t_* - \tau)\left(\frac{t_*}{\tau} - 1\right)^{\alpha+1} = k, \quad (1.4)$$

где $k = \frac{2\sigma_c}{E\dot{\epsilon}\tau}$ – безразмерный параметр, зависящий от прочностных свойств материала и скорости нагружения. Первый множитель $H(t_*)$ всегда равен единице, так как время разрушения t_* не может быть отрицательным по определению. Поэтому необходимо рассмотреть только два возможных случая, когда время разрушения меньше инкубационного времени, $t_* < \tau$, и, наоборот $t_* \geq \tau$. Из уравнения (1.4) следует, что условие $t_* < \tau$ равносильно

$k < 1$. А если вспомнить само выражение для параметра k , то можно получить следующее неравенство:

$$k = \frac{2\sigma_c}{E\dot{\epsilon}\tau} < 1 \Leftrightarrow \dot{\epsilon} > \frac{2\sigma_c}{E\tau} = \dot{\epsilon}_c,$$

где $\dot{\epsilon}_c$ – константа, имеющая размерность скорости деформации, значение которой, определяется прочностными параметрами материала τ и σ_c , а также его упругим модулем E . Таким образом, в рамках структурно-временного подхода прочностные параметры определяют некоторую критическую скорость деформации, сравнение с которой позволяет сделать вывод, является ли нагружение высокоскоростным или низкоскоростным.

В результате, уравнение (1.4) относительно времени разрушения t_* может быть переписано в следующем виде:

$$\begin{cases} \left(\frac{t_*}{\tau}\right)^{\alpha+1} = k, & k < 1, \\ \left(\frac{t_*}{\tau}\right)^{\alpha+1} - \left(\frac{t_*}{\tau} - 1\right)^{\alpha+1} = k, & k \geq 1. \end{cases} \quad (1.5)$$

Стоит отметить, что первое уравнение имеет аналитическое решение для произвольного α , в то время как, второе в общем случае может быть решено только численными методами.

Как уже было упомянуто ранее для хрупких материалов в большинстве случаев можно принять $\alpha = 1$ и записать аналитическое решение для уравнения (1.5) в следующем виде.

$$\frac{t_*}{\tau} = \begin{cases} \sqrt{k}, & k < 1, \\ \frac{k+1}{2}, & k \geq 1, \end{cases}$$

или

$$t_* = \begin{cases} \sqrt{\frac{2\sigma_c\tau}{E\dot{\varepsilon}}}, & \dot{\varepsilon} > \frac{2\sigma_c}{E\tau}, \\ \frac{2\sigma_c + E\dot{\varepsilon}\tau}{2E\dot{\varepsilon}}, & \dot{\varepsilon} \leq \frac{2\sigma_c}{E\tau}. \end{cases} \quad (1.6)$$

Подставляя время разрушения в соотношение, описывающее нагружающее воздействие (1.3) можно получить аналитическую функцию, описывающую уровень напряжений в момент разрушения для произвольной скорости деформации:

$$\sigma_*(\dot{\varepsilon}) = \varphi_{\tau,\sigma_c}(\dot{\varepsilon}) = \begin{cases} \sigma_c + \frac{E\dot{\varepsilon}\tau}{2}, & \dot{\varepsilon} \leq \frac{2\sigma_c}{E\tau}, \\ \sqrt{2\sigma_c\tau E\dot{\varepsilon}}, & \dot{\varepsilon} > \frac{2\sigma_c}{E\tau}. \end{cases} \quad (1.7)$$

По аналогии с традиционным представлением о прочности, уровень напряжений в момент разрушения называют динамической прочностью материала, поэтому можно утверждать, что функция $\varphi_{\tau,\sigma_c}(\dot{\varepsilon})$ описывает скоростную зависимость прочности материала. Также часто определяют отношение динамической прочности к её статическому значению, обозначая его это отношение, как DIF (dynamic increase factor). На рисунке Рисунок 1.1 показана кривая скоростной зависимости прочности в безразмерных координатах.

Следует отметить, что выражение (1.7) предсказывает прочность материала как в динамическом, так и в статическом случае в рамках одной аналитической двухпараметрической модели. Более того, знание значений параметров критерия прочности для конкретного материала позволяет оценить критические амплитуды для разрушающей нагрузки с заданным временным профилем.

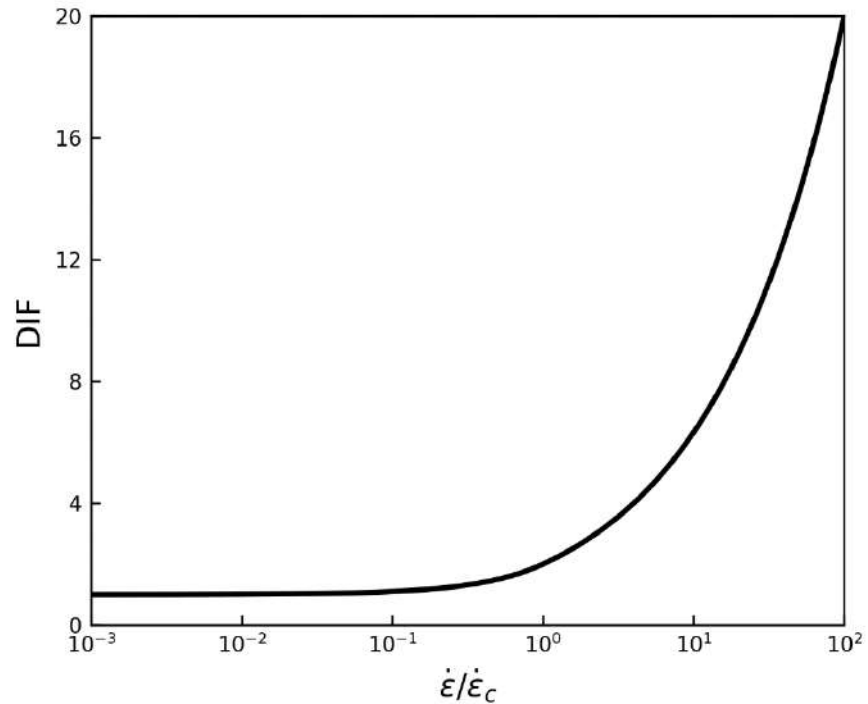


Рисунок 1.1 Кривая скоростной чувствительности DIF, рассчитанная в рамках структурно-временного подхода, в безразмерных координатах.

Поэтому оценка значений прочностных параметров материала τ и σ_c является очень важной задачей, надежное решение которой будет способствовать более широкому распространению структурно-временного подхода на практике.

Способы оценки параметров материала

Значение критического напряжения σ_c может быть определено в независимых статических испытаниях согласно стандартным методикам. В результате статистической обработки измеренных значений можно получить оценку σ_c , как статической прочности материала, с некоторой степенью точности. Особое внимание в испытаниях нужно уделить определению

процессу разрушения образца, а именно тому, какой размер зоны разрушения и/или какое количество повреждений будет фиксироваться в эксперименте, как факт разрушения. Это необходимо для того, чтобы быть уверенным, что в высокоскоростных испытаниях критический уровень напряжений измеряется для точно такого же процесса разрушения материала, как и медленном нагружении. Несоблюдение этого правила может приводить к противоречивым ситуациям, которые частично будут проанализированы в дальнейшем.

Если значение параметра σ_c может быть оценено из статических испытаний, то для инкубационного времени разрушения τ пока нет реализованных экспериментальных методов прямого измерения его величины. Ранее в [37] был предложен экспериментальный метод определения инкубационного времени разрушения в виде воображаемого теста, однако, согласно этой схеме каких-либо реальных эмпирических данных пока получено не было. Поэтому единственным существующим способом является неявная оценка инкубационного времени через нахождение максимального соответствия между теоретической кривой и данными динамических испытаний. Вид аналитической кривой, которая задается функцией $\varphi_{\tau, \sigma_c}(\dot{\epsilon})$ из уравнения (1.7), зависит от параметров τ и σ_c . Если считать, что значение σ_c известно и определяется статической прочностью образца, то оптимальное значение для τ может быть найдено, например, методом наименьших квадратов (МНК), при котором минимизируется сумма абсолютных значений невязок между теоретически предсказанными и экспериментально наблюдаемыми значениями предела прочности. Главным недостатком этого способа является то, что он позволяет определить только некоторое значение инкубационного времени и при этом не предоставляет никакой математически обоснованной оценки достоверности полученного результата.

Применение метода знаковозмущенных сумм для оценки значений параметров материала, определяющих его прочность согласно критерию инкубационного времени

Основными ограничениями для проведения корректного статистического анализа являются, обычно малое число экспериментальных наблюдений, а также неизвестное распределение случайных помех. Поэтому для нахождения оптимального значения инкубационного времени был предложен метод знаковозмущенных сумм или SPS-метод (Sign Perturbed Sums) [69, 71]. Этот метод основан на рандомизированном алгоритме анализа небольшого количества измерений параметров процесса при относительно слабых ограничениях на случайный шум. Единственным ограничением является предположение о том, что распределение случайных помех симметрично относительно нулевого значения. В рамках SPS-метода результатом оценки параметров процесса является доверительный интервал, содержащий истинное значение искомого параметра, с заранее заданным уровнем вероятности. Изначально этот метод был сформулирован его авторами для оценки параметров линейной многомерной функции, и ими было доказано, что получаемое в рамках метода знаковозмущенных сумм множество в n -мерном пространстве, будет содержать истинные значения параметров с заранее выбираемым уровнем достоверности, а также это множество будет звёздновыпуклым, то есть множеством, у которого есть точка, называемая центром, а все остальные точки лежат на лучах, исходящих из центра. Однако, в случае задач разрушения функция $\varphi_{\tau, \sigma_c}(\dot{\epsilon})$ нелинейная, поэтому, перед тем как, использовать SPS-метод ниже доказываем, что получаемый в рамках метода результат будет обоснованным, то есть, получаемое множество будет ограниченным и будет содержать истинное значение параметра τ с заданной вероятностью.

**Одномерный случай: оценка значения только инкубационного времени.
Основная идея метода знаковозмущенных сумм**

Результаты динамических испытаний обычно представляют собой набор значений динамического предела прочности, экспериментально измеренных для различных значений скорости деформации:

$$\sigma_{*i} = \sigma_{*i}(\dot{\varepsilon}_i), \quad i = 1 \dots N,$$

где N – число испытаний, которое из-за общей сложности и трудоёмкости динамических испытаний обычно не превышает значение порядка 10. Для дальнейшего анализа экспериментально измеренные значения динамической прочности σ_{*i} удобно представить в виде результатов следующей модели наблюдений:

$$\sigma_{*i} = \varphi(\tau_*, \dot{\varepsilon}_i) + v_i, \quad i = 1 \dots N, \quad (1.8)$$

где v_i – случайные помехи измерения с неизвестным симметричным относительно нуля распределением, а τ_* – истинное значение параметра инкубационного времени. Другими словами, в соотношении (1.8) предполагается, что результаты реальных измерений отличаются от предсказанных согласно структурно-временному подходу значений уровня напряжений в момент разрушения только на величину случайной помехи. Также стоит отметить, что в рассматриваемом случае SPS-метод предоставляет оценку только для одного скалярного параметра τ , поэтому доверительное множество T принимает форму ограниченного интервала.

Модель наблюдения для задачи механики разрушения можно интерпретировать в следующей, более привычной для теории управления форме. Наблюдаемая величина σ_* является откликом системы на управляющий внешний фактор $\dot{\varepsilon}$ и определяет текущее состояние

динамической системы, функционирующей согласно некоторому правилу, определяемому функцией $\varphi(\tau, \dot{\varepsilon}_i)$. В рассматриваемой задаче требуется оценить по набору откликов $\{\sigma_{*i}\}_{i=1}^N$ на различные внешние воздействия $\{\dot{\varepsilon}_i\}_{i=1}^N$ внутренний параметр системы τ , имеющий постоянное значение и определяющий свойства системы.

Как было отмечено ранее, наиболее простым способом оценки значения инкубационного времени τ является метод наименьших квадратов, в котором минимизируется сумма квадратов невязок наблюдаемых и теоретически предсказываемых значений:

$$\sum_{i=1}^N (\sigma_{*i} - \varphi(\tau, \dot{\varepsilon}_i))^2 \rightarrow \min_{\tau} \quad (1.9)$$

Несмотря на то, что метод МНК не позволяет математически обосновать достоверность получаемого результата в случае неизвестного распределения случайных помех и малого числа наблюдений, его оценка лежит в основе метода знаковозмущенных сумм. Необходимое условие минимума суммы в выражении (1.9) может быть записано следующим образом:

$$\sum_{i=1}^N (\sigma_{*i} - \varphi(\tau, \dot{\varepsilon}_i)) \frac{d\varphi(\tau, \dot{\varepsilon}_i)}{d\tau} = 0, \quad (1.10)$$

где аналитическое выражение для производной может быть получено непосредственным дифференцированием выражения (1.7):

$$\frac{d\varphi(\tau, \dot{\varepsilon})}{d\tau} = \begin{cases} \frac{E\dot{\varepsilon}}{2}, & \dot{\varepsilon} \leq \frac{2\sigma_c}{E\tau}, \\ \frac{1}{\sqrt{2\tau}} \sqrt{\sigma_c E \dot{\varepsilon}}, & \dot{\varepsilon} > \frac{2\sigma_c}{E\tau}. \end{cases} \quad (1.11)$$

В методе знаковозмущенных сумм выражение в левой части формулы (1.10) обозначается за базовую сумму $H_0(\tau)$, которую можно вычислить для произвольного значения определяющего параметра системы τ :

$$H_0(\tau) = \sum_{i=1}^N (\sigma_{*i} - \varphi(\tau, \dot{\varepsilon}_i)) \frac{d\varphi(\tau, \dot{\varepsilon}_i)}{d\tau}. \quad (1.12)$$

Далее необходимо выбрать уровень достоверности, или доверительную вероятность, производимой оценки через задание значений двух натуральных параметров M и q , исходя из того, что эти параметры задают вероятность, с которой доверительный интервал T будет содержать истинное значение параметра τ_* :

$$Prob\{\tau_* \in T\} = 1 - \frac{q}{M}.$$

В рандомизированной части SPS-метода число M также определяет количество знаковозмущенных сумм, которые необходимо составить случайным образом, путем генерирования $M - 1$ набора из N случайных знаков $\beta_{ij} = \pm 1$ с вероятностью $\frac{1}{2}$:

$$Prob\{\beta_{ij} = 1\} = Prob\{\beta_{ij} = -1\} = \frac{1}{2}, \\ i = 1 \dots N, j = 1 \dots M - 1.$$

Таким образом, удастся получить $M - 1$ знаковозмущенную сумму $H_j(\tau)$:

$$H_j(\tau) = \sum_{i=1}^N \beta_{ij} (\sigma_{*i} - \varphi(\tau, \dot{\varepsilon}_i)) \frac{d\varphi(\tau, \dot{\varepsilon}_i)}{d\tau}, \quad j = 1 \dots M - 1. \quad (1.13)$$

Интуитивная идея метода заключается в том, что если сосчитать базовую и знаковозмущенные суммы для истинного значения искомого параметра τ_* , то при условии симметричности случайного шума между их

абсолютными значениями не должно быть принципиальной разницы. В самом деле, после подстановки истинного значения τ_* в выражения (1.12) и (1.13) с учётом равенства (1.8) можно получить следующие соотношения:

$$\begin{aligned} H_0(\tau_*) &= \sum_{i=1}^N ((\varphi(\tau_*, \dot{\varepsilon}_i) + v_i) - \varphi(\tau_*, \dot{\varepsilon}_i)) \frac{d\varphi(\tau_*, \dot{\varepsilon}_i)}{d\tau} \\ &= \sum_{i=1}^N v_i \frac{d\varphi(\tau_*, \dot{\varepsilon}_i)}{d\tau} \end{aligned} \quad (1.14)$$

и

$$\begin{aligned} H_j(\tau_*) &= \sum_{i=1}^N \beta_{ij} ((\varphi(\tau_*, \dot{\varepsilon}_i) + v_i) - \varphi(\tau_*, \dot{\varepsilon}_i)) \frac{d\varphi(\tau_*, \dot{\varepsilon}_i)}{d\tau} \\ &= \sum_{i=1}^N \beta_{ij} v_i \frac{d\varphi(\tau_*, \dot{\varepsilon}_i)}{d\tau}, \quad j = 1 \dots M - 1. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Так как предполагается, что шум $v_i = \pm|v_i|$ симметричный, то выражения в правых частях соотношений (1.14) и (1.15) по своей сути одинаковые:

$$H_0(\tau_*) = \sum_{i=1}^N (\pm|v_i|) \frac{d\varphi(\tau_*, \dot{\varepsilon}_i)}{d\tau} = \sum_{i=1}^N \beta_{ij} (\pm|v_i|) \frac{d\varphi(\tau_*, \dot{\varepsilon}_i)}{d\tau} = H_j(\tau_*),$$

поэтому $|H_0(\tau)|$ равновероятно может быть, как больше, так и меньше любого $|H_j(\tau)|$. Это свойство базовой суммы и знаковозмущенных сумм, посчитанных для истинного значения целевого параметра, и является ключевой особенностью SPS-метода.

Формальные шаги метода знаковозмущенных сумм

Можно выделить следующие формальные шаги метода знаковозмущенных сумм:

- 1) Выбрать значения натуральных параметров $M > q > 0$, таким образом, чтобы получить желаемый уровень достоверности результата:

$$p = 1 - \frac{q}{M}$$

- 2) Сгенерировать $N(M - 1)$ случайных знаков β_{ij} равные ± 1 с вероятностью $\frac{1}{2}$
- 3) Задать дискретное множество пробных значений искомого параметра $\{\tau_k\}, \tau_k \in \mathbb{R}^+$ с требуемой величиной шага
- 4) Для каждого τ_k запустить процедуру $SPS_Indicator(\tau_k)$ с целью проверки, попадает ли пробное значение τ_k в доверительный интервал T или нет

Псевдокод для процедуры $SPS_Indicator(\tau_k)$ приведен в таблице 1.1 :

Таблица 1.1 Процедура $SPS_Indicator(\tau_k)$

$SPS_Indicator(\tau_k)$	
1.	Вычислить невязки $\delta_i(\tau_k) = \sigma_{*i} - \varphi(\tau_k, \hat{\epsilon}_i)$
2.	Используя сгенерированный набор случайных знаков, вычислить базовую $H_0(\tau_k) = \sum_{i=1}^N (\sigma_{*i} - \varphi(\tau_k, \hat{\epsilon}_i)) \frac{d\varphi(\tau_k, \hat{\epsilon}_i)}{d\tau}$ и $M - 1$ знаковозмущенную сумму

	$H_j(\tau_k) = \sum_{i=1}^N \beta_{ij} (\sigma_{*i} - \varphi(\tau_k, \dot{\varepsilon}_i)) \frac{d\varphi(\tau_k, \dot{\varepsilon}_i)}{d\tau}, \quad j = 1 \dots M - 1$
3.	Отсортировать величины $ H_j(\tau_k) $, $j = 1 \dots M - 1$ в порядке возрастания. Если какие-то величины совпадают, то их нужно расположить в произвольном относительно друг друга порядке
4.	Вычислить ранг $\mathfrak{R}(\tau_k)$, как порядковый номер $ H_0(\tau_k) $ в упорядоченном множестве $\{ H_j(\tau_k) \}_{j=0}^{M-1}$
5.	Если $\mathfrak{R}(\tau_k) \leq M - q$, тогда <i>SPS_Indicator</i> $(\tau_k) = 1$, что означает $\tau_k \in T$, в противном случае <i>SPS_Indicator</i> $(\tau_k) = 0$

Так как изначально SPS-метод был разработан авторами для линейной модельной функции, то возникает необходимость доказать его применимость, для модельной функции $\varphi(\tau, \dot{\varepsilon})$, определяющей скоростную зависимость прочности с помощью критерия инкубационного времени.

Утверждение. Если помехи измерений v_i являются независимыми случайными величинами с симметричным распределением а модельная функция $\varphi(\tau, \dot{\varepsilon})$ определяется соотношением (1.7),

тогда

- вероятность $Prob\{\tau_* \in T\} = 1 - \frac{q}{M}$, при условии, что доверительный интервал T построен согласно описанным выше шагам 1-4 алгоритма метода знаковозмущенных сумм;
- доверительный интервал T является ограниченным.

Доказательство. Для доказательства уровня достоверности получаемой оценки нужно формализовать рассуждения, приведенные выше для описания интуитивной идеи метода. Если пробное значение $\tau_k = \tau_*$ совпадает с истинным значением, то тогда все невязки будут определяться только случайным шумом v_i :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{*i} &= \varphi(\tau_*, \dot{\varepsilon}_i) + v_i \\ \delta_i(\tau_*) &= \sigma_{*i} - \varphi(\tau_*, \dot{\varepsilon}_i) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \delta_i(\tau_*) = -v_i.$$

В условиях предположения симметричности случайного распределения шума v_i , его можно представить в следующем виде:

$$v_i = \gamma_i |v_i|,$$

где случайная величина γ_i равна знаку случайной помехи и равновероятно принимает значения ± 1 . То есть

$$Prob\{\gamma_i = 1\} = Prob\{\gamma_i = -1\} = \frac{1}{2}.$$

Тогда выражения для базовой и знаковозмущенных сумм можно записать в следующем виде:

$$H_0(\tau_*) = \sum_{i=1}^N \gamma_i |v_i| \frac{d\varphi(\tau_*, \dot{\varepsilon}_i)}{d\tau},$$

$$H_j(\tau_*) = \sum_{i=1}^N \beta_{ij} \gamma_i |v_i| \frac{d\varphi(\tau_*, \dot{\varepsilon}_i)}{d\tau}.$$

Так как γ_i и β_{ij} – независимые случайные величины, то можно утверждать, что случайная величина $\gamma_i \beta_{ij}$ также будет иметь симметричное распределение, как и β_{ij}

$$Prob\{\gamma_i \beta_{ij} = 1\} = Prob\{\gamma_i \beta_{ij} = -1\} = \frac{1}{2}.$$

В этом случае выражения для базовой и знаковозмущенных сумм фактически совпадают, а это значит, что $|H_0(\tau_*)|$ равновероятно может занимать любую позицию в упорядоченном множестве $\{|H_j(\tau_k)|\}_{j=0}^{M-1}$, а следовательно

$$Prob\{\mathfrak{R}(\tau_*) \leq M - q\} = 1 - \frac{q}{M}.$$

Это означает, что согласно процедуре $SPS_Indicator(\tau_*) = 1$ истинное значение целевого параметра τ_* будет входить в доверительный интервал T с этой же вероятностью.

Доказательство ограниченности доверительного интервала T удобно привести для случая, когда $\alpha = 1$, так как для него имеется аналитическое выражение для модельной функции $\varphi(\tau, \dot{\epsilon})$ (1.7). Однако, и в случае, когда $\alpha = const > 0$, идея доказательства не меняется.

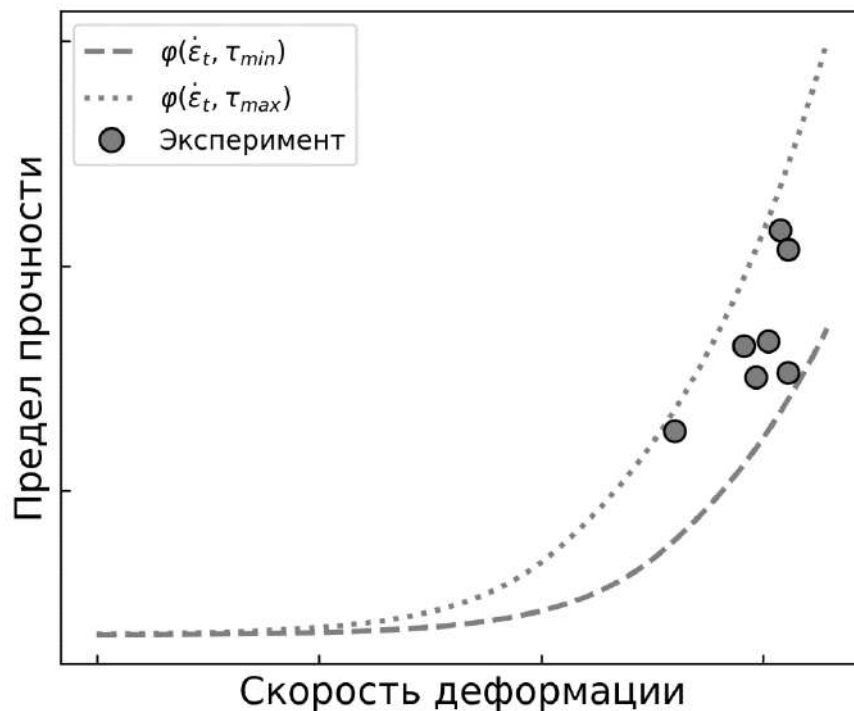


Рисунок 1.2 Расчетные кривые скоростной зависимости прочности для значений инкубационного времени τ_{min} и τ_{max} .

1. В первую очередь стоит отметить, что, исходя из механического смысла рассматриваемой задачи, и параметр инкубационного времени $\tau > 0$, и скорость деформации $\dot{\epsilon} > 0$. Следовательно, при любых положительных значениях τ и $\dot{\epsilon}$, согласно правой части выражения (1.11) производная модельной функции также положительная $\frac{d\varphi(\tau, \dot{\epsilon})}{d\tau} > 0$. Отсюда следует, что для

одной и той же скорости нагружения $\dot{\epsilon} > 0$, $\varphi(\tau_1, \dot{\epsilon}) > \varphi(\tau_2, \dot{\epsilon})$, при условии, что $\tau_1 > \tau_2$.

2. Формула (1.7) также позволяет вычислить набор значений $\{\tau_i\}_{i=1}^N$, которые будут соответствовать модельным кривым скоростной зависимости прочности, каждая из которых будет проходить через соответствующую экспериментальную точку $\{(\sigma_{*i}, \dot{\epsilon}_i)\}_{i=1}^N$.

3. Пусть $\tau_{min} = \min\{\tau_i\}_{i=1}^N$, а $\tau_{max} = \max\{\tau_i\}_{i=1}^N$, тогда согласно пункту 1 все экспериментальные точки данных динамических испытаний $\{(\sigma_{*i}, \dot{\epsilon}_i)\}_{i=1}^N$ будут располагаться на графике между модельными кривыми, соответствующими значениям τ_{min} и τ_{max} (см. Рисунок 1.2).

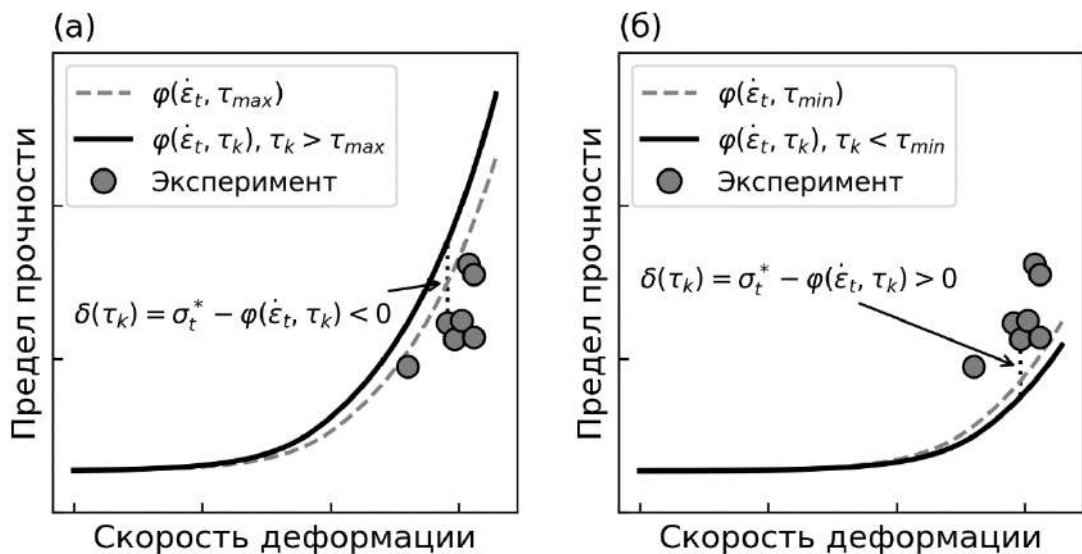


Рисунок 1.3 Изменение расчетных кривых скоростной зависимости прочности: (а) при увеличении τ_k , (б) при уменьшении τ_k .

4. Из пункта 3 следует, что для любого $\tau_{max}^+ > \tau_{max}$ все невязки будут одного знака, а именно отрицательными: $\delta_i(\tau_{max}^+) = \sigma_{*i} - \varphi(\tau_{max}^+, \dot{\epsilon}_i) < 0$ (см. Рисунок 1.3(a)).

Аналогично, при уменьшении значения τ для любого $\tau_{min}^- > \tau_{min}$ все невязки будут одного знака, а именно положительными: $\delta_i(\tau_{min}^-) = \sigma_{*i} - \varphi(\tau_{min}^-, \dot{\varepsilon}_i) > 0$ (см. Рисунок 1.3(б)).

5. Таким образом для любого $\tau_k \notin [\tau_{min}, \tau_{max}]$ получается, что в базовой сумме

$$H_0(\tau_k) = \sum_{i=1}^N \delta_i(\tau_k) \frac{d\varphi(\tau_k, \dot{\varepsilon}_i)}{d\tau}$$

все невязки складываются с одним знаком, поскольку производная для всех значений $\dot{\varepsilon}_i$ положительная $\frac{d\varphi(\tau, \dot{\varepsilon}_i)}{d\tau} > 0$. А в знаковозмущенных суммах

$$H_j(\tau_k) = \sum_{i=1}^N \beta_{ij} \delta_i(\tau_k) \frac{d\varphi(\tau_k, \dot{\varepsilon}_i)}{d\tau}$$

часть невязок учитывается с обратным знаком, так как $\beta_{ij} = \pm 1$.

Это позволяет утверждать, что в случае, когда пробное значение τ_k достаточно «сильно» отличается от истинного значения τ_* , то базовая сумма будет с большой вероятностью не меньше по абсолютной величине знаковозмущенных сумм:

$$|H_0(\tau_k)| \geq |H_j(\tau_k)|, \quad \tau_k \notin [\tau_{min}, \tau_{max}].$$

Равенство возможно только в том случае, если в некоторых из случайно сгенерированных наборов знаков все знаки будут совпадать. Вероятность такого события равна $\frac{M-1}{2^{N-1}}$.

Таким образом, можно сделать вывод, что при $\tau_k \notin [\tau_{min}, \tau_{max}]$ базовая сумма $|H_0(\tau_k)|$ будет с большой долей вероятности занимать последнее место

в упорядоченном множестве $\{ |H_j(\tau_k)| \}_{j=0}^{M-1}$, и ранг для соответствующих пробных значений τ_k будет равен M

$$\mathfrak{R}(\tau_k) = M.$$

Следовательно, при $\tau_k \notin [\tau_{min}, \tau_{max}]$ процедура $SPS_Indicator(\tau_k) = \mathbf{0}$ для любых значений параметра $q \geq 1$, и она будет исключать такие пробные значения из доверительного интервала T . Это означает, что ограниченность доверительного интервала, получаемого в результате применения метода знаково-возмущенных сумм, доказана.

1.3 Применение SPS-метода в задачах разрушения хрупких тел при высокоскоростном воздействии

Для проверки работоспособности метода знаково-возмущенных сумм была проведена обработка данных динамических испытаний, выполненных различными авторами для ряда хрупких материалов, например, различных видов горных пород, бетонов, а также льда при различных температурах.

Разрушение горных пород

Разработанная методика оценки значения инкубационного времени разрушения была применена для обработки данных динамических испытаний горных пород. Были выбраны данные измерений динамической прочности на растяжения в условиях откола. На рисунке 1.4 представлено сравнение расчётной скоростной зависимости прочности для гранита с экспериментально измеренными данными [101].



Рисунок 1.4 Скоростная зависимость прочности на растяжения для гранита [101]. Расчётные значения: пунктирная линия – $\tau_{0,8} \in [90; 125]$ мкс, штрихованная линия – $\tau_{0,95} \in [85; 135]$ мкс, $\sigma_c = 5.4$ МПа.

При расчётах для критического напряжения σ_c было выбрано значение 5.4 МПа, равное по величине экспериментально измеренной статической прочности материала. Для инкубационного времени τ выбирались значения, которые соответствуют границам доверительных интервалов, полученных SPS-методом с разным уровнем доверительной вероятности: 80% – $\tau_{0,8} \in [90; 125]$ мкс. и 95% – $\tau_{0,95} \in [85; 135]$ мкс. Можно отметить, что для выбранных значений доверительной вероятности наблюдается хорошее совпадение расчетных кривых с экспериментально измеренной динамической ветвью скоростной зависимости прочности.

Сравнение полученных доверительных интервалов показывает, что увеличение уровня доверительной вероятности приводит к закономерному росту их ширины. Однако, даже при достаточно высоком уровне

доверительной вероятности 95% погрешность оценки инкубационного времени относительного среднего значения получается всего около 23%, что может быть вполне приемлемым инженерной практики.

Также были обработаны экспериментальные данные, полученные в откольных испытаниях для туфа [101]. В этом случае для расчётов значение критического напряжения σ_c также было выбрано на уровне экспериментально измеренной статической прочности материала равной 2.0 МПа.

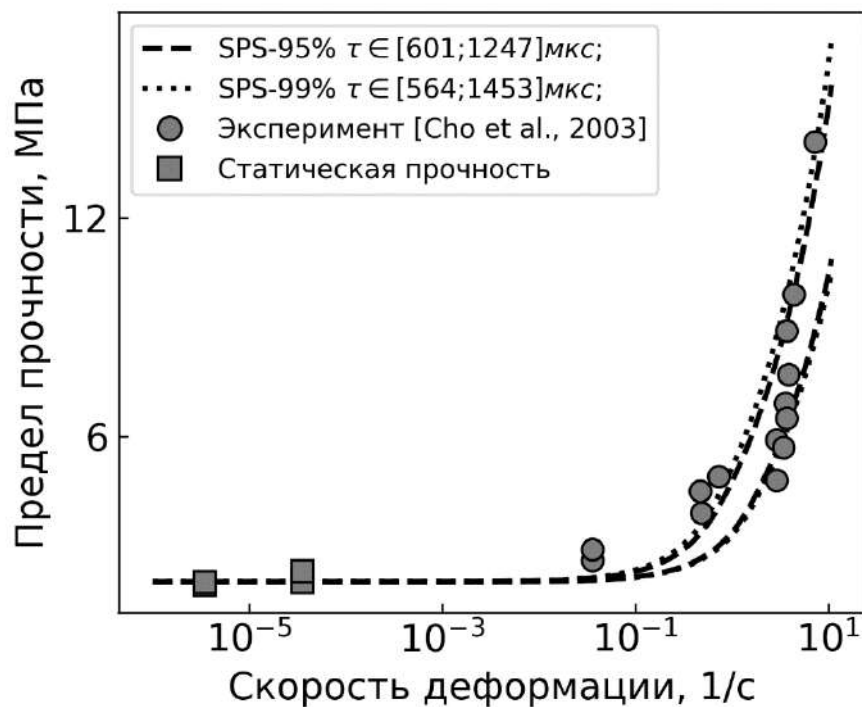


Рисунок 1.5. Скоростная зависимость прочности на растяжения для туфа [101]. Расчётные значения: пунктирная линия – $\tau_{0,95} \in [601; 1247]$ мкс и штрихованная – $\tau_{0,99} \in [564; 1453]$ мкс, $\sigma_c = 2.0$ МПа.

Оценка значений инкубационного времени τ проводилась SPS-методом для двух уровней доверительной вероятности: 95% и 99%. На рисунке 1.5 представлены расчётные линии скоростных зависимостей прочности, которые

были построены для граничных значений получившихся доверительных интервалов: $\tau_{0.95} \in [601; 1247]$ мкс. и $\tau_{0.99} \in [564; 1453]$ мкс. Также, как и в случае гранита, можно отметить хорошее количественное соответствие между модельными кривыми и результатами экспериментов. Однако, в этом случае для доверительной вероятности 95% получилась чуть большая погрешность оценки инкубационного времени на уровне 35%.

Можно отметить, что значения инкубационного времени, определённые по результатам обработки данных испытаний для туфа, оказались на порядок выше, чем те, что были получены для гранита. Этот результат хорошо соотносится с механическим смыслом инкубационного времени, величина которого определяется скоростью протекания подготовительных к разрушению процессов на микроструктурном уровне. В этом смысле значительно большее значение инкубационного времени для туфа с его пористой микроструктурой выглядит закономерным.

Продемонстрированные выше результаты оценки значений инкубационного времени для гранита и туфа свидетельствуют о хороших перспективах использования предлагаемого метода на практике. Видно, что при достаточно высоком уровне доверительной вероятности 95% получаются вполне приемлемые для инженерных расчётов погрешности в оценке инкубационного времени. Однако, вопрос выбора оптимального уровня доверительной вероятности, при котором будет получаться желаемый уровень погрешности оценки для τ остается открытым.

Разрушение льда при различных температурах

Также была проведена обработка экспериментальных данных динамических испытаний, проведенных на образцах из дистиллированного

льда при различных температурах [102]. В таблице 1.2 приведены значения инкубационного времени разрушения, полученные с помощью SPS-метода с доверительной вероятностью 90%.

Таблица 1.2 Результаты оценки инкубационного времени разрушения для льда [102] SPS-методом. Уровень доверительной вероятности 90%.

$T, ^\circ\text{C}$	τ_{min}, MKS	τ_{max}, MKS	τ_{avg}, MKS
-125	7.5	12.9	10.2
-80	9.0	14.8	11.9
-50	7.1	13.3	10.2
-15	6.3	12.8	9.6
-10	6.8	15.0	10.7

Возможность получения оценки в виде доверительного интервала позволила определить, что значение инкубационного времени слабо зависит от температуры, так как наблюдается взаимное пересечение всех интервалов, вычисленных для разных температур. Таким образом, оказалось, что данные испытаний для всех температур можно приближенно описать одной парой модельных кривых, построенных для средних значений границ полученных доверительных интервалов.

На рисунке 1.6 показана зависимость динамического множителя DIF для дистиллированного льда во всем диапазоне температур испытаний. Можно заметить, что многие экспериментальные точки не попадают в полосу, ограниченную расчётными кривыми, которые были вычислены для средних значений границ полученных интервалов значений инкубационного времени. Это может быть связано с тем, что всё-таки имеется слабая зависимость инкубационного времени от температуры, а также относительно низким выбранным значением доверительной вероятности.

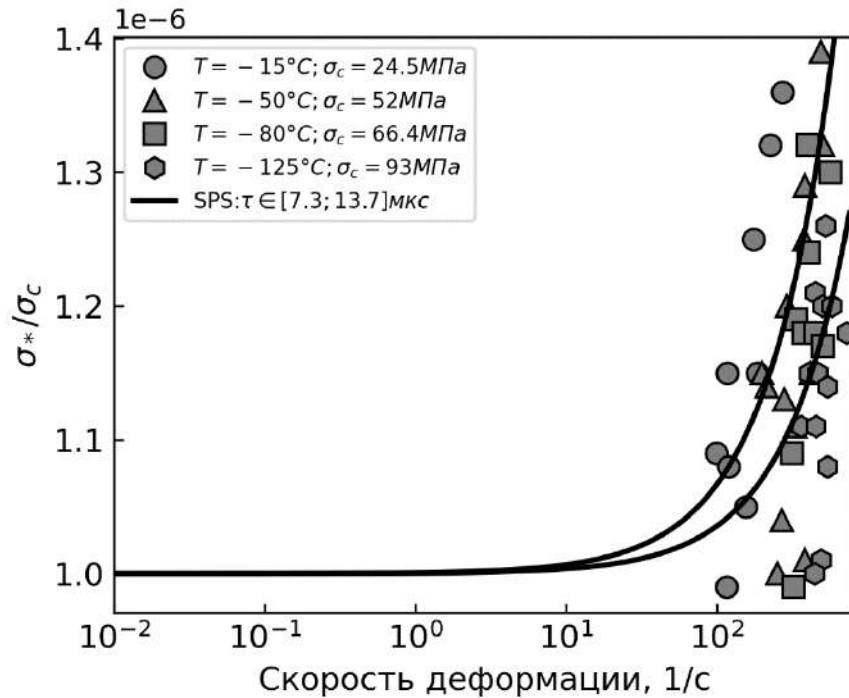


Рисунок 1.6. Зависимость динамического множителя DIF для дистиллированного льда. Модельные кривые обозначены штрихованной линией для $\tau \in [7.3; 13.7]$ мкс, точки соответствуют экспериментальным данным из работы [102].

SPS-метод был также использован для обработки данных, полученных при динамических испытаниях на растяжение цилиндрических образцов из поликристаллического льда в условиях откола [103]. Для расчётов величина критического напряжения σ_c была выбрана на уровне экспериментально измеренной статической прочности материала равной 1.0 МПа. Оценка значений инкубационного времени проводилась для уровня доверительной вероятности 90%.

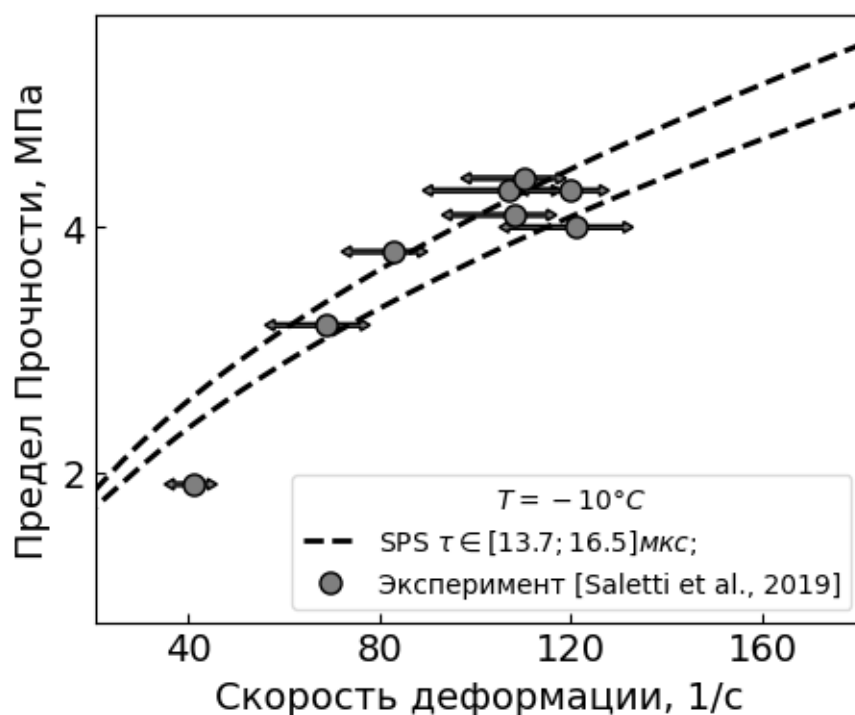


Рисунок 1.7 Скоростная зависимость прочности для поликристаллического льда. Модельные кривые на рисунке обозначены штрихованной линией для $\tau \in [13.7; 16.5]$ мкс, точки соответствуют экспериментальным данным из работы [103].

На рисунке 1.7 показаны расчётные скоростные зависимости прочности, построенные для граничных значений доверительного интервала $[13.7; 16.3]$ мкс. Стоит отметить, что получившаяся погрешность оценки инкубационного времени оказалась на уровне всего лишь 9%.

Можно отметить, что модельные кривые хорошо описывают не только экспериментальные значения динамической прочности, но и указанный авторами эксперимента разброс возможных значений скоростей деформации (см. 1.7). Это наблюдение косвенно подтверждает обоснованность разброса значений инкубационного времени, получаемого при использовании SPS-метода. Таким образом, можно предположить, что и в других случаях использования предлагаемой методики получаемый разброс значений для

инкубационного времени будет определяться неоднородностью свойств исследуемого материала.

Стоит отметить, что предложенный метод также был успешно применён для оценки значений инкубационного времени различных металлов, сплавов и пластиков [93, 92, 94, 95, 96]. Во всех случаях удалось получить оценку значений инкубационного времени с относительной погрешностью не более 20-30%, при высоких уровнях доверительной вероятности свыше 90%. При этом простота метода позволяет надеяться, что в будущем критерий инкубационного времени может быть взят основу новых практических стандартов по измерению прочности материалов при высокоскоростном нагружении.

С фундаментально-научной точки зрения важность разработанной методики обуславливается тем, что знание точных значений инкубационного времени позволяет рассчитывать условия разрушения при произвольных временных зависимостях, описывающих нагружающее воздействие. Так, например, при импульсном нагружении в условиях откольной схемы испытаний можно определить откольное сечение или зону множественного откола [104], а также выявить такой эффект, как задержка разрушения, который возникает при пороговых воздействиях [105].

1.4 Выводы к главе 1

Разработана новая методика оценки значения инкубационного времени, основанная на рандомизированном алгоритме знаковозмущенных сумм (SPS-метод).

Доказана теорема о выполнении условий применимости SPS-метода для исследуемой задачи и об ограниченности получаемой оценки.

На примере экспериментальных данных для различных видов горных пород, а также льда при различных температурах показана эффективность предлагаемого метода в задачах оценки значения параметра динамической прочности – инкубационного времени.

Оценка значения инкубационного времени в форме доверительного интервала предоставляет следующие преимущества:

- Наличие доверительного интервала позволяет вычислить погрешность оценки значения инкубационного времени.
- Могут быть сделаны дополнительные выводы о прочностных свойствах материала, неочевидные при точечной оценке.

Работоспособность предлагаемого метода была проверена не только хрупких материалов, но также и на примере обработки данных высокоскоростных испытаний металлических и полимерных образцов.

Предлагаемый метод оценки значений инкубационного времени в дальнейшем может быть использован при разработке новых стандартов по определению прочностных свойств материалов при высокоскоростном нагружении.

Глава 2 Динамическое разрушение жидких сред

Использование критерия инкубационного времени не ограничено только решением задач о разрушении хрупких материалов при динамическом воздействии. Заложена в основу критерия концепция о том, что на развитие и возникновение любого переходного процесса требуется некоторое время, позволяет решать задачи, связанные с кавитацией жидкостей. В этой главе будет показано, как можно использовать критерий инкубационного времени при исследовании критических условий возникновения акустической и импульсной кавитации. Также будет рассмотрен способ оценки влияния слабых ультразвуковых полей на условия равновесия жидкой и парообразной фазы.

Результаты, показанные в главе 2, были представлены в следующих работах [49, 73, 74, 72, 75].

2.1 Критерий инкубационного времени для предсказания акустической кавитации

Структурно временной подход можно эффективно использовать в задачах прогнозирования критических условий нагружения жидких сплошных сред, при которых происходит их разрушение, или, другими словами, нарушение сплошности. Такой процесс разрушения жидкостей называется кавитацией, который обычно описывается, как появление, последующий рост и резкое схлопывание парогазового пузырька, возникающего в области действия растягивающих напряжений, или в терминах гидромеханики, в зоне пониженного давления [106, 107, 108].

Разнообразные физические эффекты, возникающие при кавитации жидкостей, обуславливают большой научный и прикладной интерес к изучению свойств и особенностей этого явления. Достаточно перечислить перечень основных областей исследования, непосредственно связанных с кавитацией, чтобы убедиться в актуальности её исследования. Например, кавитация активно применяется в сонохимии [109, 110], медицине [111, 112], пищевой промышленности [113], для воздействия на микроорганизмы и биоматериалы [114, 115]. В металлургии кавитация используется для получения улучшенной структуры сплавов [116, 117]. Большое значение процесс кавитации играет при изучении фазовых переходов [118, 119], при этом особое внимание уделяется кавитации в криогенных жидкостях [120, 121].

В зависимости от того, каким образом появляется локальная зона отрицательного давления, кавитацию разделяют на гидродинамическую и акустическую. Гидродинамическая кавитация возникает в слоях жидкости, находящихся в непосредственной близости от быстро двигающейся поверхности твердого тела. При акустической кавитации инициатором роста парогазового пузырька является растягивающая фаза акустического воздействия [122, 123]. Можно отметить, что с точки зрения механики разрушения разделение кавитации на гидродинамическую и акустическую в некотором смысле условно, так как, например, акустическая волна в жидкости возникает в результате движения поверхности волновода. В любом случае, независимо от способа инициирования кавитации, временной профиль давления, приводящий к нарушению сплошности жидкости, обычно может быть вычислен с достаточно высокой степенью точности. Следовательно, с точки зрения механики разрушения, можно рассматривать процесс кавитации, как процесс разрушения жидкости, вызываемый некоторым механическим

воздействием, в результате которого в жидкости возникает локальное понижение давления в течение некоторого времени.

Для определения критических условий начала кавитации критерий инкубационного времени можно записать следующим образом:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \text{sign}(P(\xi)) \left(\frac{|P(\xi)|}{P_c} \right)^\alpha d\xi \leq 1, \quad (2.1)$$

где $P(t)$ временной профиль давления в жидкости, а инкубационное время кавитации τ , статический порог кавитации P_c и безразмерный параметр α являются макропараметрами жидкой среды, определяющими её прочность. Стоит отметить, что при дальнейшем анализе для удобства подразумевается, что растягивающее давление в жидкости по аналогии с растягивающим напряжением в твердом теле считается положительной величиной, а сжимающее – отрицательной.

Механический смысл параметров критерия (2.1) остается примерно тем же, что и в случае хрупкого разрушения, однако, можно отметить одну особенность, связанную со спецификой жидких сплошных сред. Было замечено, что значение параметра α в некоторой мере определяется вязкостью рассматриваемой жидкости. В своей работе А.А. Груздков [124], проанализировав уравнение Релея, описывающее колебания парогазового пузырька в жидкости, показал, что для воды оправдано выбирать значение параметра $\alpha = \frac{1}{2}$, а для более вязких сред, например, таких как глицерин, параметр α можно считать равным единице.

2.2 Импульсная кавитация

В случае импульсной кавитации область пониженного давления возникает при отражении сжимающего импульса от свободной поверхности как растягивающего. С целью упрощения анализа все последующие рассуждения приведены для жидкости, имеющей некоторую постоянную температуру $T = const$, что будет означать отсутствие температурных зависимостей для инкубационного времени τ и статического порога кавитации P_c . Также для определенности временной профиль нагружающего воздействия будет представляться в виде треугольного линейно затухающего импульса:

$$P(t) = A \left(1 - \frac{t}{t_0}\right) [H(t) - H(t - t_0)], \quad (2.2)$$

где A – амплитуда импульса, t_0 – его длительность, а $H(t)$ – функция Хевисайда. Временной профиль давления в жидкости на некотором расстоянии x от свободной поверхности представляет собой сумму начального и отраженного импульсов:

$$\begin{aligned} P(x, t) = A & \left(\left(1 - \frac{t}{t_0} - \frac{x}{ct_0}\right) \left[H\left(t + \frac{x}{c}\right) - H\left(t + \frac{x}{c} - t_0\right) \right] \right. \\ & \left. - \left(1 - \frac{t}{t_0} + \frac{x}{ct_0}\right) \left[H\left(t - \frac{x}{c}\right) - H\left(t - \frac{x}{c} - t_0\right) \right] \right) \\ & = Af(x, t), \end{aligned} \quad (2.3)$$

где c – скорость распространения акустической волны в жидкости. Точно также, как и в случае акустической кавитации порогом импульсной кавитации будет называться наименьшее значение амплитуды A_* , при которой будет происходить рост и схлопывание кавитационных пузырьков.

Величина порога импульсной кавитации в зависимости от длительности импульса нагрузки также может быть вычислена с помощью критерия инкубационного времени. Поскольку давление в результирующем импульсе (2.3), принимает как положительные, так и отрицательные значения, то для корректного расчёта порога кавитации, например, для воды при $\alpha = \frac{1}{2}$, необходимо учитывать в критерии (2.1) наличие множителя $sign(P(\xi))$.

После подстановки выражения для давления (2.3) в критерий (2.1) получается следующее выражение для расчёта порога импульсной кавитации:

$$\left(\frac{A_*}{P_c}\right)^\alpha = \frac{\tau}{I_{max}}, \quad (2.4)$$

где

$$I_{max} = \max_t \int_{t-\tau}^t sign(f(x, \xi)) |f(x, \xi)|^\alpha d\xi.$$

Следует отметить, что максимум интеграла I_{max} впервые может достигаться в различных сечениях x , в зависимости от соотношения длительности импульса t_0 и инкубационного времени τ . В случае, если $t_0 > \tau$, что означает, что импульс сжатия достаточно длинный, максимум I_{max} впервые будет достигаться, когда отраженный импульс с растягивающим давлением перестанет складываться с падающим. Это будет происходить впервые в сечении $x = \frac{ct_0}{2}$ в момент времени $t = \frac{t_0}{2}$. В этом случае только одна функция Хевисайда $H\left(t - \frac{x}{c} - t_0\right)$ в формуле (2.3) принимает значение равное нулю, и тогда максимум интеграла будет вычисляться следующим образом:

$$I_{max} = \int_{\frac{t_0}{2}}^{\frac{t_0}{2} + \tau} \left(\frac{3}{2} - \frac{\xi}{t_0} \right)^\alpha d\xi = \frac{t_0}{\alpha + 1} \left(1 - \left(1 - \frac{\tau}{t_0} \right) \right). \quad (2.5)$$

Для относительно коротких нагружающих импульсов, $t_0 < \tau$, продолжительность влияния сжимающей составляющей воздействия на величину интеграла превышает длительность импульса. В этом случае максимум интеграла будет достигаться впервые в сечении $x = \frac{ct_0}{2}$ в момент времени $t = \frac{\tau}{2}$:

$$I_{max} = \int_{\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2} + t_0} \left(1 - \frac{\xi}{t_0} + \frac{\tau}{2t_0} \right)^\alpha d\xi = \frac{t_0}{\alpha + 1}. \quad (2.6)$$

Подстановка формул (2.5) и (2.6) в выражение (2.4) позволяет получить аналитическое выражение для порога импульсной кавитации для нагружающего импульса треугольной формы:

$$\left(\frac{A_*}{P_c} \right)^\alpha = \begin{cases} (\alpha + 1) \frac{\tau}{t_0}, & t_0 < \tau, \\ (\alpha + 1) \frac{\tau}{t_0} \left(1 - \left(1 - \frac{\tau}{t_0} \right)^{\alpha+1} \right)^{-1}, & t_0 \geq \tau. \end{cases} \quad (2.7)$$

Для того, чтобы использовать полученный результат при расчёте порога импульсной кавитации для какой-то конкретной жидкости, необходимо знать значения её прочностных параметров τ и P_c . Если значение статического порога кавитации P_c может быть независимо экспериментально измерено при равновесном понижении давления, то значение инкубационного времени τ можно определить только путем сравнения прогнозируемых значений порога кавитации с результатами динамических испытаний. Для этой цели, как и для ранее рассмотренного случая разрушения твердых тел при постоянной

скорости роста напряжений, удобно использовать метод знаковозмущенных сумм.

Анализ выражения (2.7) показывает, что зависимость порога кавитации A_* относительно длительности нагружающего импульса t_0 , монотонно убывающая. Как было доказано ранее в главе 1, ограниченный доверительный интервал при использовании SPS-метода получается при монотонном возрастании модельной функции, определяющей скоростную зависимость прочности. Для того, чтобы получить подходящий вид модельной функции, определяющей величину порога кавитации в случае импульсного нагружения, достаточно ввести новый безразмерный параметр $\kappa = \frac{\tau}{t_0}$, являющимся в некотором смысле аналогом средней скорости нагружения при импульсном воздействии. Тогда выражение (2.7) можно переписать в следующем виде:

$$\left(\frac{A_*}{P_c}\right)^\alpha = \varphi(\kappa) = \begin{cases} \frac{(\alpha + 1)\kappa}{1 - (1 - \kappa)^{\alpha+1}}, & \kappa \leq 1, \\ (\alpha + 1)\kappa, & \kappa > 1, \end{cases} \quad (2.8)$$

где, функция $\varphi(\kappa(t_0, \tau))$ полностью удовлетворяет необходимым условиям SPS-метода. Это позволяет рассмотреть результаты измерения порога кавитации при импульсном нагружении в виде следующей модели наблюдений:

$$y_i = \varphi(\kappa(t_{0i}, \tau)) + v_i, \quad i = 1..N, \quad (2.9)$$

где $y_i = \left(\frac{A_{*i}}{P_c}\right)^\alpha$ экспериментально наблюдаемая величина, которая определяется значением порога кавитации A_{*i} в зависимости от длительности нагружающего импульса t_{0i} и внутреннего параметра τ , значение которого требуется оценить, v_i – случайные помехи, N – число измерений.

Для дополнительной ясности, смысл выражения (2.9) можно также определить в терминах задачи теории управления следующим образом. Пусть процесс кавитации в жидкости представляет собой некоторую динамическую систему, свойства которой определяются значением внутреннего параметра системы τ . За текущее состояние системы отвечает порог кавитации A_* , значение которого является откликом на внешнее воздействие, задаваемое управляющим параметром t_0 . При этом все измерения текущего состояния системы, то есть A_{*i} , содержат случайные помехи v_i . Если учесть, что все систематические ошибки устранены и эксперимент проводится максимально аккуратно, то разумно предположить, что v_i являются случайными величинами с симметричным относительно нуля распределением.

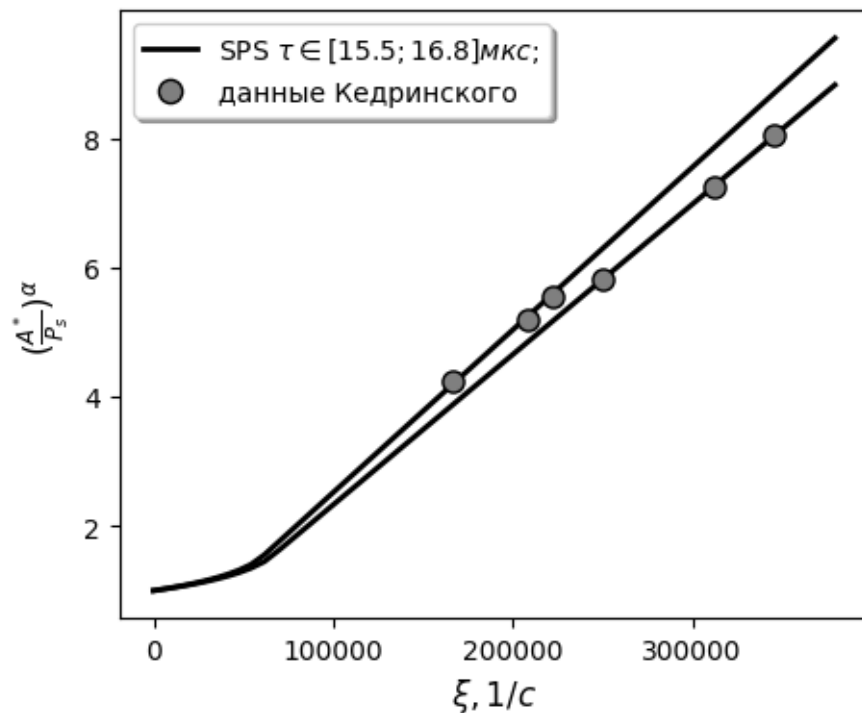


Рисунок 2.1 Зависимость порога кавитации от «средней скорости» нагружения при импульсном воздействии. Линии – расчётные кривые для граничных значений доверительного интервала $\tau \in [15.5; 17.0]$ мкс, точки – экспериментальные данные из работы [125].

Для оценки инкубационного времени были выбраны данные экспериментов по импульсной кавитации, проведенных для дегазированной воды [125]. Как было отмечено выше, в случае воды параметр α следует брать равным $\frac{1}{2}$. По результатам использования SPS-метода, согласно описанной в Главе 1 процедуре, была получена следующая оценка значений инкубационного времени в виде доверительного интервала $\tau \in [15.5; 17.0]$ мкс. с уровнем достоверности 95%. Значение статического порога кавитации было выбрано $P_c = 1$ атм.

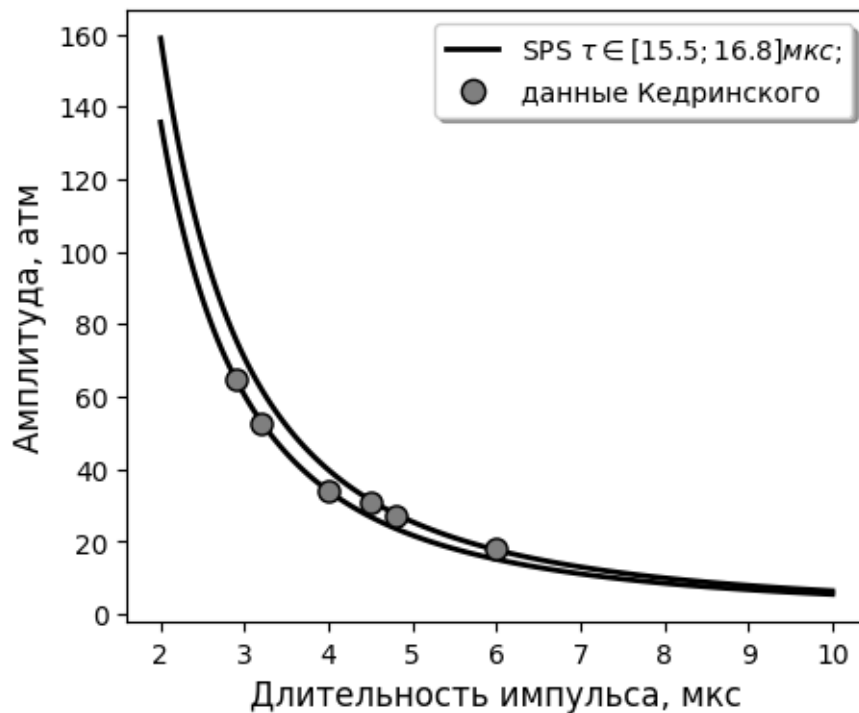


Рисунок 2.2 Зависимость порога импульсной кавитации от длительности нагружающего импульса. Линии – расчётные кривые для граничных значений доверительного интервала $\tau \in [15.5; 17.0]$ мкс, точки – экспериментальные данные из работы [125].

Зависимости порога кавитации, вычисленные согласно формуле (2.8), для граничных значений доверительного интервала показаны сплошными

линиями на рисунке 2.1. Стоит отметить, что наблюдается хорошее соответствие расчётных кривых и экспериментальных точек, а также, что возможная погрешность оценки относительно небольшая, порядка 5%, несмотря на высокий уровень достоверности. Для найденных значений инкубационного времени, также можно построить, с помощью соотношения (2.7), зависимость порога кавитации, от длительности нагружающего импульса (см. Рисунок 2.2).

Стоит отметить хорошее совпадение расчётных кривых с экспериментальными данными по импульсной кавитации, однако, большой интерес представляет также сравнение с экспериментом расчётных кривых, полученных для тех же значений инкубационного времени $\tau \in [15.5; 17.0]$ мкс, но уже в случае ультразвуковой кавитации.

2.3 Ультразвуковая кавитация

Ультразвуковые гармонические колебания поверхности погруженного в жидкость твердого тела, называемого излучателем, создают высокочастотную акустическую волну, давление в которой с высокой степенью точности можно выразить следующим образом:

$$P(t) = A \sin(\omega t), \quad (2.10)$$

где A – амплитуда давления, величина которой зависит от мощности излучателя, а ω – частота колебаний. Таким образом, в некотором микрообъеме жидкости, находящемся на пути распространения акустической волны, периодически будет возникать отрицательное давление в течение периода времени длительностью $\frac{\pi}{\omega}$. Если при этом амплитуда волны A будет достаточно велика, то в жидкости может возникнуть рост и последующее

схлопывание парогазовых пузырьков, которые будут означать наступление акустической кавитации. Под порогом кавитации в этом случае понимают минимальное значение амплитуды акустической волны A_* , при котором происходит понижение давления достаточное для того, чтобы начался процесс кавитации. Экспериментальные исследования показывают, что с увеличением частоты акустической волны наблюдается тенденция роста порога кавитации, при этом в диапазоне высоких частот также отмечается существенный разброс наблюдаемых значений. Критерий инкубационного времени, записанный в форме (2.15) с учетом температурных зависимостей (2.14) и (2.13), позволяет определить зависимость $A_*(\omega)$ путем подстановки в критерий (2.1) выражения для давления в акустической волне (2.10):

$$\left(\frac{A_*}{P_c}\right)^\alpha = \frac{\frac{\omega\tau}{2}}{\int_0^{\frac{\omega\tau}{2}} \psi(\xi) d\xi}, \quad (2.11)$$

где $\psi(\xi) = \text{sign}(\cos \xi) |\cos \xi|^\alpha$. Стоит также отметить, что в полученном выражении правая часть стремится к единице при условии $\tau \rightarrow 0$, что означает, что при бесконечно малом значении инкубационного времени кавитационная прочность жидкости определяется только значением статического порога кавитации.

Помимо этого, нетрудно заметить, что при определенном соотношении между частотой акустической волны и значением инкубационного времени интеграл в правой части выражения (2.11) обращается в ноль, а именно когда:

$$\frac{\omega\tau}{2} = 2\pi n, \quad n \in \mathbb{N}.$$

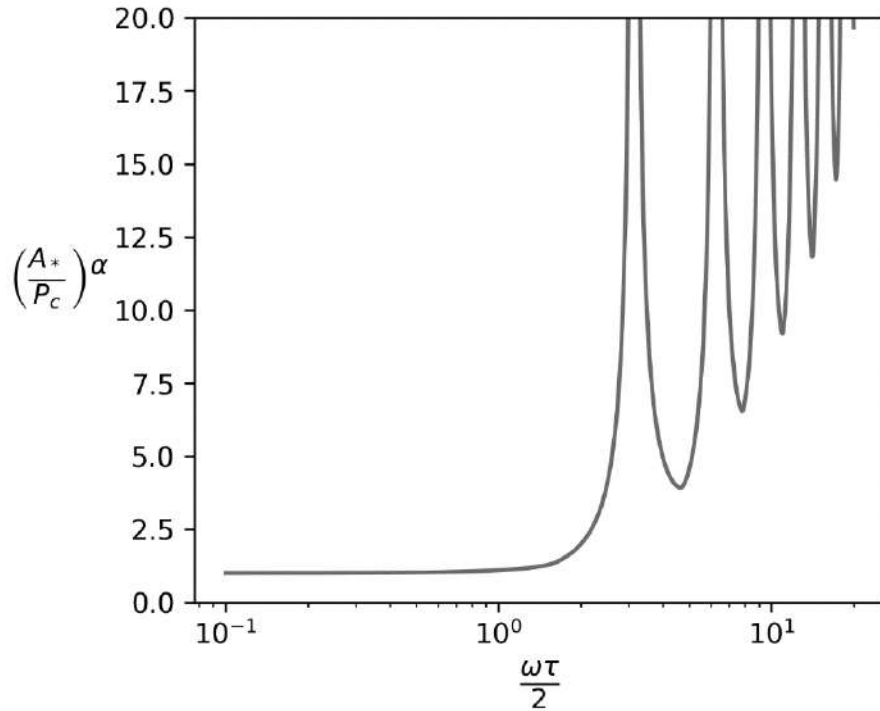


Рисунок 2.3 Зависимость порога акустической кавитации относительно частоты в безразмерном виде ($\alpha = \frac{1}{2}$).

В этом случае согласно формуле (2.11) следует ожидать бесконечно больших значений порога акустической кавитации A_* (см. рис. 2.3), чего экспериментально не наблюдается. Поэтому для расчёта частотной зависимости порога кавитации можно предположить, что в силу неоднородности механических свойств жидкости инкубационное время τ может равновероятно принимать значение из некоторого интервала $[\tau_{min}; \tau_{max}]$. Тогда порог кавитации можно определить по принципу слабого звена, как наименьшее значение из всех вычисленных для $\tau \in [\tau_{min}; \tau_{max}]$:

$$\left(\frac{A_*}{P_c}\right)^\alpha = \min_{\tau \in [\tau_{min}; \tau_{max}]} \left(\frac{\frac{\omega\tau}{2}}{\int_0^{\frac{\omega\tau}{2}} \psi(\xi) d\xi} \right). \quad (2.12)$$

Ранее было показано, что оценка значения инкубационного времени в виде некоторого интервала, может быть получена при использовании метода

знаковозмущенных сумм. Было показано, что для корректного использования SPS-метода необходимо, чтобы модельная функция была монотонно-возрастающей относительно управляющего параметра, в данном случае частоты акустической волны ω . Однако, несложно заметить, что зависимость, определяемая соотношением (2.11), является немонотонной функцией, поэтому провести оценку значений инкубационного времени непосредственно по данным испытаний по акустической кавитации невозможно. Поэтому расчёт зависимости порога акустической кавитации воды проводится для интервала значений инкубационного времени, полученного при обработке данных испытаний, по инициированию кавитации ударными импульсами в условиях откола.

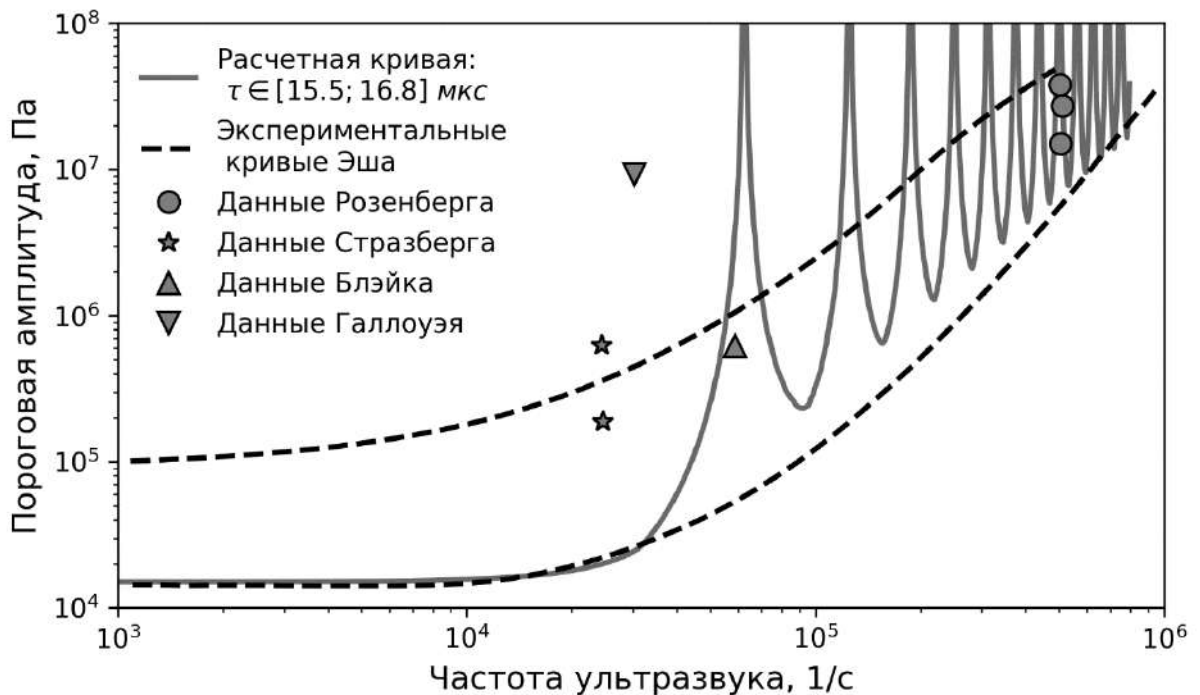


Рисунок 2.4 Расчётная зависимость порога акустической кавитации для воды. Расчётные кривые — сплошные линии, кривые Эша — пунктирные линии, точки — экспериментальные данные других авторов.

Результаты расчёта представлены на рисунке 2.4. Показано сравнение расчётных кривых, полученных согласно (2.12) для значений инкубационного времени $\tau \in [15.5; 16.8]$ мкс. и $P_c = 0.15$ атм., с кривыми Эша, которыми он обозначил диапазон значений порога акустической кавитации.

Можно отметить, что для расчётных кривых порога акустической кавитации наблюдается хорошее качественное и количественное соответствие с экспериментально полученными кривыми Эша. При этом важно, что расчёт порога акустической кавитации производится для тех же самых значений инкубационного времени, которые были получены по результатам испытаний, проведённых в рамках совершенно другой экспериментальной схемы – импульсного нагружения воды. Немонотонное поведение расчётных кривых показывает, что экспериментально наблюдаемый разброс значений, может быть связан не только с неоднородностью и высокой подвижностью жидкой среды, но и также может быть непосредственно обусловлен спецификой процесса нагружения.

Если интервал для инкубационного времени τ и значение α были одни и те же, то вот для статического порога кавитации были выбраны разные значения: $P_c = 0.15$ атм в случае акустической кавитации и $P_c = 1$ атм для импульсной. На кривых Эша это как раз уровни соответственно нижней и верхней кривой при низких частотах около 1кГц. Такой разброс экспериментально измеренных значений статического порога кавитации, по-видимому, связан с наличием метастабильных состояний в жидкости при медленных воздействиях. Поэтому для предсказания частотной зависимости порога акустической кавитации или зависимости порога импульсной кавитации от длительности выбирались те значения, при которых соответствие с экспериментальными данными достигалось наилучшим образом.

2.4 Зависимость порога кавитации от температуры и фонового давления

В предыдущих параграфах все расчёты порога акустической и импульсной кавитации были проведены для постоянных значений параметров среды, входящих в критерий инкубационного времени – τ , P_c и α . Однако, кавитационные свойства жидкости могут зависеть от множества факторов, например, таких как температура и фоновое давление, степень дегазации, наличие примесей, их концентрация и средний размер. Однако, если рассматривать жидкость, как однородную сплошную среду, то ключевыми параметрами будут только температура и фоновое давление.

Нарушение сплошности жидкости при кавитации всегда сопровождается образованием парогазовой фазы. С этой точки зрения, явление кавитации можно рассматривать, как переход сплошной среды из жидкого состояние в парообразное, только не в результате нагрева, как в процессе кипения, а вследствие локального понижения давления. В этом случае, образование, рост и последующее схлопывание парогазовых пузырьков, что по своей сути является кавитацией жидкости, может происходить без какого-либо механического воздействия, например, только при непосредственном нагреве. При этом значение, на которое нужно увеличить температуру жидкости напрямую зависит от фонового давления. Таким образом, для использования критерия инкубационного времени в задачах кавитации необходимо определить зависимость основных параметров от температуры и фонового давления.

На рисунке 2.5 изображена диаграмма фазового равновесия «жидкость-пар» для воды. Если текущее состояние жидкости характеризуется давлением и температурой (P_0, T_0) , то для образования новой фазы, то есть кавитации,

нужно приложить равновесное воздействие, локально понижающее давление до уровня, определяемого кривой фазового равновесия.

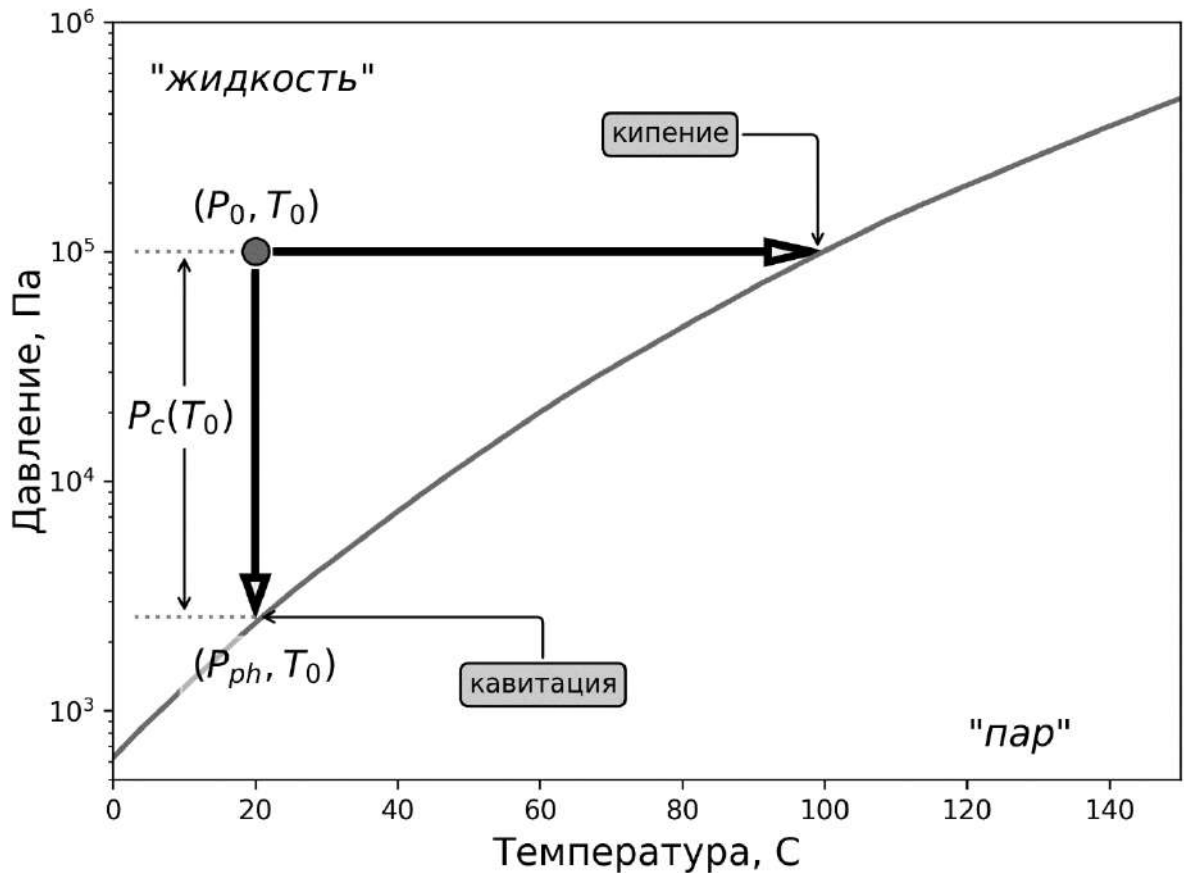


Рисунок 2.5 Интерпретация процесса кавитации, как фазового превращения из жидкого состояния в газообразное на примере диаграммы для воды.

Таким образом, для произвольной температуры T , величина статического порога P_c может быть определена, как разность между текущим значением давления в жидкости P_0 и соответствующим уровнем давления на кривой фазового равновесия $P_{ph}(T)$:

$$P_c(T) = P_0 - P_{ph}(T). \quad (2.13)$$

Для инкубационного времени вид температурной зависимости $\tau(T)$ может быть выбран, исходя из следующих соображений. Как уже отмечалось

ранее, инкубационное время определяет некоторое характерное время, необходимое для протекания на микроструктурном уровне процессов, предшествующих разрушению на макроуровне. Увеличение температуры повышает подвижность молекул, способствуя ускорению процессов перестройки структуры на микроуровне. Таким образом, можно сделать вывод, что значение инкубационного времени будет уменьшаться с ростом температуры жидкой среды. Поэтому в качестве зависимости инкубационного времени от температуры было принято соотношение по типу, предложенного Аррениусом для определения скорости протекания реакции от температуры:

$$\tau(T) = \tau_0 \exp\left(\frac{G}{kT}\right), \quad (2.14)$$

где τ_0 – характерное значение инкубационного времени кавитации, $k = 1,3807 \times 10^{23}$ Дж/К – постоянная Больцмана, а G – энергия, необходимая для инициирования кавитации в некотором элементарном объеме. Можно предположить, что влияние фонового давления P_0 на величину инкубационного времени τ не столь существенное, как влияние температуры, поэтому в качестве простейшего приближения им можно пренебречь. Таким образом, критерий инкубационного времени можно записать в следующей форме:

$$\frac{1}{\tau(T)} \int_{t-\tau(T)}^t \left(\frac{P(\xi)}{P_c(T)}\right)^\alpha d\xi \leq 1. \quad (2.15)$$

где $P_c(T)$ и $\tau(T)$ определяются соотношениями (2.13) и (2.14). По аналогии с соотношением (2.12) можно вычислить температурную зависимость порога акустической кавитации для некоторой постоянной частоты ультразвуковой волны ω :

$$\left(\frac{A_*(T)}{P_c(T)}\right)^\alpha = \min_{\tau(T) \in [\tau_{min}; \tau_{max}]} \frac{\frac{\omega\tau(T)}{2}}{\int_0^{\frac{\omega\tau(T)}{2}} \psi(\xi) d\xi}. \quad (2.16)$$

Так как в этом случае интервал возможных значений для $\tau(T)$ неизвестен, то его можно определить следующим образом:

$$[\tau_{min}; \tau_{max}] = \left[\left(1 - \frac{\delta}{2}\right) \tau(T); \left(1 + \frac{\delta}{2}\right) \tau(T) \right],$$

где δ определяет некоторый разброс значений. Доверительный интервал для возможных значений инкубационного времени, который был ранее получен с помощью SPS-метода, оказался достаточно узким. Отклонение значений границ интервала от среднего значения составило не больше 5%. Однако, при таком значении δ расчётные значения частотной зависимости порога акустической кавитации в окрестности частот $\omega_n = 4\pi n/\tau$, где n – натуральное число, достаточно сильно выходят за пределы экспериментальной полосы Эша, см. Рисунок 2.4. Поэтому для дальнейшего расчёта температурной зависимости порога кавитации значение δ было выбрано с запасом на уровне 20%.

На рисунке 2.6 показаны расчётные кривые температурной зависимости порога акустической кавитации, вычисленные для воды при различных уровнях фонового давления. Расчёт проводился для частоты ультразвука $\omega = 25.5$ кГц, при следующих значениях параметров $\tau_0 = 3.7$ мкс, и $G = 1475 \times 10^{-23}$ Дж. Сравнение с экспериментальными данными из работы [126] показало, что предложенный способ позволяет качественно предсказывать уменьшение порога кавитации с ростом температуры, а также его увеличение при возрастании фонового давления.

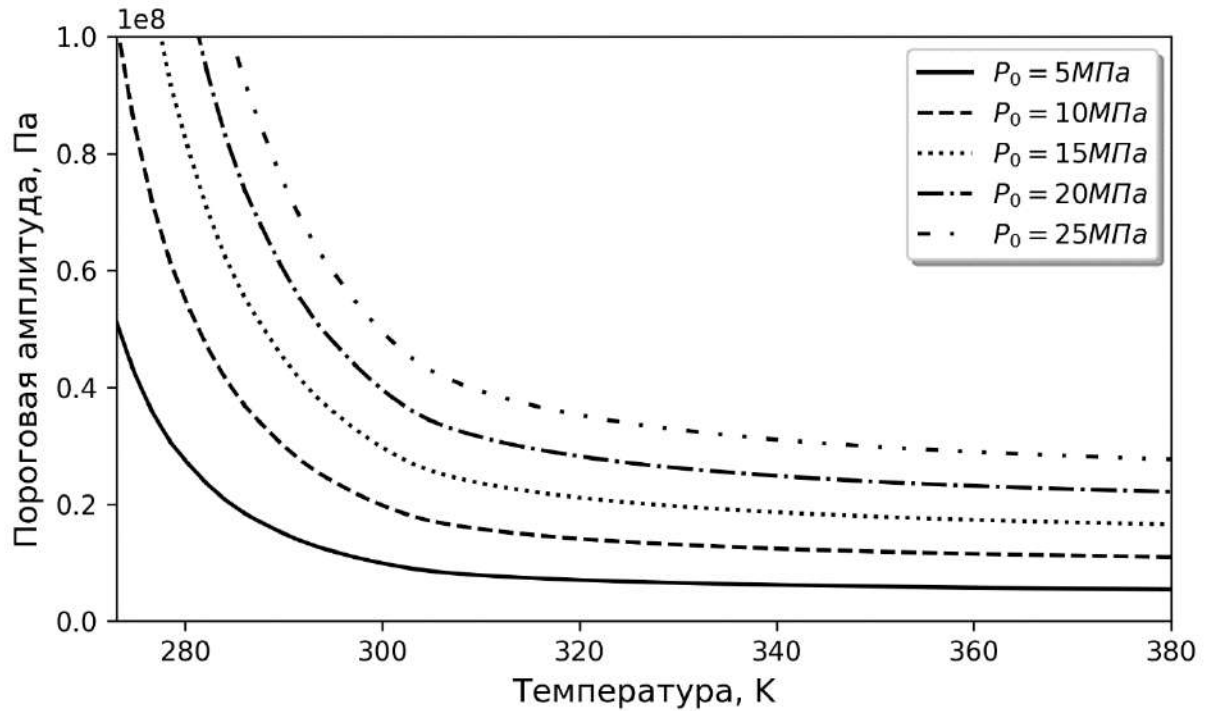


Рисунок 2.6 Температурная зависимость порога акустической кавитации воды при различных значениях фонового давления.

Для достижения наилучшего количественного соответствия для разных значений фонового давления P_0 были выбраны различные значения энергии активации G , которые приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 Зависимость энергии активации от фонового давления в воде

P_0 , МПа	5	10	15	20	25
G , 10^{-23} Дж	1510	1490	1475	1470	1460

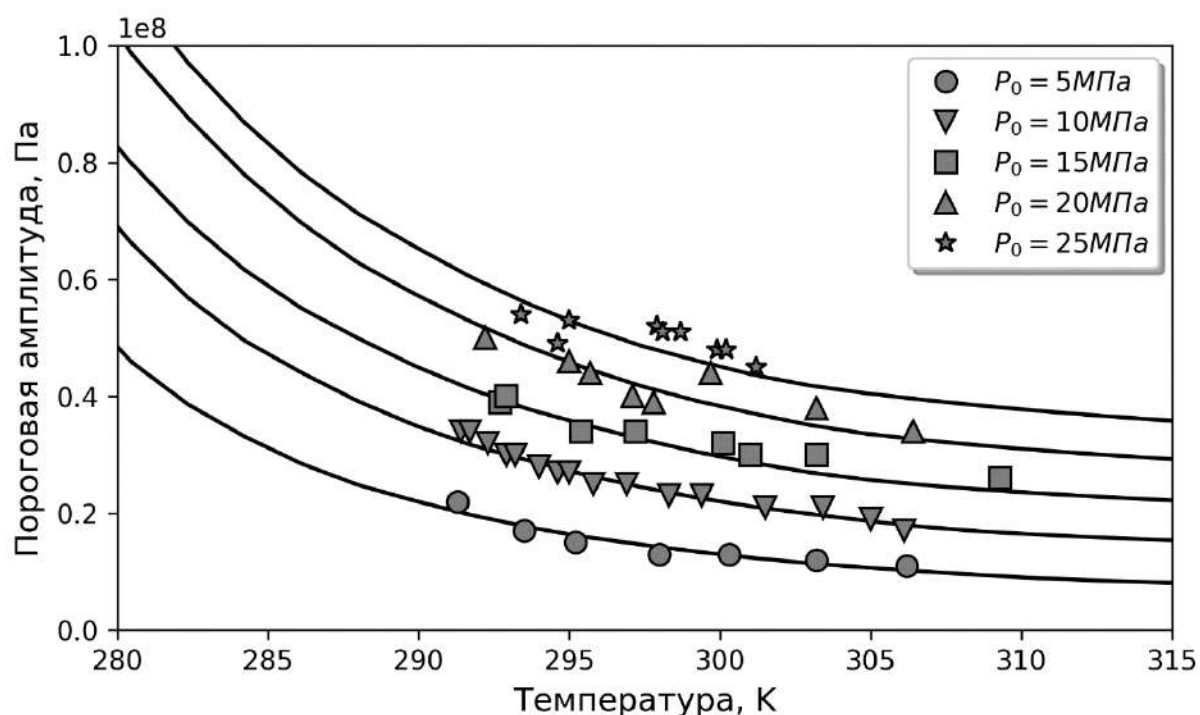


Рисунок 2.7 Температурная зависимость порога акустической кавитации воды, вычисленная при различных значениях фонового давления. Расчётные кривые – сплошные линии, точки – экспериментальные данные из работы [126]

Результаты расчётов для переменных значений энергии активации приведены на рисунке 2.7. В этом случае уже можно отметить хорошее совпадение данных эксперимента и расчётных кривых. Это показывает необходимость учета влияния фонового давления не только на значение статического порога кавитации P_c , но и на величину инкубационного времени τ , через зависимость энергии активации от фонового давления.

Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными показало, что предлагаемый способ позволяет достаточно точно предсказывать порог акустической кавитации для различных значений частоты ультразвуковой волны, а также параметров состояния жидкости – её температуры и фонового давления.

2.5 Влияние ультразвука на условия фазового равновесия

Представление явления кавитации, как фазового превращения из жидкой в парообразное состояние позволяет, как было показано выше, не только эффективно прогнозировать величину порога акустической кавитации, но и наоборот оценивать влияние ультразвуковой волны на условия фазового равновесия. В самом деле, если в жидкой сплошной среде распространяется акустическая волна, амплитуда которой ниже порогового значения, то в этом случае условия фазового равновесия будут отличаться от начальных, когда эта же среда находится в ненагруженном состоянии.

Пусть в жидкости распространяется акустическая волна, амплитуда которой меньше порогового значения:

$$P(T) = A_0 \sin \omega t, \quad A_0 < A_*$$

В этом случае в среде периодически возникает локальное понижение давления на величину A_0 , однако это не позволяет сделать вывод, что в этот момент времени условия фазового равновесия должны сместиться также на величину A_0 . Чтобы оценить равновесное снижение уровня давления, создаваемое акустической волной с амплитудой давления A_0 , можно воспользоваться соотношением (2.16). Левая часть этого выражения, зависящая только от временного профиля воздействия и инкубационного времени для сплошной среды, является величиной, которая определяет отношение пороговой амплитуды звуковой волны, к статическому порогу кавитации. Другими словами, это отношение показывает, насколько больше должна быть амплитуда акустической волны A , чем величина, на которую требуется в условиях равновесия понизить фоновое давление, чтобы возникла кавитация жидкости. То есть действие акустической волны с пороговой амплитудой A_* эквивалентно, с точки зрения фазового превращения, равновесному снижению

давления на величину статического порога кавитации P_c . Таким, образом выражение (2.16) можно переписать следующим образом:

$$\left(\frac{A_0}{P_{eq}(T)}\right)^\alpha = \min_{\tau(T) \in [\tau_{min}; \tau_{max}]} \frac{\frac{\omega\tau(T)}{2}}{\int_0^{\frac{\omega\tau(T)}{2}} \psi(\xi) d\xi}, \quad (2.17)$$

где $P_{eq}(T)$ – величина, на которую в среднем снижается фоновое давление в жидкости при температуре T при прохождении акустической волны с амплитудой A_0 и частотой ω . Если представить жидкость, через которую распространяется акустическая волна с допороговой амплитудой давления, как какую-то новую сплошную среду, то тогда для неё условия фазового равновесия будут определяться следующим образом:

$$\tilde{P}_{ph}(T) = P_{ph}(T) + P_{eq}(T), \quad (2.18)$$

где $\tilde{P}_{ph}(T)$ и $P_{ph}(T)$ – уровни давления, при которых происходит фазовое превращение сплошной среды в случае действия ультразвуковой волны и без соответственно.

На рисунке 2.8 показан пример расчета по формулам (2.17) и (2.18) «подправленных» диаграмм фазового равновесия для воды, в которой распространяется акустическая волна с амплитудой $A_0 = 0.25$ МПа, и частотой в диапазоне $\omega = 10 - 70$ кГц. Представленные на графике (2.8) результаты показывают, что отклонение уровня давления фазового перехода от стандартной фазовой диаграммы при определенном соотношении значений параметров задачи может быть значительным и достигать более чем половины амплитуды A_0 -волны.

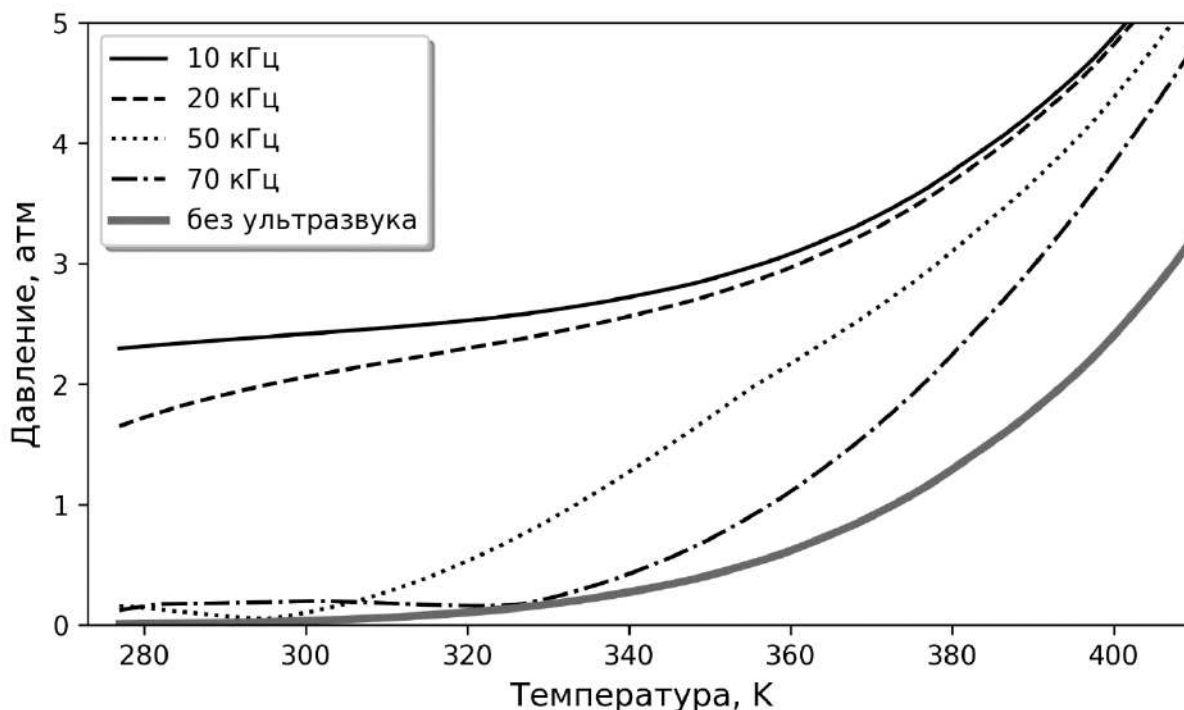


Рисунок 2.8 «Подправленные» диаграммы фазового равновесия для воды, в которой распространяется акустическая волна с амплитудой $A_0 = 0.25$ МПа, и частотой в диапазоне $\omega = 10 - 70$ кГц

На рисунке 2.8 видно, что уровень влияния ультразвуковой волны на условия фазового равновесия уменьшается с увеличением частоты волны (при одинаковой амплитуде колебаний). В рамках модели это можно объяснить тем, что при низких частотах давление в акустической волне изменяется медленно в масштабах инкубационного времени. В этом случае величина $P_{eq}(T)$ стремится к амплитуде A_0 . А при высоких частотах в промежуток времени τ укладывается практически полный период колебаний, при этом величина $P_{eq}(T)$ оказывается незначительной. С ростом температуры значение инкубационного времени уменьшается, и в этом случае даже для высоких частот величина $P_{eq}(T)$ становится соизмеримой с A_0 .

2.6 Анализ энергоемкости процесса схлопывания кавитационных пузырьков

В задачах, связанных с явлением кавитации жидкости, помимо определения пороговых значений нагружающего воздействия особо важным является вопрос кавитационной эрозии [127]. При схлопывании кавитационного пузырька возникает сильное импульсное воздействие, приводящее к микроразрушению находящейся вблизи твердой поверхности, например, поверхности волновода в случае ультразвуковой кавитации или турбинной лопатки при гидродинамической кавитации. Так как число схлопывающихся пузырьков в процессе развитой кавитации обычно очень велико, то в итоге это может приводить к значительному разрушению поверхности твердого тела, находящегося в кавитирующей жидкости. Экспериментальные исследования показывают, что интенсивность процесса эрозионного разрушения при акустической кавитации зависит от частоты и амплитуды ультразвуковой волны. В работе [128] авторы экспериментально измерили амплитуду напряжений импульса, возникающего при схлопывании пузырька, и показали, что её значение возрастает с увеличением амплитуды или частоты ультразвука. Качественное объяснение этого явления может быть получено при анализе энергоемкости процесса кавитации. При проведении экспериментального исследования акустической кавитации М.Г. Сиротюком была выявлена следующая схема роста и схлопывания парогазовых пузырьков [129]. Во время действия растягивающей фазы ультразвуковой волны, происходит образование и последующий рост парогазового пузырька, который затем практически сразу схлопывается с началом действия сжимающей стадии. Таким образом, получается, что вся энергия, накопленная во время роста парогазового пузырька, почти мгновенно высвобождается, создавая мощное эрозионное воздействия. Для оценки количества энергии,

затрачиваемого на возникновение пузырька, и количества энергии, которое накапливается до момента его схлопывания, можно использовать методику, показанную в разделе 2.3.

Растягивающая стадия ультразвуковой волны с частотой ω соответствует импульсу синусоидальной формы длительностью $\frac{t_0}{2} = \frac{\pi}{\omega}$ и амплитудой A , который задаётся следующим образом:

$$P(t) = \left[H(t) - H\left(t - \frac{t_0}{2}\right) \right] A \sin\left(2\pi \frac{t}{t_0}\right). \quad (2.19)$$

После подстановки выражения (2.19) в критерий (2.1) можно получить следующее выражение для пороговых значений амплитуды в зависимости от длительности импульса:

$$\left(\frac{A_*}{P_c}\right)^\alpha = \frac{1}{\max_t \int_{t-\tau}^t \left[H(t) - H\left(t - \frac{t_0}{2}\right) \right] \left(\sin\left(2\pi \frac{\xi}{t_0}\right) \right)^\alpha d\xi}. \quad (2.20)$$

Интеграл в правой части выражения (2.20) в общем случае невозможно вычислить аналитически (например, ранее было показано, что для воды параметр α следует выбирать равным $\frac{1}{2}$), поэтому для простоты дальнейших рассуждений удобно принять значение параметра $\alpha = 1$. В этом случае для пороговой амплитуды импульса может быть получено следующее аналитическое соотношение:

$$\tilde{A}_* = \frac{A_*}{P_c} = \begin{cases} \pi/\tilde{t}_0, & \tilde{t}_0 \leq 2, \\ \frac{\pi/\tilde{t}_0}{\sin(\pi/\tilde{t}_0)}, & \tilde{t}_0 > 2, \end{cases} \quad (2.21)$$

где $\tilde{t}_0 = \frac{t_0}{\tau}$, нормированная длительность импульса. Стоит отметить интересную особенность полученной зависимости для порога импульсной

кавитации (2.21). Если её рассмотреть, как функцию соответствующей частоты $\tilde{\omega} = \frac{2\pi}{\tilde{t}_0}$, то окажется что выражение (2.21) будет задавать нижнюю огибающую немонотонной кривой, вычисленной по формуле (2.11) для частотной зависимости порога кавитации (см. Рисунок 2.9).

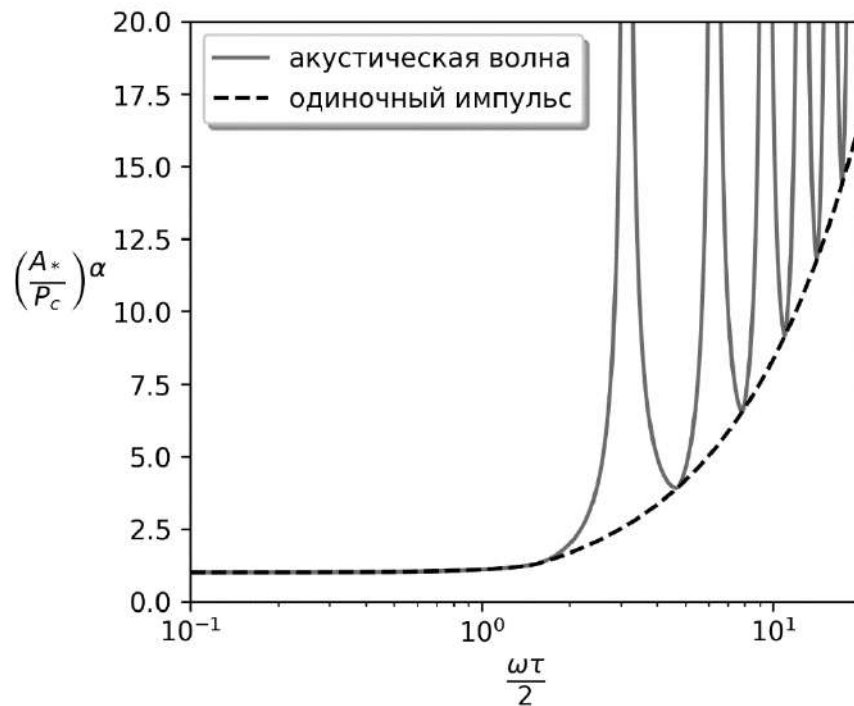


Рисунок 2.9 Частотная зависимость порога кавитации, непрерывная линия – расчёт по всей акустической волне с учетом наличия сжимающей фазы, пунктирная линия – только по одиночному растягивающему импульсу.

Для того, чтобы вычислить удельную энергоёмкость процесса кавитации можно посчитать количество энергии, которое успеваает перенести ультразвуковая волна до времени t_* – момента возникновения кавитационного пузырька:

$$E_1 = \int_0^{t_*} \frac{P^2(\xi)}{\rho c} d\xi, \quad (2.22)$$

где ρ и c – плотность и скорость распространения звука в кавитирующей жидкости. Безразмерное время разрушения $\tilde{t}_* = \frac{t_*}{\tau}$ в зависимости от параметров разрушающего импульса также можно вычислить с помощью критерия инкубационного времени:

$$\tilde{t}_* = \begin{cases} \frac{1}{\tilde{\omega}} \arccos\left(1 - \frac{\tilde{\omega}}{\tilde{A}}\right), & \tilde{t}_0 \leq 2, \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\tilde{\omega}} \arcsin\left(\frac{\tilde{\omega}}{2\tilde{A}} \frac{1}{\sin(\tilde{\omega}/2)}\right), & \tilde{t}_0 > 2. \end{cases} \quad (2.23)$$

Подстановка выражений (2.19) в формулу (2.22) и последующее интегрирование позволяют получить следующее выражение для энергии, накопленной звуковой волной до начала кавитации:

$$E_1 = \frac{\tau P_c^2 \tilde{A}^2}{2\rho c} \left(\tilde{t}_* - \frac{\sin(2\tilde{\omega}\tilde{t}_*)}{2\tilde{\omega}} \right). \quad (2.24)$$

Таким образом, после подстановки выражения для времени разрушения (2.23) в формулу (2.24) можно вычислить зависимость количества энергии, затрачиваемой на инициирование кавитационного пузырька, от параметров разрушающего импульса: его амплитуды и длительности. На рисунке 2.10 в безразмерных координатах показан качественный график этой зависимости. Для удобства вместо длительности импульса используется частоту соответствующей ультразвуковой волны. Величина энергии также указывается в безразмерном виде после нормировки на величину $E_0 = \frac{\tau P_c^2}{2\rho c}$, имеющую размерность энергии, значение которой определяется параметрами кавитирующей жидкости.

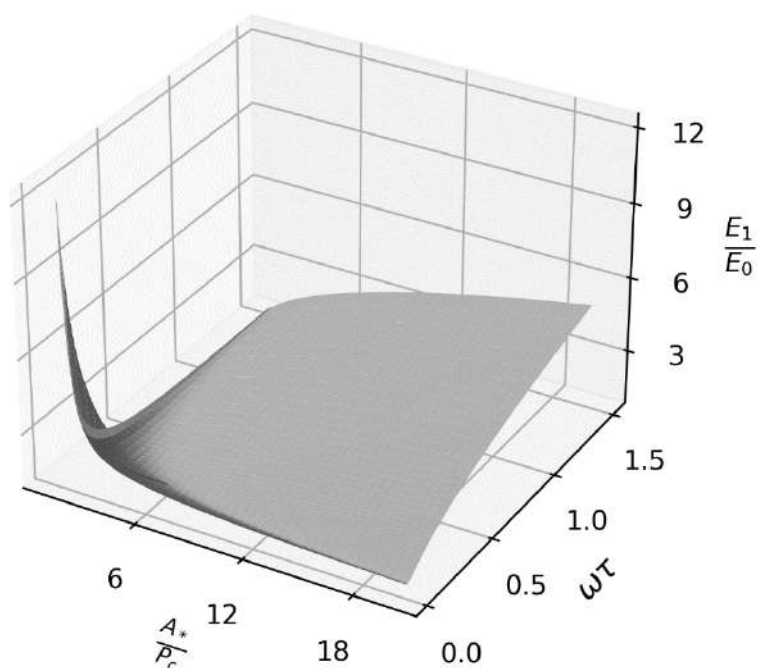


Рисунок 2.10 Энергия возникновения кавитации в зависимости от амплитуды импульса и от частоты соответствующей акустической волны.

Стоит отметить, что зависимости энергии возникновения кавитации от амплитуды, соответствующие сечениям поверхности, показанной на рисунке 2.10, плоскостями $\omega\tau = const$ в некотором диапазоне низких частот имеет не монотонный характер. Однако, начиная с некоторого значения частоты эта зависимость становится монотонно возрастающей, при этом с дальнейшим увеличением частоты её характер не меняется.

Вид полученной зависимости энергии затрачиваемой на возникновение кавитации качественно согласуются результатами экспериментальных наблюдений [129]. Также можно отметить, что полученная оценка энергоёмкости процесса кавитации косвенно подтверждается экспериментальными результатами по измерению интенсивности воздействий, образующихся при схлопывании кавитационных пузырьков [128].

2.7 Выводы к главе 2

Разработана методика определения параметров прочности материала с помощью метода знаковозмущенных сумм путем обработки временной зависимости прочности, экспериментально наблюдаемой в испытаниях при импульсном нагружении.

На основе критерия инкубационного времени разработана модель, предсказывающая зависимость порога акустической кавитации от частоты ультразвуковой волны.

Расчётные кривые частотной зависимости порога акустической кавитации для дегазированной воды показали хорошее качественное и количественное соответствие с экспериментально наблюдаемыми кривыми Эша. При этом расчёт проводился для значений инкубационного времени, полученных при обработке временной зависимости порога кавитации, полученной в рамках другой экспериментальной схемы.

Исследовано влияние равновесных параметров состояния сплошной среды, а именно температуры и внешнего гидростатического давления, на значения модельных параметров прочности. Предложены температурные зависимости для инкубационного времени и критического напряжения.

Разработана аналитическая модель, оценивающая влияние фонового акустического ультразвукового поля на условия фазового равновесия сплошной среды.

Предложен метод оценки энергоёмкости процесса акустической кавитации, в зависимости от частоты инициирующей ультразвуковой волны.

Глава 3 Особенности энергоёмкости процесса разрушения сплошных сред при высокоскоростном нагружении

Увеличение критического уровня напряжений с ростом скорости нагружения свидетельствует о том, что и другие характеристики могут также сильно меняться при смене режима нагружения с низкоскоростного на высокоскоростной. Одним из ключевых параметров является энергоёмкость процесса разрушения. В настоящей главе в рамках структурно-временного подхода проводится анализ энергетических особенностей процесса высокоскоростного ударного разрушения сплошной упругой среды.

Результаты, показанные в главе 3, были представлены в следующих работах [80, 81, 83, 84, 85, 82, 50, 87].

3.1 Оптимизация энергозатрат при разрушении, вызванном контактным взаимодействием жесткого ударника об упругое полупространство

Одним из наиболее простых способов создания высокоскоростного воздействия на упругую сплошную среду является удар другим телом с большей жесткостью. В результате соударения на поверхности сплошной среды, в окрестности зоны контакта возникают растягивающие напряжения, которые приводят к разрушению. Для ударников сферической и цилиндрической формы применима гипотеза Герца, о том, как зависит сила контактного взаимодействия от глубины проникновения ударника в сплошную среду. Использование этой гипотезы позволяет вычислить $\sigma(t)$ – временной профиль разрывающих напряжений, которые как раз и приводят к возникновению поверхностных трещин и начальному разрушению. При этом амплитуда и длительность воздействия будет определяться скоростью

соударения V_0 и радиусом сферической частицы R . В случае удара частицей цилиндрической формы R – радиус основания цилиндра. В этом случае критерий инкубационного времени позволяет вычислить значения характеристик нагружающего воздействия V_0 и R , которые соответствуют возникновению пороговых разрушающих воздействий на среду:

$$\max_t \int_{t-\tau}^t \sigma(R, V_0, \xi) d\xi = \sigma_c \tau, \quad (3.1)$$

где τ и σ_c – параметры прочности среды, параметр $\alpha = 1$.

Удар сферической частицей

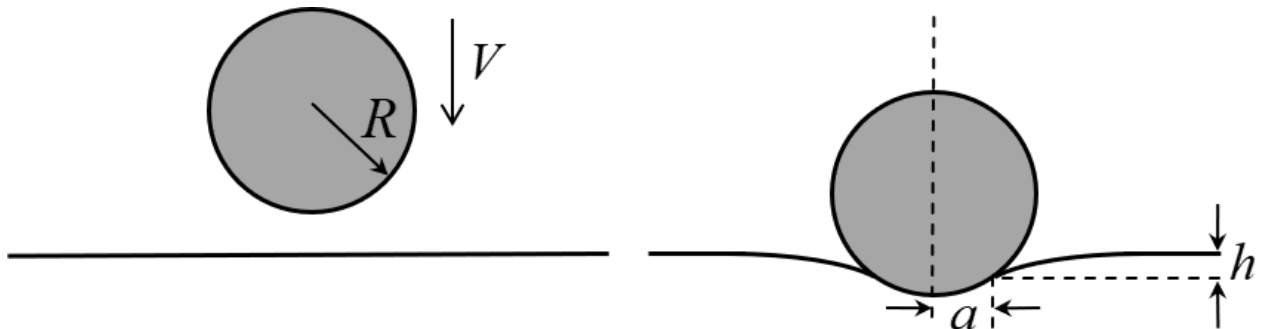


Рисунок 3.1 Схема удара сферической частицей об упругое полупространство.

Гипотеза Герца о контактной силе P при ударе сферической частицы о поверхность упругого полупространства (см. Рисунок 3.1) выглядит следующим образом:

$$P(t) = k_b h^{\frac{3}{2}}(t), \quad (3.2)$$

где h – глубина проникновения частицы внутрь поверхности, k_b – постоянный коэффициент, величина которого определяется упругими свойствами

полупространства, модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν , а также радиусом частицы R

$$k_b = \frac{4\sqrt{RE}}{3(1-\nu^2)}.$$

Для определения временной зависимости $h(t)$ при ударе частицы о поверхность со скоростью V_0 необходимо решить уравнение движения со следующими начальными условиями:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = -P(t) = -k_b h^3(t) \\ \left. \frac{dh(t)}{dt} \right|_{t=0} = V_0 \\ h(0) = 0 \end{cases} . \quad (3.3)$$

Уравнение (3.3) нелинейное и не имеет точного аналитического решения, однако с помощью стандартного приема оно может быть проинтегрировано один раз, если домножить его левую и правую части на $\frac{dh(t)}{dt}$.

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dh(t)}{dt} \right)^2 = -\frac{2k_b}{5m} h^5(t) + C_1$$

Исходя из начальных условий можно получить, что константа интегрирования $C_1 = V_0^2$. В этом случае временная зависимость скорости движения частицы в процессе контакта будет определяться следующим соотношением:

$$V(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \sqrt{V_0^2 - \frac{4k_b}{5m} h^5(t)}. \quad (3.4)$$

Максимальная глубина проникания h_0 будет достигаться в тот момент времени, когда $V(t) = 0$, таким образом из выражения (3.4) следует, что

$$h_0 = \left(\frac{5V_0^2 m}{4k_b} \right)^{\frac{2}{5}}. \quad (3.5)$$

С учетом соотношения (3.5) для максимальной глубины h_0 выражение (3.4) можно переписать в следующем виде:

$$\frac{dh(t)}{dt} = V_0 \sqrt{1 - \left(\frac{h(t)}{h_0} \right)^{\frac{5}{2}}}. \quad (3.6)$$

После разделения переменных и последующего интегрирования можно записать следующее выражение, связывающее время процесса и глубину проникновения:

$$t = \frac{h_0}{V_0} \int_0^{\gamma} \frac{d\gamma'}{\sqrt{1 - (\gamma')^{\frac{5}{2}}}} + C_2, \quad (3.7)$$

где безразмерная величина $\gamma = \frac{h(t)}{h_0}$. В начальный момент времени $t = 0$ глубина проникновения $h(0) = 0$, следовательно константа интегрирования $C_2 = 0$. Пусть длительность воздействия при ударе равна t_0 , тогда максимальное значение глубины проникновения h_0 будет соответствовать моменту времени $t = \frac{t_0}{2}$, и при этом $\gamma\left(\frac{t_0}{2}\right) = 1$. Тогда согласно соотношению (3.7), для приближенно вычисленного значения определенного интеграла, можно получить следующее выражение для длительности воздействия:

$$t_0 = 2 \frac{h_0}{V_0} \int_0^1 \frac{d\gamma'}{\sqrt{1 - (\gamma')^{\frac{5}{2}}}} \approx 2.94 \frac{h_0}{V_0}. \quad (3.8)$$

Решение задачи (3.3) может быть приближенно представлено с высокой степенью точности в следующем виде:

$$h(t) = [H(t) - H(t - t_0)]h_0 \sin\left(\frac{\pi t}{t_0}\right), \quad (3.9)$$

где $H(t)$ – функция Хевисайда. Растягивающие напряжения, возникающие при ударе на поверхности упругого полупространства, могут быть выражены через контактную силу $P(t)$ и радиус области контакта $a(t)$ [130]:

$$\sigma(t) = \frac{1 - 2\nu}{2} \frac{P(t)}{\pi a^2(t)}, \quad (3.10)$$

где

$$a(t) = \left(3P(t)(1 - \nu^2) \frac{R}{4E}\right)^{\frac{1}{3}}. \quad (3.11)$$

После замены контактной силы $P(t)$ согласно гипотезе Герца (3.2) в выражении, получившемся после подстановки (3.11) в (3.10), можно получить следующее выражение для импульса напряжений:

$$\sigma(t) = \frac{1 - 2\nu k_b}{2\pi} \frac{k_b}{R} \sqrt{h(t)}. \quad (3.12)$$

Подстановка полученного решения уравнения движения (3.9) в выражение (3.12) позволяет полностью определить временной профиль растягивающих напряжений, которые инициируют первоначальное разрушение упругого полупространства:

$$\sigma(t) = \frac{1 - 2\nu k_b}{2\pi} \frac{k_b}{R} \sqrt{h_0} [H(t) - H(t - t_0)] \sqrt{\sin\left(\frac{\pi t}{t_0}\right)}. \quad (3.13)$$

После подстановки выражения (3.13) в условие (3.1) получается следующее соотношение, устанавливающее связь между параметрами задачи, при которых возникают пороговые разрушающие воздействия:

$$\frac{1 - 2\nu k_b}{2\pi R} \sqrt{h_0} \max_t \left(\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t [H(\xi) - H(\xi - t_0)] \sqrt{\sin\left(\frac{\pi\xi}{t_0}\right)} d\xi \right) = \sigma_c. \quad (3.14)$$

Для простоты дальнейших вычислений удобно перейти к безразмерным аналогам основных параметров задачи:

$$\tilde{t}_0 = \frac{t_0}{\tau}; \quad \tilde{V}_0 = \frac{V_0}{c_\rho}; \quad \tilde{R} = \frac{R}{\tau c_\rho}, \quad (3.15)$$

где c_ρ – скорость распространения продольных волн в упругой среде, величина которой определяется упругими свойствами и плотностью среды ρ_m следующим образом:

$$c_\rho = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho_m(1+\nu)(1-2\nu)}}. \quad (3.16)$$

Стоит отметить, что максимум интеграла в выражении (3.14) будет достигаться при $t = \frac{(t_0+\tau)}{2}$, тогда с учетом введённых ранее обозначений его можно переписать следующим образом:

$$\alpha_b \tilde{V}_0^{\frac{2}{5}} \int_{\frac{\tilde{t}_0-1}{2}}^{\frac{\tilde{t}_0+1}{2}} [H(\xi) - H(\xi - \tilde{t}_0)] \sqrt{\sin\left(\pi \frac{\xi}{\tilde{t}_0}\right)} d\xi = 1, \quad (3.17)$$

где α_b – безразмерный коэффициент, который получается после подстановки выражений для k_b и h_0 в условие (3.14), с учетом того, что масса ударяющейся частицы $m = 4/3\pi\rho R^3$ может быть выражена через её объём и плотность:

$$\alpha_b = \frac{(1-2\nu)}{2\pi\sigma_c} c_\rho^{\frac{2}{5}} (E^4 \rho)^{\frac{1}{5}} \left(\frac{4}{3} (1-\nu^2) \right)^{\frac{4}{5}} \left(\frac{5\pi}{3} \right)^{\frac{1}{5}}.$$

Выражение (3.17) позволяет вычислить для произвольной безразмерной длительности воздействия \tilde{t}_0 пороговую амплитуду импульса, а следовательно, и соответствующую этой амплитуде пороговую скорость ударника $\tilde{V}_0^*(\tilde{t}_0)$.

Длительность воздействия \tilde{t}_0 также может быть выражена через радиус частицы R и скорость удара V_0 , с помощью выражений (3.5) и (3.8):

$$\tilde{t}_0 = \frac{t_0}{\tau} \approx 3.2 \frac{1}{\tau} \left(\frac{\pi \rho (1-\nu^2)}{E} \right)^{\frac{2}{5}} \frac{R}{V_0^{\frac{1}{5}}}. \quad (3.18)$$

После подстановки в выражение (3.18) зависимости $\tilde{V}_0^*(\tilde{t}_0)$ можно вычислить пороговый радиус частицы $\tilde{R}^*(\tilde{t}_0)$, который также будет соответствовать пороговому воздействию, возникающему после удара:

$$\tilde{R}^*(\tilde{t}_0) = \frac{\tilde{t}_0}{\beta_b} \left(\tilde{V}_0^*(\tilde{t}_0) \right)^{\frac{1}{5}}, \quad (3.19)$$

где β_b безразмерный коэффициент:

$$\beta_b = 3.2 \left(\pi (1-\nu^2) \frac{\rho c_\rho^2}{E} \right)^{\frac{2}{5}}.$$

Таким образом, выражения (3.17) и (3.19) позволяют вычислить пороговые радиус $\tilde{R}^*(\tilde{t}_0)$ и скорость удара частицы $\tilde{V}_0^*(\tilde{t}_0)$, при которых будет возникать на поверхности среды пороговое воздействие длительности \tilde{t}_0 .

Кинетическая энергия частицы позволяет оценить энергозатраты на разрушение при ударном способе подвода энергии. При ударе сферической частицы её величина равна:

$$W = \frac{2}{3} \pi \rho R^3 V_0^2. \quad (3.20)$$

Подстановка в выражение для энергии зависимостей $\tilde{R}^*(\tilde{t}_0)$ и $\tilde{V}_0^*(\tilde{t}_0)$ позволяет оценить энергозатраты на инициирование пороговых разрушающих импульсов в зависимости от их длительности \tilde{t}_0 :

$$\tilde{W}^*(\tilde{t}_0) = \frac{W(\tilde{t}_0)}{w} = \left(\tilde{R}^*(\tilde{t}_0) \right)^3 \left(\tilde{V}_0^*(\tilde{t}_0) \right)^2, \quad (3.21)$$

где $w = \frac{2}{3} \pi \rho \tau^3 c_\rho^5$ параметр, имеющий размерность энергии, величина которого определяется параметрами упругой среды и плотностью ударяющей частицы.

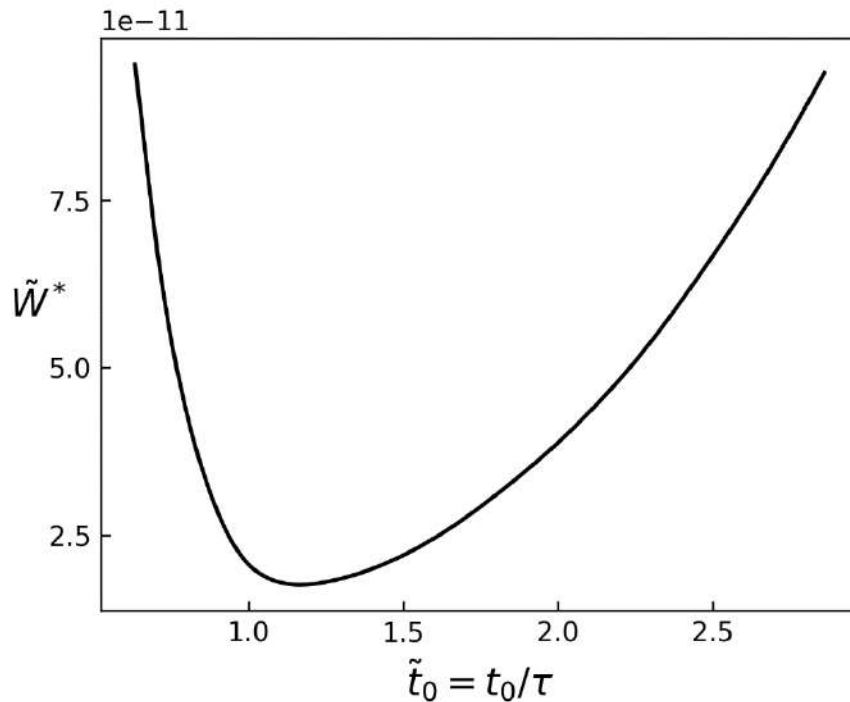


Рисунок 3.2 Зависимость кинетической энергии сферической частицы от длительности порогового импульса, возникающего на поверхности упругого полупространства после удара

На рисунке 3.2 показана зависимость кинетической энергии сферической частицы от длительности порогового импульса, возникающего

на поверхности упругого полупространства после удара. Отличительной особенностью этой зависимости является наличие характерного минимума при длительностях импульса t_0 близких к величине инкубационного времени τ . Это означает, что при выборе режима нагружения для оптимизации энергозатрат на разрушение, следует ориентироваться на длительности воздействий близкие по значению к инкубационному времени.

Удар частицей в форме цилиндра

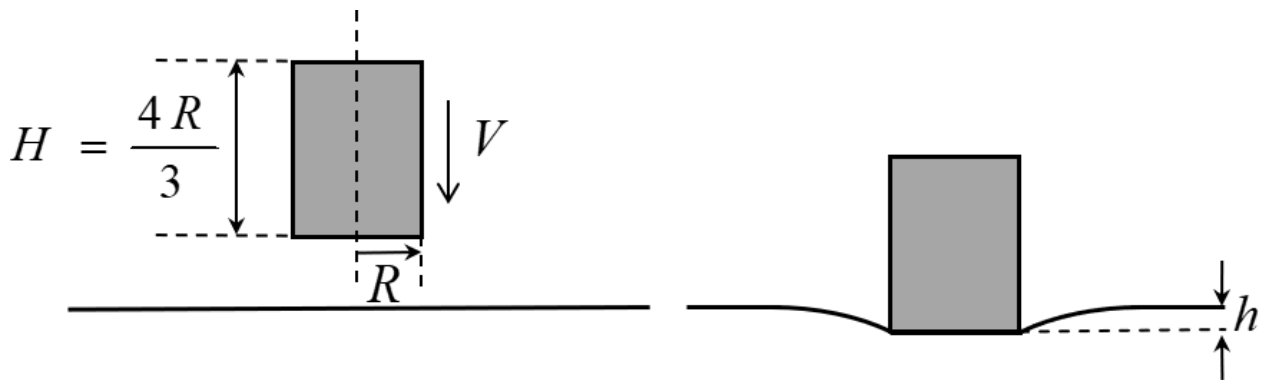


Рисунок 3.3 Схема удара цилиндрической частицей об упругое полупространство.

Более простой на первый взгляд случай наблюдается при ударе полупространства жесткой частицей цилиндрической формы (см. Рисунок 3.3), для которой гипотеза Герца о контактной силе P выглядит следующим образом:

$$P(t) = k_c h(t), \quad (3.22)$$

где h – глубина проникновения частицы внутрь поверхности, k_c – постоянный коэффициент, величина которого также определяется упругими свойствами

полупространства, модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν , а также радиусом основания R

$$k_c = \frac{2RE}{1 - \nu^2}.$$

Для нахождения временной зависимости глубины проникновения ударника в полупространство снова нужно решить уравнение движения с аналогичными начальными условиями:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = -P(t) = -k_c h(t) \\ \left. \frac{dh(t)}{dt} \right|_{t=0} = V_0 \\ h(0) = 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

Для цилиндрической частицы уравнение имеет простое аналитическое решение:

$$h(t) = h_0 \sin\left(\pi \frac{t}{t_0}\right), \quad (3.24)$$

где длительность воздействия t_0 и максимальная глубина проникания h_0 определяются следующим образом:

$$h_0 = V_0 \sqrt{\frac{m}{k_c}}, \quad (3.25)$$

$$t_0 = \pi \sqrt{\frac{m}{k_c}}. \quad (3.26)$$

В случае удара цилиндром площадь контакта не зависит от времени и определяется радиусом R , поэтому максимальные растягивающие напряжения могут быть вычислены по формуле [130]:

$$\sigma(t) = \frac{1 - 2\nu}{2} \frac{P(t)}{\pi R^2}, \quad r \rightarrow R + 0. \quad (3.27)$$

После подстановки выражения для импульса воздействия (3.27) в критерий (3.1), с учетом того, что максимум интеграла также достигается в момент времени $t = \frac{(t_0 + \tau)}{2}$ можно получить следующее условие, определяющее связь между параметрами задачи в случае возникновения пороговых воздействий:

$$\alpha_c \tilde{V}_0 \int_{\frac{\tilde{t}_0 - 1}{2}}^{\frac{\tilde{t}_0 + 1}{2}} [H(\xi) - H(\xi - \tilde{t}_0)] \sin\left(\pi \frac{\xi}{\tilde{t}_0}\right) d\xi = 1, \quad (3.28)$$

где α_c – безразмерный коэффициент, который получается при условии, что объем цилиндрической частицы равен объёму сферической при предположении, что высота цилиндра $H = \frac{4}{3}R$:

$$\alpha_b = \frac{(1 - 2\nu)c_p}{2\sigma_c} \sqrt{\frac{8E\rho}{3\pi(1 - \nu^2)}}.$$

Таким образом, выражение (3.28) также позволяет вычислить пороговую скорость цилиндрического ударника $\tilde{V}_0^*(\tilde{t}_0)$ для произвольной безразмерной длительности воздействия \tilde{t}_0 . Соответствующее значение порогового радиуса $\tilde{R}^*(\tilde{t}_0)$ можно вычислить аналогичным образом, как и в случае сферического ударника:

$$\tilde{R}^*(\tilde{t}_0) = \frac{\tilde{t}_0}{\beta_c}, \quad (3.29)$$

где β_c безразмерный коэффициент:

$$\beta_c = \pi c_\rho \sqrt{\frac{2\pi \rho(1 - \nu^2)}{3E}}.$$

Стоит отметить, что в случае цилиндрического ударника наблюдается взаимно-однозначное соответствие между радиусом основания и длительностью воздействия, а также между скоростью удара и амплитудой воздействия. В случае сферического ударника скорость столкновения влияет не только на амплитуду, но ещё и на длительность воздействия.

Поскольку объём цилиндра был выбран равным объёму шара с тем же радиусом, то зависимость энергозатрат при ударном нагружении может быть вычислена путем подстановки новых выражений для $\tilde{V}_0^*(\tilde{t}_0)$ и $\tilde{R}^*(\tilde{t}_0)$ в формулу (3.21).

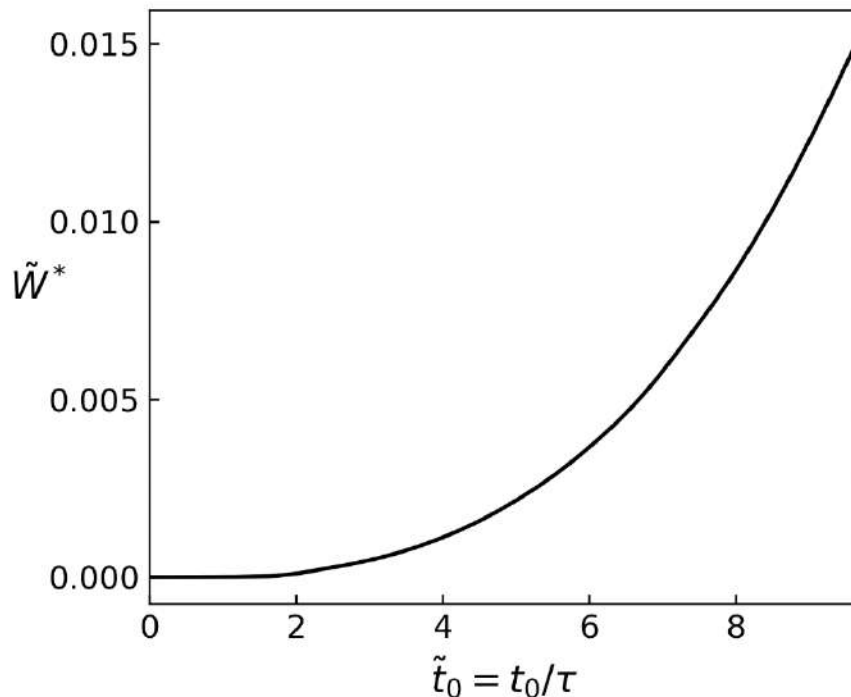


Рисунок 3.4 Зависимость кинетической энергии цилиндрической частицы от длительности порогового импульса, возникающего на поверхности упругого полупространства после удара.

Показанная на рисунке 3.4 зависимость кинетической энергии, в отличие от случая со сферическим ударником, не имеет локального минимума, и величина энергозатрат стремится к нулю при уменьшении радиуса частицы. Для того, чтобы найти причины такого принципиального различия, наблюдаемого в этих двух случаях, необходимо исследовать ещё одну промежуточную форму ударника, которая в предельных случаях может соответствовать цилиндру или сфере.

Удар частицей в форме поверхности вращения

Главное отличие условий контакта сферической частицы от цилиндрической является переменная область контакта, наличие которой и приводит к существованию оптимальных с точки зрения энергозатрат длительностей воздействия. Для проверки этого предположения был рассмотрен ещё один случай удара упругого полупространства частицей, у которой контактирующая поверхность является фигурой вращения степенной кривой, которая задаётся следующим уравнением:

$$z = Br^4 \quad (3.30)$$

Для того, чтобы масса такого ударника совпадала с массой сферического коэффициент B следует брать равным $B = \frac{2}{R^3}$.

Согласно теории Штаермана о квазистатическом ударе распределение давления в области контакта может быть вычислено по формуле:

$$p(r) = \frac{5}{3} \left(\left(\frac{r}{a} \right)^2 + \frac{1}{2} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2} \frac{P}{\pi a^2}, \quad r \in [0, a]. \quad (3.31)$$

Используя решение задачи Бусинеска о сосредоточенной силе, можно определить, что максимальными растягивающими напряжениями будут радиальные напряжения, которые находятся по той же формуле, что и в случае удара сферической частицей:

$$\sigma(t) = \frac{1 - 2\nu}{2} \frac{P(t)}{\pi a^2(t)},$$

где радиус $a(t)$ области контакта и контактная сила $P(t)$ вычисляются следующим образом:

$$a(t) = \left(\frac{15(1 - \nu)^2}{64 E} + \frac{P(t)}{B} \right)^{\frac{1}{5}}, \quad (3.32)$$

$$P(t) = k(h(t))^{\frac{5}{4}}, \quad k = \frac{8E}{1 - \nu^2} \left(\frac{3}{2A} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{5} \right)^{\frac{5}{4}}. \quad (3.33)$$

Решение соответствующего уравнения движения может быть записано в стандартном виде

$$h(t) = h_0 \sin\left(\pi \frac{t}{t_0}\right),$$

для которого, длительность воздействия t_0 и максимальная глубина проникания h_0 определяются соответствующим образом:

$$h_0 = \left(\frac{9 m V_0^2}{8 k} \right)^{\frac{4}{9}}, \quad (3.34)$$

$$t_0 = \frac{h_0}{V_0} \frac{8\sqrt{\pi}}{9} \frac{\Gamma(4/9)}{\Gamma(17/19)}, \quad (3.35)$$

где $\Gamma(x)$ – Гамма-функция Эйлера.

Использование критерия инкубационного времени позволяет получить аналогичное условие для определения пороговой скорости $\tilde{V}_0^*(\tilde{t}_0)$ в зависимости от длительности воздействия. После подстановки в критерий (3.1) выражения для разрушающего импульса (3.12) с учетом соотношений (3.32)–(3.35) получается следующее выражение:

$$\alpha \tilde{V}_0^{\frac{2}{3}} \int_{\frac{\tilde{t}_0-1}{2}}^{\frac{\tilde{t}_0+1}{2}} [H(\xi) - H(\xi - \tilde{t}_0)] \left(\sin \left(\pi \frac{\xi}{\tilde{t}_0} \right) \right)^{\frac{3}{4}} d\xi = 1, \quad (3.36)$$

где безразмерный коэффициент α определяется параметрами задачи следующим образом:

$$\alpha = \frac{(1 - 2\nu)}{2\pi\sigma_c} c_\rho^{\frac{2}{3}} \left(\frac{8E}{1 - \nu^2} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{3}{2} \pi\rho \right)^{\frac{1}{3}} \left(\left(\frac{1}{5} \right)^5 \left(\frac{8}{15} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{3}{2} \right)^{\frac{1}{15}} 2^{\frac{1}{9}}.$$

Для вычисления порогового значения для радиуса $\tilde{R}^*(\lambda)$ нужно использовать уравнение

$$\tilde{R}^*(\tilde{t}_0) = \frac{\tilde{t}_0}{\beta_c} \tilde{V}_0^{\frac{1}{9}}(\tilde{t}_0), \quad (3.37)$$

где

$$\beta = \frac{8\sqrt{\pi}}{9} \left(\frac{c_\rho^2 \rho}{E} \right)^{\frac{8}{9}} \frac{\Gamma(4/9)}{\Gamma(17/19)} \left(5^{\frac{5}{4}} \frac{1 - \nu^2}{8} \pi \right)^{\frac{4}{9}} 2^{\frac{1}{9}}.$$

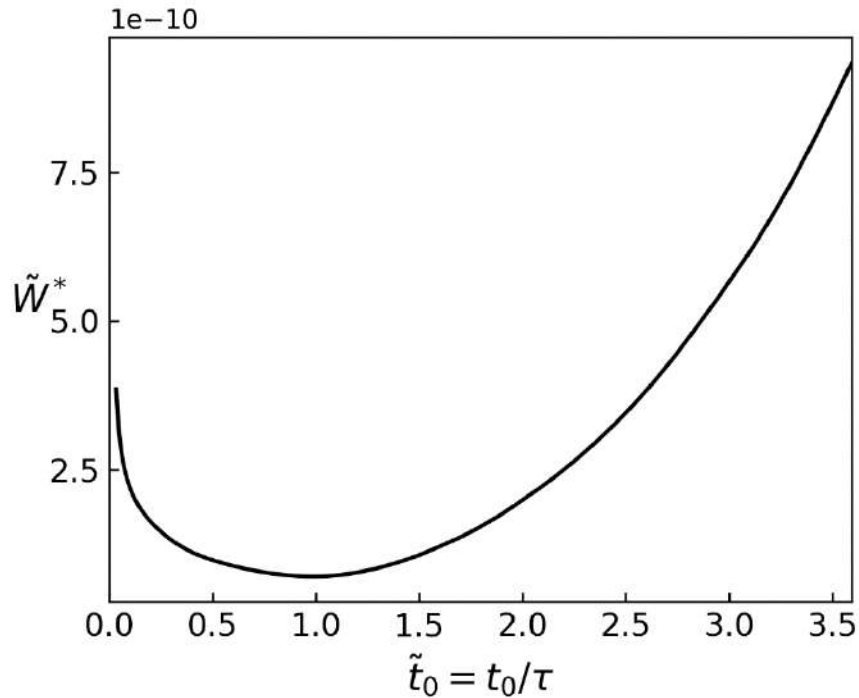


Рисунок 3.5 Зависимость кинетической энергии частицы с профилем области контакта, заданного функцией $z = Br^4$, от длительности порогового импульса, возникающего на поверхности упругого полупространства после удара

Аналогичная зависимость энергозатрат при ударном нагружении может быть вычислена путем подстановки выражений для $\tilde{V}_0^*(\tilde{t}_0)$ и $\tilde{R}^*(\tilde{t}_0)$, определяемых согласно (3.36) и (3.37), в формулу (3.21). Полученная зависимость кинетической энергии от длительности воздействия показана на рисунке 3.5. Как и в случае со сферическим ударником она имеет такой же локальный минимум при длительностях воздействия порядка τ .

Более общий случай был разобран в работе [131], где была исследована последняя задача в более общей постановке. Поверхность контакта задавалась уравнением:

$$z = B^{1-\lambda} r^\lambda, \quad (3.38)$$

где B – константа, имеющая размерность длины, а параметр формы $\lambda > 1$. Такой выбор уравнения обусловлен тем, что в предельном случае при $\lambda \rightarrow \infty$ форма контактной поверхности стремится к цилиндрической, в то время как при значениях $\lambda \sim 2$ её форма близка к сферической. Оказалось, что существует критическое значение $\lambda^* = 5.5$, которое определяет вид зависимости пороговой энергии от длительности воздействия:

$$\begin{cases} \tilde{W}^*(\tilde{t}_0) \xrightarrow{\tilde{t}_0 \rightarrow 0} \infty, & \lambda < \lambda^* \\ \tilde{W}^*(\tilde{t}_0) \xrightarrow{\tilde{t}_0 \rightarrow 0} const, & \lambda = \lambda^* \\ \tilde{W}^*(\tilde{t}_0) \xrightarrow{\tilde{t}_0 \rightarrow 0} 0, & \lambda > \lambda^* \end{cases}$$

Другими словами, при $\lambda < 5.5$ зависимость пороговой энергии от длительности воздействия имеет локальный минимум, как в случае сферического ударника, а при $\lambda > 5.5$ величина пороговой энергии стремится к нулю при уменьшении длительности воздействия, так же как для ударника цилиндрической формы. Полученные результаты выявили необходимость дополнительного исследования с целью определить природу этого критического значения $\lambda^* = 5.5$, поскольку на первый взгляд, может показаться, что это некоторая универсальная величина, так как все расчёты пороговой энергии проводились в безразмерном виде.

3.2 Особенности динамического нагружения ударного типа. Сверхзвуковое и дозвуковое взаимодействие

Одним из важных факторов при контактном взаимодействии ударника с упругой средой является скорость распространения границы области контакта, при этом принципиальное значение имеет её соотношение со скоростью распространения продольных волн в упругой среде. Например, в

работах [132], [133] было показано, что в условиях динамического контакта может наблюдаться сверхзвуковая стадия, при которой увеличение области контакта происходит быстрее, чем распространение упругих волн, вызванных контактным взаимодействием. Позднее в работе [134] Бородич привел доказательство, основанное на геометрических соображениях, что для любой выпуклой гладкой поверхности, в частности, для сферической, всегда существует два условных этапа контактного взаимодействия: сверхзвуковой и дозвуковой. Во время первого этапа, скорость увеличения границы пятна контакта превышает скорость продольных волн в упругой среде, и наоборот, во время второго – граница увеличивается медленнее скорости распространения сигнала о взаимодействии. Пусть момент времени t_* соответствует переходу процесса контактного взаимодействия из сверхзвукового в дозвуковой этап. Тогда можно предположить, что применение подходов Герца и Штаермана обосновано только при $t > t_*$, так как они были предложены для условий квазистатического равновесия. Поэтому для более корректного анализа пороговой энергии, для сверхзвуковой стадии, когда $t < t_*$, следует использовать другое условие контактного взаимодействия. В последующем анализе используется решение задачи о динамическом контакте, полученное Бородичем на основании общих принципов, которые также использовались другими исследователями динамических контактных задач с подвижными границами [135], [136], [137].

Сверхзвуковое контактное взаимодействие

Исследование влияния учёта сверхзвуковой стадии на особенности поведения пороговой энергии проводится для контактной поверхности, форма которой задается уравнением (3.38):

$$z = B^{1-\lambda} r^\lambda.$$

В этом случае площадь зоны контакта S будет зависеть от глубины проникновения h следующим образом:

$$S(h) = \pi B^{2-\frac{2}{\lambda}} r^{\frac{2}{\lambda}}. \quad (3.39)$$

В работе [131] было показано, что если представлять частицу, как обобщённый эллипсоид, у которого поверхность в области контакта описывается уравнением (3.38), то в этом случае масса частицы может быть вычислена следующим образом:

$$m = \frac{4\pi}{3} B^3 \rho_1 \lambda^{-\frac{\lambda+2}{\lambda-1}} \Gamma\left(\frac{2}{\lambda}\right) \Gamma\left(\frac{1}{\lambda}\right) \Gamma\left(\frac{3}{\lambda}\right)^{-1}, \quad (3.40)$$

где ρ_1 плотность частицы.

Согласно решению, предложенному Бородичем [134], временная зависимость глубины проникновения может быть выражена в неявном виде:

$$t(h) = \int_0^h \frac{dh'}{V_0 - \frac{\rho c_p \pi}{m \mu} B^{3-\mu} h'^{\mu}}, \quad (3.41)$$

$$\mu = \frac{\lambda + 2}{\lambda}, \quad 1 < \mu < 3,$$

где, как и ранее, V_0 – начальная скорость ударника, c_p – скорость распространения упругих волн, а ρ – плотность упругой среды. После ряда алгебраических преобразований выражение (3.41) можно переписать в следующем виде:

$$t(h) = \frac{h_s}{V_0} \int_0^{\frac{h}{h_s}} \frac{d\xi}{1 - \xi^\mu}, \quad (3.42)$$

$$h_s = B \left(\frac{\mu m V_0}{\rho c_\rho \pi} B^{-3} \right)^{1/\mu}.$$

Выражение (3.42) неявным образом определяет функцию $F_\mu(\gamma)$, связывающую глубину проникновения h со временем t :

$$F_\mu(\gamma) = \int_0^\gamma \frac{d\xi}{1 - \xi^\mu}, \quad 0 < \gamma < 1. \quad (3.43)$$

Важно отметить, что $F_\mu(\gamma)$ монотонно возрастающая функция от нуля до бесконечности для любых значений $1 < \mu < 3$ при $0 < \gamma < 1$. Это позволяет утверждать, что для каждой конкретной формы ударника будет существовать обратная функция F_μ^{-1} , определяющая временную зависимость $h(t)$. Таким образом, контактное взаимодействие выпуклого ударника и упругого полупространства на сверхзвуковой стадии будет определяться согласно следующему соотношению:

$$h_d(t) = h_s F_\mu^{-1} \left(\frac{V_0}{h_s} t \right). \quad (3.44)$$

Тогда скорость ударника $V_d(t)$ и сила контактного взаимодействия $P_d(t)$ могут быть определены следующим образом:

$$\begin{aligned} V_d(t) &= \dot{h}_d(t), \\ P_d(t) &= \rho c_\rho \pi V_d(t) B^2 \left(\frac{h_d(t)}{B} \right)^{\mu-1}. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Время окончания сверхзвуковой стадии t^* может быть найдено, исходя из условия равенства скорости распространения границы области контакта и скорости продольных волн c_ρ , и вычислено как решение уравнения:

$$\dot{a}(t_*) = c_\rho = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (3.46)$$

Для выбранной формы ударника левая часть уравнения (3.46) может быть переписана в следующем виде:

$$\dot{a}(t_*) = \frac{1}{\lambda} (h_d(t_*))^{\frac{1}{\lambda}-1} B^{\frac{\lambda-1}{\lambda}} V_0 \left(1 - \left(\frac{h_d(t_*)}{h_s} \right)^\mu \right) = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (3.47)$$

Таким образом, уравнение (3.47) позволяет оценить переходное время t_* , а следовательно, вычислить граничные значения глубины проникновения $h_* = h_d(t_*)$, контактного радиуса $a_* = a_d(t_*)$, а также скорости ударника $V_* = V_d(t_*)$. Также можно отметить, что $t_* \rightarrow 0$ при $\rho \rightarrow 0$, что означает отсутствие сверхзвуковой стадии для упругой среды с бесконечной скоростью распространения продольных волн.

Стоит отметить, что, не существует точного аналитического решения для возникающих при ударе напряжений, во время сверхзвуковой стадии. Поэтому на этом этапе возможна только численная оценка пороговой энергии, которая существенно усложняет общий алгоритм расчёта.

Дозвуковая стадия. Решение Штаермана

Контактное взаимодействие на дозвуковой стадии при $t > t_*$ может быть описано согласно подходу Штаермана так же, как в работе [131]:

$$P_{qs}(t) = k_1 \left(h_{qs}(t) \right)^{\frac{\lambda+1}{\lambda}}, \quad (3.48)$$

где

$$k_1 = \frac{E}{1 - \nu^2} B^{\frac{\lambda-1}{\lambda}} \frac{2^{\frac{2}{\lambda}} \lambda^{\frac{\lambda-1}{\lambda}}}{\lambda + 1} \Gamma\left(\frac{\lambda}{2}\right)^{-\frac{2}{\lambda}} \Gamma(\lambda)^{\frac{1}{\lambda}}.$$

Временная зависимость глубины проникновения на стадии нагружения может быть найдена из решения уравнения движения с соответствующими начальными условиями, определёнными на сверхзвуковом этапе взаимодействия:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 h_{qs}(t)}{dt^2} = -P_{qs}(t) = -k_1 h_{qs}^\beta(t), & \beta = \frac{\lambda + 1}{\lambda} \\ \left. \frac{dh_{qs}(t)}{dt} \right|_{t=t_*} = V_* \\ h_{qs}(t_*) = h_* \end{cases}. \quad (3.49)$$

Как и в случае сферического ударника уравнение (3.49) не имеет аналитического решения, но оно может быть точно так же один раз проинтегрировано после умножения обеих частей на $\frac{dh_{qs}}{dt}$:

$$\frac{m}{2} (V_{qs}^2 - V_*^2) = -\frac{k_1}{\beta + 1} (h_{qs}^{\beta+1} - h_*^{\beta+1}). \quad (3.50)$$

Подстановка $V_{qs} = 0$ в соотношение (3.50) позволяет вычислить максимальную глубину проникновения h_0 :

$$h_0 = \left(\frac{(\beta + 1)mV_*^2}{2k_1} + h_*^{\beta+1} \right)^{\frac{1}{\beta+1}}. \quad (3.51)$$

Формальное интегрирование выражения (3.50) позволяет записать следующее соотношение для временной зависимости глубины проникания ударника $h_{qs}(t_*)$ во время дозвуковой стадии:

$$\int_{t_*}^t dt = t - t_* = \Delta t = h_0 \sqrt{\frac{m(\beta + 1)}{2k_1 h_0^{\beta+1}}} U_\beta \left(\frac{h_{qs}}{h_0} \right), \quad (3.52)$$

где

$$U_{\beta} \left(\frac{h_{qs}}{h_0} \right) = \int_{\frac{h_*}{h_0}}^{\frac{h_{qs}}{h_0}} \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi^{\beta+1}}}$$

Таким образом, выражение (3.52) позволяет оценить промежуток времени t_{qs} , за которое глубина проникновения достигает своего максимального значения h_0 :

$$\int_{t_*}^{t_0} dt = t_0 - t_* = t_{qs} = h_0 \sqrt{\frac{m(\beta + 1)}{2k_1 h_0^{\beta+1}}} U_{\beta}(1), \quad (3.53)$$

где t_0 длительность нагружающей стадии. Учитывая выражение (3.51) можно переписать (3.53) в следующем виде:

$$t_0 = t_* + \frac{h_0}{V_*} \sqrt{1 - \frac{2k_1 h_*^{\beta+1}}{(\beta + 1)mV_*^2 + 2k_1 h_*^{\beta+1}}} U_{\beta}(1), \quad (3.54)$$

При разгрузке, когда ударник движется в обратную сторону, сверхзвуковая стадия отсутствует. Поэтому для нахождения условий контактного взаимодействия, необходимо заново решить уравнение движения (3.49), уже с новыми граничными условиями:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 h_{qs}(t)}{dt^2} = -P_{qs}(t) = -k_1 h_{qs}^{\beta}(t), \quad \beta = \frac{\lambda + 1}{\lambda} \\ \left. \frac{dh_{qs}(t)}{dt} \right|_{t=t_0} = 0 \\ h_{qs}(t_0) = h_0 \end{cases} . \quad (3.55)$$

Первое интегрирование уравнения (3.55) позволяет определить скорость ударника в обратном направлении при разгрузке:

$$\frac{dh_{qs}(t)}{dt} = \sqrt{\frac{2k_1 h_0^{\beta+1}}{m(\beta+1)}} \sqrt{1 - \left(\frac{h_{qs}(t)}{h_0}\right)^{\beta+1}}. \quad (3.56)$$

Таким образом, момент времени окончания контактного взаимодействия t_{**} может быть вычислен следующим образом:

$$t_{**} - t_0 = h_0 \sqrt{\frac{m(\beta+1)}{2k_1 h_0^{\beta+1}}} \int_0^1 \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi^{\beta+1}}}, \quad (3.57)$$

Стоит также отметить, что длительность процесса разгрузки $t_{**} - t_0$ превышает длительность нагружающей стадии t_0 , поскольку

$$h_0 \sqrt{\frac{m(\beta+1)}{2k_1 h_0^{\beta+1}}} \int_0^1 \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi^{\beta+1}}} > t_0.$$

Построение непрерывного решения для сверхзвуковой и дозвуковой стадии взаимодействия

Временные зависимости глубины проникновения и скорости движения ударника на сверхзвуковой и дозвуковой стадиях являются непрерывными функциями в силу условий построения определяющих соотношений, которые были получены на основе решения Бородича и квазистатического приближения Штаермана. Однако, из-за принципиального отличия этих подходов для временной зависимости радиуса зоны контакта переходный момент времени t_* является точкой разрыва первого рода, что противоречит физике процесса. Поэтому для построения непрерывного решения необходимо на интервале $[0.95t_*; 1.05t_*]$ ввести сглаживающую функцию $0 \leq \chi(t) \leq 1$, которая будет обеспечивать непрерывный переход от сверхзвуковой стадии на дозвуковую:

$$\chi(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 0.95t_*, \\ 0, & 1.05t_* > t. \end{cases} \quad (3.58)$$

С помощью этой функции можно непрерывно связать выражения не только для радиуса зоны контакта $a(t)$, но и для контактной силы $P(t)$:

$$\begin{aligned} a(t) &= a_d(t)\chi(t) + a_{qs}(t)(\chi(t) - 1), & 0 < t < t_{**}, \\ P(t) &= P_d(t)\chi(t) + P_{qs}(t)(\chi(t) - 1), & 0 < t < t_{**}. \end{aligned} \quad (3.59)$$

Более того, эта же функция $\chi(t)$ позволяет также аппроксимировать среднее давление в зоне контакта:

$$p_0(t) = \frac{P_d(t)}{\pi a_d^2(t)} \chi(t) + \frac{P_{qs}(t)}{\pi a_{qs}^2(t)} (\chi(t) - 1), \quad 0 < t < t_{**}. \quad (3.60)$$

Решение, предложенное Бородичем, не содержит никакой специальной оценки поверхностных напряжений для сверхзвуковой стадии, поэтому в первом приближении можно использовать тот же способ, что и дозвуковом случае. В этом случае распределение давления в области контакта будет вычисляться следующим образом:

$$\sigma_z(r_0, t) = p(r_0, t) = \frac{\lambda + 1}{2} p_0(t) \int_0^{\sqrt{1-r_0^2}} (r_0^2 + \xi^2) d\xi, \quad (3.61)$$

где $r_0 = r_0(r, t) = \frac{r}{a(t)}$ безразмерная координата. Подобным образом можно аппроксимировать выражение для радиальных разрушающих напряжений:

$$\sigma_r(r_0, t) = \begin{cases} p(r_0, t) + \frac{1-2\nu}{r_0^2} \int_0^{r_0} \eta p(\eta) d\eta, & r_0 \leq 1, \\ \frac{1-2\nu}{r_0^2} \int_0^1 \eta p(\eta) d\eta, & r_0 > 1. \end{cases} \quad (3.62)$$

Максимальные радиальные напряжения будут возникать на границе контакта при $r_0 = 1$:

$$\sigma_r(1, t) = (1 - 2\nu) \int_0^1 \eta p(\eta) d\eta = \frac{(1 - 2\nu)P(t)}{2\pi a^2(t)}. \quad (3.63)$$

Таким образом, для любого момента времени в процессе контактного взаимодействия, выражения (3.60), (3.61) и (3.63) позволяют приближенно вычислить максимальный уровень разрывающих напряжений на поверхности упругой среды. При этом на краях временного интервала взаимодействия решение будет точным, так как оно построено для сверхзвуковой стадии на основе точного решения Бородича, а для дозвуковой стадии на основе квазистатического подхода Штаермана.

Также необходимо отметить, что выражение (3.61) определяет для каждого момента времени максимальные разрушающие напряжения в разных точках поверхности полупространства. Поэтому результатом использования этого выражения в критерии инкубационного времени в качестве временного профиля нагружающего воздействия будет нижняя оценка для пороговой амплитуды.

Вычисление пороговой энергии

Как и в предыдущих случаях вычисление пороговых значений параметров задачи производится с помощью критерия инкубационного времени. Однако, полученное выражение (3.63) не позволяет вычислить временную зависимость разрушающих напряжений в явном виде. Поэтому для определения пороговой скорости соударения V_0^* в зависимости от длительности воздействия t_{**} удобно ввести следующую функцию:

$$Y_{t_{**}}(V_0) = \frac{1}{\tau \sigma_c} \max_{t \in [0, t_{**}]} \left(\int_{t-\tau}^t \sigma(\xi) d\xi \right) - 1. \quad (3.64)$$

Функцию $Y_{t_{**}}(V_0)$ удобно использовать в итерационном алгоритме для нахождения пороговой скорости V_0^* с необходимой точностью $\delta > 0$, так как по определению она обладает следующим свойством:

$$Y_{t_{**}}(V_0) = \begin{cases} > 0, & V_0 = V_0^* + \delta, \\ \equiv 0, & V_0 = V_0^*, \\ < 0, & V_0 = V_0^* - \delta. \end{cases} \quad (3.65)$$

Формальные шаги алгоритма, для вычисления пороговой скорости приведены в Таблице Таблица 3.1 Формальные шаги процедуры по определению пороговой скорости V_0^* 3.1

Таблица 3.1 Формальные шаги процедуры по определению пороговой скорости V_0^* для заданной длительности воздействия t_{**}

1.	Для длительности воздействия t_{**} определить в рамках квазистатического приближения (см. [131] начальное приближение пороговой скорости V_p
2.	Задать с некоторым шагом интервал пробных значений $V_\delta = [V_p - \delta, V_p + \delta],$ в котором предположительно содержится искомое значение V_0^*
3.	Используя уравнения из раздела 3.2, для каждого значения из V_δ определить временную зависимость напряжений
4.	Вычислить для каждого значения V_δ функцию $Y_{t_{**}}(V_0)$. Используя свойство (3.65), определить новый, более узкий, интервал для пробных значений
5.	Повторять шаги 2–4 для получения искомого значения V_0^* с требуемой точностью.
6.	Вычислить значение пороговой энергии W для найденного значения V_0^* .

Вычислительная сложность предложенного алгоритма не позволяет получить зависимость пороговой энергии W от длительности воздействия t_{**} с хорошей степенью дискретизации. Поэтому вычисления пороговой скорости, а затем и пороговой энергии проводились для ограниченного набора значений t_{**} .

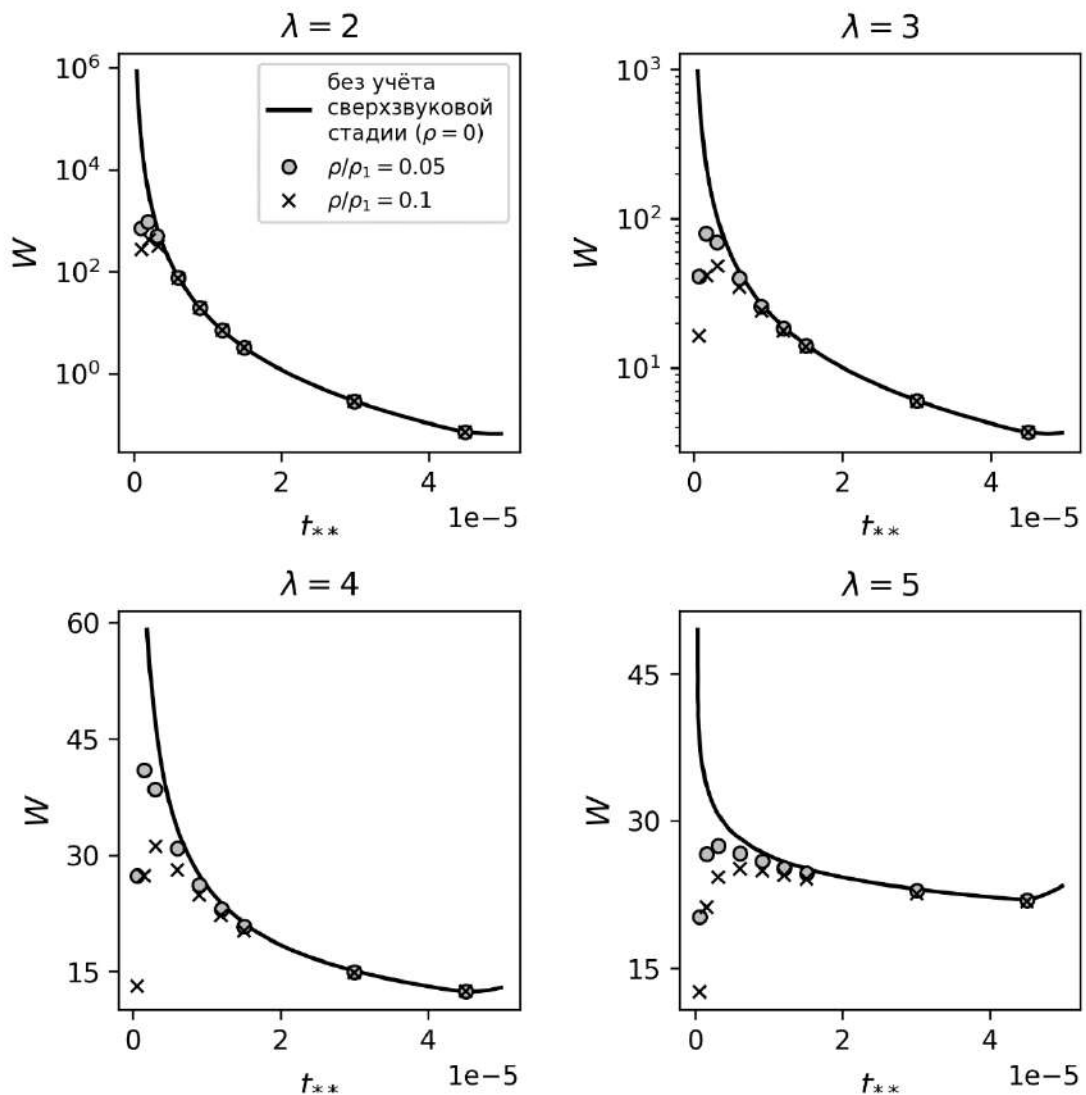


Рисунок 3.6 Зависимость пороговой энергии от длительности воздействия для различных соотношений плотностей упругой среды и ударника при $\lambda = \{2,3,4,5\}$.

На рисунке 3.6 приведены результаты расчётов для различных значений параметра $\lambda < \lambda^* = 5.5$ при различных соотношениях плотностей упругой среды и ударника. В качестве упругой среды был выбран габбро-диабаз со следующими значениями параметров $E = 6.2 \times 10^9$ Па , $\nu = 0.26$, $\sigma_c = 44.04 \times 10^6$ Па. Значение плотности ударника было выбрано $\rho_1 = 2400$ кг/м³.

Расчёты показывают, что при возрастании длительности воздействия расчётные значения пороговой энергии с учётом наличия сверхзвуковой стадии приближаются к значениям, вычисленным в рамках квазистатического приближения, которым на рисунке 3.6 соответствует сплошная кривая, полученная при $\rho = 0$. Однако, при уменьшении длительности величина пороговой энергии начинает быстро стремиться к нулю, при этом чем меньше скорость распространения упругих волн, тем быстрее убывает величина пороговой энергии.

Стоит отметить, что учёт сверхзвуковой стадии контактного взаимодействия приводит к убыванию пороговой энергии при значениях параметра $\lambda < \lambda^*$. Таким образом, найденное ранее значение $\lambda^* = 5.5$ является критическим только в рамках квазистатического анализа.

3.3 Оптимизация энергозатрат при технологии вибрационной обработки материалов

Описанную ранее зависимость энергоёмкости процесса разрушения относительно длительности ударного воздействия можно использовать для объяснения эффективности технологии вибрационной обработки материалов. Стоит отметить, что высокочастотные колебания широко применяются в различных прикладных технологиях, в частности, ультразвук используется

для очистки и обезжиривания деталей машин, интенсификации химических реакций, дегазации и структурирования расплавов, а также во многих видах механической обработки металлов. В данном параграфе будут приведены рассуждения, относящиеся к процессам вибрационной резки или бурения твердых материалов.

Наличие ультразвуковых колебаний существенно влияет на поведение материала в время технологического процесса, отмечается значительное снижение силового воздействия при обработке, улучшается качество получаемой поверхности [138, 139, 140]. Например, было замечено, что наложение ультразвуковых колебаний в направлении движения инструмента в процессе точения или сверления, приводит к значительному снижению усилия, прикладываемого к инструменту. Этот эффект позволяет выполнять изготовление деталей из высокопрочных труднообрабатываемых материалов, которые трудно или даже почти невозможно обработать традиционными методами [141].

Одним из основных способов исследования процесса ультразвуковой резки является численное моделирование с использованием метода конечных элементов, который позволяет непосредственно описать взаимодействие режущего инструмента и обрабатываемого материала. В связи со сложностью геометрии технологической зоны и кинематики процесса стружкообразования, для исследования даже традиционного процесса резания необходимо использовать модели, учитывающие трехмерный характер режущей силы, напряженно-деформированного состояния, а также и температурного поля [142]. Зачастую в расчетных схемах предполагается, что отделение стружки происходит по некоторым заранее задаваемым поверхностям, что может существенно ограничивать объем материала, подлежащего описанию. Поэтому в ряде расчетных схем использовался другой механизм образования новой поверхности [143], который связан с

образованием новых элементов из-за больших деформаций, возникающих при проникновении инструмента в обрабатываемый материал. Помимо всего прочего в конечно-элементном анализе можно учитывать взаимосвязь тепловых и механических процессов в зоне резания [144].

Существует несколько гипотез, качественно объясняющих интенсификацию процесса разрушения при наличии дополнительных ультразвуковых колебаний, к основным из которых можно отнести изменение эффективных деформационных свойств материала или уменьшение силы трения между режущим инструментом и обрабатываемым материалом. Однако, полученная ранее оценка энергозатрат на разрушение упругой среды при ударном способе подвода энергии, позволяет дать принципиально иное объяснение эффективности процесса вибрационной обработки материалов. Можно предположить, что добавление ультразвуковых колебаний переводит обработку материала в ударно-импульсный режим [145], тем самым, как было показано ранее, снижая энергоёмкость процесса разрушения.

Вибрационная резка сплава Inconel 718

Анализ энергоёмкости процесса вибрационной обработки можно продемонстрировать на примере труднообрабатываемого сплава Inconel 718. Выбор этого материала обусловлен тем, что для него известны экспериментальные зависимости режущих усилий относительно скорости обработки для различных значений частоты и амплитуды накладываемых вибраций. Помимо этого, для сплава Inconel 718 также доступны результаты разнообразного конечно-элементного анализа, в котором изучается поведение материала в процессе образования стружки, а также напряженно-деформированное состояние в зоне резания. Например, в рамках двумерной

МКЭ-модели ортогонального ультразвукового течения, детально численно анализируется один цикл ультразвуковых колебаний для [146]. В последующих работах этих авторов (например, [147, 148]) эта модель обобщается на трёхмерный случай для сравнительного описания процессов традиционного и ультразвукового резания. По результатам моделирования было продемонстрировано значительное снижение силы, действующей на режущий инструмент при вибрационном резании, а также изучено влияние амплитуды ультразвуковых колебаний на уровень этой силы. В этих работах было показано, что результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными измерениями, проведенными этими же авторами на специальной установке по вибрационному резанию металлов.

Таким образом, основной особенностью вибрационной обработки металлов, требующего объяснения, является характерное снижение режущего усилия. Также нужно отметить, что с увеличением скорости подачи материала этот эффект снижается, и при достижении некоторой критической скорости окончательно пропадает. Экспериментальные исследования показывают, что при критической скорости подачи инструмент просто не успевает за счёт колебаний отрываться от материала, что приводит к тому, что пропадает ударная составляющая процесса [139]. Это свидетельствует о том, что скорее всего именно ударный способ воздействия на материал приводит к снижению режущего усилия.

Для объяснения эффекта снижения усилий при вибрационной обработке следует вспомнить результаты, представленные в разделе 3.1. Как было показано при контактном взаимодействии ударного типа минимальная энергия удара, при котором в упругой среде возникает пороговый разрушающий импульс существенно зависит от его длительности. Следовательно, можно предположить, что наложение ультразвука просто переводит разрушение обрабатываемого материала в более эффективный по

энергозатратам режим. Также разумно предположить, что сила, приложенная к инструменту, состоит из динамической компоненты, отвечающей за разрушение материала в ударном режиме, и постоянной компоненты F_0 , связанной с кинематикой процесса резания. Величину этой постоянной силы можно измерить экспериментально, а значение динамической компоненты можно оценить, исходя из предположения, что энергия W^* , которую необходимо подвести в материал для создания порогового разрушающего импульса, равна её работе на перемещении, равном амплитуде накладываемых колебаний A_{us} . Тогда для общей силы F , действующей на инструмент, можно получить следующее выражение:

$$F = \frac{W^*}{A_{us}} + F_0. \quad (3.66)$$

Как уже было отмечено ранее, возрастание скорости подачи материала приводит к увеличению продолжительности контакта между инструментом и обрабатываемым материалом, тем самым увеличивая и длительность нагружающего воздействия. Поэтому при достижении критического уровня r_c длительность нагружения приближается к некоторому пороговому значению t_0^c , при превышении которого материал реагирует на нагрузку, как на статическую. Поэтому при скоростях подачи, превышающих r_c , значение режущей силы будет такой же, как и при традиционном резании. Таким образом, для вычисления длительности нагружения в зависимости от скорости подачи r_c можно предложить следующую формулу:

$$t_0 = \frac{1}{f} + \frac{r}{r_c} \left(t_0^c - \frac{1}{2f} \right), \quad (3.67)$$

где f – частота накладываемых колебаний.

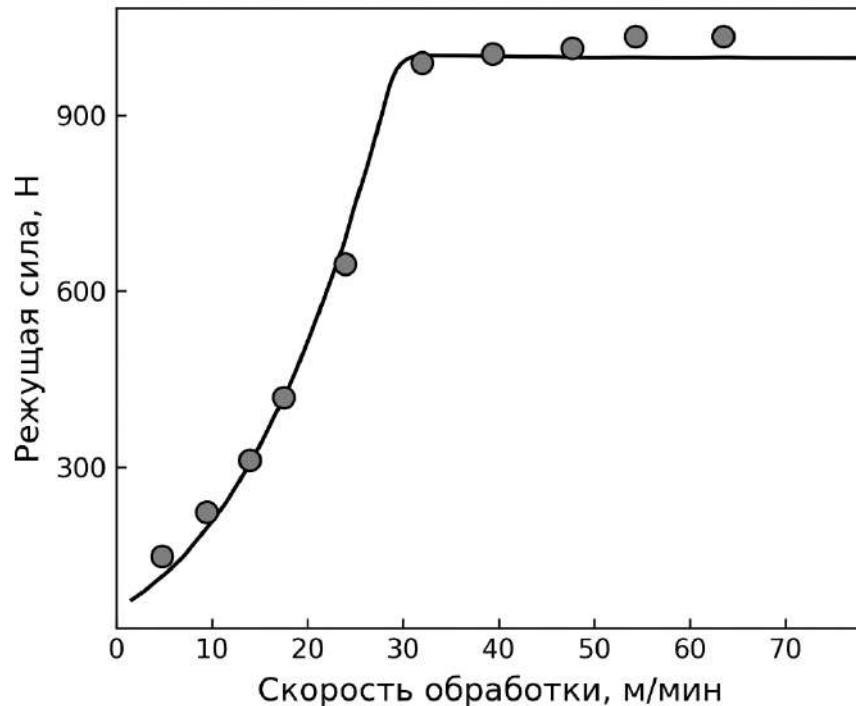


Рисунок 3.7 Зависимость режущей силы относительно скорости обработки для сплава Inconel 718: $f = 20$ кГц, $A_{us} = 25$ мкм.

На рисунке 3.7 представлено сравнение расчётной зависимости режущей силы относительно скорости подачи инструмента для сплава Inconel 718 с экспериментально измеряемыми значениями. При расчёте были взяты следующие значения параметров задачи $E = 205$ ГПа, $\nu = 0,284$, $\sigma_c = 700$ МПа и $\tau = 8$ мкс. Выбор такого значения инкубационного времени обусловлен следующими причинами. Ранее в работе [149] было показано, что минимальная энергии, необходимая для создания ударного разрушения, получается при длительности импульса, в два-три раза превышающей τ . Так как частота колебаний в эксперименте была равна 20 кГц, то, следовательно, минимальная длительность воздействия составляет около полупериода колебаний $\frac{1}{2f} = 25$ мкс.

При предположении о том, что наименьшая потребляемая мощность соответствует импульсам с длительностью, близкой к минимальной,

получается, что величину инкубационного времени следует принять равной одной трети от этого значения. Таким образом, для выбранных параметров удалось получить хорошее количественное соответствие расчётов с результатами испытаний.

Отдельно необходимо отметить, что все расчёты пороговой энергии в выражении (3.66) проведены для случая удара сферической частицей. Это обусловлено результатами, приведенными в разделе 3.2, где показано, что для гладких контактных поверхностей вид зависимости пороговой энергии от длительности возникающего импульса качественно не отличается от случая со сферической поверхностью.

Вибрационная резка алюминия

Ещё одним материалом, для которого наиболее ярко проявляется основной эффект вибрационной обработки является алюминий. Несмотря на относительно небольшую прочность алюминий, так же, как и сплав Inconel 718 становится очень «вязким» при традиционном способе резания. В связи с этим для его обработки требуются достаточно большие усилия, при этом качество обрабатываемой поверхности сильно страдает. Наложение дополнительных вибраций позволяет избежать этих недостатков.

На рисунке 3.8 представлена зависимость режущей силы относительно амплитуды колебаний, вычисленная по формуле (3.20) в сравнении с экспериментальными данными [139]. Хорошее количественное соответствие было получено при следующих значениях параметров задачи $E = 70$ МПа, $\nu = 0,33$, $\sigma_c = 100$ МПа и $\tau = 12$ мкс, $F_0 = 10$ Н.

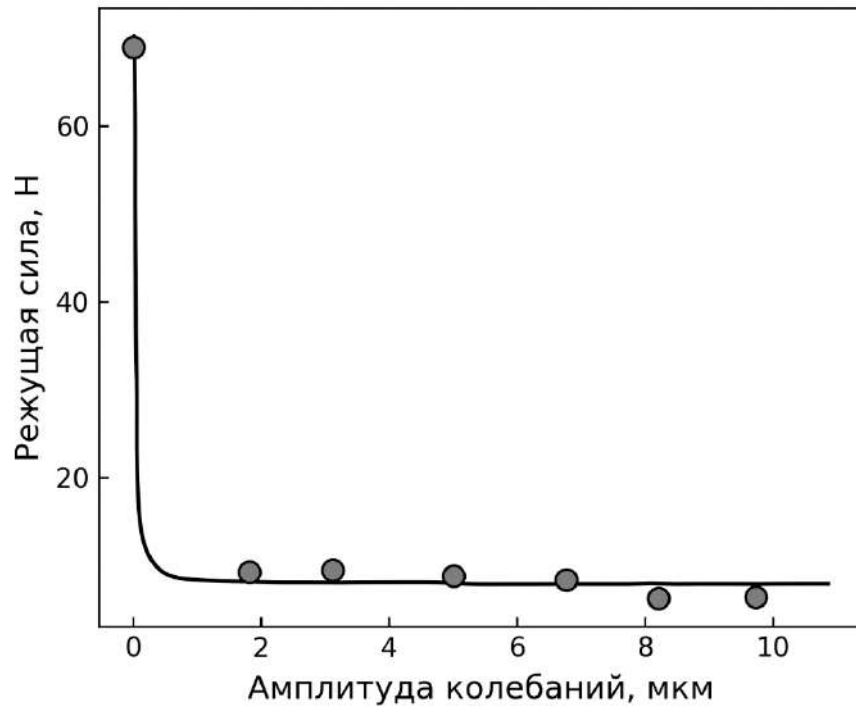


Рисунок 3.8 Влияние амплитуды ультразвуковых колебаний на величину режущей силы для сплава алюминия: $f = 20$ кГц.

Следует отметить, что согласно выражению (3.20) абсолютное значение пороговой энергии W^* , зависит не только от параметров разрушаемой среды, но и от плотности ударяющей частицы ρ . Так как в задаче об ударе частицей этот параметр задает некоторый общий уровень интенсивности воздействия, то его величину можно связать с таким параметром процесса, как глубина резания. В самом деле, чем больше глубина резания, тем больше усилие требуется приложить к инструменту. В представленных на рисунке 3.8 расчётах значение ρ подбиралось исходя из того, что глубина резания равна 0,05 мм.

На рисунке 3.9 представлены зависимости режущей силы относительно скорости обработки алюминия [139]. для различных значений глубины резания. Все вычисленные кривые находятся в хорошем соответствии с данными реальными испытаниями. При этом стоит отметить, что расчеты для всех

значений глубины резания проводились для тех же самых постоянных значений набора параметров, что и для амплитудной зависимости, за исключением статической составляющей общего усилия $F_0 = 3 \text{ Н}$, а также параметра ρ . Значение последнего, подбиралось для каждой глубины так, чтобы обеспечить наилучшее совпадение с экспериментальными данными.

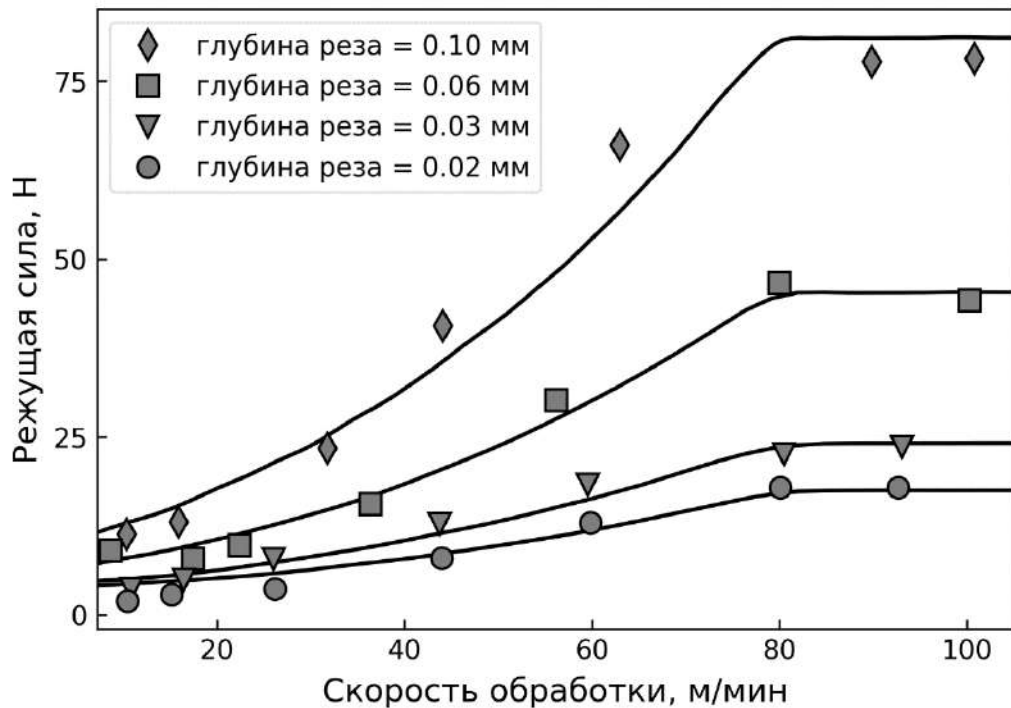


Рисунок 3.9 Зависимость режущей силы относительно скорости обработки для алюминия для различных значений глубины реза: $f = 20 \text{ кГц}$, $A_{us} = 10 \text{ мкм}$. $F_0 = 3 \text{ Н}$. Расчётные кривые получены для значений $\tau = 12 \text{ мкс}$, $\sigma_c = 100 \text{ МПа}$, экспериментальные данные из работы [139].

Таким образом, на основе результатов, полученных при исследовании энергоёмкости процесса разрушения при импульсном нагружении, удалось построить достаточно простую модель вибрационной обработки металлов, которая позволяет количественно описать характерную для этого процесса зависимость режущего усилия относительно скорости подачи материала. Предположение о том, что дополнительные вибрации переводят процесс

разрушения в более энергетически оптимальный режим, также косвенно подтверждается улучшением качества обрабатываемой поверхности. Излишки энергии, которая подводится в зону разрушения при характерных для традиционного способа больших длительностях воздействия, расходуются на излишний нагрев заготовки и нежелательное разрушение, что в итоге и приводит к излишней шероховатости получаемой поверхности.

Помимо процесса вибрационного резания, похожая модель была разработана для моделирования разрушения горных пород при подводной добыче минералов [86]. Стоит отметить, что похожая оптимизация энергозатрат на разрушении происходит в задачах, связанных определением прочности адгезионного соединения. Используя аналогичные методы расчёта, было получено, что добавление фонового ультразвукового поля может существенно снижать адгезионную прочность соединения [76, 78, 79, 77]

3.4 Выводы к главе 3

Проведено исследование энергозатрат, которые необходимы для инициирования динамического порогового разрушающего воздействия, возникающего при ударном контактном взаимодействии твёрдого тела с упругой средой.

Построенная в рамках критерия инкубационного времени аналитическая модель, позволила выявить наличие оптимальных с точки зрения энергозатрат режимов ударного воздействия на сплошную среду.

Для различных форм жесткого ударника была исследована зависимость порогового значения энергии, подводимой в среду при ударе, от длительности возникающего импульса.

Было показано, что разный вид зависимостей, получаемый для сферического и цилиндрического ударников, получается только в рамках квазистатического анализа при использовании гипотезы Герца о величине контактной силы.

Построенная модель оценки пороговой энергии, в рамках которой учитывается наличие сверхзвуковой фазы, показала, что для реальных тел реализуется вид зависимости пороговой энергии характерный для сферического ударника.

На основе проведенного анализа энергозатрат была построена аналитическая модель вибрационной обработки металлов. Была получена зависимость режущего усилия от скорости обработки, качественно и количественно совпадающая с результатами экспериментальных исследований.

Глава 4 Конкуренция микроструктурных механизмов неупругого деформирования сплошных сред

Предложенный способ определения значений параметров прочности с помощью SPS-метода обобщается для двумерного случая, в котором производится оценка значений не только инкубационного времени, но и критического напряжения. Такая модификация метода позволила решить новую задачу, связанную с выявлением скоростной чувствительности режима разрушения, когда при медленном и высокоскоростном нагружении механизмы разрушения материала разные.

Результаты, показанные в главе 4, были представлены в следующих работах [88, 98]

4.1 Оценка параметров прочности материалов по данным динамических испытаний

Как было показано в предыдущих главах параметры критическое напряжение σ_c и инкубационное время τ являются ключевыми в рамках структурно-временного подхода. Приведенные ранее скоростные зависимости прочности показывают, что критический уровень напряжений при медленном нагружении определяется согласно критерию только значением σ_c , в то время как влияние параметра τ проявляется при высокоскоростном нагружении. Однако, стоит отметить, что при ударном нагружении критический уровень напряжений также зависит от параметра σ_c . Это означает, что экспериментально измеренные значения предельного уровня напряжений при высокоскоростном нагружении содержат информацию не только о величине инкубационного времени τ , но и о значении критического напряжения σ_c .

Таким образом, можно сделать вывод, что при обработке данных только динамических испытаний некоторого материала, существует теоретическая возможность оценки значения не только τ , но и σ_c .

Двумерный случай: оценка значения инкубационного времени и критического напряжения

Для оценки параметра критического напряжения по данным, полученных только в ударных испытаниях, предлагается использовать, как и ранее метод знаковозмущенных сумм. Как было показано в Главе 1 SPS-метод позволяет оценить значение для инкубационного времени τ в виде доверительного интервала, который содержит истинное значение параметра с заранее выбранным уровнем вероятности. При этом подразумевается, что значение критического напряжения σ_c является известной величиной, измеренной независимо при медленном нагружении материала. То есть, другими словами, рассматривалась одномерная задача, в которой искомый параметр является скалярной величиной. В настоящем разделе исследуется двумерный случай, в котором искомый параметр $\vartheta = (\tau, \sigma_c)$ содержит две компоненты. В этом случае оценка истинного значения искомого параметра $\vartheta_* = (\tau_*, \sigma_{c*})$ будет получаться в виде доверительного множества T на плоскости (τ, σ_c) .

Как и ранее, предполагается, что результаты динамических испытаний, по которым требуется оценить прочностные характеристики материала, представляют собой набор из N значений динамического предела прочности, измеренных для различных значений скорости деформации:

$$\sigma_{*i} = \sigma_{*i}(\dot{\epsilon}_i), \quad i = 1 \dots N.$$

Для удобства измеренные значения динамической прочности σ_{*i} представляются в виде результатов следующей модели наблюдений:

$$\sigma_{*i} = \varphi(\tau_*, \sigma_{c*}, \dot{\varepsilon}_i) + v_i, \quad i = 1 \dots N, \quad (4.1)$$

где τ_* и σ_{c*} – истинные значение параметров инкубационного времени и критического напряжения, которые необходимо определить. Также предполагается, что помехи v_i являются случайными величинами с неизвестным симметричным распределением. Модельная функция $\varphi(\tau, \sigma_c, \dot{\varepsilon})$, описывающая скоростную зависимость предельного уровня напряжений в момент разрушения, определяется, как и ранее, по формуле (1.7):

$$\sigma_*(\dot{\varepsilon}) = \varphi(\tau, \sigma_c, \dot{\varepsilon}) = \begin{cases} \sigma_c + \frac{E \dot{\varepsilon} \tau}{2}, & \dot{\varepsilon} \leq \frac{2\sigma_c}{E\tau}, \\ \sqrt{2\sigma_c \tau E \dot{\varepsilon}}, & \dot{\varepsilon} > \frac{2\sigma_c}{E\tau}. \end{cases}$$

В двумерном случае формальные шаги метода знаковозмущенных сумм за небольшим исключением практически полностью совпадают с вышеизложенными для одномерного случая:

- 1) Выбрать значения натуральных параметров $M > q > 0$, таким образом, чтобы получить желаемый уровень достоверности результата:

$$p = 1 - \frac{q}{M}$$

- 2) Сгенерировать $N(M - 1)$ случайных чисел β_{ij} , принимающих значения ± 1 с вероятностью $\frac{1}{2}$
- 3) Задать дискретное множество пробных значений искомого параметра $\{(\tau_k, \sigma_{cl})\}$, $(\tau_k, \sigma_{cl}) \in \mathbb{R}^2$, $k = 1 \dots K, l = 1 \dots L$
- 4) Для каждого σ_{cl} построить соответствующий доверительный интервал T_l путем проверки каждого значения τ_k с помощью процедуры

$SPS_Indicator(\tau_k)$, которая определяет, попадает ли пробное значение τ_k в доверительный интервал T_l или нет (см. Таблицу 1.1 в разделе 1.2)

- 5) Построить доверительно множество T , как объединение доверительных интервалов: $T = \cup_l T_l$

Стоит отметить, что вышеописанный алгоритм не является полной аналогией двумерного случая, описанного авторами SPS-метода в оригинальной работе для линейной модельной функции. Это связано с наличием нормирующего множителя, вычисление которого для нелинейной функции в неодномерном случае требует дополнительных усилий. В одномерном же случае этот множитель просто равен частной производной $\frac{d\varphi(\tau, \dot{\epsilon}_i)}{d\tau}$.

В разделе 1.2 было доказано, что функция $\varphi(\tau, \sigma_c, \dot{\epsilon})$ обладает всеми необходимыми свойствами, которые требуются для корректного применения метода знаковозмущенных сумм, что в результате позволяет получить оценку для инкубационного времени в виде ограниченного интервала. Определяющим свойством, на котором основано приведенное доказательство, является наличие положительной производной функции $\varphi_{\tau, \sigma_c}(\dot{\epsilon})$ по параметру τ : $\frac{d\varphi(\tau, \sigma_c, \dot{\epsilon})}{d\tau} > 0$. Нетрудно заметить, что частная производная по параметру σ_c – также положительная величина $\frac{d\varphi(\tau, \sigma_c, \dot{\epsilon})}{d\sigma_c} > 0$, а это означает, что при постоянной скорости нагружения $\dot{\epsilon} = const > 0$, а также при постоянном значении инкубационного времени $\tau = const > 0$, $\varphi(\tau, \sigma_{c_1}, \dot{\epsilon}) > \varphi(\tau, \sigma_{c_2}, \dot{\epsilon})$, при условии, что $\sigma_{c_1} > \sigma_{c_2}$. Таким образом, используя аналогичные рассуждения можно показать, что получаемое в результате использования SPS-метода доверительное множество будет ограниченным.

Помимо этого, ограниченность доверительного множества будет следовать из естественных ограничений, обусловленных механическим

смыслом критического напряжения σ_c . Согласно критерию инкубационного времени параметр σ_c отвечает за предельный уровень напряжений при медленном нагружении, поэтому пробные значения σ_{c_l} не следует выбирать больше экспериментально измеренных значений динамической прочности материала σ_{*i} .

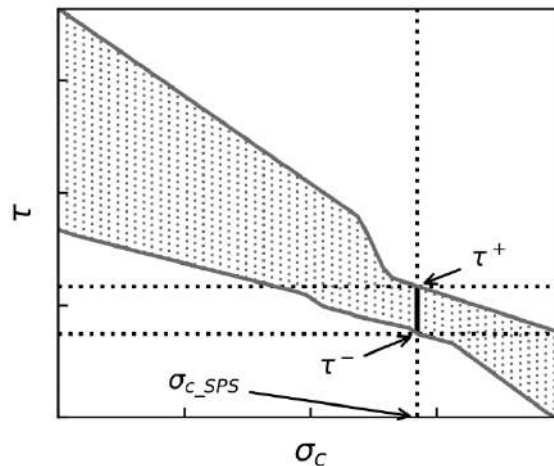


Рисунок 4.1 Типичный вид доверительного множества. Толстой линией обозначено наименьшее сечение доверительного множества, которому соответствует оптимальное значение критического напряжения σ_{c_SPS}

Типичный вид доверительного множества, которое получается в результате применения предложенного метода представлен на рисунке 4.1. Несложно заметить, что с увеличением пробных значений σ_{c_l} величина соответствующего значения инкубационного времени в среднем убывает, что не позволяет сделать вывод о наличии некоторого особенного значения критического напряжения. Однако, если посмотреть на предполагаемый разброс значений для инкубационного времени, или другими словами, на ширину соответствующего доверительного интервала T_l , то можно заметить, что её зависимость от σ_{c_l} немонотонна.

Действительно, в большинстве случаев, когда экспериментальные точки, полученные в динамических испытаниях, задают некоторый характерный тренд для скоростной зависимости прочности материала, существует некоторое значение $\sigma_{c_l} = \sigma_{c_SPS}$, при котором ширина доверительного интервала T_l минимальна. На рисунке 4.1 этот интервал отмечен толстой черной линией. В дальнейшем будет показано, что для этого значения σ_{c_l} модельные кривые, соответствующие границам интервала τ_l^- и τ_l^+ , наилучшим способом описывают экспериментально наблюдаемую скоростную зависимость прочности. Таким образом, это значение σ_{c_l} можно принять за оптимальное значение критического напряжения для испытываемого материала:

$$\sigma_{c_SPS} = \sigma_{c_l}: |T_l| = [\tau_l^+ - \tau_l^-] \rightarrow \min_l . \quad (4.2)$$

На рисунке 4.2 представлены результаты анализа, проведенного для экспериментальных данных, полученных при динамических испытаниях песчаника на сжатие [9]. Верхний левый график, демонстрирующий общий вид доверительного множества T на плоскости (τ, σ_c) , дополняется снизу диаграммой, показывающей ширину доверительного множества $|T_l|$ в зависимости от пробного значения σ_{c_l} . Стрелками показаны оптимальное значение критического напряжения $\sigma_{c_SPS} = 88$ МПа, а также границы соответствующего доверительного интервала для инкубационного времени $\tau \in [3.3; 4.0]$ мкс. Стоит отметить, что предельный уровень напряжений для этого материала, измеренный при медленном нагружении, равен $\sigma_s = 70$ МПа. Если принять параметр критического напряжения $\sigma_c = \sigma_s$, то тогда доверительный интервал получается равным $\tau \in [4.5; 5.4]$ мкс. На графике справа показано сравнение скоростных зависимостей прочности, вычисленных для различных значений критического напряжения. Кривые,

нарисованные пунктирной линией, соответствуют значению критического напряжения $\sigma_c = \sigma_s$, сплошной линией – $\sigma_c = \sigma_{c_SPS}$.

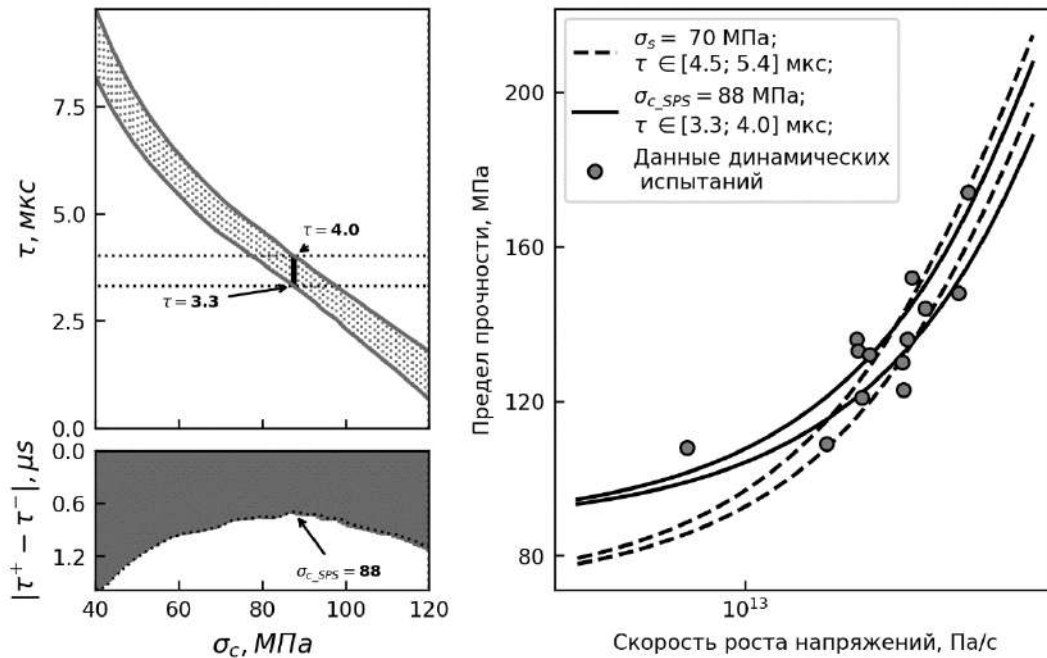


Рисунок 4.2 Результаты обработки данных динамических испытаний на сжатие песчаника [9]. Слева вверху: доверительное множество T на плоскости (τ, σ_c) , снизу: диаграмма, отображающая величину $|T_l|$ для различных значений σ_{cl} . Справа: сравнение расчётных скоростных зависимостей прочности с экспериментальными данными, сплошная линия построена для параметров $\sigma_c = \sigma_{c_SPS}$, пунктирная для значения $\sigma_c = \sigma_s$, измеренного при низкоскоростном нагружении

Стоит отметить, что в логарифмической шкале, отображающей широкий диапазон скоростей нагружения от 10^7 до 10^{13} Па/с для обоих случаев наблюдается хорошее соответствие расчётных зависимостей с экспериментально измеренными значениями. Однако, для того, чтобы

заметить разницу, необходимо перестроить эти зависимости в линейном масштабе в более узком диапазоне скоростей нагружения, который был реализован в эксперименте (см. Рисунок 4.3).

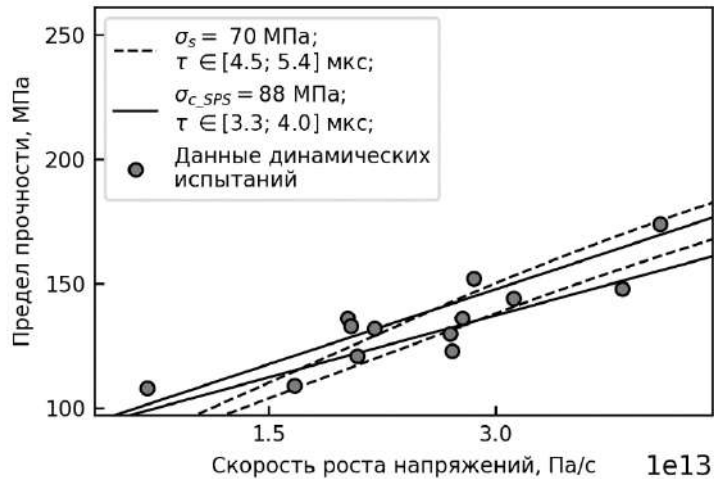


Рисунок 4.3 Сравнение расчётных скоростных зависимостей прочности для песчаника с экспериментальными данными [9], сплошная линия построена для параметров $\sigma_c = \sigma_{c_SPS} = 88$ МПа, $\tau \in [3.3; 4.0]$ мкс, пунктирная для значения $\sigma_c = \sigma_s = 70$ МПа, $\tau \in [4.5; 5.4]$ мкс

Можно заметить, что модельные кривые (сплошные линии), вычисленные для значения $\sigma_c = \sigma_{c_SPS}$, несколько лучше соответствуют тренду, задаваемому экспериментальными точками, чем те, которые были посчитаны для значения $\sigma_c = \sigma_s$. В данном случае, это различие является скорее номинальным, так как ширина доверительного интервала для инкубационного времени практически не меняется при значениях критического напряжения $\sigma_c \in [70; 100]$ МПа.

Однако, в некоторых случаях, для других материалов разница является более очевидной. Например, при обработке данных испытаний по ударному сжатию метеоритного камня МАС88118 из работы [5]. Вид построенного доверительного множества, показанного на рисунке 4.4 имеет характерное

сужение, которое свидетельствует о наличии более оптимального значения для критического напряжения, чем то, что было измерено экспериментально при медленном нагружении.

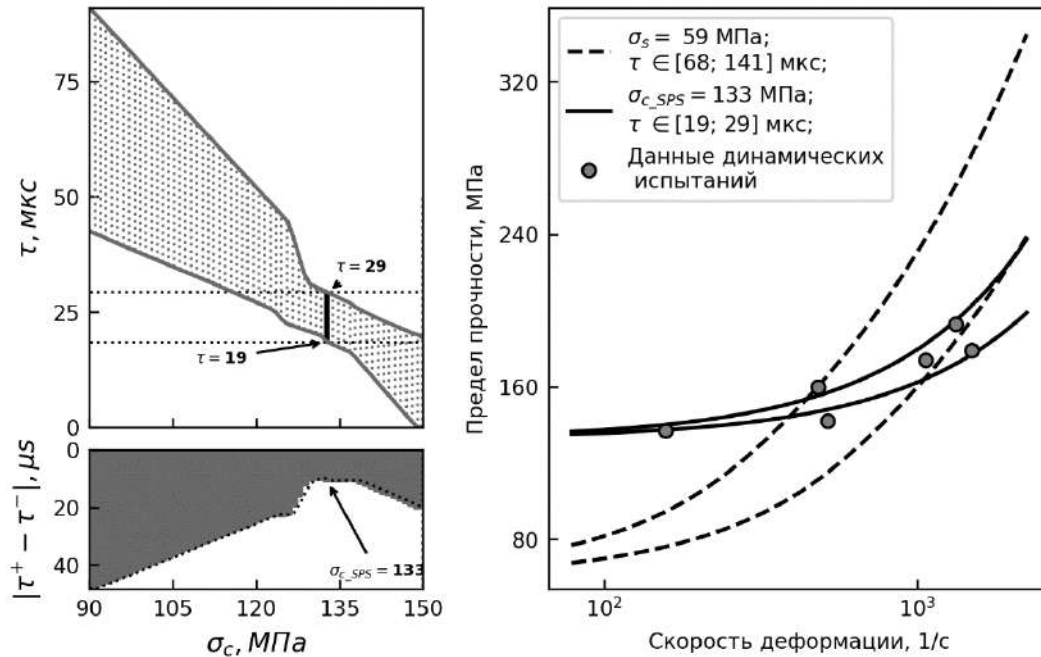


Рисунок 4.4 Сравнение расчётных скоростных зависимостей ударной прочности на сжатие для метеоритного камня MAC88118 с экспериментальными данными [5], сплошная линия построена для параметров $\sigma_c = \sigma_{c_SPS} = 133$ МПа, $\tau \in [19; 29]$ мкс, пунктирная для значения $\sigma_c = \sigma_s = 59$ МПа, $\tau \in [68; 141]$ мкс

Также заметно даже в логарифмической шкале, что модельные кривые, построенные для найденного оптимального значения $\sigma_c = \sigma_{c_SPS}$ лучше соответствуют экспериментальным данным.

Для того, чтобы дополнительно подчеркнуть лучшее соответствие прогнозируемых значений динамической прочности при $\sigma_c = \sigma_{c_SPS}$, чем при $\sigma_c = \sigma_s$, вычисленные скоростные зависимости построены на рисунке 4.5 в линейном масштабе. Отчётливо видно, что модельные кривые (сплошные

линии), предсказанные по результатам обработки динамических испытаний, точно соответствуют тренду, задаваемому экспериментальными точками. При этом видно, что модельные кривые (пунктирные линии), вычисленные при значениях $\sigma_c = \sigma_s$, задают достаточно широкий диапазон значений динамической прочности материала, предоставляя сильно приближительную оценку предельного уровня напряжений.

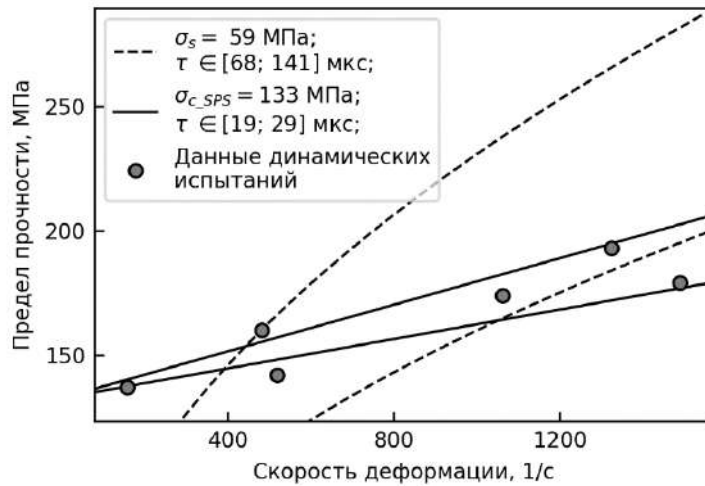


Рисунок 4.5 Сравнение расчётных скоростных зависимостей ударной прочности на сжатие для метеоритного камня MAC88118 с экспериментальными данными [5], сплошная линия построена для параметров $\sigma_c = \sigma_{c_SPS} = 133$ МПа, $\tau \in [19; 29]$ мкс, пунктирная для значения $\sigma_c = \sigma_s = 59$ МПа, $\tau \in [68; 141]$ мкс

Проверка устойчивости метода оценки параметра σ_c

Для того, чтобы убедиться, что значения параметров инкубационного времени и критического напряжения, получаемые с помощью предложенного метода, позволяют лучше спрогнозировать предельный уровень напряжений

при высокоскоростном нагружении, можно провести следующий тест на устойчивость получаемых результатов:

- 1) Разделить данные эксперимента:

$$\sigma_{*i} = \sigma_{*i}(\dot{\epsilon}_i), \quad i = 1 \dots N$$

на два набора:

$$\sigma_{*i} = \sigma_{*i}(\dot{\epsilon}_i), \quad i = 1 \dots N_1$$

и

$$\sigma_{*i} = \sigma_{*i}(\dot{\epsilon}_i), \quad i = N_1 + 1 \dots N.$$

- 2) Для первого набора данных провести оценку оптимальных значений параметров $\sigma_{c_SPS}^{(1)}$ и $\tau \in T_{SPS}^{(1)}$ согласно предложенному алгоритму на базе SPS-метода для двумерного случая
- 3) Для первого набора данных провести оценку инкубационного времени $\tau \in T_1$ с помощью SPS-метода, описанного в разделе 1.2, при $\sigma_c = \sigma_s$
- 4) Построить кривые скоростной зависимости прочности для полученных значений модельных параметров:

$$\sigma_c = \sigma_s, \tau \in T_1 \text{ и } \sigma_c = \sigma_{c_SPS}^{(1)}, \tau \in T_{SPS}^{(1)}$$

- 5) Сравнить полученные модельные кривые с экспериментальными данными из второго набора
- 6) Повторить шаги (2)-(5) для второго набора данных, для последующего сравнения модельных кривых с экспериментальными данными из первого набора

Результаты проверки устойчивости алгоритма, полученные для рассмотренного ранее метеоритного камня MAC88118, показаны на рисунке 4.6. Можно заметить, что на рисунке 4.6.(а) результаты предсказания прочности для $\sigma_c = \sigma_{c_SPS}$ несколько меньше отличаются по абсолютному

значению от уровня напряжений, соответствующего проверочному набору экспериментальных точек, чем при $\sigma_c = \sigma_s$.

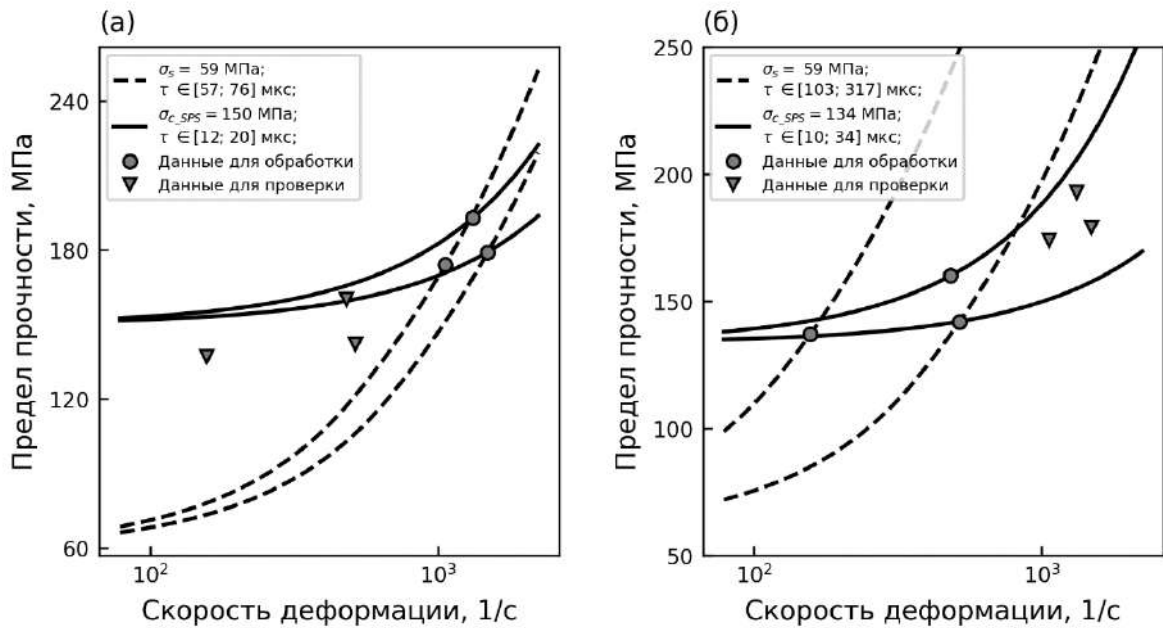


Рисунок 4.6 Результаты проверки устойчивости предложенного метода, на примере обработки данных метеоритного камня MAC88118. Кругом обозначены экспериментальные данные, по которым проводилась оценка параметров модели. Данные, используемые для сравнения с модельными кривыми, обозначены треугольником.

На рисунке 4.6.(б) эта особенность ещё лучше заметна, так как все точки, проверочного набора, полностью лежат внутри предсказанного интервала значений для $\sigma_c = \sigma_{c_SPS}$, в то время как, для $\sigma_c = \sigma_s$ прогноз предельного уровня напряжений существенно превышает экспериментальные значения. При этом, стоит отметить, что оценка параметров произведена всего лишь по трём экспериментальным точкам.

Результаты полученных значений параметров также приведены в таблице 4.1

Таблица 4.1 Результаты оценки инкубационного времени для метеоритного камня MAC88118 SPS-методом. Уровень доверительной вероятности 90%.

Набор наблюдений для обработки	$\{\sigma_{*i}, \dot{\epsilon}_i\}_{i=1}^{N_1}$	$\{\sigma_{*i}, \dot{\epsilon}_i\}_{i=N_1+1}^N$	$\{\sigma_{*i}, \dot{\epsilon}_i\}_{i=1}^N$
$\sigma_c = \sigma_s$, МПа	59	59	59
T, мкс	[57; 76]	[103; 317]	[68; 141]
$\sigma_c = \sigma_{c_SPS}$, МПа	150	134	133
T_{SPS} , мкс	[12; 20]	[10; 34]	[19; 29]

Можно отметить, что для $\sigma_c = \sigma_s$ получается значительный разброс значений для инкубационного времени, и при этом доверительные интервалы $T_1 = [57; 76]$ мкс и $T_2 = [103; 317]$ мкс, получившиеся при обработке первого и второго наборов экспериментальных данных, даже не пересекаются. При этом границы интервала $T = [68; 141]$ мкс, получившегося при обработке полного набора данных, примерно равны средним значениям границ интервалов T_1 и T_2 . Таким образом, можно сделать вывод, что при предположении о том, что значение критического напряжения определяется статической прочностью материала $\sigma_c = \sigma_s$, модельные кривые гарантированно предсказывают только некоторый средний уровень предельных напряжений в диапазоне скоростей нагружения, которые были реализованы в эксперименте. При этом, в некоторых случаях может достигаться неплохое количественное соответствие, как было показано ранее для песчаника (см. Рисунок 4.3).

В случае, когда критическое напряжение определяется по результатам только динамических испытаний $\sigma_c = \sigma_{c_SPS}$ разброс значений инкубационного времени значительно меньше, а доверительные интервалы $T_{SPS}^{(1)} = [12; 20]$ мкс и $T_{SPS}^{(2)} = [10; 34]$ мкс пересекаются. При этом найденные значения критического напряжения $\sigma_{c_SPS}^{(1)} = 150$ МПа и $\sigma_{c_SPS}^{(2)} = 134$ МПа также являются достаточно близкими. Более того, получилось, что оценка параметров по полному набору данных практически совпала с оценкой по

второму набору: $\sigma_{c_SPS} \approx \sigma_{c_SPS}^{(2)}$ и $T_{SPS} \subset T_{SPS}^{(2)}$. Это означает, что предложенная модификация SPS-метода является более устойчивой к выбору данных для обработки, а также она позволяет не только качественно, но и количественно промоделировать кривую скоростной зависимости прочности при динамическом нагружении.

Таким образом, выходит, что с одной стороны, согласно критерию инкубационного времени параметр критического напряжения σ_c должен соответствовать предельному уровню напряжений при медленном нагружении σ_s , а с другой стороны для количественного соответствия моделируемой и экспериментальной скоростной зависимости прочности в некоторых случаях требуется выбирать другое значение $\sigma_c = \sigma_{c_SPS}$. В связи с этим возникает закономерный вопрос об интерпретации этого второго значения критического напряжения, который будет рассмотрен в следующем разделе этой главы.

4.2 Скоростная чувствительность режима разрушения бетона

Модифицированный метод обработки данных динамических испытаний, рассмотренный в предыдущем разделе, выявил альтернативный способ определения параметра критического напряжения, значение которого σ_{c_SPS} может существенно отличаться от прочности материала при статическом нагружении σ_s . Обработка данных динамических испытаний для различных материалов показала, что в некоторых случаях эти значения слабо отличаются друг от друга или просто почти одинаковые. В других случаях значения этих параметров могут отличаться в разы. Одним из наиболее естественных объяснений наличия двух, отличных от друг друга, возможных значений критического напряжения, является предположение о том, что при

быстром и медленном нагружении процесс разрушения материала происходит по-разному. Это может быть связано, например, с внутренней структурой материала, а также с различием напряженных состояний в материале, возникающих при статическом и динамическом нагружении.

Для проверки предположения о том, что скорость нагружения влияет на режим разрушения материала были обработаны данные динамических испытаний различных видов бетона. Выбор материалов такого типа, обусловлен следующими соображениями. С одной стороны, экспериментальные исследования бетонов в динамическом диапазоне показывают для большинства марок наличие выраженной скоростной зависимости прочности, по которой можно определить значения параметров критического напряжения и инкубационного времени. С другой стороны, именно для этих материалов наблюдается расхождение между σ_{c_SPS} и прочностью материала при статическом нагружении σ_s . При этом многими исследователями отмечается изменение характера разрушения бетонов при увеличении скорости нагружающего воздействия. При статическом медленном нагружении трещины преимущественно распространяются по цементной матрице, обходя более жесткие гранитные включения [150] [151] [152]. А при ударном высокоскоростном нагружении трещины с большей вероятностью проходят сквозь гранитные включения, что обычно выражается в существенном увеличении числа разрушенных частиц наполнителя [153] [154] [155]. Также это наблюдение подтверждается результатами численного моделирования. Расчеты различных авторов, например, [156] [157] [158] [159] показывают, что с ростом скорости нагружения также наблюдается увеличение количества разрушенных связей внутри жесткой фазы. Стоит отметить, что изменение характера разрушения при увеличении скорости воздействия может наблюдаться не только в двухкомпонентных материалах типа бетона, но и в металлических поликристаллах [160].

Таким образом, можно условно классифицировать тип разрушения бетонов при медленных воздействиях, как интеркристаллитный, при котором трещины распространяются через цементную основу или вдоль зоны сцепления гранитной и цементной фазы, а при высокоскоростном воздействии, как транскристаллитный, для которого характерно прохождение трещин сквозь материал жесткого наполнителя. Получается, что несмотря на то, что при медленном и быстром нагружении формально происходит разрушение одного и того же материала – бетона, с фундаментально-научной точки зрения можно считать, что в статике и динамике разрушаются два разных материала. Следовательно, величина критического напряжения для транскристаллитного типа разрушения бетона, характерного для высокоскоростного режима нагружения, не обязательно должна совпадать со значением статической прочности, которая соответствует предельному уровню напряжений при интеркристаллитном разрушении.

Двумерная модификация SPS-метода, предложенная в разделе 4.1, как раз производит оценку критического напряжения по данным только высокоскоростных испытаний, следовательно, получаемая величина σ_{c_SPS} будет соответствовать статической прочности для того типа разрушения, который является основным при ударном нагружении. В то же время, величина σ_s является статической прочностью для низкоскоростного режима нагружения, так как она соответствует критическому уровню напряжений, экспериментально измеренному при медленном нагружении.

Получается, что в случае бетонов можно условно полагать, что σ_{c_SPS} и σ_s отвечают за предельный уровень напряжений при статическом способе нагружения для транскристаллитного и интеркристаллитного режимов разрушения соответственно. Так как при медленном нагружении определяющим фактором является уровень напряжений в материале, то

можно ожидать, что величина σ_s должна не превосходить σ_{c_SPS} . Таким образом, можно предположить, что, если значения σ_s и σ_{c_SPS} заметно отличаются друг от друга, то можно предположить, что рассматриваемый материал обладает свойством скоростной чувствительности режима разрушения.

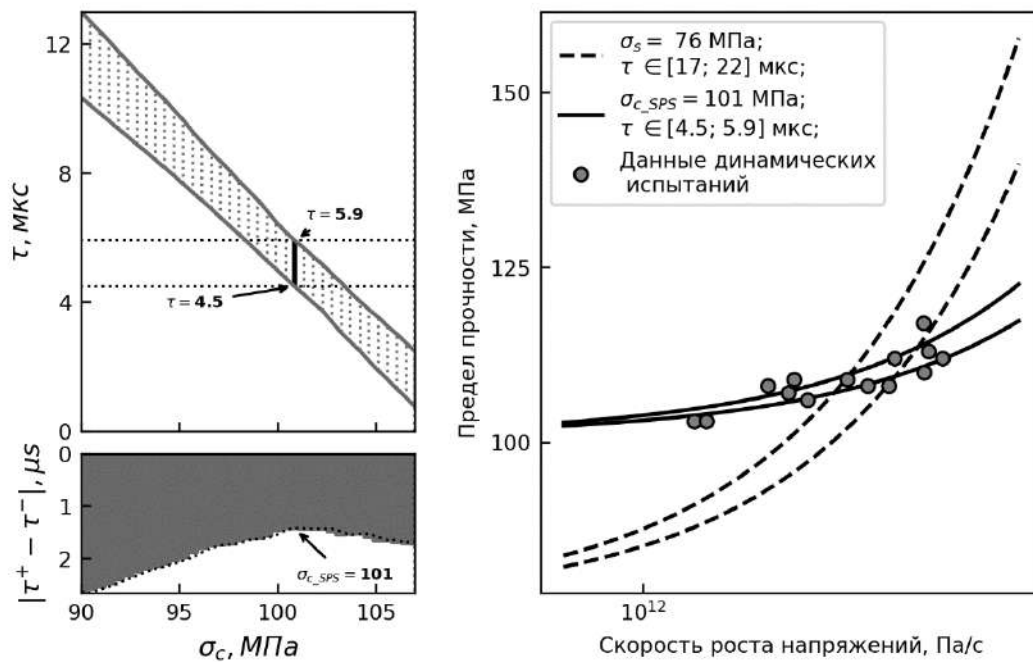


Рисунок 4.7 Результаты обработки данных динамических испытаний бетона С60 [161]. Слева: доверительное множество T на плоскости (τ, σ_c) , справа: сравнение расчётных скоростных зависимостей прочности с экспериментальными данными, сплошная линия построена для параметров $\sigma_c = \sigma_{c_SPS} = 101$ МПа, $\tau \in [4.5; 5.9]$ мкс пунктирная для значения $\sigma_c = \sigma_s = 76$ МПа, измеренного при низкоскоростном нагружении, $\tau \in [17; 22]$ мкс.

Для проверки вышеизложенного предположения были обработаны данные испытаний для различных марок бетона, а также цементного камня и гранита, являющихся соответствующими компонентами испытываемых бетонных образцов [161, 162, 163, 164].

На рисунке 4.7 показаны результаты обработки данных динамических испытаний бетона С60 работ Guo и др. Получившееся значение $\sigma_{c_SPS} = 101$ МПа заметно превысило предельный уровень напряжений измеренный в статике $\sigma_s = 77$ МПа. Для того, чтобы убедиться в корректности полученных оценок была проведена последовательная обработка неполных наборов данных испытаний с последующим сравнительным анализом.

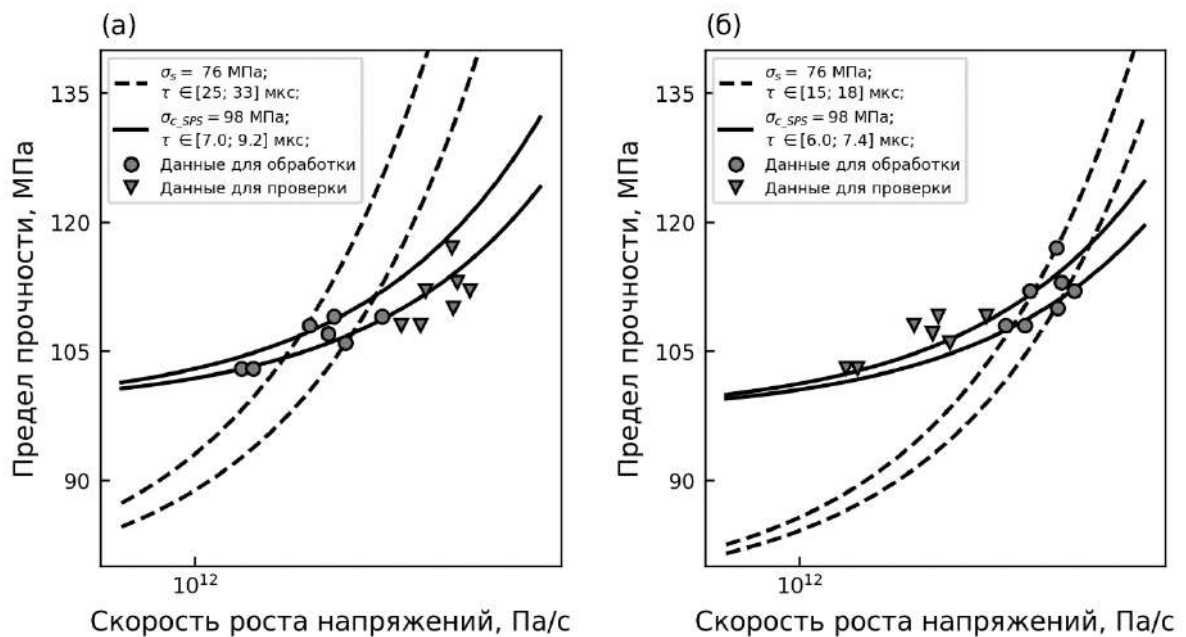


Рисунок 4.8 Результаты проверки устойчивости метода оценки параметров τ и σ_c для бетона С60. На рис.(а) проводилась оценка значений по первой половине данных, на рис.(б) – по второй.

Проверка устойчивости полученных результатов показала, что даже при обработке неполного объема экспериментальных точек, значение критического напряжения σ_{c_SPS} , при котором имеется наилучшее количественное совпадение с данными испытаний превышает, значение статической прочности σ_s . Более того, поскольку исследуемый набор данных испытаний задаёт хорошо выраженный тренд скоростной зависимости предельного уровня напряжений, то получилось, что результаты оценки

прочностных параметров для первого и второго наборов экспериментальных точек получились практически одинаковыми.

Сравнение модельных кривых, для полученных значений прочностных параметров, между собой и оставшимися экспериментальными точками показано на рисунке 4.8. Также, как и в рассмотренном ранее случае для метеоритного камня МАС88118, модельные кривые, построенные для значений $\sigma_c = \sigma_{c_SPS}$, в целом, лучше соотносятся с полным набором экспериментальных данных, чем вычисленные для случая, когда критическое напряжение принимается равным статической прочности материала $\sigma_c = \sigma_s$. Наиболее показательным является случай, изображенный на рисунке 4.8.(б). Экспериментальные точки, по которым производилась оценка значений прочностных параметров, количественно совпадают с модельными кривыми, построенными для обоих случаев. Однако, оставшаяся для проверки часть данных испытаний абсолютно не совпадает с прогнозируемым уровнем критических напряжения для $\sigma_c = \sigma_s$. При этом для случая $\sigma_c = \sigma_{c_SPS}$ хорошее количественное соответствие сохраняется.

Проведенная проверка позволяет сделать вывод, что действительно, экспериментально полученная скоростная зависимость динамической прочности для исследуемого бетона С60, в рамках структурно-временного подхода намного лучше описывается при выборе в качестве значения критического напряжения величины σ_{c_SPS} .

Результаты оценки параметров σ_c и τ также представлены в таблице 4.2. Для случая, когда $\sigma_c = \sigma_s$, доверительные интервалы, полученные для неполных наборов данных, $T_1 = [25; 33]$ мкс и $T_2 = [15; 18]$ мкс не пересекаются. При этом доверительный интервал, вычисленный при обработке всех экспериментальных точек, $T = [17; 22]$ мкс является некоторым усреднением интервалов T_1 и T_2 .

Таблица 4.2 Результаты оценки инкубационного времени для бетона С60 SPS-методом. Уровень доверительной вероятности 90%.

Набор наблюдений для обработки	$\{\sigma_{*i}, \dot{\epsilon}_i\}_{i=1}^{N_1}$	$\{\sigma_{*i}, \dot{\epsilon}_i\}_{i=N_1+1}^N$	$\{\sigma_{*i}, \dot{\epsilon}_i\}_{i=1}^N$
$\sigma_c = \sigma_s$, МПа	76	76	76
T, мкс	[25; 33]	[15; 18]	[17; 22]
$\sigma_c = \sigma_{c_SPS}$, МПа	98	98	101
T_{SPS} , мкс	[7.0; 9.2]	[6.0; 7.4]	[4.5; 5.9]

Результаты, полученные при использовании двумерной модификации SPS-метода, выглядят намного более стабильными. Доверительные интервалы, полученные для частичных и полного набора данных лежат в диапазоне всего лишь от 4.5 до 9.2 мкс. При этом, наблюдается хорошее количественное совпадение модельных кривых том. Это позволяет сделать вывод, о том, что для диапазона скоростей нагружения, реализованного в динамических испытаниях, оптимальное значение критического напряжения $\sigma_c = \sigma_{c_SPS} = 101$ МПа заметно превосходит значение статической прочности $\sigma_s = 76$ МПа. Это различие может свидетельствовать о том, что при увеличении скорости нагружения в бетоне С60 скорее всего происходит изменение режима разрушения. Другими словами в ударных испытаниях возрастает доля разрушенных частиц гранитного наполнителя, который имеет более высокое значение статической прочности, чем цементная основа.

Аналогичным образом была проведена обработка данных динамических испытаний для других марок бетона. Также были проанализированы данные для основных компонент исследуемых бетонов: соответствующих видов цементных связующих и гранитного наполнителя, для которых авторы эксперимента проводили отдельные тесты и при высокоскоростном и медленном нагружении [161, 162, 163, 164]. В таблице 4.3 приведены

полученные для этих материалов значения σ_{c_SPS} , а также их отношения к статической прочности σ_{c_SPS}/σ_s .

Таблица 4.3 Результаты обработки данных для различных марок бетона, а также соответствующих видов цементных связующих и гранитного наполнителя

Материал	σ_{c_SPS} , МПа	σ_s , МПа	σ_{c_SPS}/σ_s
С60	101	76	1.33
С80	125	89	1.40
С110	166	122	1.36
М60	72	57	1.26
М80	89	79	1.13
М110	105	84	1.25
Гранит	236	211	1.12

Можно заметить для всех марок бетона отношение σ_{c_SPS}/σ_s меняется в пределах от 1.33 – до 1.40, что свидетельствует о скоростной чувствительности режима разрушения. При этом для гранитного наполнителя, как для более однородного материала, это отношение получилось существенно меньше ~ 1.12 . Это означает, что для такого рода материалов скоростной чувствительностью режима разрушения можно пренебречь.

Стоит также отметить, что для двух марок цементного камня М60 и М110 получились значения σ_{c_SPS}/σ_s порядка 1.25. Это может означать, что в этих материалах также частично происходит смена характера разрушения при увеличении скорости нагружения, при котором начинается транскристаллитное разрушение достаточно крупных частиц песочного наполнителя.

4.3 Выводы к главе 4

Разработан новый метод обработки данных динамических испытаний, позволяющий производить оптимальную оценку значений сразу двух модельных параметров прочности, а именно: не только инкубационного времени, но и критического напряжения, определяющего устойчивость среды непосредственно к уровню напряжений нагружающего воздействия.

Проведена проверка устойчивости результатов, полученных с помощью предлагаемого метода на примере обработки данных динамических испытаний хрупких материалов. Показано, что при обработке неполных наборов данных различие между получаемыми оценками инкубационного времени гораздо меньше, чем при традиционной оценке, когда под критическим напряжением понимается статическая прочность образца при медленном нагружении.

Разработан аналитический подход, позволяющий определить зависимость механизма разрушения в хрупких двухкомпонентных средах от скорости нагружения. Работоспособность предлагаемого метода показана на примере обработки данных испытаний для бетонов, соответствующего цементного камня и гранитного наполнителя.

Глава 5 Механическая интерпретация параметров критерия инкубационного времени

В предыдущих главах было показано, как с помощью критерия инкубационного времени можно решать различные задачи механики, связанные с прогнозированием критических условий для различных переходных процессов, таких как хрупкое разрушение или кавитация в жидкости. Отличительной особенностью критерия является относительно небольшое число параметров: инкубационное время τ , критическое напряжение σ_c и безразмерный параметр α . Механический смысл этих параметров уже вкратце обсуждался ранее, однако, для более развернутого анализа, необходимо сравнить критерий инкубационного времени с другими аналитическими подходами по исследованию и прогнозированию прочности материалов при ударном нагружении.

Результаты, показанные в главе 5, были представлены в следующих работах [99, 100]

5.1 Сравнение критериев разрушения с критерием инкубационного времени

Основной особенностью ударных испытаний является наличие скоростной зависимости прочности материалов. С ростом скорости нагружения для большинства материалов экспериментально наблюдается увеличение предельного уровня напряжений. Для большинства методов, связанных с определением динамической прочности материалов, значения модельных параметров подбираются, исходя из лучшего соответствия предсказываемого в зависимости от скорости воздействия предельного уровня

напряжений и экспериментально измеренных значений. Первоначально это свойство материалов описывалось степенной зависимостью прочности от скорости деформации, у которой показатель степени является параметром материала [13]. Однако, анализ экспериментальных данных показал, что для различных материалов значение этого параметра может варьироваться в диапазоне 0.05 – 0.33 в зависимости от схемы нагружения, реализованной в испытаниях. Такой большой разброс значений показателя степени свидетельствует о том, что такой способ описания скоростной зависимости прочности является скорее численной аппроксимацией, а этот параметр не имеет особого физического смысла.

Однако, в инженерной практике такой подход является наиболее распространенным. Например, для хрупких строительных материалов типа бетона существующим стандартом FIB предполагается наличие так называемых двух ветвей прочности материала, которые описывают предельный уровень напряжений в диапазонах медленного и высокоскоростного нагружения соответственно. В рамках международного стандарта эти две ветви аппроксимируются билинейной функцией в полулогарифмической системе координат. Разными авторами было сделано множество модификаций этого подхода, например, предложенных в работах [16, 17, 18, 20], но все они также являются численной аппроксимацией скоростной зависимости прочности.

Стоит отметить, что при численном моделировании процессов разрушения наиболее распространённой является управляющее соотношение Джонсона-Холмквиста [165, 39], в котором влияние скорости деформации аппроксимируется логарифмической зависимостью.

Среди подходов к описанию динамической прочности отдельно нужно отметить традиционный интегральный критерий Тулера-Бутчера,

принципиальным отличием которого от упомянутых ранее подходов, является предположение о том, что процесс разрушения материала не происходит мгновенно [15]:

$$\int_0^T (\sigma - \sigma_s)^\lambda dt = K,$$

где T и σ являются длительностью и амплитудой импульса, а σ_s – пороговый уровень напряжений при медленном нагружении, а λ и K константы материала. В основе критерия Тулера-Бутчера лежит идея о том, что для возникновения разрушения материал должен некоторое время находиться в перегруженном состоянии. Главным недостатком этого критерия является то, что константы материала λ и K невозможно оценить экспериментально. Более того, невозможно представить даже мысленный эксперимент, в котором было бы возможно напрямую измерить их значения.

Нормировочное соотношение Кимберли-Рэмиша

Одним из немногих концептуальных подходов, позволяющим предсказать уровень напряжений при динамическом ударном нагружении, является полуэмпирическая микроструктурная модель Пэливола-Рэмиша, в которой рассматривается хрупкая упругая среда с микродефектами [31]. По результатам численного моделирования, в котором основные параметры модели произвольно варьировались в допустимых пределах, определенных авторами модели для большинства хрупких материалов, было найдено множество возможных значений предельного уровня напряжений в момент разрушения σ_f в зависимости от различных значений скорости нагружения $\dot{\epsilon}$.

Оказалось, что эти результаты могут быть достаточно хорошо аппроксимированы следующим соотношением:

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} = 1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (5.1)$$

где σ_0 и $\dot{\epsilon}_0$ являются параметрами материала, имеющими смысл некоторого характерного уровня напряжений и скорости деформации соответственно. Стоит отметить, что значения σ_0 и $\dot{\epsilon}_0$ могут быть вычислены в рамках микроструктурной модели Пэливола-Рэмиша, и их значения определяются такими параметрами материала, как средний размер и средняя плотность дефектов, а также упругими постоянными Ламе, плотностью и трещиностойкостью. Таким образом, получается, что на макроуровне эти два параметра σ_0 и $\dot{\epsilon}_0$ полностью описывают скоростную зависимость прочности материала, которая в безразмерных координатах $(\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0; \sigma_f/\sigma_0)$ является универсальной для всех хрупких материалов.

Для проведения сравнительного анализа результатов прогнозирования скоростной зависимости прочности, получаемых с помощью критерия инкубационного времени и нормировочного соотношения Кимберли-Рэмиша, для начала удобно установить связь между макропараметрами материала σ_c , τ и σ_0 , $\dot{\epsilon}_0$ соответственно. Несложно заметить, что предел правой части нормировочного соотношения (5.1) равен 1 при $\dot{\epsilon} \rightarrow 0$. Это означает, что параметр σ_0 имеет смысл предельного уровня напряжений при медленном нагружении или статической прочности материала σ_s . Ранее, в разделе 4.2 было показано, что точно такой же смысл имеет параметр критического напряжения σ_c в критерии инкубационного времени, для случая, когда разрушение материала происходит единым образом во всём диапазоне скоростей нагружения. Таким образом, можно считать, что для ряда однородных материалов смысл параметров σ_0 и σ_c совпадает.

Механический смысл параметра $\dot{\epsilon}_0$ можно интерпретировать, как некоторую пороговую скорость деформации, при превышении которой наблюдается существенное возрастание уровня напряжений в момент разрушения. В самом деле, если скорость деформации материала равняется характерной $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0$, то согласно выражению (5.1) динамическая прочность материала будет превышать статическую в два раза.

При построении скоростной зависимости прочности в рамках критерия инкубационного времени, тоже можно выделить некоторую критическую скорость, условно разделяющую диапазон скоростей на медленный и высокоскоростной. Если посмотреть на аналитическое выражение для скоростной зависимости (1.7), приведенное в разделе 1.1,

$$\sigma_*(\dot{\epsilon}) = \begin{cases} \sigma_c + \frac{E\dot{\epsilon}\tau}{2}, & \dot{\epsilon} \leq \frac{2\sigma_c}{E\tau}, \\ \sqrt{2\sigma_c\tau E\dot{\epsilon}}, & \dot{\epsilon} > \frac{2\sigma_c}{E\tau}, \end{cases}$$

то можно заметить, что выражения для статической и динамической ветвей выбираются исходя из того, превышает ли скорость деформации материала некоторое критическое значение $\dot{\epsilon}_c = \frac{2\sigma_c}{E\tau}$ или нет. Точно так же, как и в случае нормировочного соотношения, если скорость деформации материала равняется критической $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_c$, выражение (1.7) будет предсказывать двукратное превышение динамической прочности над статической.

Для сравнения двух подходов выражение (1.7) удобно переписать в следующем виде

$$\frac{\sigma_*}{\sigma_c} = \begin{cases} 1 + \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_c}, & \dot{\varepsilon} \leq \dot{\varepsilon}_c, \\ 2 \sqrt{\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_c}}, & \dot{\varepsilon} > \dot{\varepsilon}_c. \end{cases} \quad (5.2)$$

Затем, в силу вышеприведенного предположения о том, что параметры σ_c и σ_0 имеют смысл статической прочности, можно приравнять левые части получившегося выражения (5.2) и нормировочного соотношения (5.1). Тогда, после ряда алгебраических преобразований, можно получить следующее соотношение, связывающее характерную скорость деформации $\dot{\varepsilon}_0$ из нормировочного соотношения Кимберли-Рэмиша и критическую скорость деформации $\dot{\varepsilon}_c$, возникающей при предсказании скоростной зависимости прочности с помощью критерия инкубационного времени.

$$\dot{\varepsilon}_0 = \begin{cases} \dot{\varepsilon}_c \sqrt{\frac{\dot{\varepsilon}_c}{\dot{\varepsilon}}}, & \dot{\varepsilon} \leq \dot{\varepsilon}_c, \\ \dot{\varepsilon} \left(2 \sqrt{\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_c}} - 1 \right)^{-\frac{3}{2}}, & \dot{\varepsilon} > \dot{\varepsilon}_c. \end{cases} \quad (5.3)$$

Вид выражения (5.3) показывает, что характерная скорость деформации $\dot{\varepsilon}_0$, являющаяся константой в нормировочном соотношении, с точки зрения критерия инкубационного времени является переменной величиной, которая зависит от скорости нагружения $\dot{\varepsilon}$. При этом, интересной особенностью является то, что характерная скорость деформации $\dot{\varepsilon}_0$ совпадает с критической $\dot{\varepsilon}_c$, когда $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_c$:

$$\dot{\varepsilon}_0|_{\dot{\varepsilon}=\dot{\varepsilon}_c} = \dot{\varepsilon}_c, \quad \dot{\varepsilon}_c = \frac{2\sigma_c}{E\tau}.$$

Таким образом получается, что в нормировочном соотношении Кимберли-Рэмиша происходит равномерная нормировка скоростной зависимости, в то время как в критерии инкубационного времени нормировочный коэффициент меняется в зависимости от скорости деформации нагружения согласно выражению (5.3). Поэтому для адекватного сравнения в безразмерном виде скоростной зависимости, вычисленной согласно критерию инкубационного времени, с универсальным нормировочным соотношением необходимо принять значение характерной скорости деформации $\dot{\epsilon}_0$ за $\dot{\epsilon}_c$.

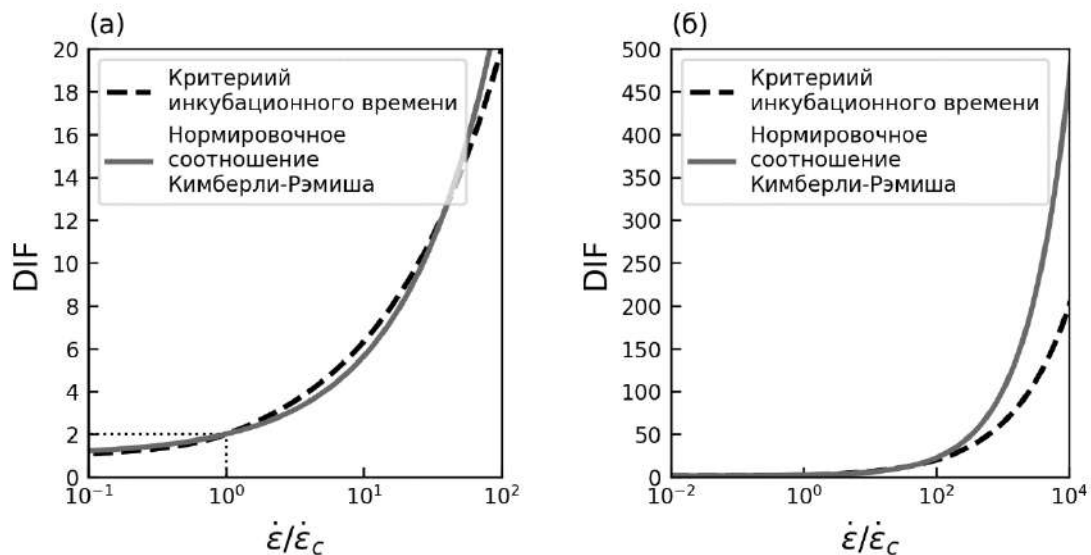


Рисунок 5.1 Сравнение скоростных зависимостей прочности, построенных согласно критерию инкубационного времени и нормировочному соотношению Кимберли-Рэмиша ($\dot{\epsilon}_0 = \dot{\epsilon}_c$).

Результаты сравнения, представленные на рисунке 5.1(а), показывают, что при медленном нагружении, когда $\dot{\epsilon} < \dot{\epsilon}_c$, а также при последующем увеличении относительной скорости деформации вплоть до 10^2 скоростные зависимости DIF, предсказанные в рамках исследуемых подходов, качественного и количественно совпадают. Однако, при дальнейшем

увеличении скорости нагружения, критический уровень напряжений, предсказываемый нормировочным соотношением, будет существенно превышать значения, вычисленные с помощью критерия инкубационного времени (см. Рисунок 5.1(б)).

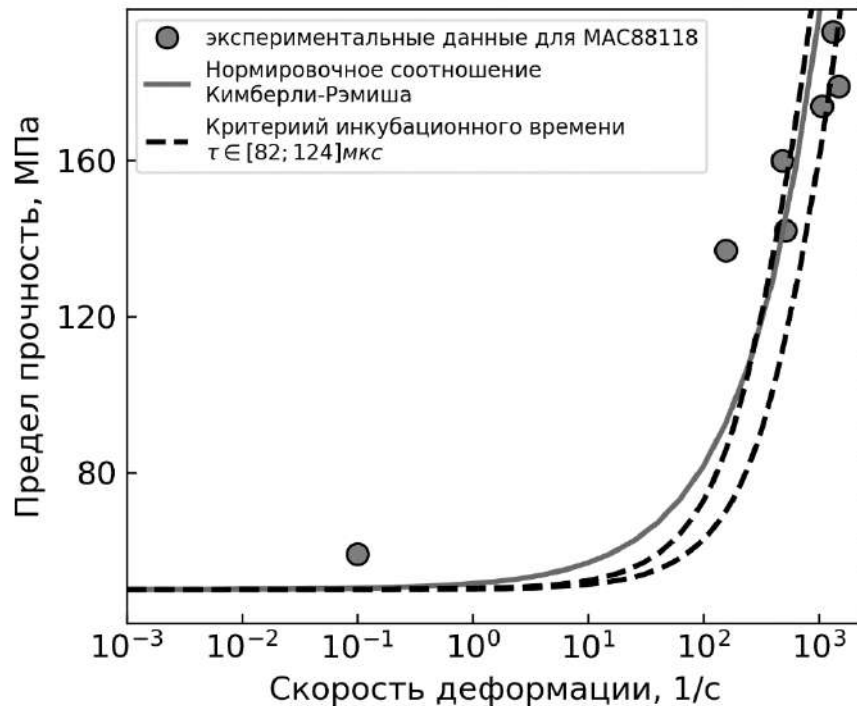


Рисунок 5.2 Сравнение скоростных зависимостей прочности с данными динамических испытаний для метеоритного камня МАС88118 [5]. Сплошная линия соответствует нормировочному соотношению Кимберли-Рэмиша, штрихованные кривые вычислены с помощью критерия инкубационного времени.

Сравнение исследуемых подходов было проведено также на примере описания скоростной зависимости прочности метеоритного камня МАС88118, рассмотренного ранее в разделе 4.1. Расчёты динамической прочности, согласно нормировочному соотношению, проводились для следующих значений параметров: $\dot{\epsilon}_0 = 200$ 1/с и $\sigma_0 = 50$ МПа. Эти значения были вычислены в работе [5] согласно микроструктурной модели Пэливола-

Рэмиша. Для структурно-временного подхода, оценка инкубационного времени $\tau \in [82; 124]$ мкс была получена с помощью одномерной модификации SPS-метода, при предположении, что $\sigma_c = \sigma_0 = 50$ МПа.

Результаты, представленные на рисунке 5.2, показывают, что оба подхода позволяют, достаточно хорошо описать наблюдаемую в эксперименте скоростную зависимость прочности. Однако, такое хорошее совпадение результатов, наблюдается не во всех случаях. Например, в работе [166] при обработке результатов испытаний карбида кремния SiC-N для лучшего соответствия с экспериментальными данными, Холланду и Макмикингу потребовалась следующая поправка для нормировочного соотношения Кимберли-Рэмиша:

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} = 1 + 0.1 \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{\frac{2}{3}},$$

а также, кроме этого, были выбраны другие значения параметров характерного напряжения и скорости деформации: $\sigma_0 = 5200$ МПа и $\dot{\epsilon}_0 = 131$ 1/с. Изначально, согласно микроструктурной модели Пэливола-Рэмиша, были вычислены следующие значения: $\sigma_0 = 5400$ МПа и $\dot{\epsilon}_0 = 5 \times 10^3$ 1/с. Для построения скоростной зависимости в рамках структурно-временного подхода, оценка инкубационного времени $\tau \in [5.4; 14.5]$ мкс была получена с помощью одномерной модификации SPS-метода, при предположении, что $\sigma_c = \sigma_0 = 5200$ МПа.

Результаты вычислений представлены на рисунке 5.3. Можно отметить, что сплошная кривая, соответствующая нормировочному соотношению Кимберли-Рэмиша, лишь качественно предсказывает увеличение динамической прочности материала в диапазоне скоростей деформации порядка $10^2 - 10^3$ 1/с. При этом скоростные зависимости, вычисленные

согласно критерию инкубационного времени и подправленному соотношению, достаточно хорошо качественно и количественно совпадают с экспериментально измеренными значениями динамической прочности.

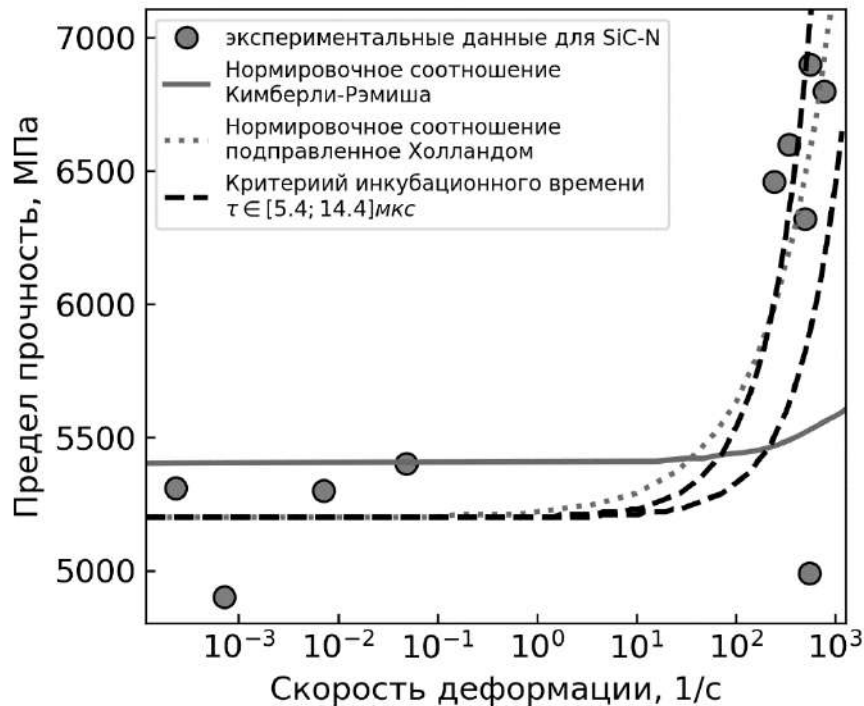


Рисунок 5.3 Сравнение скоростных зависимостей прочности с данными динамических испытаний для карбида кремния SiC-N [167].

Таким образом, сравнение рассмотренных теоретических подходов к описанию прочности материалов при динамическом нагружении показало, что скоростная зависимость может быть качественно описана обоими методами. Однако, концептуальная основа структурно-временного подхода придает ему неоспоримые преимущества. Введение характерного времени разрушения τ в качестве параметра прочности материала, а также сам принцип развития процесса разрушения в условиях высокоскоростного нагружения позволяют более точно рассчитать скоростную зависимость прочности для любого материала. В то же время нормировочное соотношение Кимберли-Рэмиша не всегда обеспечивает хорошее количественное согласие с экспериментальными

результатами и требует необоснованных поправок, что было показано для карбида кремния SiC-N. Соотношение (5.3), связывающее временные параметры двух подходов, показывает, что в структурно-временном подходе нормирование скорости деформации происходит неравномерно, что позволяет достичь хорошего количественного согласия с экспериментом без введения каких-либо поправок. В то же время совпадение нормирующего значения скорости деформации с критическим значением при нагружении с этой же критической скоростью, $\dot{\varepsilon}_0|_{\varepsilon=\varepsilon_c} = \dot{\varepsilon}_c$, позволяет сделать вывод о том, что рассмотренные методы находятся между собой в хорошем качественном и количественном соответствии только для некоторого диапазона скоростей деформации.

5.2 Скоростная чувствительность механизмов пластической деформации

В рассмотренных ранее задачах для вычисления критического уровня напряжений при высокоскоростном нагружении в основном было достаточно только двух параметров прочности, инкубационного времени τ и критического напряжения σ_c . Однако, при введении критерия инкубационного времени в разделе 1.1 было указано, что в некоторых случаях есть ещё третий безразмерный параметр α , наличие которого является необходимым при прогнозировании динамического предела текучести. В настоящем разделе, рассматривается одна из возможных интерпретаций этого параметра, позволяющая объяснить причины его необходимости его введения для некоторых случаев.

Применение критерия инкубационного времени для прогнозирования динамического предела текучести

Первые попытки использовать критерий инкубационного времени для предсказания скоростной зависимости предела текучести показали, что наличие только двух прочностных параметров, инкубационного времени τ и критического напряжения текучести σ_c^y , недостаточно для того, чтобы получить хорошее соответствие расчётных и экспериментально наблюдаемых значений. Поэтому в работе [168] было предложено ввести третий безразмерный параметр α и сформулировать критерий следующим образом:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \left(\frac{\sigma(t')}{\sigma_c^y} \right)^\alpha dt' \leq 1, \quad (5.4)$$

где σ_c^y – критическое напряжение текучести, которой можно характеризовать, как минимальный уровень напряжений, необходимый для инициирования в материале механизмов пластической деформации. Как было показано ранее критический предел текучести σ_c^y , согласно критерию, должен быть равен статическому пределу текучести σ_y , который определяет пороговый уровень статически приложенной нагрузки, вызывающей необратимую пластическую деформацию. Именно эта особенность приводит к необходимости введения третьего параметра α , так как для исследуемых материалов может наблюдаться существенная разница между наклоном кривой, определяемой аналитически вычисленной скоростной зависимостью динамического предела текучести в случае, когда $\alpha = 1$, и трендом, задаваемым экспериментально измеренными значениями. Оказывается, что невозможно добиться приемлемого совпадения расчётных и экспериментальных значений только за счёт подбора подходящих значений инкубационного времени τ .

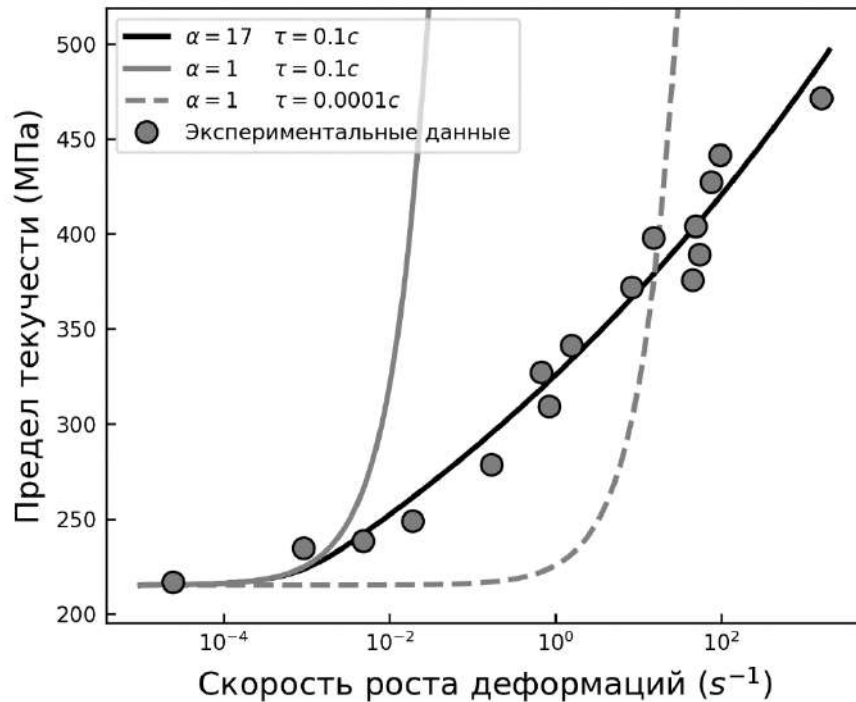


Рисунок 5.4 Скоростная зависимость предела текучести для стали Еп3В, вычисленная в рамках структурно-временного подхода, кружки - экспериментальные данные из [169], черная сплошная линия - расчет из [168] ($\alpha = 17$), серые линии соответствуют модельным кривым, вычисленным при $\alpha = 1$.

На рисунке 5.4 показаны результаты моделирования скоростной зависимости динамического предела текучести для мягкой стали Еп3В из работы [168]. Черная сплошная линия была построена А.А. Груздковым при значении параметра $\alpha = 17$, это позволило достигнуть хорошего количественного и качественного соответствия с результатами испытаний Кэмпбелла [169]. Серыми линиями обозначены скоростные зависимости, вычисленные для $\alpha = 1$. Можно отметить, что при варьировании значений инкубационного времени, модельная кривая просто сдвигается на графике по горизонтали, и при этом угол наклона динамической ветви не меняется.

Учёт параметра α необходим для достижения количественного соответствия с измеренными значениями динамического предела текучести во всем диапазоне скоростей деформирования. Однако, в отличие от остальных параметров критерия τ и σ_c^y параметр α не имеет однозначной механической интерпретации. Формальный анализ, проведенный А.А. Груздковым показал, что параметр α можно охарактеризовать, как чувствительность материала к амплитуде нагружающего воздействия. В самом деле, если устремить величину α к бесконечности, то определяющим фактором наступления пластичности становится амплитуда нагружающего воздействия.

Однако, стоит отметить, что в критерии инкубационного времени подразумевается, что процесс пластического деформирования происходит единым образом в независимости от скорости нагружения. Поэтому, если отказаться от условия, что $\sigma_c^y = \sigma_y$, и предположить, что при увеличении скорости воздействия ключевую роль в развитии пластической деформации начинают играть другие микроструктурные механизмы, то появляется совсем иная интерпретация для параметра α .

Скоростная чувствительность механизмов пластического деформирования

Исследования неупругого деформирования металлов показывают, что макроскопическая пластическая деформация может осуществляться за счёт различных механизмов на микроуровне. Среди них можно выделить несколько основных дислокационных механизмов, таких как базовое, призматическое и пирамидальное скольжение, зернограничное проскальзывание, а также двойникование [170, 171]. Кроме того, во многих исследованиях изучается скоростная чувствительность микромеханизмов

пластического деформирования [172, 173, 174, 175, 176], так, например, для магниевых сплавов было определено, что интенсивность механизмов пирамидального и призматического проскальзывания существенно зависит от скорости нагружения, в то время как для процесса двойникования скоростной чувствительности практически не наблюдается [177, 178].

Разный уровень скоростной чувствительности для различных механизмов пластичности обуславливает развитие микроструктурных моделей, используемых в основном для конечно-элементных расчётов, например, [179, 180, 181]. Однако, такого рода модели часто бывают затруднительно использовать из-за большого числа параметров, значения которых сложно оценить. Поэтому если в случае высокоскоростного нагружения требуется оценка только уровня предела текучести, то для расчёта могут быть более удобными макроскопические модели сплошной среды, в среднем учитывающие разный уровень скоростной чувствительности микропроцессов пластического деформирования.

В рамках критерия инкубационного времени можно предположить, что именно параметр α отвечает за наличие конкуренции между различными микропроцессами пластического деформирования. Как было показано ранее существует несколько различных механизмов текучести, и при этом доминирующий механизм определяется скоростным режимом нагружения. Поэтому критический предел текучести, измеренный при медленном нагружении для доминирующего режима пластической деформации в статическом случае, не может быть интерпретирован как критический предел текучести для высокоскоростного режима нагружения. По этой причине параметр σ_c^y в общем случае уже не может рассматриваться как статический предел текучести σ_y .

Таким образом, целесообразно разбить экспериментальные данные по различным диапазонам скоростей нагружения для того, чтобы оценить критический предел текучести и инкубационное время для доминирующего режима пластической деформирования в каждом диапазоне по отдельности. Другими словами, в этом случае предел текучести материала определяется конкуренцией между различными механизмами пластической деформации, каждый из которых характеризуется своими уникальными значениями инкубационного времени и критического напряжения.

Возможный сценарий такой конкуренции показан на рисунке 5.5. Предполагается, что конкурируют между собой два различных микропроцесса неупругого деформирования, соответствующие условно низкоскоростному и высокоскоростному режимам нагружения. Темно-серая и светло-серая линии описывают кривые чувствительности к скорости деформации, рассчитанные по критерию инкубационного времени в случае $\alpha = 1$. Они хорошо согласуются только с некоторыми экспериментальными точками, отмеченными соответствующим оттенком серого цвета. Первый режим пластической деформации, представленный темно-серой кривой, является доминирующим при низких скоростях деформации, поскольку его критический предел текучести ниже, чем у второго режима, представленного светло-серой кривой. Однако, при высоких скоростях деформации уже параметр инкубационного времени становится основным фактором, и поэтому более предпочтительным становится второй режим деформирования, которому соответствует большее значение τ .

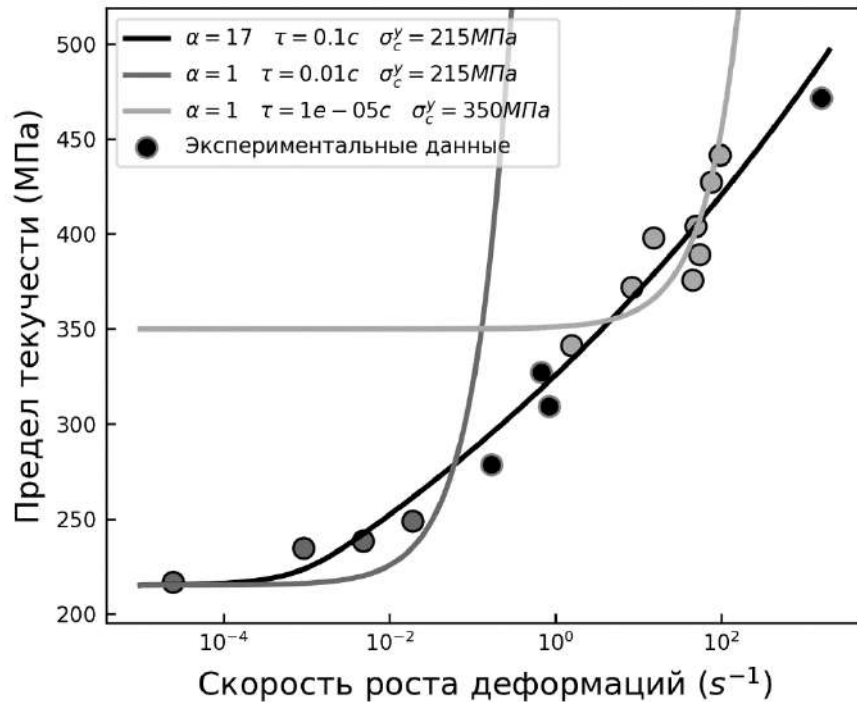


Рисунок 5.5 Возможный сценарий конкуренции между различными микропроцессами текучести, для описания скоростной чувствительности предела текучести стали En3B. Кружки - экспериментальные данные из [169], черная сплошная линия – расчет при $\alpha = 17$ из [168], серые линии соответствуют различным значениям τ и σ_c^y при $\alpha = 1$.

Очевидно, что рассмотренные процессы текучести взаимно влияют на развитие друг друга и результат их конкуренции не может быть смоделирован кривыми чувствительности к деформации, рассчитанными независимо. Это может быть вероятной причиной того, что промежуточные точки, отмеченные черным цветом, не аппроксимируются ни одной из серых кривых. В тоже время черная кривая, рассчитанная для $\alpha = 17$, очень хорошо согласуется с полным набором экспериментальных данных. Таким образом, можно сделать вывод, что необходимость введения третьего параметра α связана с изменением механизма текучести при увеличении скорости нагружения. Именно по этой причине параметр α был впервые предложен при

моделировании динамического предела текучести, так как существует несколько основных механизмов неупругого деформирования, конкуренция которых обуславливает пластическую деформацию сплошной среды на макроуровне.

Сравнительный анализ предела текучести для ультрамелкозернистых и крупнозернистых материалов

Для проверки описанной выше гипотезы о конкуренции различных микропроцессов пластической деформации проведена обработка данных динамических испытаний для одного и того же материала в различных микроструктурных состояниях: крупнозернистом (КЗ) и ультрамелкозернистом (УМЗ). Поскольку ультрамелкозернистое состояние в материале обычно достигается за счёт интенсивного пластического деформирования, то можно предположить, что при этом значительно уменьшается количество различных микромеханизмов текучести или по крайней мере, их относительный вклад в общий процесс деформирования. Таким образом, дальнейший анализ призван показать, что относительная разница между $\sigma_{c_SPS}^y$ и σ_y для материала в УМЗ состоянии меньше, чем для крупнозернистого состояния. Другими словами, можно предположить, что скоростная чувствительность процесса пластического деформирования для материала в УМЗ состоянии будет существенно слабее, чем для этого же материала, но уже в исходном крупнозернистом состоянии.

В качестве материала для исследования были выбраны данные испытаний для нержавеющей стали AISI 321, которые были опубликованы в серии работ [182, 183, 184]. Авторы провели комплексное экспериментальное исследование ее прочностных свойств, как при статическом, так и

высокоскоростном динамическом нагружении. Также очень важно, что эта сталь была испытана, как при медленном, так и при высокоскоростном нагружении для трех различных размеров зерна: ультрамелкое зерно (UFG) со средним размером 0,24 мкм, мелкое зерно (FG) – 3 мкм и крупное зерно (CG) – 37 мкм соответственно.

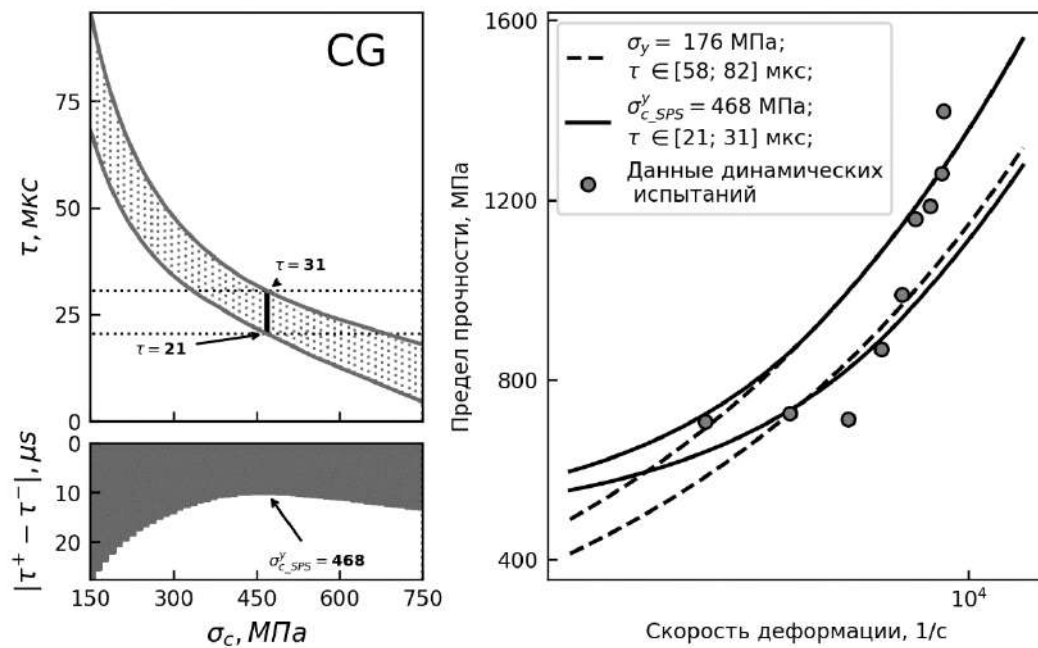


Рисунок 5.6 Результаты анализа динамических данных для крупнозернистой стали AISI 321 с размером зерна 37 мкм, полученные в работе [182]. На левом графике показано доверительное множество и диаграмма, обозначающая наименьший интервал $[\tau^-; \tau^+]$, соответствующий оптимальному значению $\sigma_{c_SPS}^y$; на правом графике – сравнение модельных кривых, рассчитанных для $\sigma_c^y = \sigma_y$ и $\sigma_c^y = \sigma_{c_SPS}^y$.

Для обработки данных был использован тот же самый метод, который был предложен в разделе 4.1 для оценки значений критического напряжения в случае хрупкого разрушения бетонов. Результаты обработки, полученные для стали AISI 321 в крупнозернистом состоянии, показаны на рисунке 5.6. Стоит

отметить, что обрабатываемые экспериментальные данные не определяют однозначного тренда для динамической ветви предела текучести. Это является причиной того, что сложно сделать вывод о лучшем количественном совпадении одной из пар модельных кривых. Даже можно отметить, что визуально обе пары, достаточно хорошо соответствуют точкам данных динамических испытаний. Однако, на диаграмме, отображающей ширину доверительного интервала для инкубационного времени, минимум, пусть и не ярко выраженный, но всё же присутствует, что и позволяет определить оптимальное значение $\sigma_{c_SPS}^y$ для крупнозернистого состояния.

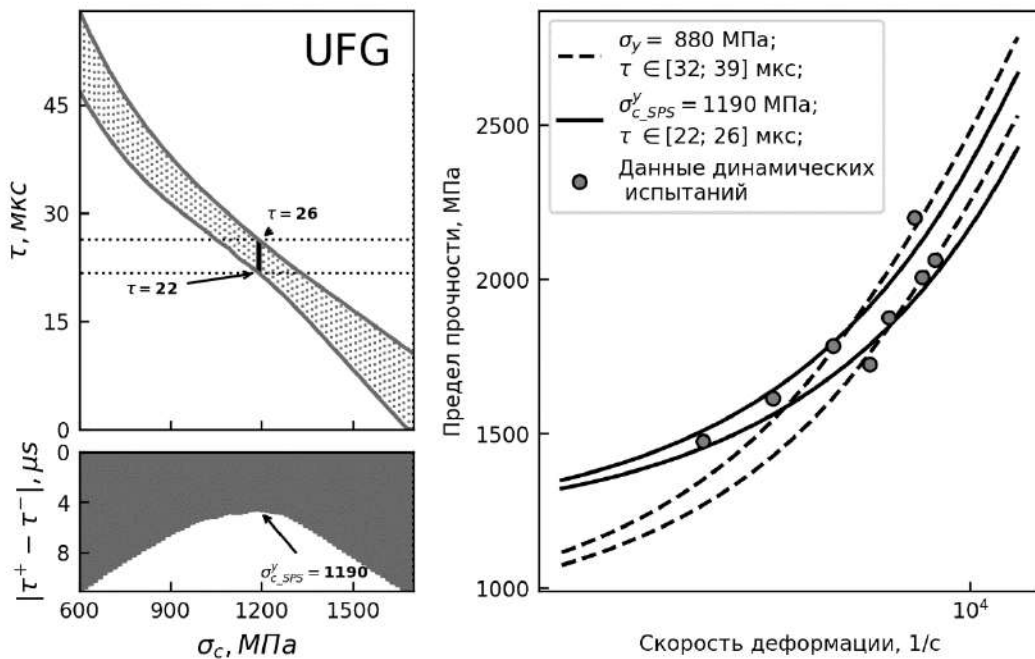


Рисунок 5.7 Результаты анализа данных высокоскоростных испытаний для ультрамелкозернистого состояния стали AISI 321 с размером зерна 0,24 мкм, полученные в работе [182].

Гораздо более однозначная ситуация наблюдается на рисунке 5.7, на котором показаны результаты обработки экспериментальных данных, полученных для ультрамелкозернистого состояния стали AISI 321. Хорошо

заметно, что модельные кривые (сплошные линии), полученные предложенным методом, лучше соответствуют тренду, задаваемому данными испытаний. Кроме этого, стоит отметить наличие ярко выраженного минимума на диаграмме, отображающей ширину доверительного интервала $[\tau^-; \tau^+]$, что также свидетельствует о наличии хорошо выраженной динамической ветви предела текучести, задаваемой данными испытаний.

Таблица 5.1 Результаты оценки параметра $\sigma_{c_SPS}^y$ для различных состояний стали AISI 321

	UFG (0.24 мкм)	FG (3 мкм)	CG (37 мкм)
$\sigma_{c_SPS}^y$, МПа	1190	620	468
σ_y , МПа	880	316	176
$\sigma_{c_SPS}^y / \sigma_y$	1.35	1.96	2.66

Для наглядности результаты, полученные при обработке данных для стали AISI 321 во всех состояниях, приведены в таблице 5.1. Нетрудно заметить, что относительная разница между критическим пределом текучести $\sigma_{c_SPS}^y$, полученным SPS-методом, и статическим пределом текучести σ_y снижается по мере уменьшения среднего размера зерна. Это позволяет сделать вывод о том, что относительный вклад различных процессов пластической деформации на микроструктурном уровне, действительно меньше зависит от скорости нагружения для ультрамелкозернистых материалов.

Важно отметить, что оценка значений инкубационного времени и параметра α имеет большое значение при моделировании диаграмм пластического деформирования при высокоскоростном нагружении согласно релаксационной теории пластичности [185]. Знание точных значений

параметров позволяет предсказывать такие явления, как немонотонный характер диаграмм деформирования [186, 187] и термическое разупрочнение [188], а также получать хорошее соответствие с результатами экспериментов.

5.3 Вводы к главе 5

Была сформулирована новая механическая интерпретация основных параметров прочности материала в рамках структурно-временного подхода: инкубационного времени τ и безразмерного параметра α .

Проведено последовательное сравнение развиваемых методов с моделями других авторов, в частности, с нормировочным соотношением Кимберли-Рэмиша. Установленная взаимосвязь с параметрами нормировочного соотношения позволила дать ещё одну новую интерпретацию параметру инкубационного времени, как параметра, задающего нормировку скорости деформации образца неравномерным образом.

Построена аналитическая модель, предсказывающая значение предела текучести поликристаллических материалов при высокоскоростном нагружении, как результат конкуренции различных механизмов пластического течения на микроуровне. Работоспособность предлагаемой модели показана на примере сравнительной обработки данных испытаний металлов в крупнозернистом и ультрамелкозернистом состояниях.

В рамках построенной модели была дана новая интерпретация безразмерного параметра α , как параметра, свидетельствующего о наличии зависимости доминирующего механизма пластического деформирования от скорости нагружения.

Заключение

- 1) Разработанная в диссертации новый способ оценки значения инкубационного времени, основанный на рандомизированном методе знаково-возмущенных сумм (SPS-метода), позволил получить оценку инкубационного времени в форме доверительного интервала в результате обработки экспериментально измеренных временных или скоростных зависимостей прочности. Преимуществом нового подхода является возможность получения математически обоснованной оценки значения инкубационного времени по малому числу наблюдений в условии неопределённости помех. Наличие доверительного интервала позволяет вычислить погрешность оценки значения инкубационного времени.
- 2) Корректность метода обусловлена доказанной теоремой о выполнении условий применимости SPS-метода для исследуемых задач и об ограниченности оценочного интервала. Работоспособность метода продемонстрирована на примере задач, связанных с предсказанием динамической прочности хрупких материалов, таких как различные виды горных пород, а также льда при различных температурах.
- 3) Разработана новая модель, предсказывающая зависимость порога акустической кавитации от частоты ультразвуковой волны, а также импульсной кавитации от длительности нагружающего воздействия. Модель позволяет учитывать влияние температуры и фонового гидростатического давления на итоговое значение порога кавитации. Сравнение предсказанных зависимостей с известными экспериментальными значениями порога кавитации показало работоспособность предлагаемых методов.

- 4) Предложен способ оценки энергоёмкости процесса акустической кавитации, в зависимости от частоты инициирующей ультразвуковой волны. Сравнение результатов расчётов показало качественное совпадение с экспериментально наблюдаемыми закономерностями.
- 5) На основе результатов, которые были получены при исследовании порога кавитации жидкостей, построена аналитическая модель, оценивающая влияние фонового акустического ультразвукового поля на условия фазового равновесия сплошной среды.
- 6) Определены оптимальные с точки зрения энергозатрат режимы ударного контактного воздействия на сплошную среду. Показано, что подводимая энергия, необходимая для возникновения пороговых разрушающих импульсов, зависит от длительности этих импульсов. Проведен расчёт этих зависимостей для различных форм ударяющих частиц.
- 7) Показано, что использование квазистатической гипотезы Герца о величине контактной силы приводит к парадоксальным результатам при рассмотрении ударника цилиндрической формы. Построенное решение задачи с учетом сверхзвуковой стадии взаимодействия показало, что для реальных тел реализуется вид зависимости пороговой энергии характерный для сферического ударника.
- 8) Построена аналитическая модель вибрационной обработки металлов, с помощью которой показано, что, согласно зависимостям энергозатрат от длительности воздействия, добавление ультразвуковых колебаний приводит к более выгодному режиму разрушения. Рассчитанные зависимости режущего усилия от скорости обработки, качественно и количественно совпадают с известными результатами экспериментальных исследований.

- 9) Разработан новый метод обработки данных динамических испытаний, позволяющий производить оценку значений сразу двух параметров прочности: инкубационного времени и критического напряжения. Устойчивость результатов демонстрируется на примере обработки неполных наборов экспериментальных данных.
- 10) Предложен аналитический подход, позволяющий выявить зависимость механизма разрушения в хрупких двухкомпонентных средах от скорости нагружения. Работоспособность предлагаемого метода показана на примере обработки данных испытаний для бетонов, соответствующего цементного камня и гранитного наполнителя.
- 11) Проведено последовательное сравнение развиваемых методов определения критических условий разрушения с подходами других авторов, в частности, с моделью Кимберли-Рэмиша. Установленная взаимосвязь с параметрами нормировочного соотношения из модели Кимберли-Рэмиша позволила дать ещё одну новую интерпретацию параметру инкубационного времени, как параметра, задающего неравномерную нормировку скорости деформации образца.
- 12) Построена аналитическая модель, предсказывающая значение предела текучести поликристаллических материалов при высокоскоростном нагружении, как формирующееся в результате конкуренции различных микромеханизмов пластического течения. Работоспособность предлагаемой модели показана на примере сравнительной обработки данных испытаний металлов в крупнозернистом и ультрамелкозернистом состояниях. В рамках построенной модели была дана новая интерпретация безразмерного параметра α , как параметра, свидетельствующего о различной скоростной чувствительности механизмов неупругого деформирования, которые определяют деформацию на макроуровне.

Литература

- [1] D. R. Curran, L. Seaman и D. A. Shockey, «Dynamic failure in solids», *Physics Today*, т. 30, № 1, pp. 46-55, 1977.
- [2] M. A. Meyers, *Dynamic behavior of materials*, John wiley & sons, 1994.
- [3] V. S. Nikiforovskii, S. I. Sabitova и A. E. Strelyaev, «Fracture of solid bodies by dynamic loads», *Soviet mining science*, т. 6, pp. 517-524, 1970.
- [4] K. Ravi-Chandar, *Dynamic fracture*, Elsevier, 2004.
- [5] J. Kimberley и K. T. Ramesh, «The dynamic strength of an ordinary chondrite», *Meteoritics & Planetary Science*, т. 46, № 11, pp. 1653-1669, 2011.
- [6] Q. B. Zhang и J. Zhao, «A review of dynamic experimental techniques and mechanical behaviour of rock materials», *Rock mechanics and rock engineering*, т. 47, pp. 1411-1478, 2014.
- [7] P. Forquin, «Brittle materials at high-loading rates: an open area of research», *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, т. 375, № 2085, p. 20160436, 2017.
- [8] Z. Li, W. Chen и H. Hao, «Mechanical properties of carbon foams under quasi-static and dynamic loading», *International Journal of Mechanical Sciences*, т. 161, p. 105039, 2019.

- [9] Y. Xu, F. Dai и H. Du, «Experimental and numerical studies on compression-shear behaviors of brittle rocks subjected to combined static-dynamic loading», *International Journal of Mechanical Sciences*, т. 175, № 105520, 2020.
- [10] E. Cadoni, D. Forni, E. Bonnet и S. Dobrusky, «Experimental study on direct tensile behaviour of UHPFRC under high strain-rates», *Construction and Building Materials*, т. 218, pp. 667-680, 2019.
- [11] J. Xiao, D. W. Shu и X. J. Wang, «Effect of strain rate and temperature on the mechanical behavior of magnesium nanocomposites», *International Journal of Mechanical Sciences*, т. 89, pp. 381-390, 2014.
- [12] R. J. Thomas и A. D. Sorensen, «Review of strain rate effects for UHPC in tension», *Construction and Building Materials*, т. 153, pp. 846-856, 2017.
- [13] D. E. Grady и J. Lipkin, «Criteria for impulsive rock fracture», *Geophysical Research Letters*, т. 7, № 4, pp. 255-258, 1980.
- [14] J. Lankford, «The role of tensile microfracture in the strain rate dependence of compressive strength of fine-grained limestone-analogy with strong ceramics», *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science*, т. 18, № 2, 1981.
- [15] F. R. Tuler и B. M. Butcher, «A criterion for the time dependence of dynamic fracture», *International Journal of Fracture Mechanics*, т. 4, № 4, pp. 431-437, 1968.

- [16] J. W. Tedesco и C. A. Ross, Strain-rate-dependent constitutive equations for concrete, 1998.
- [17] D. L. Grote, S. W. Park и M. Zhou, «Dynamic behavior of concrete at high strain rates and pressures: I. experimental characterization.», *International journal of impact engineering*, т. 25, № 9, pp. 869-886, 2001.
- [18] Q. M. Li и H. Meng, «About the dynamic strength enhancement of concrete-like materials in a split Hopkinson pressure bar test», *International Journal of solids and structures*, т. 40, № 2, pp. 343-360, 2003.
- [19] H. Meng и Q. M. Li, «Correlation between the accuracy of a SHPB test and the stress uniformity based on numerical experiments», *International Journal of Impact Engineering*, т. 28, № 5, pp. 537-555, 2003.
- [20] X. Q. Zhou и H. Hao, «Modelling of compressive behaviour of concrete-like materials at high strain rate», *International Journal of Solids and Structures*, т. 45, № 17, pp. 4648-4661, 2008.
- [21] Y. Hao и H. Hao, «Dynamic compressive behaviour of spiral steel fibre reinforced concrete in split Hopkinson pressure bar tests», *Construction and Building Materials*, т. 48, pp. 521-532, 2013.
- [22] Y. Hao и H. Hao, «Numerical evaluation of the influence of aggregates on concrete compressive strength at high strain rate», *International Journal of Protective Structures*, т. 2, № 2, pp. 177-206, 2011.

- [23] Y. Hao, H. Hao и X. Zhang, «Numerical analysis of concrete material properties at high strain rate under direct tension», *International journal of impact engineering*, т. 39, № 1, pp. 51-62, 2012.
- [24] R. J. Thomas и A. D. Sorensen, «Review of strain rate effects for UHPC in tension», *Construction and Building Materials*, т. 153, pp. 846-856, 2017.
- [25] D. M. Cotsovos и M. N. Pavlović, «Numerical investigation of concrete subjected to high rates of uniaxial tensile loading», *International journal of impact engineering*, т. 35, № 5, pp. 319-335, 2008.
- [26] M. Pająk и J. Janiszewski, «Influence of aggregate and recycled steel fibres on the strain rate sensitivity of mortar and concrete», *Construction and Building Materials*, т. 363, p. 129855, 2023.
- [27] N. P. Daphalapurkar, K. T. Ramesh, L. Graham-Brady и J.-F. Molinari, «Predicting variability in the dynamic failure strength of brittle materials considering pre-existing flaws», *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, т. 59, № 2, pp. 297-319, 2011.
- [28] J. L. Le, J. Eliáš, A. Gorgogianni, J. Vievering и J. Květoň, «Rate-dependent scaling of dynamic tensile strength of quasibrittle structures», *Journal of Applied Mechanics*, т. 85, № 2, p. 021003, 2018.
- [29] L. Graham-Brady, «Statistical characterization of meso-scale uniaxial compressive strength in brittle materials with randomly occurring flaws», *International Journal of Solids and Structures*, т. 47, № 18-19, pp. 2398-2413, 2010.

- [30] A. L. Tonge и К. Т. Ramesh, «Multi-scale defect interactions in high-rate brittle material failure. Part I: Model formulation and application to ALON», *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, т. 86, pp. 117-149, 2016.
- [31] B. Paliwal и К. Т. Ramesh, «An interacting micro-crack damage model for failure of brittle materials under compression», *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, т. 56, № 3, pp. 896-923, 2008.
- [32] J. Kimberley, К. Т. Ramesh и N. P. Daphalapurkar, «A scaling law for the dynamic strength of brittle solids», *Acta Materialia*, т. 61, № 9, pp. 3509-3521, 2013.
- [33] C. Denoual и F. Hild, «A damage model for the dynamic fragmentation of brittle solids», *Computer methods in applied mechanics and engineering*, т. 183, № 3-4, pp. 247-258, 2000.
- [34] P. Forquin и F. Hild, «A probabilistic damage model of the dynamic fragmentation process in brittle materials», *Advances in applied mechanics*, т. 44, pp. 1-72, 2010.
- [35] B. Erzar, G. Le Blanc, F. Malaise и E. Buzaud, «A micromechanical modeling approach to describe the dynamic spalling of ceramic materials», *In AIP Conference Proceedings*, т. 1979, № 1, 2018.
- [36] P. Forquin и B. Lukić, «On the processing of spalling experiments. Part I: Identification of the dynamic tensile strength of concrete», *Journal of Dynamic Behavior of Materials*, т. 4, № 1, pp. 34-55, 2018.

- [37] B. Erzar, C. Pontiroli и E. Buzaud, «Shock characterization of an ultra-high strength concrete», *The European Physical Journal Special Topics*, т. 225, № 2, pp. 355-361, 2016.
- [38] C. Pontiroli, A. Rouquand и J. Mazars, «Predicting concrete behaviour from quasi-static loading to hypervelocity impact: an overview of the PRM model», *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, т. 14, № 6-7, pp. 703-727, 2010.
- [39] G. R. Johnson и T. J. Holmquist, «Response of boron carbide subjected to large strains, high strain rates, and high pressures», *Journal of applied physics*, т. 85, № 12, pp. 8060-8073, 1999.
- [40] T. J. Holmquist, D. W. Templeton и K. D. Bishnoi, «Constitutive modeling of aluminum nitride for large strain, high-strain rate, and high-pressure applications», *International Journal of Impact Engineering*, т. 25, № 3, pp. 211-231, 2001.
- [41] K. Liu, C. Wu, X. Li, Q. Li, J. Fang и J. Liu, «A modified HJC model for improved dynamic response of brittle materials under blasting loads», *Computers and Geotechnics*, т. 123, p. 103584, 2020.
- [42] P. Baranowski, M. Kucewicz, R. Gieleta, M. Stankiewicz, M. Konarzewski, P. Bogusz, M. Pytlik и J. Małachowski, «Fracture and fragmentation of dolomite rock using the JH-2 constitutive model: Parameter determination, experiments and simulations», *International Journal of Impact Engineering*, т. 140, p. 103543, 2020.
- [43] A. F. Fossum и R. M. Brannon, «On a viscoplastic model for rocks with mechanism-dependent characteristic times», *Acta Geotechnica*, т. 1, pp. 89-106, 2006.

- [44] R. M. Brannon и A. F. Fossum, *The Sandia GeoModel: theory and user's guide* (No. SAND2004-3226), Albuquerque, NM, and Livermore, CA: Sandia National Laboratories (SNL), 2004.
- [45] Y. V. Petrov и A. A. Utkin, «Dependence of the dynamic strength on loading rate», *Soviet materials science*, т. 25, № 2, pp. 153-156, 1989.
- [46] Y. V. Petrov и N. F. Morozov, «On the modeling of fracture of brittle solids», *Journal of Applied Mechanics*, т. 61, № 3, pp. 710-712, 1994.
- [47] Y. V. Petrov, A. A. Gruzdkov и V. A. Bratov, «Structural-temporal theory of fracture as a multiscale process», *Physical Mesomechanics*, т. 15, pp. 232-237, 2012.
- [48] Y. V. Petrov, «Incubation Time Criterion and the Pulsed Strength of Continua: Fracture, Cavitation, and Electrical Breakdown», *Doklady Physics*, т. 49, № 4, p. 246–249, 2004.
- [49] G. A. Volkov, A. A. Gruzdkov и Y. V. Petrov, «The incubation time criterion and the acoustic strength of sea water», *Acoustical Physics*, т. 53, pp. 119-122, 2007.
- [50] N. Mikhailova, P. Y. Onawumi, G. Volkov, I. Smirnov, M. Broseghini, A. Roy и Y. S. V. V. Petrov, «Ultrasonically assisted drilling in marble», *Journal of Sound and Vibration*, т. 460, p. 114880, 2019.

- [51] N. A. Kazarinov, Y. V. Petrov и A. V. Cherkasov, «Instability effects of the dynamic crack propagation process», *Engineering Fracture Mechanics*, т. 242, p. 107438, 2021.
- [52] Y. V. Petrov, B. L. Karihaloo, V. V. Bratov и A. M. Bragov, «Multi-scale dynamic fracture model for quasi-brittle materials», *International Journal of Engineering Science*, т. 61, pp. 3-9, 2012.
- [53] A. M. Bragov и A. K. Lomunov, «Methodological aspects of studying dynamic material properties using the Kolsky method», *International journal of impact engineering*, т. 16, № 2, pp. 321-330, 1995.
- [54] D. J. Frew, M. J. Forrestal и W. Chen, «A split Hopkinson pressure bar technique to determine compressive stress-strain data for rock materials», *Experimental mechanics*, т. 41, pp. 40-46, 2001.
- [55] H. Kolsky, «An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading», *Proceedings of the physical society. Section B*, т. 62, № 11, p. 676, 1949.
- [56] I. Smirnov и A. Konstantinov, «Evaluation of critical stresses for quasi-brittle materials at various loading rates», *Materials Physics & Mechanics*, т. 44, № 2, 2020.
- [57] I. Smirnov и A. Konstantinov, «Strain rate dependencies and competitive effects of dynamic strength of some engineering materials», *Applied Sciences*, т. 10, № 9, p. 3293, 2020.

- [58] N. Banthia, S. Mindess, A. Bentur и M. Pigeon, «Impact testing of concrete using a drop-weight impact machine», *Experimental mechanics*, т. 29, pp. 63-69, 1989.
- [59] V. Kumar, M. A. Iqbal и A. K. Mittal, «Experimental investigation of prestressed and reinforced concrete plates under falling weight impactor», *Thin-Walled Structures*, т. 126, pp. 106-116, 2018.
- [60] A. Nghiem и T. H. K. Kang, «Drop-Weight Testing on Concrete Beams and ACI Design Equations for Maximum and Residual Deflections under Low-Velocity Impact», *ACI Structural Journal*, т. 117, № 2, 2020.
- [61] N. A. Zlatin, S. M. Mochalov, G. S. Pugachev и A. M. Bragov, «Temporal features of fracture in metals under pulsed intense actions», *Fiz. Tverd. Tela*, т. 16, № 6, pp. 1752-1755, 1974.
- [62] K. B. Broberg, *Cracks and fracture*, Elsevier, 1999.
- [63] D. E. Grady и R. E. Hollenbach, «Dynamic fracture strength of rock», *Geophysical Research Letters*, т. 6, № 2, pp. 73-76, 1979.
- [64] G. I. Kanel', «The development of cleavage fracture», *Fiz. Goreniya Vzryva*, т. 18, № 4, pp. 84-88, 1982.
- [65] S. Kubota, Y. Ogata, Y. Wada, G. Simangunsong, H. Shimada и K. Matsui, «Estimation of dynamic tensile strength of sandstone», *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, т. 45, № 3, pp. 397-406, 2008.

- [66] E. B. Zaretsky и G. I. Kanel, «Impact response and dynamic strength of partially melted aluminum alloy», *Journal of Applied Physics*, т. 112, № 5, 2012.
- [67] A. P. Rybakov, «Spall in non-one-dimensional shock waves», *International Journal of Impact Engineering*, т. 24, № 10, pp. 1041-1082, 2000.
- [68] J. P. Cuq-Lelandais, M. Boustie, L. Berthe, T. De Ressaúier, P. Combis, J. P. Colombier, M. Nivard и A. Claverie, «Spallation generated by femtosecond laser driven shocks in thin metallic targets», *Journal of Physics D: Applied Physics*, т. 42, № 6, p. 065402, 2009.
- [69] B. C. Csáji, M. C. Campi и E. Weyer, «Sign-perturbed sums: A new system identification approach for constructing exact non-asymptotic confidence regions in linear regression models», *IEEE Transactions on Signal Processing*, т. 63, № 1, pp. 169-181, 2014.
- [70] S. Kolumbán, I. Vajk и J. Schoukens, «Perturbed datasets methods for hypothesis testing and structure of corresponding confidence sets», *Automatica*, т. 51, pp. 326-331, 2015.
- [71] E. Weyer, M. C. Campi и B. C. Csáji, «Asymptotic properties of SPS confidence regions», *Automatica*, т. 82, pp. 287-294, 2017.
- [72] G. A. Volkov, A. A. Gruzdkov и Y. V. Petrov, «A Randomized Approach to Estimate Acoustic Strength of Water», в *Advanced Structured Materials*, Cham: Springer International Publishing, 2022, pp. 633-640.

- [73] G. A. Volkov, Y. V. Petrov и A. A. Gruzdkov, «Acoustic strength of water and effect of ultrasound on the liquid-vapor phase diagram», *Technical Physics*, т. 60, pp. 753-756, 2015.
- [74] G. A. Volkov, Y. V. Petrov и A. A. Gruzdkov, «Liquid-vapor phase equilibrium conditions in an ultrasonic field», *Doklady Physics*, т. 60, pp. 229-231, 2015.
- [75] N. O. Granichin, G. A. Volkov, A. A. Gruzdkov и Y. V. Petrov, «Instability of the Water Phase Diagram under Short Pulse Loading», *Mechanics of Solids*, т. 58, № 5, pp. 1599-1605, 2023.
- [76] G. Volkov, A. Logachev, N. Granichin, Y.-P. Zhao, Y. Zhang и Y. Petrov, «The influence of background ultrasonic field on the strength of adhesive zones under dynamic impact loads», *Materials*, т. 14, № 12, p. 3188, 2021.
- [77] N. Granichin, G. Volkov и Y. Petrov, «Delamination of the Planar Adhesion Zone under Combined Dynamic Actions», *Technical Physics*, т. 65, № 1, pp. 68-72, 2020.
- [78] N. Gorbushin, N. Granichin, A. Logachev, Y. Petrov и G. Volkov, «Destruction of the adhesion zone by combined pulsed-vibrational impacts», *Materials Physics and Mechanics*, т. 36, № 1, pp. 114-120, 2018.
- [79] Y. Petrov, A. Logachev, N. Granichin и G. Volkov, «Adhesive Joint Fracture Under Combined Pulsed and Vibrational Loading», *Structural Integrity*, т. 16, pp. 100-105, 2020.

- [80] G. Volkov, V. Silberschmidt, A. Mitrofanov, A. Gruzdkov, V. Bratov и Y. Petrov, «Minimization of fracture-pulse energy under contact interaction», *Doklady Physics*, т. 54, № 7, pp. 332-334, 2009.
- [81] G. A. Volkov, N. A. Gorbushin и Y. V. Petrov, «On the dependence of the threshold energy of small erodent particles on their geometry in erosion fracture», *Mechanics of Solids*, т. 47, pp. 491-497, 2012.
- [82] V. Bratov, Y. V. Petrov и G. Volkov, «Existence of Optimal Energy Saving Parameters for Different Industrial Processes», *Applied Mechanics and Materials*, т. 82, pp. 208-213, 2011.
- [83] D. Peck, G. Volkov, G. Mishuris и Y. Petrov, «Resolution of the threshold fracture energy paradox for solid particle erosion», *Philosophical Magazine*, т. 96, № 36, pp. 3775-3789, 2016.
- [84] G. A. Volkov, V. A. Bratov, A. A. Gruzdkov, V. I. Babitsky, Y. V. Petrov и V. V. Silberschmidt, «Energy-Based Analysis of Ultrasonically Assisted Turning», *Shock and Vibration*, т. 18, № 1-2, pp. 333-341, 2011.
- [85] Y. Petrov, V. Bratov, G. Volkov и E. Dolmatov, «Incubation time based fracture mechanics and optimization of energy input in the fracture process of rocks», в *Advances in rock dynamics and applications*, 2011, pp. 163-183.
- [86] Y. Petrov, I. Smirnov, G. Volkov, A. Abramian, A. Bragov и S. Verichev, «Dynamic failure of dry and fully saturated limestone samples based on incubation time concept», *Journal of Rock*

Mechanics and Geotechnical Engineering, т. 9, № 1, pp. 125-134, 2017.

- [87] N. Mikhailova, G. Volkov, Y. Petrov, I. Smirnov, P. Onawumi, A. Roy и V. Silberschmidt, «Relations between Parameters of Fracture Processes on Different Scale Levels», *Doklady Physics*, т. 63, № 11, pp. 459-461, 2018.
- [88] G. Volkov и I. Smirnov, «A probabilistic approach to evaluate dynamic and static strength of quasi-brittle materials through high-rate testing», *International Journal of Mechanical Sciences*, т. 216, p. 106960, 2022.
- [89] N. Granichin, G. Volkov, Y. Petrov и M. Volkova, «Randomized approach to determine dynamic strength of ice», *Cybernetics and Physics*, т. 10, № 3, pp. 122-126, 2021.
- [90] M. V. Volkova, O. N. Granichin, G. A. Volkov и Y. V. Petrov, «On the possibility of using the method of sign-perturbed sums for the processing of dynamic test data», *Vestnik St. Petersburg University, Mathematics*, т. 51, pp. 23-30, 2018.
- [91] M. Volkova, G. Volkov, O. Granichin и Y. Petrov, «Sign-perturbed sums approach for data treatment of dynamic fracture tests», в *2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, 2017.
- [92] A. Chevrychkina, A. Evstifeev и G. Volkov, «Analysis of the Strength Characteristics of Acrylonitrile–Butadiene–Styrene Plastic under Dynamic Loading», *Technical Physics*, т. 63, № 3, pp. 381-384, 2018.

- [93] S. Atroshenko, A. Chevrychkina, A. Evstifeev и G. Volkov, «Destruction of ABS Polymer in the Glass State under Dynamic Stressing», *Physics of the Solid State*, т. 61, № 11, pp. 2075-2082, 2019.
- [94] A. D. Evstifeev и G. A. Volkov, «A Variational Approach to the Determination of the Dynamic Strength of a Material», *Technical Physics*, т. 68, № 2, pp. 139-143, 2023.
- [95] A. Evstifeev, G. Volkov, A. Chevrychkina и Y. Petrov, «Dynamic Strength Characteristics of Materials: Influence of the Specimen Size on Strain Rate», *Technical Physics*, т. 64, № 4, pp. 523-526, 2019.
- [96] A. Evstifeev, G. Volkov, A. Chevrychkina и Y. Petrov, «Strength Performance of 1230 Aluminum Alloy under Tension in the Quasi-Static and Dynamic Ranges of Loading Parameters», *Technical Physics*, т. 64, № 5, pp. 620-624, 2019.
- [97] M. V. Volkova, O. N. Granichin, Y. V. Petrov и G. A. Volkov, «Dynamic fracture tests data treatment based on the randomized approach», *Advances in Systems Science and Applications*, т. 17, № 3, pp. 34-41, 2017.
- [98] R. Lukashov и G. Volkov, «An analytical approach to deduce loading rate-sensitivity of fracture mode of concrete and mortar», *International Journal of Impact Engineering*, т. 187, p. 104915, 2024.
- [99] G. A. Volkov и Y. V. Petrov, «On the Analysis of Two Theoretical Approaches to Predict the Material Strength under

Dynamic Loading», *Mechanics of Solids*, т. 57, № 8, pp. 1958-1963, 2022.

- [100] Г. А. Волков, Ю. В. Петров и А. А. Груздков, «Сравнительное исследование особенностей процесса неупругого деформирования металлов при высокоскоростном и медленном нагружении», в *XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике*, 2023.
- [101] S. H. Cho, Y. Ogata and K. Kaneko, "Strain-rate dependency of the dynamic tensile strength of rock," *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 40, no. 5, pp. 763-777, 2003.
- [102] X. Wu and V. Prakash, "Dynamic compressive behavior of ice at cryogenic temperatures," *Cold Regions Science and Technology*, vol. 118, pp. 1-13, 2015.
- [103] D. Saletti, D. Georges, V. Gouy, M. Montagnat and P. Forquin, "A study of the mechanical response of polycrystalline ice subjected to dynamic tension loading using the spalling test technique," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 132, p. 103315, 2019.
- [104] G. Volkov, Y. Petrov и A. Utkin, «On some principal features of data processing of spall fracture tests», *Physics of the Solid State*, т. 59, № 2, pp. 310-315, 2017.
- [105] N. Mikhailova, G. Volkov, Y. Meshcheryakov, Y. Petrov и A. Utkin, «Failure-delay effect in destruction of steel samples under spalling conditions», *Technical Physics*, т. 62, № 4, pp. 547-552, 2017.

- [106] L. (. Rozenberg, High-intensity ultrasonic fields, Springer Science & Business Media, 2013.
- [107] H. G. Flynn, Physics of acoustic cavitation in liquids, in Physical Acoustics, Ed. by W. P. Mason, New York: Academic, 1964.
- [108] C. E. Brennen, Cavitation and bubble dynamics, Cambridge university press, 2014.
- [109] G. L. Sharipov, A. M. Abdrakhmanov и B. M. Gareev, «Luminescence of Tb $3+$ and Gd $3+$ ions in sonolysis under the conditions of a single bubble moving in aqueous solutions of TbCl 3 and GdCl 3 », *Technical Physics*, т. 58, pp. 255-258, 2013.
- [110] S. K. Bhangu и M. Ashokkumar, «Theory of sonochemistry. Sonochemistry: From Basic Principles to Innovative Applications», 2017, pp. 1-28.
- [111] K. J. Pahk, S. Lee, P. Gélat, M. O. de Andrade и N. Saffari, «The interaction of shockwaves with a vapour bubble in boiling histotripsy: The shock scattering effect», *Ultrasonics Sonochemistry*, т. 70, p. 105312, 2021.
- [112] E. Stride, T. Segers, G. Lajoinie, S. Cherkaoui, T. Bettinger, M. Versluis и M. Borden, «Microbubble agents: New directions», *Ultrasound in medicine & biology*, т. 46, № 6, pp. 1326-1343, 2020.
- [113] M. B. Mane, V. M. Bhandari, K. Balapure и V. V. Ranade, «A novel hybrid cavitation process for enhancing and altering rate of disinfection by use of natural oils derived from plants», *Ultrasonics sonochemistry*, т. 61, p. 104820, 2020.

- [114] B. Dollet, P. Marmottant и V. Garbin, «Bubble dynamics in soft and biological matter.», *Annual Review of Fluid Mechanics*, т. 51, № 1, pp. 331-355, 2019.
- [115] M. Zupanc, Ž. Pandur, T. S. Perdih, D. Stopar, M. Petkovšek и M. (. Dular, «Effects of cavitation on different microorganisms: The current understanding of the mechanisms taking place behind the phenomenon. A review and proposals for further research», *Ultrasonics sonochemistry*, т. 57, pp. 147-165, 2019.
- [116] G. B. Lebon, I. Tzanakis, K. Pericleous, D. Eskin и P. S. Grant, «Ultrasonic liquid metal processing: The essential role of cavitation bubbles in controlling acoustic streaming», *Ultrasonics sonochemistry*, т. 55, pp. 243-255, 2019.
- [117] J. Campbell, «Cavitation in liquid and solid metals: role of bifilms», *Materials Science and Technology*, т. 31, № 5, pp. 565-572, 2015.
- [118] V. G. Baidakov и A. M. Kaverin, «Attainable superheatings and stretchings of methane–hydrogen solutions», *International Journal of Heat and Mass Transfer*, т. 163, p. 120498, 2020.
- [119] F. Caupin, «Escaping the no man's land: Recent experiments on metastable liquid water», *Journal of Non-Crystalline Solids*, т. 407, pp. 441-448, 2015.
- [120] Wei, Aibo, L. Yu, L. Qiu и X. Zhang, «Cavitation in cryogenic fluids: A critical research review», *Physics of Fluids*, т. 34, № 10, 2022.

- [121] V. A. Akulichev, «Acoustic cavitation in cryogenic and boiling liquids», *Applied Scientific Research*, т. 38, № 1, pp. 55-67, 1982.
- [122] E. A. Neppiras, «Acoustic cavitation», *Physics reports*, т. 61, № 3, pp. 159-251, 1980.
- [123] V. A. Akulichev и V. I. Il'ichev, «Acoustic cavitation thresholds of sea water in different regions of the world ocean», *Acoustical Physics*, т. 51, № 2, pp. 128-138, 2005.
- [124] A. A. Gruzdkov и Y. V. Petrov, «Cavitation breakup of low-and high-viscosity liquids», *Technical Physics*, т. 53, pp. 291-295, 2008.
- [125] A. S. Besov, V. K. Kedrinskiĭ, N. F. Morozov, Y. V. Petrov и A. A. Utkin, «On the Similarity of the Initial Stage of Failure of Solids and Liquids under Impulse Loading», *Doklady Physics*, т. 46, № 5, pp. 363-365, 2001.
- [126] K. B. Bader, J. L. Raymond, J. Mobley, C. C. Church и D. Felipe Gaitan, «The effect of static pressure on the inertial cavitation threshold», *The Journal of the Acoustical Society of America*, т. 132, № 2, pp. 728-737, 2012.
- [127] M. Dular, B. Stoffel и B. Širok, «Development of a cavitation erosion model», *Wear*, т. 261, № 5-6, pp. 642-655, 2006.
- [128] B. Vyas и C. M. Preece, «Stress produced in a solid by cavitation», *Journal of Applied Physics*, т. 47, № 12, pp. 5133-5138, 1976.

- [129] М. Г. Сиротюк, «Экспериментальные исследования ультразвуковой кавитации», в *Мощные ультразвуковые поля*, М, Наука, 1968, pp. 167-220.
- [130] K. L. Johnson, *Contact mechanics*, Cambridge university press., 1987.
- [131] I. Argatov, G. Mishuris и Y. Petrov, «Threshold fracture energy in solid particle erosion», *Philosophical Magazine*, т. 93, № 19, p. 2485–2496, 2013.
- [132] I. V. Simonov, «The dynamical problem of the impression of an axisymmetric punch into an elastic half-space», *Inzh. Zh. Mekh. Tverd. Tela*, т. 2, p. 163–165, 1967.
- [133] J. C. Thompson and A. R. Robinson, "An Exact Solution for the Superseismic Stage of Dynamic Contact Between a Punch and an Elastic Body," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 44, pp. 583-586, 1977.
- [134] F. M. Borodich, «Some contact problems of anisotropic elastodynamics: integral characteristics and exact solutions», *International journal of solids and structures*, т. 37, № 24, pp. 3345-3373, 2000.
- [135] R. Skalak и D. Feit, *Impact on the surface of a compressible fluid*, 1966.
- [136] R. J. Bedding и J. R. Willis, «High speed indentation of an elastic half-space by conical or wedge-shaped indentors», *Journal of Elasticity*, т. 6, № 2, pp. 195-207, 1976.

- [137] А. Г. Горшков и Д. В. Тарлаковский, *Динамические контактные задачи с подвижными границами*, Москва: Наука, 1995.
- [138] V. I. Babitsky, V. K. Astashev и A. Meadows, «Vibration excitation and energy transfer during ultrasonically assisted drilling», *Journal of sound and vibration*, т. 308, № 3-5, pp. 805-814, 2007.
- [139] Д. Кумабэ, *Вибрационное резание: Пер. с япон./Под ред. И.И. Портнова, В.В. Белова.*, Москва: Машиностроение, 1985.
- [140] V. K. Astashev, V. I. Babitsky и K. Khusnutdinova, «Ultrasonically assisted machining», в *Ultrasonic Processes and Machines: Dynamics, Control and Applications*, 2007, pp. 249-314.
- [141] A. Roy и V. V. Silberschmidt, «Ultrasonically assisted machining of titanium alloys», в *Machining of titanium alloys*, Berlin, Heidelberg, Springer Berlin Heidelberg, 2014, pp. 131-147.
- [142] E. Ceretti, M. Lucchi и T. Altan, «FEM simulation of orthogonal cutting: serrated chip formation», *Journal of materials processing technology*, т. 95, № 1-3, pp. 17-26, 1999.
- [143] O. Pantalé, J. L. Bacaria, O. Dalverny, R. Rakotomalala и S. Caperaa, «2D and 3D numerical models of metal cutting with damage effects», *Computer methods in applied mechanics and engineering*, т. 193, № 39-41, pp. 4383-4399, 2004.
- [144] M. V. Ramesh, K. N. Seetharamu, N. Ganesan и G. Kuppuswamy, «Finite element modelling of heat transfer analysis in

machining of isotropic materials», *International journal of heat and mass transfer*, т. 42, № 9, pp. 1569-1583, 1999.

- [145] V. K. Astashev и V. I. Babitsky, «Ultrasonic cutting as a nonlinear (vibro-impact) process», *Ultrasonics*, т. 36, № 1-5, pp. 89-96, 1998.
- [146] A. V. Mitrofanov, V. A. Babitsky и V. V. Silberschmidt, «Finite element simulations of ultrasonically assisted turning», *Computational materials science*, т. 28, № 3-4, pp. 645-653, 2003.
- [147] A. V. Mitrofanov, V. I. Babitsky и V. V. Silberschmidt, «Finite element analysis of ultrasonically assisted turning of Inconel 718», *Journal of materials processing technology*, т. 153, pp. 233-239, 2004.
- [148] N. Ahmed, A. V. Mitrofanov, V. A. Babitsky и V. V. Silberschmidt, «3D finite element analysis of ultrasonically assisted turning», *Computational materials science*, т. 39, № 1, pp. 149-154, 2007.
- [149] V. Bratov и Y. Petrov, «Optimizing energy input for fracture by analysis of the energy required to initiate dynamic mode I crack growth», *International Journal of Solids and Structures*, т. 44, № 7-8, pp. 2371-2380, 2007.
- [150] A. Brara и J. R. Klepaczko, «Fracture energy of concrete at high loading rates in tension», *International Journal of Impact Engineering*, т. 34, № 3, pp. 424-435., 2007.

- [151] H. Wu, Q. Zhang, F. Huang и Q. Jin, «International Journal of Impact Engineering», *Experimental and numerical investigation on the dynamic tensile strength of concrete*, т. 32, № 1-4, pp. 605-617, 2005.
- [152] X. Chen, S. Wu и J. Zhou, «Experimental and modeling study of dynamic mechanical properties of cement paste, mortar and concrete», *Construction and Building Materials*, т. 47, pp. 419-430, 2013.
- [153] D. Yan и G. Lin, «Dynamic properties of concrete in direct tension», *Cement and concrete research*, т. 36, № 7, pp. 1371-1378, 2006.
- [154] D. Yan и G. Lin, «Influence of initial static stress on the dynamic properties of concrete», *Cement and Concrete Composites*, т. 30, № 4, pp. 327-333, 2008.
- [155] J. Xiao, L. Li, L. Shen и C. S. Poon, «Cement and Concrete Research», *Compressive behaviour of recycled aggregate concrete under impact loading*, т. 71, pp. 46-55, 2015.
- [156] X. F. Li, X. Li, H. B. Li, Q. B. Zhang и J. Zhao, «International Journal of Impact Engineering», *Dynamic tensile behaviours of heterogeneous rocks: the grain scale fracturing characteristics on strength and fragmentation*, т. 118, pp. 98-118, 2018.
- [157] R. Zhou, Z. Song и Y. Lu, «3D mesoscale finite element modelling of concrete», *Computers & Structures*, т. 192, pp. 96-113, 2017.
- [158] J. Cui, H. Hao и Y. Shi, «Numerical study of the influences of pressure confinement on high-speed impact tests of dynamic material

- properties of concrete», *Construction and Building Materials*, т. 171, pp. 839-849, 2018.
- [159] M. Li, H. Hao и J. Cui, «Numerical investigation of the failure mechanism of concrete specimens under tri-axial dynamic loads», *Engineering Fracture Mechanics*, т. 266, p. 1084252022, 2022.
- [160] A. M. Lennon и K. T. Ramesh, «The thermoviscoplastic response of polycrystalline tungsten in compression», *Materials Science and Engineering: A*, т. 276, № 1-2, pp. 9-21, 2000.
- [161] Y. B. Guo, G. F. Gao, L. Jing и V. P. W. Shim, «Response of high-strength concrete to dynamic compressive loading», *International Journal of Impact Engineering*, т. 108, pp. 114-135, 2017.
- [162] Y. B. Guo, G. F. Gao, L. Jing и V. P. W. Shim, «Quasi-static and dynamic splitting of high-strength concretes—tensile stress—strain response and effects of strain rate», *International Journal of Impact Engineering*, т. 125, pp. 188-211, 2019.
- [163] Y. B. Guo, G. F. Gao, L. Jing и V. P. W. Shim, «Dynamic properties of granite rock employed as coarse aggregate in high-strength concrete», *International Journal of Impact Engineering*, т. 156, p. 103955, 2021.
- [164] Y. B. Guo, G. F. Gao, L. Jing и V. P. W. Shim, «Dynamic properties of mortar in high-strength concrete», *International Journal of Impact Engineering*, p. 104216, 2022.

- [165] G. R. Johnson и Т. J. Holmquist, «An improved computational constitutive model for brittle materials», *In AIP conference proceedings*, т. 309, № 1, pp. 981-984, 1994.
- [166] C. C. Holland и R. M. McMeeking, «The influence of mechanical and microstructural properties on the rate-dependent fracture strength of ceramics in uniaxial compression», *International Journal of Impact Engineering*, т. 81, pp. 34-49, 2015.
- [167] H. Wang и K. T. Ramesh, «Dynamic strength and fragmentation of hot-pressed silicon carbide under uniaxial compression», *Acta Materialia*, т. 52, № 2, pp. 355-367, 2004.
- [168] A. Gruzdkov, Y. V. Petrov и V. I. Smirnov, «An invariant form of the dynamic criterion for yield of metals», *Physics of the Solid State*, т. 44, pp. 2080-2082, 2002.
- [169] J. D. Campbell и W. G. Ferguson, «The temperature and strain-rate dependence of the shear strength of mild steel», *Philosophical Magazine*, т. 21, № 169, pp. 63-82, 1970.
- [170] S. R. Agnew и Ö. Duygulu, «Plastic anisotropy and the role of non-basal slip in magnesium alloy AZ31B», *International Journal of plasticity*, т. 21, № 6, pp. 1161-1193, 2005.
- [171] H. Wang, B. Raeisinia, P. D. Wu, S. R. Agnew и C. N. Tomé, «Evaluation of self-consistent polycrystal plasticity models for magnesium alloy AZ31B sheet», *International Journal of Solids and Structures*, т. 47, № 21, pp. 2905-2917, 2010.
- [172] I. Ulacia, N. V. Dudamell, F. Gálvez, S. Yi, M. T. Pérez-Prado и I. Hurtado, «Mechanical behavior and microstructural evolution of a

- Mg AZ31 sheet at dynamic strain rates», *Acta materialia*, т. 58, № 8, pp. 2988-2998, 2010.
- [173] W. Tang, K. L. Halm, D. R. Trinkle, M. K. Koker, U. Lienert, P. Kenesei и A. J. Beaudoin, «A study of stress relaxation in AZ31 using high-energy X-ray diffraction», *Acta Materialia*, т. 101, pp. 71-79, 2015.
- [174] A. G. Beer и M. R. Barnett, «Influence of initial microstructure on the hot working flow stress of Mg–3Al–1Zn», *Materials Science and Engineering: A*, т. 423, № 1-2, pp. 292-299, 2006.
- [175] B. Bhattacharya и M. Niewczas, «Work-hardening behaviour of Mg single crystals oriented for basal slip», *Philosophical Magazine*, т. 91, № 17, pp. 2227-2247, 2011.
- [176] R. Korla и A. H. Chokshi, «Strain-rate sensitivity and microstructural evolution in a Mg–Al–Zn alloy», *Scripta Materialia*, т. 63, № 9, pp. 913-916, 2010.
- [177] H. Wang, P. Wu, S. Kurukuri, M. J. Worswick, Y. Peng, D. Tang и D. Li, «Strain rate sensitivities of deformation mechanisms in magnesium alloys», *International Journal of Plasticity*, т. 107, pp. 207-222, 2018.
- [178] Y. B. Chun и C. H. J. Davies, «Twining-induced negative strain rate sensitivity in wrought Mg alloy AZ31», *Materials Science and Engineering: A*, т. 528, № 18, pp. 5713-5722, 2011.

- [179] J. A. García-Grajales, A. Fernández, D. Leary и A. Jérusalem, «A new strain rate dependent continuum framework for Mg alloys», *Computational Materials Science*, т. 115, pp. 41-50, 2016.
- [180] C. A. Bronkhorst, B. L. Hansen, E. K. Cerreta и J. F. Bingert, «Modeling the microstructural evolution of metallic polycrystalline materials under localization conditions», *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, т. 55, № 11, pp. 2351-2383, 2007.
- [181] R. A. Lebensohn, A. K. Kanjarla и P. Eisenlohr, «An elasto-viscoplastic formulation based on fast Fourier transforms for the prediction of micromechanical fields in polycrystalline materials», *International Journal of Plasticity*, т. 32, pp. 59-69, 2012.
- [182] A. A. Tihamiyu, U. Eduok, J. A. Szpunar и A. G. Odeshi, «Corrosion behavior of metastable AISI 321 austenitic stainless steel: Investigating the effect of grain size and prior plastic deformation on its degradation pattern in saline media», *Scientific reports*, т. 9, № 1, p. 12116, 2019.
- [183] A. A. Tihamiyu, A. G. Odeshi и J. A. Szpunar, «Characterization of coarse and ultrafine-grained austenitic stainless steel subjected to dynamic impact load: XRD, SEM, TEM and EBSD analyses», *Materialia*, т. 4, pp. 81-98, 2018.
- [184] A. A. Tihamiyu, A. G. Odeshi и J. A. Szpunar, «Multiple strengthening sources and adiabatic shear banding during high strain-rate deformation of AISI 321 austenitic stainless steel: Effects of grain size and strain rate», *Materials Science and Engineering: A*, т. 711, pp. 233-249, 2018.

- [185] N. Selyutina, E. N. Borodin, Y. Petrov и A. E. Mayer, «The definition of characteristic times of plastic relaxation by dislocation slip and grain boundary sliding in copper and nickel», *International Journal of Plasticity*, т. 82, pp. 97-111, 2016.
- [186] S. Zhao, Y. Petrov и G. Volkov, «Modeling the Nonmonotonic Behavior Flow Curves under Dynamic Loads», *Physical Mesomechanics*, т. 25, № 3, pp. 221-226, 2022.
- [187] S. Zhao, Y. Petrov и G. Volkov, «The modified relaxation plasticity model and the non-monotonic stress–strain diagram», *International Journal of Mechanical Sciences*, т. 240, p. 107919, 2023.
- [188] S. Zhao, Y. Petrov, Y. Zhang, G. Volkov, Z. Xu и F. Huang, «Modeling of the thermal softening of metals under impact loads and their temperature–time correspondence», *International Journal of Engineering Science*, т. 194, p. 103969, 2024.