

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Прохорова Дарья Сергеевна

**Начальные конфигурации и слияние цветовых  
струн как источники коллективных явлений в  
протон-протонных взаимодействиях при высоких  
энергиях**

Научная специальность 1.3.3. Теоретическая физика

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
перевод с английского

Научный руководитель:  
Феофилов Григорий Александрович  
кандидат физико-математических наук

Санкт-Петербург  
2024

# Содержание

Введение . . . . .	5
<b>Глава 1 Упрощенная модель взаимодействующих струн, конечных по быстроте</b>	<b>26</b>
1.1 Описание упрощенной модели . . . . .	26
1.2 Результаты упрощенной модели . . . . .	30
1.2.1 Коэффициент корреляции $N_F-N_B$ . . . . .	30
1.2.2 Сильно интенсивная переменная и $N_F-N_B$ флуктуации . . .	33
1.3 Обсуждение . . . . .	35
<b>Глава 2 Улучшенная модель взаимодействующих струн, конечных по быстроте, учитывающая поперечную и продольную струнную динамику</b>	<b>37</b>
2.1 Описание $p + p$ взаимодействий в терминах мультипомеронного обмена . . . . .	37
2.1.1 Партонный состав протонов и образование струн . . . . .	40
2.2 Частичное восстановление киральной симметрии в присутствии цветовой струны . . . . .	41
2.3 Поперечная эволюция струнной плотности за счет притяжения струн . . . . .	42
2.4 Продольная динамика конечных по быстроте струн . . . . .	44
2.5 Слияние струн . . . . .	45
2.6 Эффективная адронизация струн . . . . .	48
2.7 Модельный формализм . . . . .	50
2.7.1 Аналитические и численные расчеты в модели со свободными струнами для неупругих $p + p$ взаимодействий при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ . . . . .	53
2.7.2 Численные расчеты в модели с трехмерной динамикой струн и последующим слиянием струн для $p + p$ взаимодействий при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ . . . . .	55
2.8 Результаты модели для неупругих $p + p$ взаимодействий при $\sqrt{s} = 900$ ГэВ . . . . .	58
2.8.1 Определение параметров модели . . . . .	59

2.8.2	Глобальные наблюдаемые.....	59
2.8.3	$\langle p_T \rangle$ - $N$ корреляционная функция .....	62
2.8.4	Корреляции множественности.....	64
2.8.5	Флуктуации множественности и сильно интенсивная на- блюдаемая .....	67
2.8.6	Исследования в классах по множественности на больших быстрогах.....	69
2.8.7	Связь $\Sigma[N_F, N_B]$ с кумулянтами и факториальными ку- мулянтами .....	72
2.8.8	Связь $\Sigma[N_F, N_B]$ с коэффициентом асимметрии .....	76
2.9	Обсуждение.....	80

<b>Глава 3</b>	<b>Расширенная модель взаимодействующих струн с бу- стами частиц</b>	<b>85</b>
3.1	Усовершенствования первых этапов модели .....	85
3.1.1	Партонный состав протонов .....	85
3.1.2	Симуляция события .....	86
3.1.3	Образование струн: электрический заряд.....	86
3.1.4	Образование струн: массы продуктов распада .....	87
3.2	3D сетка в конфигурационно-импульсном пространстве .....	87
3.3	Время эволюции струнной плотности.....	88
3.3.1	Влияние поперечной эволюции системы струн.....	89
3.3.2	Время движения концов струн .....	91
3.4	Слияние и кинетическая энергия струн .....	93
3.4.1	Рождение частиц из трехмерных ячеек .....	95
3.4.2	Средняя множественность и слияние струн .....	95
3.4.3	Средний поперечный импульс частиц и слияние струн ....	97
3.5	Происхождение азимутальных корреляций частиц в модели ..	97
3.5.1	Буст частиц в поперечной плоскости .....	99
3.5.2	Потери поперечного импульса.....	100
3.6	Определение параметров модели .....	102
3.7	Исследование азимутальных корреляций в модельном опи- сании неупругих $p + p$ взаимодействий при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ .....	104
3.7.1	Мотивация выбора величин для исследования.....	104
3.7.2	Классификация событий.....	106
3.7.3	Результаты модели с потерями импульса, но без бустов частиц .....	107

3.7.4	Результаты модели для $C(\Delta\eta, \Delta\phi)$ с потерями импульса и бустами частиц.....	109
3.7.5	Результаты модели для кумулянтов с потерями импульса и бустами частиц.....	112
3.8	Обсуждение.....	116
<b>Заключение . . . . .</b>		<b>119</b>
<b>Список сокращений и условных обозначений . . . . .</b>		<b>124</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>		<b>125</b>
<b>Приложение А Разработанный алгоритм перестановок партонов</b>		<b>141</b>
<b>Приложение Б Улучшенный алгоритм определения партонного состава протонов</b>		<b>143</b>
Б.1	Приложение Б.1.....	143
Б.2	Приложение Б.2.....	144
Б.3	Приложение Б.3.....	144

## Введение

### Актуальность работы.

В эпоху работы релятивистского коллайдера тяжелых ионов (Relativistic Heavy Ion Collider, RHIC) и большого адронного коллайдера, БАК (Large Hadron Collider, LHC), нам доступен беспрецедентно большой объем данных о рождении частиц в релятивистских столкновениях адронов и ядер, которые фиксируются современными экспериментальными установками. Тесное сотрудничество теоретиков и экспериментаторов в области физики высоких энергий приближает нас к разгадке тайн Вселенной.

В последние десятилетия значительные усилия были предприняты в изучении уникального состояния вещества, называемого кварк-глюонной плазмой (КГП) [1]. В частности, было высказано предположение, что КГП может образовываться в центральных ядро-ядерных ( $A + A$ ) столкновениях, если будут превышены критическая плотность энергии,  $\varepsilon_{\text{crit}} \sim 1 \text{ ГэВ/фм}^3$ , и критическая температура,  $T_{\text{crit}} \sim 150 - 160 \text{ МэВ}$  (что эквивалентно более чем  $10^{12} \text{ К}$ ). Изначально считалось, что образующаяся при таких условиях КГП находится в режиме слабой связи, то есть представляет газ асимптотически свободных кварков и глюонов [2, 3]. Однако дальнейшие исследования показали, что образующаяся КГП лучше описывается в режиме сильной связи и представляет почти идеальную жидкость [4]. В этой парадигме локально равновесная КГП расширяется и охлаждается (гидродинамическая фаза), переходя в состояние газа отдельных частиц через механизм вымораживания (freeze-out) [5]. Это приводит к образованию множества адронов, которые попадают в детекторы.

С одной стороны, описание множественного рождения частиц, исходя из первых принципов теории сильного взаимодействия, осложнено тем, что большинство частиц рождается в мягких процессах, характеризующихся малым переданным импульсом. Это приводит к тому, что поперечные импульсы рож-

денных частиц,  $p_T$ , в основном не превышают  $\sim 1$  ГэВ, а значит, пертурбативные расчеты в квантовой хромодинамике (КХД) в этом режиме неприменимы. Это вынуждает разрабатывать феноменологические подходы, которые могут эффективно описывать переход, например, от нескольких сталкивающихся адронов к образованию сотен и тысяч частиц.

С другой стороны, ЦЕРН (CERN, Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire, Европейский совет по ядерным исследованиям) заявил о первых экспериментальных свидетельствах образования КГП уже в 2000 году [6] после анализа столкновений ядер свинца и свинца-золота на SPS (Super Proton Synchrotron, протонный суперсинхротрон). В 2005 году это утверждение было количественно подтверждено результатами экспериментов на RHIC [7, 8, 9, 10], посвященных изучению свойств КГП, образующейся в столкновениях ядер золота. Среди многих предсказанных сигналов КГП [11], например, повышенные выходы странных барионов [12], гашение струй [13, 14] и т.д., ученые RHIC сосредоточились на изучении [8] азимутальной анизотропии рождающихся частиц [15, 16], которая на тот момент уже давно изучалась в ядро-ядерных столкновениях [17, 18]. Величину эффекта было предложено выражать в коэффициентах Фурье,  $v_n$ , соответствующих гармоникам разложения поперечного потока [19] разных порядков,  $n$ : направленный поток ( $v_1$ ), эллиптический поток ( $v_2$ ), треугольный поток ( $v_3$ ) и т. д. Ко всеобщему удивлению результаты на RHIC показали, что значения гармоник эллиптического потока сопоставимы с расчетами [20], предполагающими наличие релятивистской вязкой жидкости в первые моменты столкновения ядер. Это привело к предположению, что именно коллективное движение термодинамически уравновешенных партонных степеней свободы преобразует пространственную анизотропию периферийных ядро-ядерных столкновений в асимметрию импульсов рожденных частиц под действием градиентов давления сжатой среды.

Стоит отметить, что зачастую результаты для  $A + A$  столкновений представляются по отношению к протон-протонным ( $p + p$ ) данным. В частности, считается, что большинство схожих и/или тривиальных эффектов или зависимостей будет сокращаться при делении друг на друга величин, измеряемых в реакциях  $A + A$  и  $p + p$ , а, значит, отчетливее проявится коллективное поведение рождающихся частиц, ожидаемое за счет образования КГП в  $A + A$  столкновениях.

Таким образом, нередко измерения в неупругих протон-протонных взаимодействиях являются точкой отсчета для изучения ядро-ядерных столкновений.

Однако свежие экспериментальные результаты демонстрируют поведение, присущее КГП, и в малых сталкивающихся системах. В частности, относительные выходы странных барионов, измеренные ALICE [21] в  $p + p$  взаимодействиях с большой множественностью, достигают значений, полученных в анализе  $p + Pb$  и  $Pb + Pb$  столкновений. Наблюдаемое повышение «странности» может быть объяснено [22] существованием схожего механизма, например, образования КГП, как в  $p + p$ , так и в  $A + A$  столкновениях. Кроме того, анализ двухчастичных угловых корреляций в  $p + p$  взаимодействиях с большой множественностью при энергиях БАК показал [23, 24] повышенный выход пар частиц с малой разницей азимутальных углов вылета и произвольно большой разницей в псевдобыстротах (так называемая структура ближнего гребня, near-side ridge). Соответствующие гармоники поперечного потока [25] неожиданно оказались того же порядка, что и наблюдаемые в периферийных столкновениях тяжелых ионов [8].

С одной стороны, есть успешные попытки [26] описать скореллированное рождение частиц в большом диапазоне быстрот (так называемые дальние корреляции), наблюдаемое в  $p + p$  реакциях [23, 24], таким же образом, как и в  $A + A$  столкновениях. С другой стороны, сейчас идет жаркая дискуссия [27] о том, оправдано ли вообще гидродинамическое описание для материи, образующейся в такой маленькой капле, поскольку она не должна успеть достигнуть локального термодинамического равновесия до начала адронизации [28].

С альтернативной точки зрения это явление можно объяснить следующим образом. Дальние корреляции по псевдобыстроте, формирующие измеренный ближний гребень [25], могут возникать только в ранние моменты взаимодействия [29]. Это позволяет рассматривать проблему происхождения этой структуры в  $p + p$  столкновениях в подходах, основанных на образовании продольно протяженных объектов цветового поля, так называемых цветовых струн или трубок цветового потока, на начальных этапах столкновений (например, в дуальной партонной модели [30], модели перколяции струн [31], модели конденсата цветового стекла + глазма [32]). Фрагментация цветовых струн дает равномерное распределение частиц по быстроте [33, 34] и может порождать дальние

корреляции между ними, что естественно для такой картины. Идеи этих подходов лежат в основе множества широко используемых Монте-Карло генераторов событий, например, EPOS [35], PYTHIA [36], HIJING [37], AMPT [38] и др.

В свою очередь, данная диссертация также посвящена разработке Монте-Карло модели множественного рождения частиц, основанной на картине формирования цветковых струн и направленной на изучение коллективных эффектов в малых системах. Принципиальным отличием нашего подхода от вышеупомянутых генераторов событий и от оригинальной струнной модели является введение дополнительных механизмов, которые отвечают за взаимодействие струн и дают скоррелированный выход частиц. Очевидным преимуществом специально разработанной модели является то, что она имеет всего несколько параметров, в отличие от сотен параметров в полноформатных генераторах событий, включающих множество физических процессов. Таким образом, мы ожидаем, что наши оценочные расчеты покажут, можно ли попытаться объяснить природу коллективных эффектов, наблюдаемых в  $p + p$  столкновениях, в рамках новой упрощенной модели.

### **Степень разработанности темы исследования.**

Вышеупомянутый класс моделей цветковых струн восходит к эффективной теории поля Редже-Грибова [39], разработанной еще до появления КХД. В этом подходе амплитуда рассеяния раскладывается в ряд по полюсам в плоскости комплексного углового момента, которые связаны с обменом частицами, принадлежащими определенной траектории Редже [40]. В пределе высоких энергий было высказано предположение о существовании вклада ведущего полюса, названного помероном [41, 42], в амплитуду рассеяния. Таким образом, неупругое протон-протонное взаимодействие при высоких энергиях может быть представлено как обмен некоторым числом померонов.

С появлением КХД было показано [43, 44, 45], что вклады в разложение амплитуды по  $1/N_c$  и по  $1/N_f$  в пределе одновременно большого числа цветов,  $N_c$ , и большого числа ароматов,  $N_f$ , (причем таких, что  $N_c/N_f = \text{const}$ ) можно классифицировать по топологии соответствующих диаграмм. Таким образом, их можно сгруппировать, чтобы получить вклад ведущего порядка в  $S$ -матрицу



и найти инфракрасный спектр теории. Оказалось, что доминирующий вклад дается цилиндрической диаграммой. Более того, было установлено соответствие такого топологического разложения и обмена померонами в непертурбативном подходе Редже-Грибова.

Важным шагом вперед было осуществление пространственно-временной локализации померона в работах [30, 46, 47, 48, 49]. В частности, было показано, что унитарный разрез цилиндрической диаграммы обмена помероном соответствует образованию двух струн, протяженных по быстроте и фрагментирующих в наблюдаемые мягкие адроны. Так был сделан переход от гипотетической концепции померонного обмена к идее образования цветowych струн за счет пересоединения цветowych потоков между партонами сталкивающихся адронов. Цветовое поле, запирающее (confinement) их на расстоянии  $r$ , описывается Корнельским потенциалом [50]

$$V(r) = -\frac{4}{3} \cdot \frac{\alpha_s}{r} + \sigma_T \cdot r, \quad (0.0.1)$$

где  $\alpha_s$  - бегущая константа связи КХД, а слагаемое, описывающее взаимодействие на больших расстояниях, пропорционально натяжению струны,  $\sigma_T$ , которое также определяет линейные траектории Редже. Таким образом, для цветowego поля, собранного за счет самодействия глюонов в ограниченной области трубки цветowego потока [51], количество энергии на единицу длины струны,  $\sigma_T$ , постоянно. Однако в некоторых работах предполагается [52], что  $\sigma_T$  может флуктуировать, что должно приводить к модификации струнных характеристик рождения частиц.

Считается, что цветowych струны не являются статичными объектами: продольная динамика безмассовой одномерной струны описывается решением йойо [51], и концы струны приближаются и отдаляются со скоростью света. Картина усложняется, если учесть массивные партоны на концах струны. В этом случае длина струны колеблется с периодическим переходом потенциальной энергии цветowego поля в кинетическую энергию массивных кварка и антикварка на концах струны. И что еще важнее, траектории их движения будут гиперболическими [53], а не прямолинейными в плоскости  $z(t)$ . Более того, движение концов струны становится асимметричным, если их массы различны. Именно этот случай и рассматривается в данной диссертации.

Фрагментацию струны, натягивающейся между разлетающимися кварком и антикварком в столкновении двух партонов, можно описать вероятностным распадом цветового поля через швингеровский механизм рождения кварка-антикварка [54] по аналогии с рождением пар во внешнем электрическом поле в КЭД. Это приводит к распаду струны на бесцветные адроны [49], которые равномерно распределены по быстрой,  $y$ ,

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{p_0 + p_z}{p_0 - p_z}, \quad (0.0.2)$$

где  $p_0 = \sqrt{m^2 + p_T^2 + p_z^2}$ ,  $m$  - масса частицы,  $p_z$  - продольная компонента импульса частицы,  $p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$  - поперечный импульс частицы,  $p_x$  и  $p_y$  - его компоненты. Рожденные адроны в среднем упорядочены по быстрой относительно той части струны, из которой они образовались. Поэтому существует соответствие между быстрой испущенных частиц и быстрой координатами струны (см. один из сценариев фрагментации струны [55]).

В струнной модели одновременно с быстрой для частицы находят ее поперечный импульс,  $p_T$ , массу,  $m$ , и азимутальный угол,  $\phi = \tan^{-1}(p_y/p_x)$ , под которым частица распространяется в поперечной плоскости. Таким образом, вместо декартовой системы координат  $(p_x, p_y, p_z)$  в физике высоких энергий часто используется система  $(y, \phi, p_T)$ . Наряду с быстрой используется еще одна кинематическая переменная - псевдобыстрая,  $\eta$ , определяемая как

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \frac{|\vec{p}| + p_z}{|\vec{p}| - p_z}, \quad (0.0.3)$$

где  $|\vec{p}| = \sqrt{p_T^2 + p_z^2}$ . Псевдобыстрая часто используется в анализе экспериментальных данных, так как для ее измерения не нужно знать массу частицы. Ур. (0.0.3) эквивалентно:

$$\eta = -\ln \left[ \operatorname{tg} \left( \frac{\theta}{2} \right) \right], \quad (0.0.4)$$

где  $\theta$  - полярный угол между вектором импульса частицы и осью пучка, то есть  $\eta$  определяет направление движения частицы в передней или задней полусферах. Таким образом, в струнной модели также удобно использовать систему координат  $(\eta, \phi, p_T)$ .

Интересно отметить, что в моделях обычно рассматриваются струны бесконечной длины по быстрой [56]. В таком приближении пренебрегают эффектами осцилляции массивных или безмассовых концов струны и изучают частицы,

которые образуются в средней области быстрот, что значительно упрощает вычисления, так как модель является буст-инвариантной. И хотя большинство экспериментальных результатов обычно тоже ограничено аксептансом детекторов в районе нулевой быстроты, влияние этого грубого приближения на различные корреляционные меры в должной степени не оценено. Данная диссертация посвящена этому важному вопросу, поскольку цветовые струны, образующиеся между морскими партонами, в среднем короче по быстройте, а их вклад увеличивается для  $A + A$  и  $p + p$  столкновений при высоких энергиях.

Также важно отметить, что среднее число померонных обменов растет с энергией столкновения [57], что приводит к значительной плотности струн даже в  $p + p$  взаимодействиях при высоких энергиях. В то же время расчеты решеточной КХД показывают [58], что присутствие цветовой струны изменяет вакуум КХД и приводит к частичному восстановлению киральной симметрии. Этот факт можно интерпретировать [59] как существование вокруг струны скалярного поля  $\sigma$ -мезонов с потенциалом Юкавы. Облако  $\sigma$ -мезонов задает притягивающий потенциал между струнами, причем малость константы взаимодействия струн компенсируется их высокой плотностью [60]. Таким образом, струнная система стремится сжаться, что приводит к образованию струнных кластеров и больших флуктуаций плотности струн, определяющих начальные конфигурации  $p + p$  событий. Такое поведение хорошо вписывается в подход, разрабатываемый в данной диссертации.

С учетом или без описанного выше механизма кластеризации струн за счет их притяжения, струны могут перекрываться, имея конечный поперечный размер из-за конфайнмента цвета [61]. Существуют очень разные оценки толщины струн: от примерно 1 фм в модели «мешка» [62] до 0.3 - 0.5 фм в решеточных расчетах [63, 64]. Кроме того, существует аналогия между струной КХД и вихревыми линиями в сверхпроводниках [65, 66, 64]. Также есть предположения о флуктуирующей толщине струн [67], однако рассмотрение этого эффекта выходит за рамки данной диссертации.

Модель перколяции струн [31] предполагает, что слияние струн перестраивает цветовые поля [68]. Кроме того, в расчетах решеточной КХД возможная модификация цветовых зарядов на концах струны меняет ее натяжение [69]. Таким образом, слияние струн приводит к образованию струнных кластеров, чьи

характеристики рождения частиц меняются в зависимости от степени перекрытия струн: средняя множественность частиц на единицу быстроты кластера из  $k$  струн уменьшается [68] по сравнению с суперпозицией  $k$  свободных струн, а средний поперечный импульс частиц от кластера - растет [70]. Более того, слияние струн увеличивает вероятность рождения более тяжелых частиц.

Кроме того, слияние струн можно рассматривать в цветовом пространстве, где цветовое поле внутри каждой трубки направлено от кварка к антикварку. Постулируется [71], что частично перекрывающиеся струны с сонаправленными цветовыми потоками еще сильнее притягиваются друг к другу в поперечной плоскости, а струны с противоположно направленными цветовыми полями - расталкиваются. Таким образом, слияние  $k$  перекрывающихся струн со случайно направленными цветовыми полями рассматривается в среднем как случайное блуждание в цветовом пространстве  $SU(3)$ , что приводит к фактору  $\sqrt{k}$  для цветового поля кластера из  $k$  слившихся струн [68]. Таким образом, если рассматривать слияние сонаправленных трубок цветового потока, то цветовое поле и натяжение для кластера из  $k$  струн будет увеличено,  $\sigma_T \sqrt{k}$ , по сравнению со свободной струной,  $\sigma_T$ . Слияние противоположно направленных трубок цветового потока будет, наоборот, уменьшать поле и натяжение [71].

В такой картине слияние перекрывшихся струн приводит к перераспределению их потенциальной и кинетической энергии, что обеспечивает сохранение полной энергии системы струн в событии. Поэтому частичное перекрытие  $k$  струн приводит к уменьшению потенциальной энергии каждой из них в этой области, что вызывает противоположное изменение их кинетических энергий, притягивая струны друг к другу [71]. В данной диссертации предполагается, что этот импульс передается частицам, рожденным в системе покоя струны, что придает им буст (boost) в лабораторной системе отсчета по аналогии с [72, 73].

Важно отметить, что обычно использование струнного подхода упрощает картину события: универсальной временной шкалой в событии пренебрегают. Другими словами, отсутствует информация о том, какие струны фрагментируют в частицы раньше или позже. Таким образом, событие рассматривается как суперпозиция струн и струнных кластеров, фрагментирующих в частицы, и одновременно распространяющихся частиц, которые уже были испущены. Другой эффект взаимодействия, предложенный в работах [74, 75, 76], может быть

в среднем реализован в модели на основе предположения, приведенного выше. Предполагается, что адроны излучают глюоны при прохождении через цветные струны. Это аналогия с КЭД процессом, который описывает испускание фотонов движущимися заряженными частицами во внешнем электромагнитном поле. Более честно предложенное КХД взаимодействие должно быть учтено на уровне кварков, излучающих глюоны. В конечном итоге оно приводит к потере (гашению) поперечного импульса частиц в струнной среде и создает азимутальную анизотропию в их распределении. Влияние такого взаимодействия частица-струна оценивается в модели, разработанной в данной диссертации, тем более что в предлагаемом подходе событие выглядит как сильно неоднородная струнная среда с меняющейся плотностью цветового поля вдоль траектории движения рожденной частицы.

Применяя вышеупомянутые механизмы, можно внести вклад в понимание происхождения коллективных эффектов, наблюдаемых в неупругих  $p + p$  взаимодействиях, оценив влияние сложной структуры флуктуирующих начальных условий события на корреляции между различными измеряемыми величинами.

Например, чтобы исследовать зависимость числа заряженных частиц,  $N_B$ , в некоторой области быстрот задней (Backward) полусферы от числа частиц,  $N_F$ , в некоторой области быстрот передней полусферы (Forward), можно изучать наклон корреляционной функции  $N_F - N_B$  [77]

$$b_{B-F} = \left. \frac{d\langle N_B(N_F) \rangle}{dN_F} \right|_{N_F = \langle N_F \rangle}, \quad (0.0.5)$$

где  $\langle \dots \rangle$  обозначает усреднение по событиям.

В случае линейности корреляционной функции  $\langle N_B(N_F) \rangle$ ,  $b_{B-F}$  может быть преобразован [78] в  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  - коэффициент корреляции:

$$b_{\text{corr}}[N_F, N_B] = \frac{\langle N_F N_B \rangle - \langle N_F \rangle \langle N_B \rangle}{\langle N_B^2 \rangle - \langle N_B \rangle^2}. \quad (0.0.6)$$

Существуют и более сложные меры корреляций, такие как сильно интенсивные величины [79], которые построены таким образом, что не зависят ни от объема системы, ни от его флуктуаций от события к событию в моделях независимого рождения частиц. Уточним, что в моделях цветных струн объем системы определяется числом струн в событии. Например, изучение сильно

интенсивной переменной  $\Sigma[N_F, N_B]$  [80] позволит устранить влияние тривиальных (объемных) флуктуаций, которым подвержен коэффициент корреляций  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ .  $\Sigma[N_F, N_B]$  определена для совместного распределения  $N_F - N_B$

$$\Sigma[N_F, N_B] = \frac{\langle N_F \rangle \omega[N_B] + \langle N_B \rangle \omega[N_F] - 2(\langle N_F N_B \rangle - \langle N_F \rangle \langle N_B \rangle)}{\langle N_F \rangle + \langle N_B \rangle}, \quad (0.0.7)$$

где  $\omega[A] = (\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2) / \langle A \rangle$  - нормированная дисперсия распределения экстенсивной событийной переменной  $A$ .

Можно также изучать корреляции и флуктуации множественности и поперечного импульса в общем интервале по быстроте. Это, прежде всего,  $\langle p_T \rangle - N$  корреляционная функция, которая показывает зависимость среднего поперечного импульса в событии от множественности заряженных частиц.

Более сложными переменными являются сильно интенсивные величины, определенные [79] для совместного распределения поперечного импульса в событии,  $P_T$ , найденного как скалярная сумма поперечных импульсов частиц  $p_T$ , и множественности в событии,  $N$ , как

$$\Sigma[P_T, N] = \frac{1}{\langle N \rangle \omega \langle \langle p_T \rangle \rangle} \cdot \left[ \langle N \rangle \omega[P_T] + \langle P_T \rangle \omega[N] - 2(\langle P_T N \rangle - \langle P_T \rangle \langle N \rangle) \right], \quad (0.0.8)$$

$$\Delta[P_T, N] = \frac{1}{\langle N \rangle \omega \langle \langle p_T \rangle \rangle} \cdot \left[ \langle N \rangle \omega[P_T] - \langle P_T \rangle \omega[N] \right], \quad (0.0.9)$$

где  $\langle \langle \dots \rangle \rangle$  обозначает усреднение по всем частицам во всех событиях. Ожидается, что  $\Sigma[P_T, N]$  и  $\Delta[P_T, N]$  будут чувствительны к гипотетической критической точке КХД [81], тогда как изучение распределения частиц по  $p_T$  может помочь вывести форму уравнения состояния среды в предположении образования КГП [82]. В подходе модели цветowych струн их кластеризация вызывает флуктуации  $p_T$  [83], рассмотрение которых является перспективным подходом в изучении свойств источников частиц.

Исследование корреляций может быть расширено за счет учета не только быстроты, но и азимутального угла вылета частиц. Например, двухчастичная угловая корреляционная функция [84] может быть определена как

$$C(\Delta\eta, \Delta\phi) = \frac{S(\Delta\eta, \Delta\phi)}{B(\Delta\eta, \Delta\phi)}, \quad (0.0.10)$$

где  $S$  и  $B$  представляют собой распределения по  $\Delta\eta - \Delta\phi$  для пар частиц из одних и тех же смоделированных событий и из смешанных событий, соответ-

ственно. Экспериментальный анализ этой наблюдаемой выявил впечатляющую структуру ближнего гребня как в периферийных  $A + A$  столкновениях [85, 86], так и в  $p + p$  взаимодействиях с высокой множественностью [23, 24].

Для количественной оценки сигнала азимутальных корреляций вычисляется двухчастичный кумулянт,  $c_2\{2\}$ , определяемый [87] как

$$c_2\{2\} = \langle\langle e^{2i(\phi_1 - \phi_2)} \rangle\rangle, \quad (0.0.11)$$

где  $\phi_1$  и  $\phi_2$  - азимутальные углы двух частиц,  $\langle\langle \dots \rangle\rangle$  представляет собой среднее по всем парам частиц в событии, которое после усредняется по всем событиям. Кроме того, приближение  $v_2\{2\}$  для гармоники эллиптического потока  $v_2$  может быть найдено как

$$v_2\{2\} = \sqrt{c_2\{2\}} \quad (0.0.12)$$

в предположении независимого рождения частиц (когда поперечный поток частиц является единственным источником корреляций, при условии, что все эффекты, не связанные с потоками (non-flow), подавлены), что подразумевает, что  $c_2\{2\}$  должен быть положительным. Существуют также методы [88] подавления оставшихся вкладов от ближних корреляций (происходящих, например, от распадов резонансов, струй и законов сохранения импульса) за счет вычисления кумулянтов в подсобытиях, разделенных по быстроте.

Таким образом, изучение быструтных и азимутальных корреляций относится к активно развивающейся области физики высоких энергий. Роль данной диссертации состоит в том, чтобы установить возможность описания коллективного поведения в малых сталкивающихся системах за счет учета взаимодействия и слияния цветных струн и без использования гидродинамической фазы, применение которой пока остается сомнительным для  $p + p$  данных.

## Цель и задачи диссертационной работы.

Основной целью данной диссертации является разработка модели взаимодействующих цветных струн конечной длины по быстроте, которая описывает множественное рождение частиц и коллективные явления, наблюдаемые в неупругих  $p + p$  взаимодействиях.

Для достижения этой цели было необходимо решить следующие задачи:

1. Рассмотреть продольную динамику струн, конечных по быстроте, и найти ее влияние на корреляции множественности в разделенных быстротных областях.
2. Вывести аналитические соотношения между сильно интенсивной величиной  $\Sigma[N_F, N_B]$  и широко используемыми (факториальными) кумулянтами и коэффициентом асимметрии распределения  $N_F - N_B$ .
3. Рассмотреть влияние поперечной динамики струн и их слияния на  $\langle p_T \rangle - N$  корреляционную функцию.
4. Оценить возможность проявлений коллективности в поведении сильно интенсивных переменных в модели со струнными кластерами конечной длины по быстроте, сравнить результаты с экспериментальными данными.
5. Определить роль двух предложенных механизмов возникновения азимутальной анизотропии частиц в модели: буст частиц от перекрытий и слияния струн и потеря частицами импульса в неоднородной струнной среде.

### **Научная новизна работы.**

Данная диссертация вдохновлена набором прорывных идей в рамках подхода формирования и фрагментации цветковых струн для описания сильного взаимодействия. Концепция, мотивировавшая автора к проведению данного исследования, заключается, прежде всего, в рассмотрении струн, конечных по быстроте. Кроме того, в диссертации впервые предлагается одновременно учесть также потенциал притяжения между цветковыми струнами и их слияние, приводящее к бустам частиц и гашению их импульсов в струнной среде. Таким образом, научная новизна исследования заключается в многоступенчатом рассмотрении взаимодействия некоторого числа цветковых струн, образующихся в  $p + p$  столкновении, с учетом их поперечной и продольной динамики, а также слияния в кластеры.

Результаты данной работы показывают, что уточнения модели цветковых струн приводят к появлению нетривиальных вкладов дальних корреляций в корреляционную и флуктуационную меры, а также особых азимутальных анизотропий, согласующихся с экспериментальными наблюдениями.



## **Теоретическая и практическая значимость работы.**

Данная работа посвящена неразрешенному вопросу описания множественного рождения частиц в процессах сильного взаимодействия. Эта проблема имеет особое значение для современной физики высоких энергий, поскольку не существует установленного механизма перехода от кварков и глюонов, фигурирующих в лагранжиане КХД, к наблюдаемым бесцветным адронам.

В диссертации предложено феноменологическое решение выявленной проблемы на примере описания неупругих протон-протонных взаимодействий. В работе используется метод Монте-Карло, основанный на модели взаимодействующих цветных струн конечной длины по быстроте, слияние которых приводит к бустам испускаемых струнными кластерами частиц. Результаты находятся в качественном согласии с экспериментальными данными при энергиях БАК.

С одной стороны, важно найти влияние обсуждаемых процессов на широко используемые в экспериментальных исследованиях корреляционные и флуктуационные меры и, следовательно, предсказать возможную погрешность в интерпретации результатов. С другой стороны, сравнивая результаты расчетов в различных режимах с экспериментальными данными, можно извлечь информацию об источниках частиц и типах их взаимодействий.

Разработанный подход может быть расширен для более детального описания множественного рождения частиц, однако его основным преимуществом в текущей реализации является относительная простота и элегантно малое количество параметров, которые можно извлечь из сравнения с экспериментальными данными. В будущем модель может быть использована для проведения расчетов при энергиях коллайдера NICA (Nuclotron-based Ion Collider fAcility), что делает ее полезной для предсказания экспериментальных результатов.

## **Достоверность полученных результатов.**

Большинство расчетов в данной диссертации выполнено в рамках разработанной Монте-Карло модели, реализованной на языке C++. В предельном случае невзаимодействующих (свободных) струн результаты для корреляционных и флуктуационных мер вычислялись аналитически. Сравнение метода Монте-Карло с прямыми аналитическими расчетами показывает надежность

применения численных вычислений.

Кроме того, результаты моделирования сравнивались с опубликованными экспериментальными данными, что позволяет отследить адекватность общего поведения изучаемых величин. Возможность такого сравнения является неоспоримым преимуществом работы в этой области теоретической физики, которая постоянно подпитывается экспериментальными результатами.

### **Структура и объем диссертации.**

Диссертация состоит из Введения, трех Глав, Заключения, двух Приложений и Списка литературы. Диссертация содержит 145 страниц, 26 рисунков. Список литературы включает 162 наименования.

- Во **Введении** описывается актуальность темы, ее разработанность, цель и основные задачи исследования, его новизна, значимость и методы. Сформулированы научные результаты и основные положения, выносимые на защиту, представлена апробация работы.
- В **Главе 1** представлена упрощенная модель множественного рождения частиц, учитывающая слияние струн, конечных по быстроте. Представлены предварительные результаты расчетов для коэффициента корреляции и сильно интенсивной переменной, которые качественно сравниваются с экспериментальными данными. Обсуждаются преимущества рассмотрения такого расширения оригинальной модели цветных струн. Полученные промежуточные выводы говорят в пользу продолжения исследований в этом направлении.
- В **Главе 2** представлена существенно доработанная версия модели. Она включает детальную продольную динамику осциллирующих цветных струн, поперечную эволюцию струнной плотности с учетом притяжения струн в каждом событии и слияние струн в динамически определенной конфигурации. Представлен подбор параметров модели в результате сопоставления с экспериментальными данными. Результаты расчетов качественно сравниваются с данными ALICE для неупругих  $p+p$  взаимодей-

ствий при  $\sqrt{s} = 900$  ГэВ. Сформулированы выводы о влиянии флуктуаций трехмерной цветовой струнной плотности на корреляционные меры.

- В **Главе 3** формализм модели дополнительно расширяется механизмами, необходимыми для изучения азимутальных потоков частиц в нашем подходе. Именно реализация буста частиц, вызванного слиянием струн, и гашение импульса частиц в плотной струнной среде позволяют изучать азимутальную асимметрию их рождения в модельном формализме. Выполнена фиксация параметров модели из сравнения с данными. Наблюдаемая структура ближнего гребня и полученное значение гармоника эллиптического потока находятся в качественном согласии с данными ATLAS для  $p + p$  взаимодействий с высокой множественностью при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ.
- **Заключение** представляет основные результаты данной работы.
- Два **Приложения** содержат техническую информацию, которая дополняет некоторые процедуры, представленные в основной части диссертации, и в то же время не мешает чтению основного текста.

### **Личный вклад автора.**

Все основные результаты, выносимые на защиту, получены соискателем лично.

### **Благодарности.**

Автор выражает глубочайшую благодарность своему научному руководителю Григорию Александровичу Феофилову за его доброе отношение и поддержку, а также за то, что он всегда щедро делился своим видением прекрасного как в науке, так и в жизни. Соискатель выражает благодарность соавторам своих статей Евгению Владимировичу Андронову и Владимиру Николаевичу Коваленко, без которых эта работа также была бы невозможна. Особую благодарность автор диссертации выражает профессору Владимиру Викторовичу Вечернину за ценные замечания, концептуальные предложения и внимательное участие в обсуждении результатов работы.

Соискатель выражает признательность за гостеприимство Санкт-Петербургского государственного университета, где выполнялась данная работа. Соискатель также благодарит сотрудников Лаборатории физики сверхвысоких энергий СПбГУ и сотрудников кафедры физики высоких энергий и элементарных частиц СПбГУ, принимавших участие в обсуждении представленных здесь результатов.

Безмерная благодарность моим маме и бабушке, которые безоговорочно в меня верили и всегда поддерживали, а также папе, который подгонял с написанием диссертации.

### **Апробация исследования.**

Основные результаты диссертационной работы были представлены на следующих научных конференциях:

1. 2019 3 - 7 June, Dubna, Russia: XIV Workshop on Particle Correlations and Femtoscopy
2. 2019 21 - 30 June, Erice, Italy: International School of Subnuclear Physics 57th Course "In Search for the Unexpected"
3. 2019 1 - 5 July, Dubna, Russia: LXIX International Conference "Nucleus-2019": Fundamental Problems of Nuclear Physics, Nuclei at Borders of Nucleon Stability, High Technologies
4. 2019 2 - 6 December, Budapest, Hungary: 19 Zimanyi school "Winter workshop on heavy ion physics"
5. 2021 20 - 25 September, SPbSU, online: LXXI International conference "NUCLEUS – 2021. Nuclear physics and elementary particle physics. Nuclear physics technologies"
6. 2022 11 - 16 July, Moscow, Russia: LXXII International conference "NUCLEUS – 2022: Fundamental problems and applications"
7. 2022 10 - 14 October, St.Petersburg, Russia: VII International Conference "Models in Quantum Field Theory"

8. 2022 24 - 28 October, Dubna, Russia: The XXVI International Scientific Conference of Young Scientists and Specialists (AYSS-2022)
9. 2022 29 November - 2 December, Moscow, Russia: The 6th International Conference on Particle Physics and Astrophysics (ICPPA-2022)
10. 2023 13 - 18 March, Luga, Russia: 55th PNPI Winter School
11. 2023 24 - 30 August, Moscow, Russia: The 21st Lomonosov Conference on Particle Physics
12. 2023 18 - 23 September, Dubna, Russia: The XXVth International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems "Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics"

Кроме того, результаты докладывались и обсуждались на семинарах Лаборатории физики сверхвысоких энергий Санкт-Петербургского государственного университета, а также на заседаниях кафедры физики высоких энергий и элементарных частиц Санкт-Петербургского государственного университета.

### **Публикации автора по теме диссертации.**

По теме диссертационной работы опубликовано 8 статей в журналах, рекомендованных ВАК РФ и/или входящих в базы данных РИНЦ, Web of Science и Scopus:

1. D. Prokhorova, V. Kovalenko, *Study of forward-backward multiplicity fluctuations and correlations with pseudorapidity*, Phys. Part. Nucl. **51** 3, 323 (2020)
2. D. Prokhorova, V. Kovalenko, *Pseudorapidity dependence of multiplicity fluctuations in the model of interacting quark-gluon strings of finite rapidity length*, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **84** 10, 1261 (2020)
3. D. Prokhorova, E. Andronov, *Role of String Fusion Mechanism in Fluctuation Studies*, Phys. Atom. Nucl. **85** 6, 1063 (2022)

4. D. Prokhorova, E. Andronov, G. Feofilov, *Interacting Colour Strings Approach in Modelling of Rapidity Correlations*, MDPI Physics **5**, 636 (2023)
5. D. Prokhorova, E. Andronov, *Study of Multiplicity and Transverse Momentum Fluctuations in the Monte-Carlo Model of Interacting Quark-Gluon Strings*, Phys. Part. Nucl. **54**, 3, 412 (2023)
6. E. Andronov, D. Prokhorova, A. Belousov, *Influence of quark–gluon string interactions on particle correlations in  $p+p$  collisions*, Theor. Math. Phys. **216**, 3, 1265 (2023)
7. D. Prokhorova, E. Andronov, *String Fusion Mechanism and Studies of Correlations*, Phys. Part. Nucl. Lett. **20**, 6, 1496 (2023)
8. D. Prokhorova, E. Andronov, *Emergent flow signal and the colour string fusion*, MDPI Physics, **6(1)**, 264 (2024)

### Основные научные результаты.

1. В разработанном теоретическом подходе, основанном на формировании в адронных столкновениях при высоких энергиях конечных по быстроте цветовых струн, получен рост сильно интенсивной переменной  $\Sigma[N_F, N_B]$  с расстоянием между быстротными интервалами F и B, в которых вычислялись множественности  $N_F$  и  $N_B$  (см. статью №1 из списка публикаций соискателя, стр. 325). Этот результат получен соискателем лично.
2. В разработанном теоретическом подходе, основанном на формировании в адронных столкновениях при высоких энергиях конечных по быстроте цветовых струн, получено убывание коэффициента корреляций  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  с расстоянием между быстротными интервалами F и B, в которых вычислялись множественности  $N_F$  и  $N_B$  (см. статью №2 из списка публикаций соискателя, стр. 1264). Этот результат получен соискателем лично.
3. Доказана аналитическая связь сильно интенсивной переменной  $\Sigma[N_F, N_B]$  с кумулянтами, факториальными кумулянтами и коэффициентом асим-

метрии распределения  $N_F - N_B$  (см. статью №4 из списка публикаций соискателя, стр. 647-650). Этот результат получен соискателем лично.

4. В разработанном теоретическом подходе, основанном на формировании в адронных столкновениях при высоких энергиях конечных по скорости цветковых струн, которые вследствие слияния образуют струнные кластеры, описаны экспериментальные псевдобыстротные распределения для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 53, 900, 13000$  ГэВ (см. статьи из списка публикаций соискателя: №3, стр. 1065, №4, стр. 643 и №8, стр. 278),  $p_T$ -спектр для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 13000$  ГэВ (см. статью №8 из списка публикаций соискателя, стр. 278) и распределения по множественности для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 900, 13000$  ГэВ (см. статьи из списка публикаций соискателя: №4, стр. 643 и №8, стр. 278). Эти результаты получены соискателем лично.
5. В разработанном теоретическом подходе, основанном на формировании в адронных столкновениях при высоких энергиях конечных по скорости цветковых струн, которые вследствие притяжения и слияния образуют струнные кластеры, описан – с учетом 3D эволюции системы струн – экспериментальный наклон  $\langle p_T \rangle - N$  корреляционной функции для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 900, 13000$  ГэВ (см. статьи из списка публикаций соискателя: №4, стр. 644 и №8, стр. 278). Этот результат получен соискателем лично.
6. В разработанном теоретическом подходе, основанном на формировании в адронных столкновениях при высоких энергиях конечных по скорости цветковых струн, которые вследствие слияния образуют струнные кластеры, имеет место ослабление  $N_F - N_B$  корреляций, выраженное в виде уменьшения значений  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  по сравнению с результатами модели с независимыми источниками (см. статьи из списка публикаций соискателя: №4, стр. 645-646, №6, стр. 1273 и №7, стр. 1497). Этот результат получен соискателем лично.
7. В разработанном теоретическом подходе, основанном на формировании в адронных столкновениях при высоких энергиях конечных по скорости

те цветковых струн, которые вследствие слияния образуют струнные кластеры, имеет место ослабление  $N_F - N_B$  корреляций, выраженное в виде уменьшения значений сильно интенсивной переменной  $\Sigma[N_F, N_B]$  по сравнению с результатами модели с независимыми источниками (см. статьи из списка публикаций соискателя: №5, стр. 415-416 и №6, стр. 1273). Этот результат получен соискателем лично.

8. В разработанном теоретическом подходе, основанном на формировании в адронных столкновениях при высоких энергиях конечных по быстроте цветковых струн, которые вследствие слияния образуют струнные кластеры, имеет место рост  $P_T - N$  корреляций, выраженный в виде увеличения значений сильно интенсивных переменных  $\Sigma[P_T, N]$  и  $\Delta[P_T, N]$  по сравнению с результатами модели с независимыми источниками (см. статьи из списка публикаций соискателя: №5, стр. 415 и №6, стр. 1274). Этот результат получен соискателем лично.
9. В разработанном теоретическом подходе, основанном на формировании в адронных столкновениях при высоких энергиях конечных по быстроте цветковых струн, которые вследствие притяжения и слияния образуют струнные кластеры, и учитывающем бусты частиц, вызванные слиянием струн, а также потери импульсов частиц в струнной среде, получен сигнал азимутальных корреляций в виде так называемого «ближнего гребня» и двухчастичных кумулянтов, качественно описывающий результаты эксперимента ATLAS для  $p + p$  взаимодействий с высокой множественностью при  $\sqrt{s} = 13000$  ГэВ (см. статью №8 из списка публикаций соискателя, стр. 280-283). Этот результат получен соискателем лично.

### **Положения, выносимые на защиту.**

1. Показано, что продольная динамика цветковых струн конечной длины по быстроте, образующихся в  $p + p$  столкновениях при высоких энергиях, меняет конфигурацию плотности струн и вносит зависящий от быстроты фоновый вклад в коэффициент корреляции множественности  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  и в сильно интенсивную переменную  $\Sigma[N_F, N_B]$ , которые измерены в раз-



несенных быстройных интервалах  $F$  и  $B$ .

2. Показано, что  $\Sigma[N_F, N_B]$ , кумулянты, факториальные кумулянты и коэффициент асимметрии распределения  $N_F - N_B$  образуют семейство величин, устойчивых к тривиальным флуктуациям, что позволяет изучать любую из них, а  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  дает дополнительную информацию о скоррелированном рождении частиц.
3. Показано, что поперечная динамика струн с учетом их притяжения и образование струнных кластеров в результате слияния формируют основу механизма, описывающего поведение корреляционной функции  $\langle p_T \rangle - N$ , наблюдаемой в  $p + p$  взаимодействиях при высоких энергиях.
4. Показано, что в отличие от свободных цветовых струн, учет кластеризации струн, ограниченных по быстрой, и их слияния существенно меняет значения корреляционных мер: уменьшает величины  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  и  $\Sigma[N_F, N_B]$  и увеличивает значения  $\Sigma[P_T, N]$  и  $\Delta[P_T, N]$ . Результаты, полученные в рамках данного нового подхода для  $p + p$  столкновений при высоких энергиях, находятся в качественном согласии с экспериментальными результатами, что делает его уверенной альтернативой механизму перецепления цвета, реализованному в генераторе событий PYTHIA.
5. Показано, что так называемый «ближний гребень» – коллимированный по азимутальному углу и протяженный по псевдобыстройности выход частиц, наблюдаемый в двухчастичной корреляционной функции в  $p + p$  событиях с высокой множественностью при высоких энергиях, может быть описан с помощью механизма слияния струн как источника буста частиц и гашения их импульсов за счет взаимодействия со струнной средой.

## ГЛАВА 1

# Упрощенная модель взаимодействующих струн, конечных по скорости

Исследование начинается с рассмотрения упрощенной модели множественного рождения частиц, основанной на концепции формирования, слияния и фрагментации цветковых струн, конечных по скорости. В этой Главе представлены методы и результаты, опубликованные в работах [89, 90].

## 1.1 Описание упрощенной модели

Разработанная модель следует одному из общепринятых подходов [49, 51] феноменологического представления сильного взаимодействия между адронами, сталкивающимися при высоких энергиях. Изначально этот подход представляется в два этапа: на первом шаге образуются продольно протяженные объекты цветкового поля, а на втором - они распадаются на наблюдаемые адроны. В данной диссертации мы вводим дополнительный этап, как в работе [31], на котором рассматривается слияние первоначально натянувшихся струн.

Для упрощения Монте-Карло расчета, мы игнорируем этап моделирования самого столкновения: в нашем подходе событие начинается с того, что некоторое количество струн уже сформировано. Таким образом, в этой первой реализации мы не обеспечиваем сохранение энергии и импульса для партонов сталкивающихся объектов, так как пренебрегаем возможным присутствием партонов, не участвующих в столкновении. Более того, мы даже не ориентируемся на то, является ли это столкновение протон-протонным с высокой множественностью или периферийным ядро-ядерным, а полагаемся лишь на общее число образовавшихся струн,  $n_{\text{str}}$ . Мы разыгрываем его из распределения Пуассона с заданным средним,  $\langle n_{\text{str}} \rangle$ , вне зависимости от энергии столкновения.

Чтобы задать первую стадию взаимодействия, необходимо определить положения источников частиц в пространстве быстрот и в поперечном координатном пространстве. Быстроты концов струн разыгрываются из равномерного распределения от  $-Y$  до  $Y$  таким образом, что один конец струны имеет положительную быстроту, а другой - отрицательную. Тем самым, струны всегда пересекают область  $y = 0$ . Предполагается, что заданные быстротные координаты струны соответствуют ее длине и положению непосредственно перед адронизацией.

Промежуточная стадия столкновения соответствует взаимодействию струн в форме слияния [68]. Оно возникает, потому что струны имеют конечный размер в поперечном измерении и, следовательно, могут перекрываться.

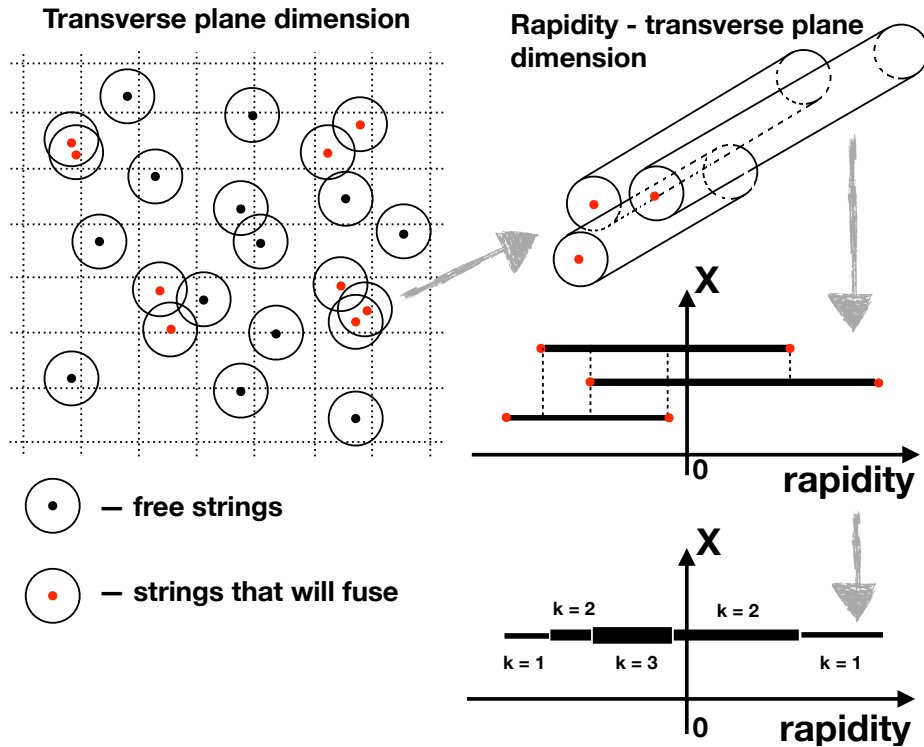
Для упрощения вычислений мы используем решеточный подход к слиянию струн [91]. В этом методе сливаются только те струны, центры которых лежат в одной ячейке сетки, нанесенной на поперечную плоскость (Рис. 1.1, верхний левый угол). Это упрощение заменяет явное вычисление площадей перекрытий струн, которые имеют сложную форму особенно при множественных пересечениях. В данной реализации мы предполагаем соответствие между поперечной площадью столкновения и поперечным размером ячейки. Таким образом, генерируется только порядковый номер ячейки, в которую попадает центр струны, что дает равномерное распределение  $n_{\text{str}}$  струн в поперечной плоскости.

Однако понятно, что эта процедура может внести некоторое искажение в картину слияния. В частности, пара струн в середине схематического изображения поперечной плоскости события (Рис. 1.1, левый верхний угол) перекрывается примерно в той же степени, что и пара в правом верхнем углу поперечной сетки (центры выделены красным). Но поскольку центры первой пары струн попадают в разные ячейки сетки, их слияние не будет учитываться, в отличие от второй пары. Возможным решением является повторное проведение моделирования с немного смещенной сеткой в поперечной плоскости, что приведет к появлению других наборов струн, которые должны сливаться. Вычисляя исследуемые величины для нескольких смещений положений сетки, можно усреднить результаты, полученные в разных конфигурациях, что позволит компенсировать погрешность от учета слияния струн, вносимую границами ячеек.

Новизна нашего подхода заключается в том, что конечная длина струн по быстроте предполагает рассмотрение 3D (трехмерной) картины слияния. А

именно: после нахождения струн, центры которых принадлежат одной и той же ячейке поперечной сетки, следуя уже известной процедуре [91], необходимо дополнительно найти их перекрытия в пространстве быстрот (см. схематическое изображение на Рис. 1.1, правый верхний угол). В проекции на ось быстроты необходимо определить степень перекрытия,  $k$ , для каждого пересечения струн (Рис. 1.1, внизу).

В этой работе учет 3D слияния струн, во-первых, меняет число источников частиц. Во-вторых, как части исходных струн, оставшиеся свободными, так и образовавшиеся струнные кластеры становятся «короче» по быстроте по сравнению с независимыми источниками (без слияния). Это схематически показано на Рис. 1.1 для некоторой локальной флуктуации плотности струн, которая приводит к слиянию этих перекрывающихся струн:  $n'_{\text{str}} = 3$  становится  $\tilde{n}'_{\text{str}} = 5$  и некоторые из них, будучи теперь струнными кластерами, имеют большее натяжение. Таким образом, учет слияния струн создает сложную взаимосвязь между укорачиванием струн по быстроте и увеличением их натяжения.



**Рис. 1.1:** Схематическое изображение разработанного подхода трехмерного слияния струн и учета степеней их перекрытия,  $k$ .

В нашем подходе используется эффективная адронизация струн: каждая струна делится по быстроте на равные части длины  $\varepsilon$ , которые испускают ча-

стицы независимо друг от друга. Частицам, рожденным из некоторой области струны  $\varepsilon$ , присваивается быстрота  $y$ , которая разыгрывается по распределению Гаусса со средним значением, равным среднему значению этой  $\varepsilon$  в абсолютных координатах быстроты, и дисперсией, также равной  $\varepsilon$ . Так мы обеспечиваем соответствие между координатами быстроты струнного отрезка и быстротами частиц, которые он испускает.

Из предположения, что кварк-глюонная струна имеет постоянную энергию цветового поля,  $\sigma_T$ , на единицу длины, следует, что свободная струна в среднем испускает  $\mu_0$  заряженных частиц на единицу быстроты. Картина усложняется, если принять во внимание слияние струн, влияющее на характеристики рождения частиц: струнный кластер длиной  $\varepsilon$  по быстроте, состоящий из  $k$  перекрывшихся струн, испускает в среднем  $\mu_k$  частиц, определенное [68] как

$$\mu_k = \mu_0 \varepsilon \sqrt{k}, \quad (1.1.1)$$

где случай с  $k = 1$  дает среднюю множественность для интервала быстроты  $\varepsilon$  свободной струны.

В данной диссертации мы, следуя [92], предполагаем, что число частиц от одной струны подчиняется распределению Пуассона. Дело в том, что распределение Пуассона хорошо описывает распределение множественности в  $e + e^-$  аннигиляции без жестких процессов, где, как считается, образуется одна струна [93]. Примечательно, что использование распределения числа частиц по Пуассону от  $\varepsilon$  кусочков струны обеспечит нам итоговое распределение множественности от одной струны также по этому закону [94]. Отметим, что, если в каждом  $p + p$  взаимодействии (также без жестких процессов) образуется одинаковое количество свободных (не сливающихся) струн, каждая из которых дает Пуассоновский вклад в множественность в событии, то распределение событий по множественности будет совпадать с распределением Пуассона. В нашем подходе мы учитываем слияние струн, но не меняем тип распределения: число частиц от кластера  $k$  струн будет также соответствовать распределению Пуассона, однако с другим средним (см. Ур. (1.1.1) для  $\varepsilon$  интервала). Однако тот факт, что число струн флуктуирует от события к событию, а также то, что мы учитываем конечность струн по быстроте и их 3D слияние, приводит к флуктуациям числа кластеров струн и степеней их перекрытий с быстротой. Таким образом,

свертка этих распределений с распределением Пуассона от каждого источника частиц модифицирует итоговое распределение по множественности в модели.

Учитывая все вышесказанное, мы разыгрываем число частиц,  $N_\varepsilon$ , рожденных отрезком струны  $\varepsilon$ , из распределения Пуассона со средним  $\mu_k$  из Ур. (1.1.1). Тогда число частиц,  $N_i$ , рожденных  $i$ -ой струной, равно сумме чисел частиц, рожденных  $\varepsilon$  отрезками струны

$$N_i = \sum_{\varepsilon} N_\varepsilon. \quad (1.1.2)$$

Множественность в событии,  $N_{\text{ch}}$ , складывается из вкладов от всех источников частиц в событии,  $\tilde{n}_{\text{str}}$ , включая свободные струны и струнные кластеры

$$N_{\text{ch}} = \sum_{i=1}^{\tilde{n}_{\text{str}}} N_i. \quad (1.1.3)$$

В этом подходе мы не вводим ближние корреляции: частицы, рожденные одной струной, нескоррелированы по быстроте, в отличие от того, как это было сделано, например, в работе [95]. Здесь наша цель, наоборот, состоит в том, чтобы отдельно оценить влияние образования конечных по быстроте струн на корреляционные меры. Также, чтобы явно увидеть влияние слияния струн, результаты расчетов представлены для двух вариантов: со свободными струнами (когда перекрытия струн игнорируются) и со слиянием струн.

## 1.2 Результаты упрощенной модели

Чтобы оценить предсказания предложенной упрощенной модели с конечными по быстроте струнами, а также их слиянием, мы вычислили корреляционные и флуктуационные переменные, определенные для множественностей, измеренных в быстройных интервалах в передней и задней полусферах. Расчеты были проведены для одного миллиона сгенерированных событий.

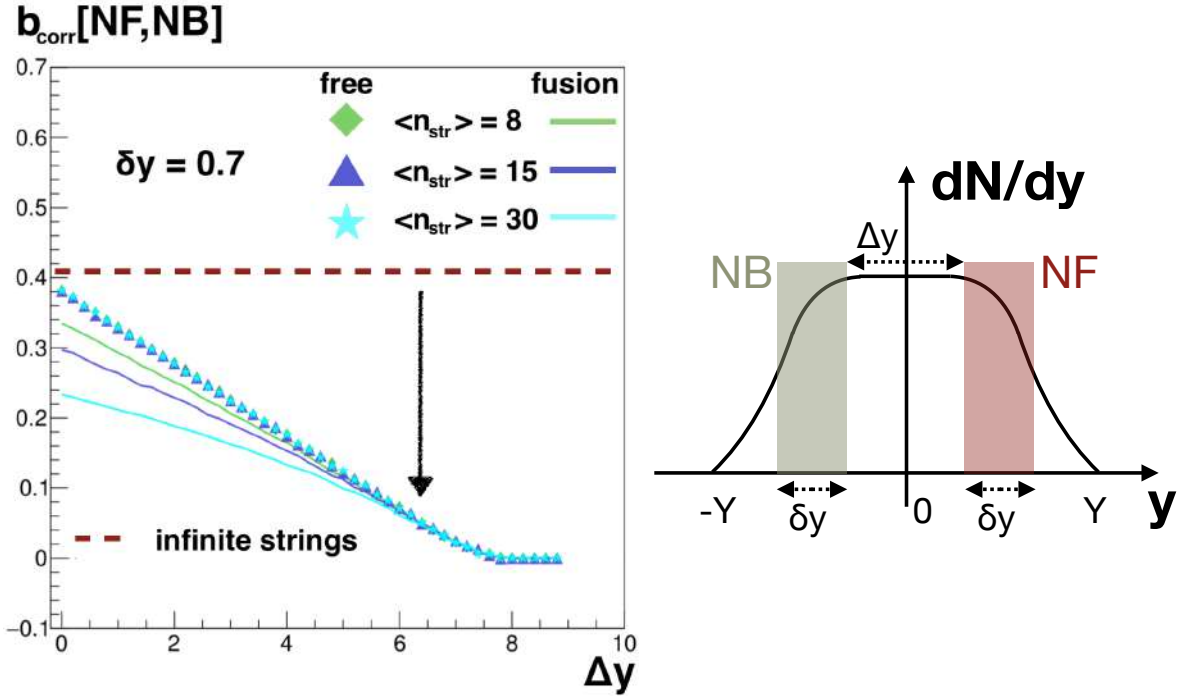
### 1.2.1 Коэффициент корреляции $N_F$ - $N_B$

В представленном подходе был получен результат для коэффициента корреляции  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ , Ур. (0.0.6), как функции расстояния  $\Delta y$  между интервалами быстроты в передней и задней полусферах (F-B) шириной  $\delta y = 0.7$ , где вычислялись множественности  $N_F$  и  $N_B$ .

На Рис. 1.2, слева, показаны результаты модельных расчетов для различных рассматриваемых конфигураций: (i) бесконечные свободные (фрагментирующие независимо) струны (пунктирная коричневая линия), (ii) свободные струны, ограниченные по быстроте (закрашенные символы) и (iii) струны, ограниченные по быстроте с учетом слияния (сплошные линии). Цветами и символами обозначены результаты, рассчитанные при различной плотности струн: для каждого события из распределения Пуассона со средним  $\langle n_{\text{str}} \rangle$ , указанным в легенде, разыгрывается число струн на поперечной области одного и того же размера. На Рис. 1.2, справа, представлены обозначения для графиков на Рис. 1.2, слева:  $\Delta y$  - быстрое промежуток между F-В окнами ширины  $\delta y$ , где вычислялись множественности  $N_F$  и  $N_B$ ;  $\Delta y$  можно варьировать, что позволяет анализировать распределение множественности заряженных частиц по быстроте,  $dN/dy$ , как функцию от  $y$ .

Для бесконечных свободных струн (Рис. 1.2, слева, пунктирная коричневая линия) значение  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B] \approx 0.4$  постоянно с  $\Delta y$ . Это связано с тем, что в модели отсутствуют механизмы формирования ближних корреляций, вклад которых зависел бы от расстояния по быстроте между измеренными  $N_F$  и  $N_B$ . В свою очередь, дальнедействующий вклад в  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  определяется исключительно флуктуациями числа струн,  $n_{\text{str}}$ , которые рождают частицы в F-В интервалах и для бесконечных струн не зависит от  $y$ -зазора.

Наши результаты для конечных свободных струн (символы) начинаются на одном уровне для всех  $\langle n_{\text{str}} \rangle$ : около  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B] \approx 0.4$  при  $\Delta y = 0$ . Это связано с тем, что все струны пересекают область  $y = 0$  и испускают частицы как в переднее, так и в заднее окна при  $\Delta y = 0$ . Небольшое отклонение (около 0.02) от уровня бесконечных струн возникает из-за пограничных эффектов, вызванных конечным разбиением струн по быстроте ( $\varepsilon$ ). Другая особая область на этом графике начинается при  $\Delta y \sim 8$ , что соответствует максимальному  $y$ -зазору между F-В окнами, после которого распределение частиц по быстроте,  $dN/dy$  (для которого ширина 8 была произвольно выбрана), заканчивается. Здесь корреляция равна нулю для любого среднего числа струн. Между двумя предельными случаями ( $\Delta y = 0$  и  $\Delta y \approx 8$ ) наблюдается монотонное уменьшение  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ , поскольку число струн, испускающих частицы одновременно в F-В окна, уменьшается с увеличением расстояния между ними. Таким обра-



**Рис. 1.2:** Слева: Результаты модельных расчетов для коэффициента корреляции  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ , определенного для множественностей  $N_F$  и  $N_B$ , измеренных в переднем и заднем (F-B) интервалах быстроты шириной  $\delta y = 0.7$ , разделенных изменяющимся промежутком  $\Delta y$ . Коричневой пунктирной линией показан референсный результат для модели со струнами, бесконечными по быстрой. Символы (линии) обозначают значения  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ , вычисленные для свободных (слившихся) струн со средним числом струн в событии, равным 8 (зеленый, ромбы), 15 (синий, треугольники) и 30 (голубой, звезды). Справа: схематическое изображение определения окон вперед-назад (F-B) поверх нарисованного от руки распределения частиц по быстрой,  $dN/dy$ : множественности  $N_F$  и  $N_B$  измерены в интервалах быстроты вперед (темно-красная область) и назад (темно-зеленая область) шириной  $\delta y$ , симметрично разнесенных вокруг  $y = 0$  на расстояние  $\Delta y$ .

зом, для свободных струн значения  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  почти не зависят от  $\langle n_{\text{str}} \rangle$  и совпадают (ромбы, треугольники, звезды).

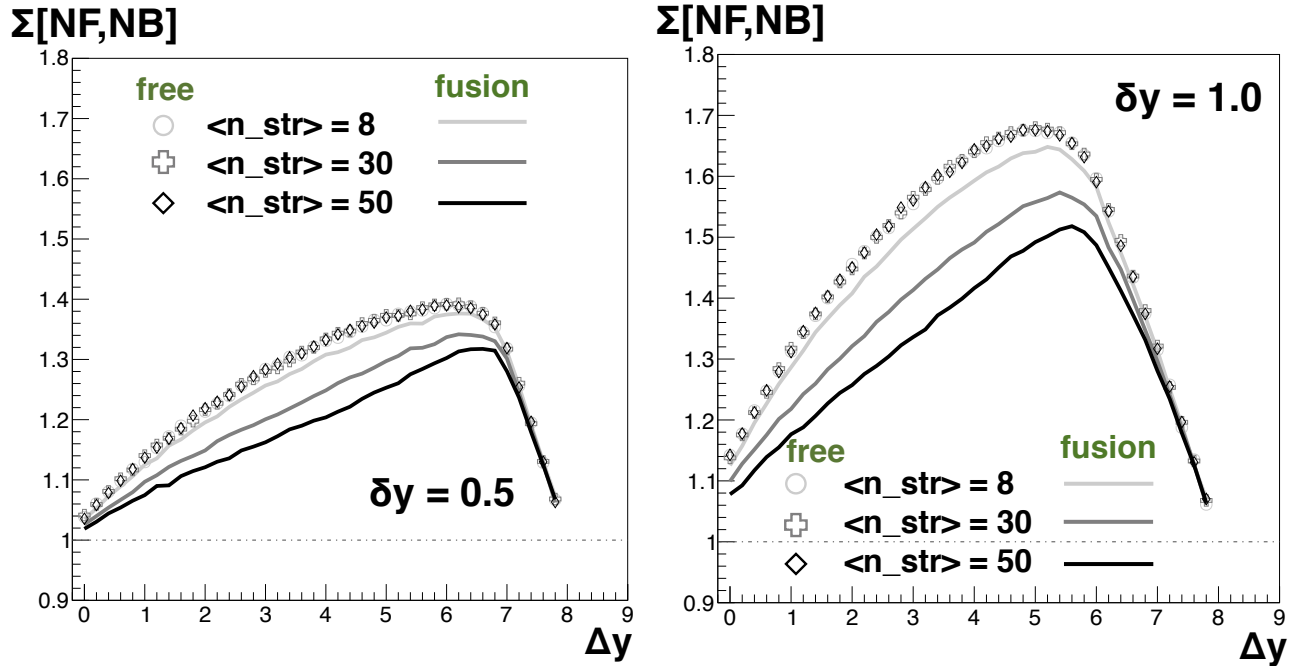
Однако, если рассматривать слияние струн, то ситуация противоположная. Значения  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  расходятся уже при  $\Delta y = 0$ : чем выше плотность струн, тем чаще происходит слияние, тем меньше корреляция. Это согласуется с результатами, полученными в работе [96], где рассматривается модель с бесконечными струнами и ближними быстройными корреляциями, введенными для частиц от одной струны. Там аналогичное уменьшение  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  объясняется за счет уменьшения корреляционной длины с ростом натяжения струны, которое происходит из-за слияния струн. В представленном здесь подходе подобное



поведение  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  вызвано совершенно иными причинами и объясняется уменьшением вклада дальних корреляций. Наиболее сильный эффект от слияния наблюдается в области нулевых быстрот, где плотность струн наибольшая для любого  $\langle n_{\text{str}} \rangle$ , и он постепенно сходит на нет, когда раздвигающиеся F-B окна достигают границ распределения частиц по быстройте  $dN/dy$ .

### 1.2.2 Сильно интенсивная переменная и $N_F$ - $N_B$ флуктуации

Другой мерой корреляций и флуктуаций множественностей  $N_F - N_B$  является сильно интенсивная величина  $\Sigma[N_F, N_B]$ , Ур. (0.0.7). На Рис. 1.3 показана зависимость  $\Sigma[N_F, N_B]$  от расстояния между F-B окнами (то же определение, что и на Рис. 1.2, справа) ширины  $\delta y = 0.5$  (слева) и  $\delta y = 1.0$  (справа). Значения  $\Sigma[N_F, N_B]$  растут с шириной быстрогого окна  $\delta y$  (Рис. 1.3).



**Рис. 1.3:** Результаты модельного расчета сильно интенсивной величины  $\Sigma[N_F, N_B]$ , определенной для множественностей  $N_F$  и  $N_B$ , измеренных в передней и задней быстройных областях шириной  $\delta y$ , разделенных варьирующимся промежутком  $\Delta y$ . Пустые символы (линии) представляют значения  $\Sigma[N_F, N_B]$ , рассчитанные для свободных (слившихся) струн со средним числом струн в событии, равным 8 (светло-серый, круги), 30 (серый, кресты) и 50 (темно-серый, ромбы). **Слева:**  $\delta y = 0.5$ , **Справа:**  $\delta y = 1.0$  (см. схематическое изображение определения окон вперед-назад поперек распределения  $dN/dy$  на Рис. 1.2, справа).

В разработанном упрощенном подходе значения  $\Sigma[N_F, N_B]$  для свободных

струн совпадают при различной плотности струн (разное  $\langle n_{\text{str}} \rangle$ ). Это подтверждает свойство сильной интенсивности  $\Sigma[N_F, N_B]$  для независимых источников частиц:  $\Sigma[N_F, N_B]$  не зависит ни от объема системы (среднего числа струн), ни от его флуктуаций от события к событию (фактическое число струн находится для каждого события из распределения Пуассона с заданным средним, а, значит, флуктурует).

Для обоих модельных режимов (свободные струны и слияние струн)  $\Sigma[N_F, N_B]$  начинается с единицы при  $\Delta y = 0$  и растет с  $\Delta y$  (см. следующий раздел). При больших  $\Delta y$  резкое уменьшение графика  $\Sigma[N_F, N_B]$  соответствует границам распределения  $dN/dy$ , которые достигаются быстротными окнами, в которых измеряются множественности  $N_F$  и  $N_B$ . Таким образом, при больших  $\Delta y$  все меньше частиц попадает в F-B окна, что соответствует пуассоновскому распределению множественностей  $N_F$  и  $N_B$ , для которого  $\Sigma[N_F, N_B]$  по определению равна единице [97].

С учетом слияния струн значения  $\Sigma[N_F, N_B]$  расщепляются: чем выше плотность струн, тем чаще происходит их слияние, тем меньше значения  $\Sigma[N_F, N_B]$  (Рис. 1.3, сплошные линии разной яркости). Таким образом, слияние струн нарушает свойство сильной интенсивности  $\Sigma[N_F, N_B]$ . Такой же вывод был ранее получен в модели с бесконечными струнами и корреляцией между частицами от одной струны [96].

Этот результат показывает преимущество изучения  $\Sigma[N_F, N_B]$ , поскольку, с одной стороны, она по построению исключает вклад от тривиальных флуктуаций (в данной модели это флуктуации числа струн). С другой стороны,  $\Sigma[N_F, N_B]$  оказывается чувствительной к типам источников частиц (различные степени перекрытия струн и образование струнных кластеров в результате слияния). Таким образом, изучая поведение  $\Sigma[N_F, N_B]$ , можно получить более надежные результаты при исследовании флуктуаций множественности и, одновременно, извлечь ценную информацию об источниках частиц.

В целом, полученная зависимость  $\Sigma[N_F, N_B]$  от  $\Delta y$  согласуется с результатами в модели с бесконечными струнами и ближними корреляциями [98]. Однако наш подход показывает, что источником роста  $\Sigma[N_F, N_B]$  с  $\Delta y$ , как это было отмечено и для убывания  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  с  $\Delta y$ , могут быть и дальние корреляции, которые возникают из-за флуктуаций числа конечных по быстроте струн, ис-

пускающих частицы в переднюю и заднюю полусферы. Это говорит о том, что эти два подхода нужно рассматривать как взаимодополняющие.

### 1.3 Обсуждение

В разработанной упрощенной модели взаимодействующих струн, конечных по быстрой, полученное поведение корреляций и флуктуаций множественности вперед-назад с  $\Delta y$  качественно совпадает с опубликованными экспериментальными данными эксперимента ALICE на БАК, а именно имеют место:

1. постепенное уменьшение  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  с увеличением зазора  $\Delta y$  между F-В окнами по быстрой [99],
2. постепенный рост  $\Sigma[N_F, N_B]$  с увеличением зазора  $\Delta y$  между F-В окнами по быстрой [100].

Этот результат представляет особый интерес, поскольку в моделях с бесконечными по быстрой струнами такое поведение  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  и  $\Sigma[N_F, N_B]$  с  $\Delta y$  может быть получено только при введении в модель ближних корреляций [96]. Их влияние ослабевает с  $\Delta y$ , в то время как вклад дальних корреляций полностью определяется количеством струн, частицы от которых попадают в F-В окна [56], и, таким образом, не зависит от  $\Delta y$  в этих моделях.

В разработанном подходе, напротив, такое же поведение было получено в простейшем сценарии без введения ближних корреляций, но с флуктуирующим числом струн, испускающих частицы в быстротные F-В окна.

Таким образом, можно сделать вывод, что важно учитывать как ближние корреляции, которые были смоделированы, например, в работе [95], так и начальные условия, которые рассматриваются в этой модели, например, струны малой длины и/или сдвинутые относительно нулевой быстрой, поскольку эти два механизма оказывают схожее влияние на  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  и  $\Sigma[N_F, N_B]$ , а, значит, их вклады не могут быть легко отличены.

Сравнение результата для  $\Sigma[N_F, N_B]$  со слиянием струн в нашей модели с конечными струнами [89, 90] и в моделях с бесконечными по быстрой струнами и ближними корреляциями [95, 96] делает еще более предпочтительным

рассмотрение струн конечной длины по быстроте для дальнейших исследований. Дело в том, что при учете слияния струн в моделях с бесконечными по быстроте струнами и ближними корреляциями [95],  $\Sigma[N_F, N_B]$  теряет свойство сильно интенсивности и начинает зависеть от плотности струн и образования струнных кластеров [96]. При этом значения  $\Sigma[N_F, N_B]$  при слиянии струн в этих моделях [95, 96] увеличиваются по сравнению с результатами для свободных струн. Это наблюдение подтверждается результатом ALICE для неупругих  $p + p$  взаимодействий [101]:  $\Sigma[N_F, N_B]$  растет с «центральнойностью» (множественностью частиц).

С другой стороны, в разработанной нами модели результат обратный:  $\Sigma[N_F, N_B]$  уменьшается со слиянием струн (см. Рис. 1.3). Это утверждение может быть подтверждено наблюдаемым уменьшением  $\Sigma[N_F, N_B]$  с ростом центральности, также измеренным ALICE, но в  $A + A$  столкновениях [100]. Таким образом, можно предположить, что учет образования «коротких» струн в ядро-ядерных столкновениях компенсирует увеличение  $\Sigma[N_F, N_B]$  за счет слияния струн и ближних корреляций. В результате можно надеяться, что суммарный эффект на  $\Sigma[N_F, N_B]$  в столкновениях  $A + A$  даст поведение  $\Sigma[N_F, N_B]$ , совпадающее с его экспериментальной зависимостью от центральности: уменьшение значений  $\Sigma[N_F, N_B]$  для более центральных  $A + A$  событий. Это правдоподобный сценарий, поскольку в  $A + A$  столкновениях образование струн между морскими кварками (более коротких, чем между валентными партонами) будет усилено по сравнению с  $p + p$  столкновениями.

Таким образом, первая оценочная часть диссертации показала перспективность использования модели взаимодействующих струн, конечных по быстроте, для описания корреляционных данных в адронных столкновениях при высоких энергиях. Для детальной проработки механизмов образования струн необходимо сначала оценить применимость такой модели к описанию протон-протонных взаимодействий и только потом переходить к ядро-ядерным столкновениям.

## ГЛАВА 2

## Улучшенная модель взаимодействующих струн, конечных по быстроте, учитывающая поперечную и продольную струнную динамику

Первая оценка показала (см. Главу 1), что феноменологическая модель множественного рождения частиц цветовыми струнами конечной длины в пространстве быстрой дает результаты, качественно согласующиеся с экспериментальными данными. Кроме того, модель оказалась перспективным инструментом для применения к описанию ядро-ядерных столкновений. Однако мы решили продолжить развитие нашего подхода, сосредоточившись непосредственно на описании протон-протонных столкновений при высоких энергиях, чтобы более детально рассмотреть механизм образования цветовых струн. В этой Главе представлены результаты, опубликованные в работах [102, 103] и полученные в рамках расширенной модели, механизмы динамики и взаимодействия струн которой последовательно развивались и проверялись в наших исследованиях [104, 105, 106].

### 2.1 Описание $p + p$ взаимодействий в терминах мультипомеронного обмена

В этой Главе мы рассматриваем неупругие  $p + p$  взаимодействия в рамках подхода обмена померонами. Каждый померон представляется цилиндрической диаграммой Фейнмана [43, 44, 45]. Неразрезанные диаграммы вносят вклад в упругое сечение, в то время как унитарный разрез каждого цилиндра дает две цветовые струны [30], которые фрагментируют в наблюдаемые частицы. Более того, при высоких энергиях преобладают диаграммы множественных параллельных обменов померонами.

Таким образом, в этом подходе мы заменяем произвольное число струн в событии (как это было реализовано в упрощенной модели, представленной в Главе 1) на число струн,  $n_{\text{str}}$ , возникающих из обмена некоторым числом померонов,  $n_{\text{pom}}$ , определенное как

$$n_{\text{str}} = 2n_{\text{pom}}. \quad (2.1.1)$$

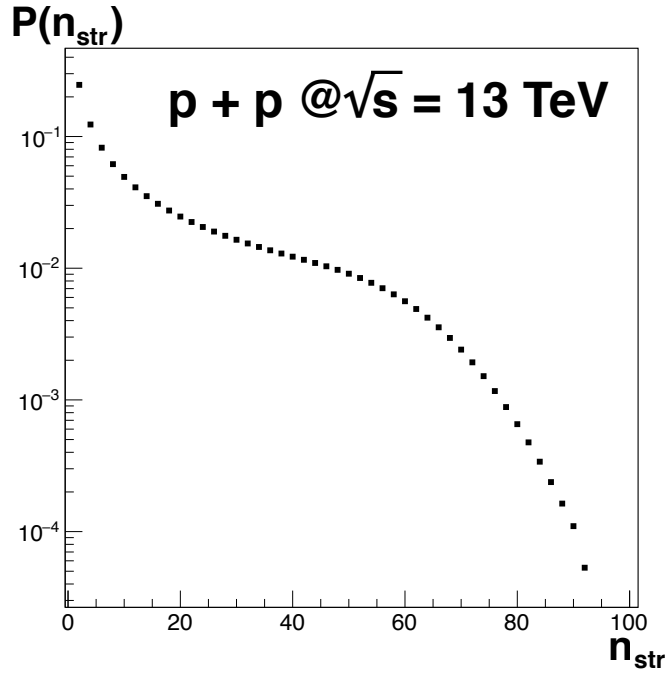
В работе [107] было показано, что в естественном предположении о гауссовском распределении в поперечной плоскости партонов внутри протона можно вычислить вероятность партон-партонного взаимодействия, которую можно интерпретировать как вероятность образования струны. Полученное распределение по числу обменов померонами совпадает (в пренебрежении трехпомеронными вершинами) с параметризацией теории Редже [57]

$$P(n_{\text{pom}}) = A(z) \frac{1}{zn_{\text{pom}}} \left( 1 - \exp(-z) \sum_{l=0}^{n_{\text{pom}}-1} \frac{z^l}{l!} \right), \quad (2.1.2)$$

где  $z = \frac{2C\gamma s^\Delta}{R^2 + \alpha' \ln s}$ ,  $C = 1.5$  - квазиэйконоальный параметр, связанный с дифракционной диссоциацией налетающих адронов на частицы с малыми массами,  $\Delta = \alpha(0) - 1 = 0.2$  - отличие интерсепта траектории померона,  $\alpha(0)$ , от единицы,  $\gamma = 1.035 \text{ ГэВ}^{-2}$  и  $R^2 = 3.3 \text{ ГэВ}^{-2}$  характеризуют связь траектории померона с начальными адронами, наклон траектории померона  $\alpha' = 0.05 \text{ ГэВ}^{-2}$ ,  $s$  - квадрат энергии столкновения в системе центра масс,  $A(z)$  - нормировочный коэффициент. На Рис. 2.1 представлен пример распределения событий по числу струн,  $n_{\text{str}}$ , полученный с этими параметрами при  $\sqrt{s} = 13 \text{ ТэВ}$ . Видно, что число цветковых струн, образующихся в  $p + p$  столкновениях, может достигать впечатляющих значений.

В данной диссертации значения параметров, перечисленных выше и представленных в Ур. (2.1.2), были взяты из работы [108]. В этом исследовании они были найдены путем сопоставления расчетов с данными по распределениям множественности и сечениям в предположении, что струны, первоначально образовавшиеся в событии, могут в разной степени перекрываться и сливаться, образуя струнные кластеры с измененными характеристиками фрагментации, что изменяет модельную множественность.

Это отличается от другого подхода, использованного в работе [109], где слияние струн эффективно учитывается уже в момент их формирования. Поэтому в



**Рис. 2.1:** Модельное распределение событий по числу струн,  $P(n_{str})$ , для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ.

работе [108] определяется число свободных струн, а в работе [109] - число струнных кластеров. Значения параметров, которые нужно подставить в Ур. (2.1.2) для этих двух методов, будут отличаться, но оба они должны описывать одно и то же распределение по множественности заряженных частиц,  $P(N_{ch})$ , соответствующее данным. Мы придерживаемся первого подхода, который позволяет проследить трехмерную эволюцию плотности струн до их слияния и, таким образом, учесть дополнительную динамику струн.

Таким образом, в нашем подходе протон не состоит только из одной пары кварка и дикварка. Более того, в неупругом  $p + p$  взаимодействии образуется не только две струны, то есть мы отходим от конституентной картины. Вместо этого мы принимаем во внимание многопартонные конфигурации протонов, задаваемые морскими кварками, чьи независимые и одновременные взаимодействия приводят к обмену некоторым числом померонов в событии.

Это усложнение обязывает нас следить за выполнением закона сохранения энергии и импульса для партонов, образующих протон.

### 2.1.1 Партонный состав протонов и образование струн

В этой Главе мы рассматриваем только струны, натянутые между валентными и морскими кварками (антикварками) сталкивающихся протонов, а дикварки не рассматриваются. Кроме того, мы не учитываем партон-наблюдатели, фрагментация которых происходила бы без образования продольных струн. Поэтому предполагается, что число партонов в каждом из сталкивающихся протонов,  $n_{\text{part}}$ , равно начальному числу струн,  $n_{\text{str}}$ , которые должны образоваться в событии в соответствии с Ур. (2.1.1).

Это важнейшая задача: необходимо сформировать два сталкивающихся протона с заданным числом партонов, с одной стороны, соблюдая законы сохранения энергии и импульса, а с другой - сохраняя функции распределения партонов (PDFs) неиспорченными. Для выполнения этих требований в Монте-Карло подходе был разработан и использован алгоритм перестановок партонов (см. Приложение А).

После того как обширный набор протонов с правильно подобранными партонами создан, мы переходим к формированию заданного числа струн в событии, Ур. (2.1.1). Струна должна быть натянута между двумя случайно выбранными партонами, принадлежащими двум случайно выбранным протонам (но с заданным числом партонов, равным числу струн в событии). Однако подобранная струна берется в расчет только в том случае, если ее энергии достаточно для распада хотя бы на два пиона в состоянии покоя [110]

$$\sqrt{s x_1 x_2} \geq 2m_\pi, \quad (2.1.3)$$

где  $x_1$  и  $x_2$  - доли импульсов протонов, которые переносятся партонами, образующими струну,  $m_\pi$  - масса пиона. Дополнительное условие заключается в том, что все партонны из двух сталкивающихся протонов должны образовывать такие струны. В противном случае необходимо искать другую случайную пару протонов.

Таким образом, на этом этапе модели событие представляется числом параллельных струн, натянутых между парами партонов сталкивающихся протонов.



## 2.2 Частичное восстановление киральной симметрии в присутствии цветовой струны

В общем случае цветовой конфайнмент в КХД, неабелевой калибровочной теории, представляется как возникновение цветового поля между двумя цветовыми зарядами, заключенного в трубку конечного поперечного размера [111]. Однако некоторые результаты расчетов в решеточной КХД показывают, что присутствие цветовой струны изменяет вакуум КХД. Например, оказалось, что коррелятор между кварк-антикварковым киральным конденсатом,  $\langle q\bar{q} \rangle$ , и петлей Вильсона,  $W$ , не является константой в зависимости от расстояния от струны в поперечной плоскости [112]. Действительно, только на больших расстояниях  $\langle q\bar{q} \rangle$  и  $W$  становятся некоррелированными, что означает отсутствие влияния струны. В то же время в окрестности струны значения корреляционной функции уменьшаются, что указывает на частичное восстановление киральной симметрии в этой области пространства.

В данной диссертации мы следуем подходу, развитому в работах [59, 60], где авторы интерпретируют эти решеточные результаты, Ур. (2.2.1), слева, как влияние скалярного поля, созданного облаком  $\sigma$ -мезонов, Ур. (2.2.1), справа, которое окружает струну в поперечной плоскости и создает потенциал Юкавы

$$\frac{\langle q\bar{q}(r_{\perp})W \rangle}{\langle q\bar{q} \rangle \langle W \rangle} = 1 - K_0(m_{\sigma}\widetilde{r}_{\perp}), \quad (2.2.1)$$

где  $\widetilde{r}_{\perp} = \sqrt{r_{\perp}^2 + s_{\text{str}}^2}$  - регуляризованное расстояние в поперечной плоскости,  $r_{\perp}$  - двумерное расстояние между парой струн,  $s_{\text{str}} = 0.176$  фм [59] - истинная толщина струны, которая отличается от эффективной толщины, являющейся результатом квантовых флуктуаций,  $K_0$  - нулевая модифицированная функция Бесселя второго рода, соответствующая массивному скалярному пропагатору в двух измерениях, и  $m_{\sigma} = 0.6$  ГэВ [59] - масса  $\sigma$ -мезона, который предлагается в качестве переносчика силы между струнами.

В такой парадигме возникает взаимодействие струн в созданном потенциале Юкавы, что приводит к нерелятивистскому притяжению между ними, подобному ядерным силам [60]. Задача является двумерной, поскольку струны рассматриваются бесконечными по быстроте, а взаимодействие между ними проявляется только в поперечном измерении.

Авторы утверждают [59], что этот эффект притяжения наиболее выражен при высоких плотностях струн и может привести к их схлапыванию в многострунную компактную конфигурацию. Более того, при некоторой достаточной плотности струн внутри этой области возможно полное восстановление киральной симметрии и, таким образом, образование КГП.

В этой диссертации мы заинтересованы в том, чтобы выяснить, можно ли рассматривать такое струнное притяжение как эффективное формирование начальных условий в событии: образование сложного поперечного распределения плотности струн перед адронизацией.

### 2.3 Поперечная эволюция струнной плотности за счет притяжения струн

В данной диссертации предполагается, что притягивающее взаимодействие между струнами происходит сразу после их формирования. Таким образом, в событии сначала реализуется поперечная динамика струн, определяемая их притяжением, и только после этого учитывается слияние некоторых из них.

Нерелятивистские уравнения движения, Ур. (2.3.1), для всех струн в событии определяются двумерным взаимодействием Юкавы [59] и рассматриваются как движение двумерного газа частиц

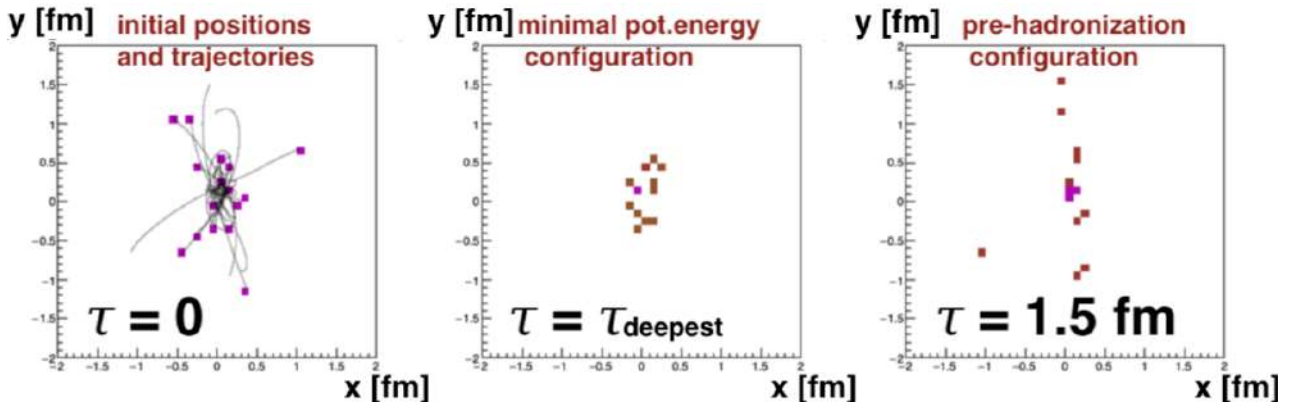
$$\ddot{\vec{r}}_i = \sum_{j \neq i} \vec{f}_{ij} = 2m_\sigma (g_N \sigma_T) \sum_{j \neq i} \frac{\vec{r}_{ij}}{\tilde{r}_{ij}} K_1(m_\sigma \tilde{r}_{ij}), \quad (2.3.1)$$

где  $\vec{r}_{ij}$  и  $\tilde{r}_{ij}$  соответствуют  $r_\perp$  и  $\widetilde{r}_\perp$  из Ур. (2.2.1). Индексы  $i$  и  $j$  указывают на то, что величины построены для  $i$ -ой и  $j$ -ой струн,  $g_N \sigma_T = 0.2$  - константа самодействия струн в единицах натяжения струны [60],  $K_1$  - первая модифицированная функция Бесселя второго рода. Струны считаются движущимися как единое целое в соответствии с Ур. (2.3.1). Это упрощение предполагает отсутствие изгибов (kink), которые, например, учитываются в генераторе событий PYTHIA [36] и влияют на струнные характеристики (например, меняя  $p_T$  спектр испускаемых частиц).

Чтобы решить Ур. (2.3.1), необходимо задать начальные условия и ограничить время эволюции системы для перехода в конечное состояние.

Начальные координаты центров струн в поперечной плоскости (Рис. 2.2, слева) разыгрываются по двумерному распределению Гаусса шириной 0.5 (параметр модели, учитывающий площадь поперечного сечения протона). Это упрощение сокращает время работы программы: вместо того, чтобы применять глауберовский подход на партонном уровне и искать, какие партоны столкнутся и образуют струны, мы предполагаем, что в событии уже создана некоторая конфигурация струн, и сразу задаем их координаты. Именно последующее движение струн в соответствии с системой Ур. (2.3.1) и усложнит эту картину.

Под действием притяжения Юкавы согласно Ур. (2.3.1) струны сближаются, пролетают друг сквозь друга (т.к. на данном этапе мы пренебрегаем поверхностным натяжением струны [113]), замедляются, останавливаются и начинают двигаться в противоположных направлениях (на Рис. 2.2, слева, изображены начальные положения центров струн (квадраты) и их траектории (линии)). Таким образом, струны колеблются в поперечной плоскости подобно маятнику, и время  $\tau$ , через которое эволюция системы согласно Ур. (2.3.1) будет остановлена, существенно влияет на конечную плотность струн. В этой части диссертации мы проверяем два сценария.



**Рис. 2.2:** Двумерная гистограмма плотности струн в поперечной плоскости  $X - Y$  для события с 16 струнами: **Слева:** начальные положения центров струн (фиолетовые квадраты) и траектории их движения в соответствии с Ур. (2.3.1) (серые линии); **В центре:** конфигурация струн через время  $\tau_{\text{deepest}}$ , соответствующее минимуму потенциальной энергии системы струн; **Справа:** конфигурация струн через  $\tau = 1.5$  фм, что является условным временем адронизации струны.

В первом сценарии система струн заморожена в условное время (одинаковое для всех событий) до начала фрагментации,  $\tau = 1.5$  фм [59] (Рис. 2.2, справа).

Во втором случае топология системы фиксируется в момент  $\tau_{\text{deepest}}$  - время, которое меняется от события к событию (Рис. 2.2, в центре). Это время, необходимое поперечной конфигурации струн для достижения глобального минимума потенциальной энергии, эволюционируя в соответствии с Ур. (2.3.1). Таким образом,  $\tau_{\text{deepest}}$  зависит не только от начальных поперечных положений струн, но и от числа струн. Стоит также подчеркнуть, что при  $\tau = 1.5$  фм получается более разреженная система, а при  $\tau_{\text{deepest}}$  плотность струн максимальна.

Важно отметить, что для некоторых конфигураций струн минимум потенциальной энергии системы достигается только при  $\tau > 1.5$  фм. В этом случае мы используем  $\tau = 1.5$  фм для поперечной эволюции струнной системы, чтобы  $\tau_{\text{deepest}}$  не превышало типичного времени адронизации струны [59].

## 2.4 Продольная динамика конечных по быстроте струн

В этой реализации модели учитывается продольная динамика конечных по быстроте струн, в отличие от статичных источников частиц в Главе 1.

Задача поиска импульса партонов,  $p_{\text{part}}$ , (см. раздел 2.1.1) решалась для того, чтобы можно было найти значения начальных положений концов струн по быстроте,  $y_{\text{init}}^{\text{part}}$ , как

$$y_{\text{init}}^{\text{part}} = \sinh^{-1} \left( \frac{p_{\text{part}}}{m_{\text{part}}} \right), \quad (2.4.1)$$

где  $p_{\text{part}} = x_i p_{\text{beam}}$ ,  $p_{\text{beam}} = \sqrt{s/4 - m_p^2}$  - импульс пучка протонов,  $x_i$  - доля импульса протона, переносимая  $i$ -м партоном (см. Приложение А),  $m_p = 0.938$  ГэВ,  $m_{\text{part}}$  - масса партона на конце струны. Вместо  $m_{\text{part}}$  мы подставляем массу глюонного облака,  $m_{\text{gcloud}}$ , (см. Приложение А) или токовые массы кварков:  $m_u = 0.0022$  ГэВ,  $m_d = 0.00479$  ГэВ,  $m_s = 0.095$  ГэВ и  $m_c = 1.275$  ГэВ для кварков  $u$ ,  $d$ ,  $s$  и  $c$ , соответственно.

Однако натяжение струны,  $\sigma_T$ , замедляет массивные партоны, разлетающиеся в противоположные стороны с импульсом  $p_{\text{part}}$  согласно

$$dp_{\text{part}}/dt = -\sigma_T, \quad (2.4.2)$$

где сделано пренебрежение слагаемым кулоновского типа в Ур. (0.0.1). В результате начальная быстрота конца струны,  $y_{\text{init}}^{\text{part}}$ , должна быть уменьшена [114] на

величину

$$y_{\text{loss}}^{\text{part}} = \cosh^{-1} \left( \frac{\tau^2 \sigma_T^2}{2m_{\text{part}}^2} + 1 \right), \quad (2.4.3)$$

где  $\tau$  - это время, за которое происходит продольная эволюция струны.

Сделаем важное замечание: значение времени эволюции  $\tau$ , подставляемое в Ур. (2.4.3), изменяет не только длину струн, но и их положение относительно нулевой быстроты. Это происходит из-за того, что  $y_{\text{loss}}^{\text{part}}$  действует на каждый конец струны отдельно и зависит от массы партонa. Поэтому после учета изменения длины струны, или, другими словами, вычитания  $y_{\text{loss}}^{\text{part}}$  из  $y_{\text{init}}^{\text{part}}$ , некоторые струны могут оказаться полностью лежащими в одной (передней или задней) полусфере. В этом случае уже не верно, что все струны пересекают  $y = 0$ , как предполагалось в Главе 1. Следовательно, некоторые результаты, касающиеся зависимости корреляционных величин от быстроты, могут измениться.

На этом шаге нашего подхода присутствует некоторый произвол в выборе  $\tau$ . Идея состоит в том, чтобы синхронизировать продольную динамику струны с поперечной, подставив в Ур. (2.4.3) то же  $\tau_{\text{deepest}}$  или  $\tau = 1.5$  фм. Отметим, что в модели продольная и поперечная динамика струн реализованы последовательно только для упрощения расчетов. Очевидно, что они должны происходить одновременно, поскольку продольная динамика струны определяется начальными импульсами партонa на ее концах и напряженностью глюонного поля и, следовательно, неизбежна с самого начала формирования струны.

Таким образом, рассматривая эволюцию струнной системы до того или иного момента времени, мы получаем разные струнные конфигурации, которые задают распределения плотности энергии в  $p + p$  столкновениях.

## 2.5 Слияние струн

Изменения длин и положений струн относительно нулевой быстроты делает систему струн неоднородной по скорости. Более того, из-за притяжения струн в поперечной плоскости (раздел 2.3) они образуют скопления полностью или частично перекрывшихся струн (с учетом того, что они имеют конечный поперечный размер, обусловленный цветовым конфайнментом). Поскольку перекрытия меняются с скоростью, получается нетривиальное трехмерное распределение струнной плотности.

Для систематического изучения слияния струн в данной работе рассматриваются два режима (аналогично исследованиям в рамках упрощенной модели, см. Главу 1).

В качестве исходного сценария мы рассматриваем случай свободных источников частиц. Это означает, что возможность слияния струн игнорируется, даже если они перекрываются. Таким образом, все источники частиц идентичны и рождают частицы одинаковым образом.

Основной интерес представляет рассмотрение эффектов взаимодействия в виде слияния. Это приводит к образованию новых типов источников частиц (струнных кластеров) с различной степенью перекрытия. Поэтому струнные кластеры имеют различные натяжения, превышающие натяжение свободной струны.

Ранее предлагалось несколько вариантов того, как можно учитывать слияние струн [91]. В Главе 1 мы лишь кратко описали один из упрощенных методов (слияние струн на решетке). Здесь мы дадим более подробное описание, тем более что подход к слиянию струн будет пересмотрен и улучшен в следующей версии модели (см. следующую Главу).

Во-первых, можно предположить, что цветовое поле изменяется только в той области, где пересекается некоторое количество струн, и остается неизменным в остальных поперечных областях этих струн. Другой вариант заключается в том, что если некоторое количество струн перекрывается даже на произвольно малой площади, то они образуют кластер, который имеет равномерно измененное цветовое поле на всей площади объединения всех этих струн. Однако до сих пор попытки найти наблюдаемые, чувствительные к типу модификации цветовых полей, были тщетны [115].

Поэтому мы снова следуем подходу слияния струн на решетке в поперечной плоскости, разработанному в работе [91]. Это означает, что мы следим только за положениями центров струн на поперечной сетке с постоянным размером ячейки шириной  $d = 0.3$  фм, что соответствует радиусу струны. Таким образом, взаимодействуют только те струны, центры которых лежат в одной поперечной ячейке. Это упрощение выгодно с точки зрения вычислительных ресурсов.

Как и в Главе 1 задача слияния является трехмерной, поскольку в пространстве быстрот существуют флуктуации как длин струн, так и их положений

относительно нулевой быстроты. Поэтому для струн с центрами в одной ячейке в поперечной плоскости приходится искать их перекрытия в пространстве быстрот, чтобы выполнить слияние в этих пересечениях (см. Рис. 1.1).

В этой модели мы также следуем идее из работы [68], согласно которой слияние струн изменяет характеристики рождения частиц: средняя множественность частиц для кластера из  $k$  слившихся струн,  $\mu_k$ , определяется согласно Ур. (1.1.1). Она меньше, чем для суперпозиции  $k$  свободных струн (каждая из которых характеризуется  $\mu_0$ ), которая в сумме дает  $\mu_k = k\mu_0$ . Качественно объяснить связь между  $\mu_0$  и  $\mu_k$  из Ур. (1.1.1) можно следующим образом. В случае перекрытия нескольких струн векторы их цветовых полей могут быть случайно ориентированы относительно друг друга. Чтобы найти результирующее цветное поле внутри кластера из  $k$  перекрывшихся струн, можно рассматривать эту задачу как случайное блуждание в векторном цветовом пространстве, что, таким образом, дает не коэффициент  $k$ , а коэффициент  $\sqrt{k}$  для  $k$  перекрывшихся струн по сравнению с одной свободной струной. Первое рассмотрение такого поведения было предложено в работе [116] по аналогии с формированием цветовой «веревки» (core), а всестороннее сравнение подхода перколяции струн с моделью конденсата цветового стекла можно найти в работе [117].

Для изучения корреляций между множественностью и поперечным импульсом частиц, в данной реализации модели введен механизм генерации  $p_T$ . В работе [70] средний поперечный импульс частиц, рожденных кластером из  $k$  струн,  $\langle p_T \rangle_k$ , связан со средним поперечным импульсом частиц, рожденных свободной цветовой струной,  $p_0$ , аналогично Ур. (1.1.1) как

$$\langle p_T \rangle_k = p_0 \sqrt[4]{k}. \quad (2.5.1)$$

Таким образом, слияние струн увеличивает средний импульс частиц. В разработках этой модели, опубликованных в [104, 105, 106], именно эта формула, Ур. (2.5.1), была использована для определения среднего импульса частиц из струнного кластера.

Однако в наших более полных работах [102, 103] мы предлагаем аналогию с параметром  $\beta$ , определенным в [109, 118, 119, 120, 121]. В этих работах, также основанных на сценарии мультипомеронного обмена, увеличение  $\langle p_T \rangle$  достигается за счет коллективности общего числа струн,  $M$ , в событии. Это взаимо-

действие учитывается степенным образом,  $M^\beta$ , где выражение для  $\beta$  находится [121] из аппроксимации экспериментальных данных

$$\beta = 1.16[1 - (\ln\sqrt{s} - 2.52)^{-0.19}]. \quad (2.5.2)$$

Примечательно, что параметр  $\beta$  равен примерно 0.25 при  $\sqrt{s} = 900$  ГэВ и меняет знак при более низких энергиях столкновений согласно фитированию в работе [121], что делает его использование особенно интересным для наших будущих исследований  $p + p$  взаимодействий, например, в области энергий коллайдера NICA. В этом случае средний поперечный импульс будет подавлен слиянием струн в соответствии с Ур. (2.5.3). Это натолкнуло нас на мысль объединить эти два подхода и ввести фактор  $k^\beta$  вместо  $\sqrt[4]{k}$  (которые примерно совпадают при энергиях БАК) для изменения среднего поперечного импульса частиц от струнного кластера

$$\langle p_T \rangle_k = p_0 k^\beta. \quad (2.5.3)$$

Однако подчеркнем, что  $k$  здесь - это число струн, перекрывающихся в некотором интервале быстрот для струнного кластера, найденного в некоторой поперечной ячейке, а  $M$  из работ [109, 121] - это общее число источников частиц в событии. Вероятно, для уточнения определения  $\beta$  в нашей новой интерпретации слияния струн потребуется новая аппроксимация данных.

В текущей реализации модели, на этой стадии моделирования, система струн уже заморожена, и кластерам струн не присваивается поперечное положение, так как в этом нет необходимости для дальнейших расчетов. Однако понимание того, где будет располагаться струнный кластер в поперечной плоскости (в центре тяжести, в среднем арифметическом центров слившихся струн или где-то еще), является важным вопросом, который также пересекается с проблемой определения толщины струнного кластера. Мы вернемся к этим вопросам в следующей Главе, когда перейдем к расширенной версии модели.

На данном же этапе мы определили влияние формирования струнных кластеров на средние поперечные импульсы частиц.

## 2.6 Эффективная адронизация струн

Мы проводим эффективную адронизацию струн по тому же алгоритму, что и в Главе 1, разделяя струну по быстройте на единицы длины  $\varepsilon$ . Для описания



распада струны мы используем механизм фрагментации Швингера [33, 34, 54]: чтобы добиться равномерного распределения частиц по  $y$ , мы генерируем их быстроты по распределению Гаусса для каждого интервала длины  $\varepsilon$ , причем таким образом, чтобы среднее в Гауссе соответствовало центру интервала, а дисперсия - его ширине. Из Ур. (1.1.1), (1.1.2) и (1.1.3) мы находим множественность заряженных частиц в событии,  $N_{\text{ch}}$ . Важно отметить, что такое  $\varepsilon$ -разделение является лишь техническим решением для аппроксимации механизма фрагментации струн, поэтому процедура идентична для свободных струн и струнных кластеров.

Поперечный импульс частиц, рожденных струной или кластером из  $k$  струн, разыгрывается из следующего распределения, соответствующего швингеровскому механизму рождения частиц [33, 34, 54],

$$f(p_T) = \frac{\pi p_T}{2\langle p_T \rangle_k^2} \exp\left(-\frac{\pi p_T^2}{4\langle p_T \rangle_k^2}\right), \quad (2.6.1)$$

с  $\langle p_T \rangle_k$ , определенным в Ур. (2.5.3).

Одновременно с этим появление частиц определенного типа определяется в соответствии со швингеровскими вероятностями

$$\sim \exp(-\pi m_i^2 / \sigma_{\text{eff}} k^{2\beta}), \quad (2.6.2)$$

при этом  $\sigma_{\text{eff}} = 4p_0^2$  является модифицированным эффективным натяжением струны. Традиционно в моделях, опирающихся на швингеровский механизм рождения частиц [118],  $\sigma_{\text{eff}}$  несколько отличается от обычного натяжения струны,  $\sigma_T$ , фигурирующего в Ур. (2.4.3). Это необходимо для того, чтобы эффективно учесть рассеяние частиц. Наша модель включает  $\pi$ ,  $K$ ,  $p$  и  $\rho$ -резонанс, причем последний распадается на два заряженных пиона. Их массы из Particle Data Group (PDG) подставляются в Ур. (2.6.2) вместо  $m_i$ .

Зная массу частицы, поперечный импульс и быстроту, можно найти продольную компоненту ее импульса из Ур. (0.0.2) и, следовательно, псевдобыстроту, Ур. (0.0.3). Таким образом, в подходе, описанном в этой Главе, можно вычислять корреляции частиц не по быстройте (упрощение, использованное в Главе 1), а по псевдобыстройте, что будет напрямую соответствовать тому, как это делается в анализе экспериментальных данных.

## 2.7 Модельный формализм

Разработанная модель, подробно представленная в разделах 2.1 - 2.6, предлагает феноменологическое решение проблемы описания множественного рождения частиц в протон-протонных столкновениях методом Монте-Карло в подходе образования и фрагментации цветковых струн. В то же время представляется возможным построить аналитическое описание конкретной задачи изучения корреляций вперед-назад по быстрой в сценарии формирования цветковых струн. Сравнение численных и аналитических расчетов послужит проверкой численных результатов, полученных в модели.

В данной диссертации это сделано [102] путем расширения аналитического описания модели с фрагментацией струн двух типов, см. работу [80], до формализма модели со струнами трех типов. В текущей модели три типа струн появляются при изучении рождения частиц в двух разделенных быстрой интервалах из-за конечности струн по быстрой.

Таким образом, два быстрой окна шириной  $\delta y$  на некотором расстоянии  $\Delta y$ , симметрично расположенные относительно нулевой быстрой, определяют следующие классы струн: (i) фрагментирующие одновременно в переднее и заднее окна и (ii) фрагментирующие только в переднее или (iii) только в заднее окно. Вероятность иметь одновременно  $n_{\text{long}}$  струн первого типа,  $n_{\text{for}}$  струн второго типа и  $n_{\text{back}}$  третьего типа,  $q(n_{\text{long}}, n_{\text{for}}, n_{\text{back}})$ , такова, что

$$\sum_{n_{\text{long}}, n_{\text{for}}, n_{\text{back}}} q(n_{\text{long}}, n_{\text{for}}, n_{\text{back}}) = 1. \quad (2.7.1)$$

Введем следующие обозначения для первого, второго и перекрестных моментов этого распределения

$$\sum_{n_{\text{long}}, n_{\text{for}}, n_{\text{back}}} q(n_{\text{long}}, n_{\text{for}}, n_{\text{back}}) n_i = \overline{n_i}, \quad (2.7.2)$$

$$\sum_{n_{\text{long}}, n_{\text{for}}, n_{\text{back}}} q(n_{\text{long}}, n_{\text{for}}, n_{\text{back}}) n_i^2 = \overline{n_i^2}, \quad (2.7.3)$$

$$\sum_{n_{\text{long}}, n_{\text{for}}, n_{\text{back}}} q(n_{\text{long}}, n_{\text{for}}, n_{\text{back}}) n_i \cdot n_j = \overline{n_i \cdot n_j}, \quad (2.7.4)$$

$$D_{n_i} = \overline{n_i^2} - \overline{n_i}^2, \quad (2.7.5)$$

$$\text{cov}(n_i, n_j) = \overline{n_i \cdot n_j} - \overline{n_i} \cdot \overline{n_j}, \quad (2.7.6)$$

где индексы  $i$  и  $j$  пробегают значения «long», «for» и «back», соответствующие трем типам струн.

Чтобы вычислить множественности,  $N_F$  и  $N_B$ , в двух окнах по быстроте, необходимо просуммировать вклады от струн разных типов в эти F и B интервалы

$$N_F = \sum_{k=1}^{n_{\text{long}}} N_F^{(k)} + \sum_{s=1}^{n_{\text{for}}} N_F^{(s)}, \quad (2.7.7)$$

$$N_B = \sum_{k=1}^{n_{\text{long}}} N_B^{(k)} + \sum_{t=1}^{n_{\text{back}}} N_B^{(t)}. \quad (2.7.8)$$

Таким образом, для случая свободных источников совместное распределение множественности  $P(N_F, N_B)$  задается как свертка распределения вероятности  $q(C)$  иметь некоторую конфигурацию струн  $C$  и распределения множественности вперед-назад для этой фиксированной конфигурации,  $P_C(N_F, N_B)$ , как

$$P(N_F, N_B) = \sum_C q(C) P_C(N_F, N_B). \quad (2.7.9)$$

Конкретная форма  $P_C(N_F, N_B)$  может быть найдена как свертка соответствующих вероятностей из свободных струн типа «long», «for» и «back»:

$$\begin{aligned} P(N_F, N_B) &= \sum_{(N_F^{(k)}, N_F^{(s)})} \delta_{N_F, \sum_{k=1}^{n_{\text{long}}} N_F^{(k)} + \sum_{s=1}^{n_{\text{for}}} N_F^{(s)}} \cdot \\ &\quad \sum_{(N_B^{(k)}, N_B^{(t)})} \delta_{N_B, \sum_{k=1}^{n_{\text{long}}} N_B^{(k)} + \sum_{t=1}^{n_{\text{back}}} N_B^{(t)}} \cdot \\ &\quad \cdot \prod_{k=1}^{n_{\text{long}}} P(N_F^{(k)}, N_B^{(k)}) \prod_{s=1}^{n_{\text{for}}} P(N_F^{(s)}) \prod_{t=1}^{n_{\text{back}}} P(N_B^{(t)}). \end{aligned} \quad (2.7.10)$$

Мы вводим следующие обозначения для первых моментов распределений одиночных струн

$$\sum_{N_F^{(k)}, N_B^{(k)}} P(N_F^{(k)}, N_B^{(k)}) N_F^{(k)} = \sum_{N_F^{(s)}} P(N_F^{(s)}) N_F^{(s)} = \overline{\mu_F}, \quad (2.7.11)$$

$$\sum_{N_F^{(k)}, N_B^{(k)}} P(N_F^{(k)}, N_B^{(k)}) N_B^{(k)} = \sum_{N_B^{(t)}} P(N_B^{(t)}) N_B^{(t)} = \overline{\mu_B}, \quad (2.7.12)$$

и по аналогии для более высоких моментов. В этих формулах, как и в Ур. (2.7.7), (2.7.8) и (2.7.10), индекс  $k$  пробегает по струнам, попадающим в оба окна,  $n_{\text{long}}$ , индекс  $s$  - по струнам, попадающим только в переднее быстрое окно,  $n_{\text{for}}$ , и индекс  $t$  - по струнам, попадающим только в заднее быстрое окно,  $n_{\text{back}}$ .

В случае, когда быстрые окна расположены симметрично относительно нулевой скорости, выполняется следующее соотношение

$$\overline{\mu_F} = \overline{\mu_B} \equiv \overline{\mu}. \quad (2.7.13)$$

Используя все вышеприведенные обозначения, найдем выражения для компонент коэффициента корреляции  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ , Ур. (0.0.6), и сильно интенсивной величины  $\Sigma[N_F, N_B]$ , Ур. (0.0.7), как

$$\langle N_F \rangle = \overline{\mu} \cdot (\overline{n_{\text{long}}} + \overline{n_{\text{for}}}), \quad (2.7.14)$$

$$\langle N_B \rangle = \overline{\mu} \cdot (\overline{n_{\text{long}}} + \overline{n_{\text{back}}}), \quad (2.7.15)$$

$$D_{N_F} = \overline{\mu}^2 \cdot (D_{n_{\text{long}}} + 2 \cdot \text{cov}(n_{\text{long}}, n_{\text{for}}) + D_{n_{\text{for}}}) + D_{\mu} \cdot (\overline{n_{\text{long}}} + \overline{n_{\text{for}}}), \quad (2.7.16)$$

$$D_{N_B} = \overline{\mu}^2 \cdot (D_{n_{\text{long}}} + 2 \cdot \text{cov}(n_{\text{long}}, n_{\text{back}}) + D_{n_{\text{back}}}) + D_{\mu} \cdot (\overline{n_{\text{long}}} + \overline{n_{\text{back}}}), \quad (2.7.17)$$

$$\text{cov}(N_F, N_B) = \overline{\mu}^2 \cdot (D_{n_{\text{long}}} + 2 \cdot \text{cov}(n_{\text{long}}, n_{\text{for}}) + \text{cov}(n_{\text{for}}, n_{\text{back}})). \quad (2.7.18)$$

Эти выражения можно упростить, приняв во внимание то, что в модели число частиц от одной струны генерируется в соответствии с распределением Пуассона, что приводит к  $D_{\mu} = \overline{\mu}$ .

Наконец, комбинируя полученные выражения для моментов распределения  $N_F - N_B$ , получим аналитические формулы для коэффициента корреляции и сильно интенсивной величины

$$b_{\text{corr}}[N_F, N_B] = \frac{\overline{\mu} \cdot (D_{n_{\text{long}}} + 2 \cdot \text{cov}(n_{\text{long}}, n_{\text{for}}) + \text{cov}(n_{\text{for}}, n_{\text{back}}))}{\overline{\mu} \cdot (D_{n_{\text{long}}} + 2 \cdot \text{cov}(n_{\text{long}}, n_{\text{for}}) + D_{n_{\text{for}}}) + \overline{n_{\text{long}}} + \overline{n_{\text{for}}}}, \quad (2.7.19)$$

$$\Sigma[N_F, N_B] = 1 + \overline{\mu} \cdot \frac{D_{n_{\text{back}}} - \text{cov}(n_{\text{for}}, n_{\text{back}})}{\overline{n_{\text{long}}} + \overline{n_{\text{for}}}}. \quad (2.7.20)$$

С одной стороны, полезно отметить, что в пределе отсутствия  $n_{\text{for}}$  и  $n_{\text{back}}$  струн в модели, эти формулы сводятся к следующим выражениям

$$b_{\text{corr}}^0[N_F, N_B] = \frac{\overline{\mu} \cdot D_{n_{\text{long}}}}{\overline{\mu} \cdot D_{n_{\text{long}}} + \overline{n_{\text{long}}}}, \quad (2.7.21)$$

$$\Sigma^0[N_F, N_B] = 1, \quad (2.7.22)$$

которые идентичны результатам, полученным в модели с бесконечными по быстроте струнами, порождающими нескоррелированные частицы (см. работы [122] и [80], соответственно).

С другой стороны, ясно, что в нашей модели  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B] \rightarrow b_{\text{corr}}^0[N_F, N_B]$  и  $\Sigma[N_F, N_B] \rightarrow \Sigma^0[N_F, N_B]$  при таком положении окон по быстроте, что  $\Delta y = 0$ , т.е. когда число струн, частицы от которых попадают **только** в переднее или **только** в заднее окно,  $n_{\text{for}}$  или  $n_{\text{back}}$ , мало, а флуктуации  $n_{\text{for}}$  и  $n_{\text{back}}$  пуассоновские. Более того, числитель второго слагаемого в Ур. (2.7.20), записанный в явном виде как

$$D_{n_{\text{back}}} - \text{cov}(n_{\text{for}}, n_{\text{back}}) = \langle n_{\text{back}}^2 \rangle - \langle n_{\text{for}} n_{\text{back}} \rangle, \quad (2.7.23)$$

показывает, что если бы  $n_{\text{for}}$  было тождественно равно  $n_{\text{back}}$  в каждом событии, то Ур. (2.7.20) снова свелось бы к Ур. (2.7.22). Однако наши вычисления показывают (Рис. 2.4, справа), что существуют ненулевые  $\langle n_{\text{for}} n_{\text{back}} \rangle$  корреляции, которые определяют рост  $\Sigma[N_F, N_B]$  с  $\Delta y$ . В случае  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ , Ур. (2.7.19), картина еще более сложная, так как приходится дополнительно рассматривать перекрестные моменты  $\langle n_{\text{long}} n_{\text{for}} \rangle$  и  $\langle n_{\text{long}} n_{\text{back}} \rangle$ , что приводит к уменьшению корреляции  $N_F - N_B$  с  $\Delta y$  (Рис. 2.4, слева).

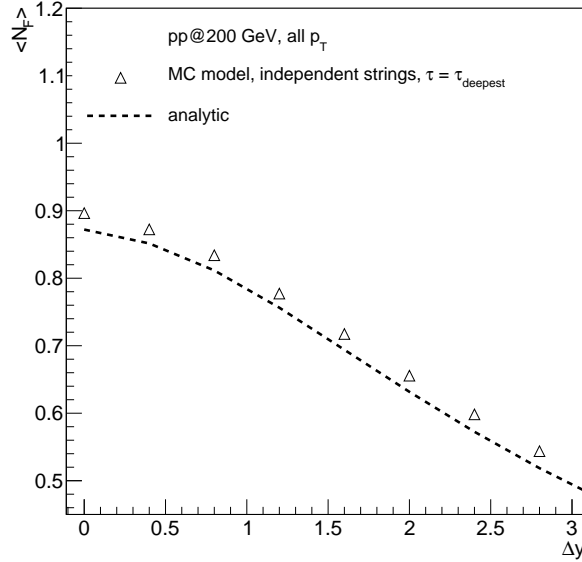
Таким образом, полученные формулы обогащают наше понимание влияния нетривиальных флуктуаций числа струн в окнах вперед-назад на корреляционные и флуктуационные меры.

### 2.7.1 Аналитические и численные расчеты в модели со свободными струнами для неупругих $p + p$ взаимодействий при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ

Чтобы использовать аналитические выражения из Ур. (2.7.19) и (2.7.20), необходимо подставить в них моменты распределения конфигураций струн Ур. (2.7.2)-(2.7.6). Они могут быть определены из численных расчетов для свободных источников частиц.

В этом разделе представлены результаты для случая, когда изучались корреляции между множественностями в двух быстротных окнах ширины  $\delta y = 0.2$ . Расчеты были проведены для одного миллиона сгенерированных событий.

Рис. 2.3 показывает хорошее согласие между полным модельным расчетом (пустые треугольники) и формулой из Ур. (2.7.14) (пунктирная линия) для средней множественности заряженных частиц,  $\langle N_F \rangle$ , в переднем быстротном окне, когда расстояние,  $\Delta y$ , между ним и задним быстротным окном (те же определения, что на Рис. 1.2, справа) увеличивается.

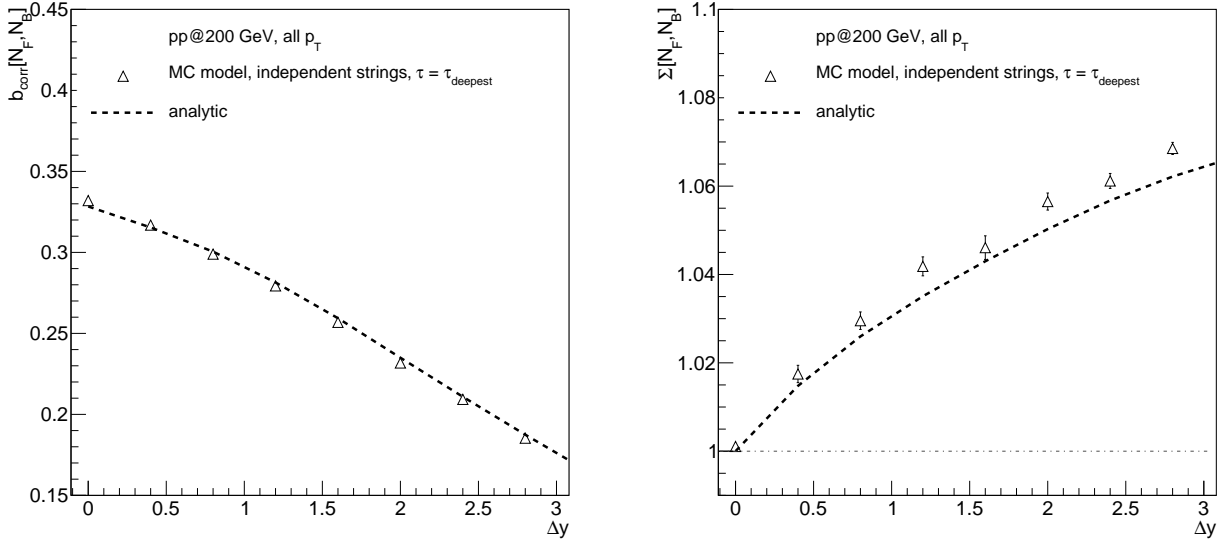


**Рис. 2.3:** Зависимость средней множественности в переднем быстротном окне  $\langle N_F \rangle$  от расстояния между быстротными окнами  $\Delta y$  для случая независимых (свободных) источников. Представлены результаты аналитических (линии) и численных (треугольники) расчетов.

Следует отметить, что если в численных расчетах (треугольники) применяется некоторый отбор по  $p_T$ , то необходимо перемасштабировать аналитическую кривую, найдя соответствующее значение  $\bar{\mu}$ . В целом, значение  $\langle N_F \rangle$  уменьшается с увеличением  $\Delta y$ , что объясняется уменьшением числа струн типа  $n_{\text{long}}$  и, соответственно, уменьшением их вклада с  $\Delta y$ .

На Рис. 2.4 показано сравнение полных модельных расчетов (пустые треугольники) с аналитическими выражениями из Ур. (2.7.19) и Ур. (2.7.20) (пунктирная линия) для  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  и  $\Sigma[N_F, N_B]$ . В работах [80, 96, 98] убывание  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  и рост  $\Sigma[N_F, N_B]$  с увеличением расстояния между окнами,  $\Delta y$ , является следствием уменьшения корреляций между частицами от одного источника. Как уже отмечалось, в данной диссертации мы пренебрегаем корреляциями от одного источника, а весь эффект воспроизводится за счет флуктуаций

начальных состояний - выбора конфигураций струн.



**Рис. 2.4:** Зависимость величин  $b_{corr}[N_F, N_B]$  (слева) и  $\Sigma[N_F, N_B]$  (справа) от расстояния  $\Delta y$  между быстрыми интервалами для случая независимых источников. Представлены результаты аналитических (линии) и численных (треугольники) расчетов.

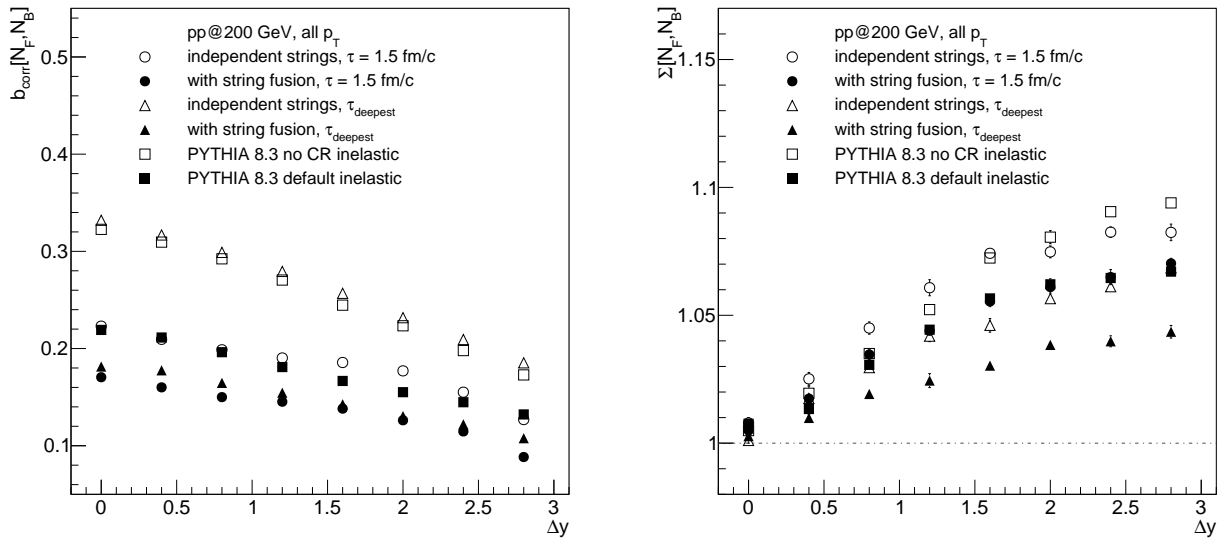
Наблюдается (Рис. 2.4) хорошее согласие между графиками, показанными пустыми треугольниками и пунктирными линиями. Таким образом, сравнение метода Монте-Карло с прямыми аналитическими расчетами показывает надежность применения численных расчетов, что позволяет перейти к рассмотрению результатов с учетом слияния струн. Отметим, что представленный формализм для свободных струн может быть обобщен на случай со слиянием путем введения новых классов струн (дополнительно к «long», «for», «back»), соответствующих различным степеням перекрытия струн. Однако в данной работе мы ограничимся численными расчетами в модели со слиянием струн.

### 2.7.2 Численные расчеты в модели с трехмерной динамикой струн и последующим слиянием струн для $p + p$ взаимодействий при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ

В этом подразделе представлены результаты [102], полученные в разработанной модели со слиянием струн. Полное численное моделирование включает: образование струн за счет перецепления цветовых полей между партонами,

участвующими во взаимодействии; поперечное притяжение струн; продольную динамику струн; слияние на решетке сегментов струн, перекрывающихся по быстройте; эффективную адронизацию струн в конечные частицы. Расчеты были проведены для одного миллиона сгенерированных событий.

На Рис. 2.5 показаны результаты наших расчетов корреляционных и флуктуационных величин, Ур. (2.7.19) и (2.7.20), определенных для множественностей заряженных частиц в двух быстройтных окнах. Вычисления проводились как для струнных кластеров (полные круги и треугольники), так и для свободных (независимых) струн (пустые круги и треугольники). Отметим, что график с пустыми треугольниками совпадает с Рис. (2.4). Эволюция струн рассматривается либо до собственного времени  $\tau = 1.5$  фм (круги), либо до достижения минимума потенциальной энергии струнной системой в момент  $\tau_{\text{deepest}}$  (треугольники).



**Рис. 2.5:** Модельный результат для зависимости коэффициента корреляции  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  (слева) и сильно интенсивной величины  $\Sigma[N_F, N_B]$  (справа) от расстояния  $\Delta y$  между быстройтными интервалами, где вычислялись  $N_F$  и  $N_B$  множественности для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ.

Для сравнения результатов разработанной модели (Рис. 2.5) с доступными Монте-Карло генераторами событий мы выбрали РYТНIA8.3 [123, 124] со стандартным набором настроек (Monash tune [125]). Предсказания РYТНIA представлены (Рис. 2.5) с учетом двух вариантов: без (пустые квадраты) и с (пол-



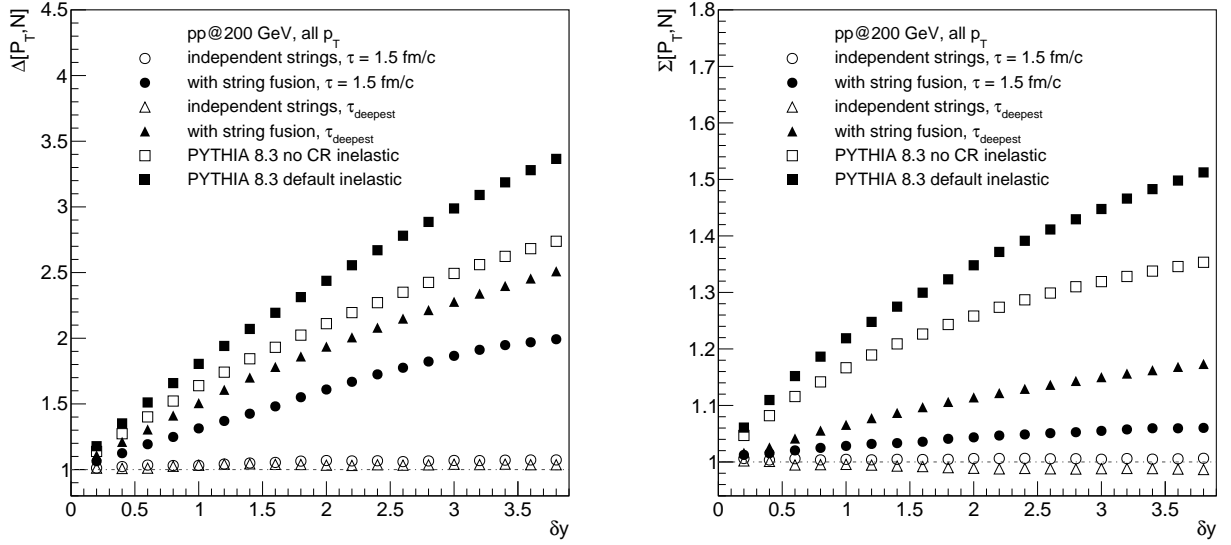
ные квадраты) механизмом перецепления света (Colour Reconnection, CR) [126]. Кратко его можно сформулировать как перецепление цветовых струн между партонами таким образом, чтобы общая длина образующихся цветовых струн была как можно меньше. Этот механизм в РYTHIA также отвечает за увеличение среднего поперечного импульса с ростом множественности, т.е. за эффект, подобный тому, который возникает при слиянии струн.

Видно, что значения  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  монотонно убывают (Рис. 2.5, слева) с  $\Delta y$ , а значения  $\Sigma[N_F, N_B]$  монотонно возрастают (Рис. 2.5, справа). Эти зависимости повторяют грубые оценки поведения  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  и  $\Sigma[N_F, N_B]$  с расстоянием между F-B окнами, полученные в упрощенной модели (см. Главу 1).

Модельное поведение  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  со слиянием струн качественно согласуется с данными по  $p + p$  столкновениям [127]. Сравнивая полные и пустые символы, можно заметить, что значения  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  и  $\Sigma[N_F, N_B]$  уменьшаются с учетом слияния струн в модели. Аналогичное изменение величин  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  и  $\Sigma[N_F, N_B]$  наблюдается для результатов РYTHIA с CR. Главный вывод здесь заключается в том, что слияние струн существенно изменяет значения обеих величин. При этом в момент достижения минимума потенциальной энергии системой струн степень перекрытия струн максимальна и, как следствие, это приводит к максимальному отклонению результатов от случая свободных струн.

Аналогичный вывод о роли слияния струн можно сделать и для совместных флуктуаций множественности и полного поперечного импульса, измеренных в одном окне по быстроте в терминах сильно интенсивных величин, Ур. (0.0.8) и (0.0.9), показанных на Рис. 2.6 (обозначения те же, что и на Рис. 2.5). Кроме того, значения  $\Delta[P_T, N]$  и  $\Sigma[P_T, N]$  (Рис. 2.6) больше единицы, что согласуется с предыдущими выводами для этой энергии столкновения [120]. Ранее было показано, что с уменьшением энергии значение  $\Delta[P_T, N]$  становится меньше единицы. Монотонный рост с увеличением ширины окна  $\delta y$  также качественно согласуется с [120], где движение струн в поперечной плоскости не учитывалось.

Более того, модельные значения  $\Delta[P_T, N]$  и  $\Sigma[P_T, N]$  без слияния струн (Рис. 2.6, пустые круги и треугольники) близки к единице для любой  $\delta y$ , что соответствует определению этих величин в случае независимого рождения частиц. Это отличается от результатов генератора событий РYTHIA без механизма CR (пустые квадраты), что означает, что в РYTHIA есть остаточные  $P_T - N$



**Рис. 2.6:** Модельный результат для зависимости величин  $\Delta[P_T, N]$  (слева) и  $\Sigma[P_T, N]$  (справа) от ширины  $\delta y$  интервала быстроты, где вычислялись  $P_T$  и  $N$ , для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ.

флуктуации.

В свою очередь, слияние струн делает значения  $\Delta[P_T, N]$  и  $\Sigma[P_T, N]$  зависимыми от  $\delta y$  и, кроме того, от плотности струн (см. результаты для  $\tau_{\text{deepest}}$  (полные треугольники) и  $\tau = 1.5$  фм (полные круги)). Таким образом, они теряют свойство сильно интенсивности и начинают зависеть от формирования струнных кластеров. Тем временем механизм CR в PYTHIA (полные квадраты) также усиливает рост  $\Delta[P_T, N]$  и  $\Sigma[P_T, N]$  с  $\delta y$ , но таким образом, что наши модельные графики не достигают их уровня. Поэтому в следующем разделе этой Главы будет представлен подбор параметров модели для получения наилучшего описания экспериментальных данных. В частности, это необходимо для выбора подходящего времени,  $\tau$ , до которого следует рассматривать эволюцию системы струн в поперечной плоскости (и в продольном измерении).

## 2.8 Результаты модели для неупругих $p + p$ взаимодействий при $\sqrt{s} = 900$ ГэВ

В этом разделе представлены результаты, опубликованные в работе [103], которые также получены в модели, описанной в данной Главе. Расчеты бы-

ли проведены для одного миллиона сгенерированных событий. Мы выбрали данные ALICE [128, 129] по неупругим  $p + p$  взаимодействиям при  $\sqrt{s} = 900$  ГэВ, чтобы настроить нашу модель на несколько распределений глобальных наблюдаемых, фиксируя значения двух свободных параметров ( $\mu_0$  и  $p_0$ , см. следующий подраздел). После этого мы сравниваем результаты моделирования с данными по корреляциям, чтобы понять, можно ли сделать вывод о предпочтительности того или иного модельного режима. Кроме того, сама возможность обнаружить следы струнной динамики или слияния в экспериментальных данных очень привлекательна.

### 2.8.1 Определение параметров модели

Для настройки нашей модели мы одновременно аппроксимируем данные ALICE по неупругим  $p + p$  взаимодействиям при  $\sqrt{s} = 900$  ГэВ по распределению множественности заряженных частиц [128],  $\eta$ -спектру [128] и  $\langle p_T \rangle - N$  корреляционной функции [129]. Глобальными параметрами модели являются: параметр эффективной адронизации струны  $\varepsilon = 0.1$  и размер ячейки поперечной сетки 0.3 фм. Они были зафиксированы с самого начала моделирования, однако, в принципе, их можно изменить, что может потребовать перенастройки свободных параметров. Значения параметров для распределения по числу померонов и для поперечной динамики струн соответствуют приведенным в разделах 2.1–2.3.

Наилучшее соответствие между результатами модели и данными ALICE [128, 129] получено для следующих значений свободных параметров модели  $\mu_0 = 0.87$  и  $p_0 = 0.38$  ГэВ (см. следующий подраздел).

### 2.8.2 Глобальные наблюдаемые

В данном разделе мы решили настроить нашу модель таким образом, чтобы было учтено слияние источников частиц, эволюционирующих в поперечном и продольном измерениях до времени  $\tau_{\text{deepest}}$ . Прежде всего, потому что такое представление о времени эволюции системы, зависящем от конкретной конфигурации струн и динамически определяемом в каждом событии, является более физичным, чем грубая единая оценка времени до начала адронизации ( $\tau = 1.5$

фм [59]). Более того, форма зависимости среднего поперечного импульса частиц,  $\langle p_T \rangle$ , от множественности заряженных частиц,  $N_{\text{ch}}$ , также делает этот выбор более оправданным (см. следующий подраздел).

Выбор значений параметров модели проводится из сопоставления модельных предсказаний и экспериментальных результатов для некоторых из так называемых глобальных переменных, характеризующих событие: множественность заряженных частиц и распределение частиц по псевдобыстроте.

На Рис. 2.7, справа, показана модельная аппроксимация данных ALICE для  $\eta$ -спектра в области нулевых быстрот [128]. Подчеркнем, что, начиная с довольно сложной струнной структуры в пространстве быстрот, в итоге мы получаем симметричное инклюзивное  $\eta$ -распределение в рассматриваемом  $\eta$ -диапазоне. Таким образом, экспериментально наблюдаемое плато частиц на нулевых быстротах наблюдается и без предположения о буст-инвариантности системы струн, рождающей частицы [130]. Для корректировки модельного значения  $dN_{\text{ch}}/d\eta|_{\eta=0}$  был подстроен модельный параметр  $\mu_0$  (средняя множественность частиц на единицу быстроты от свободной струны).

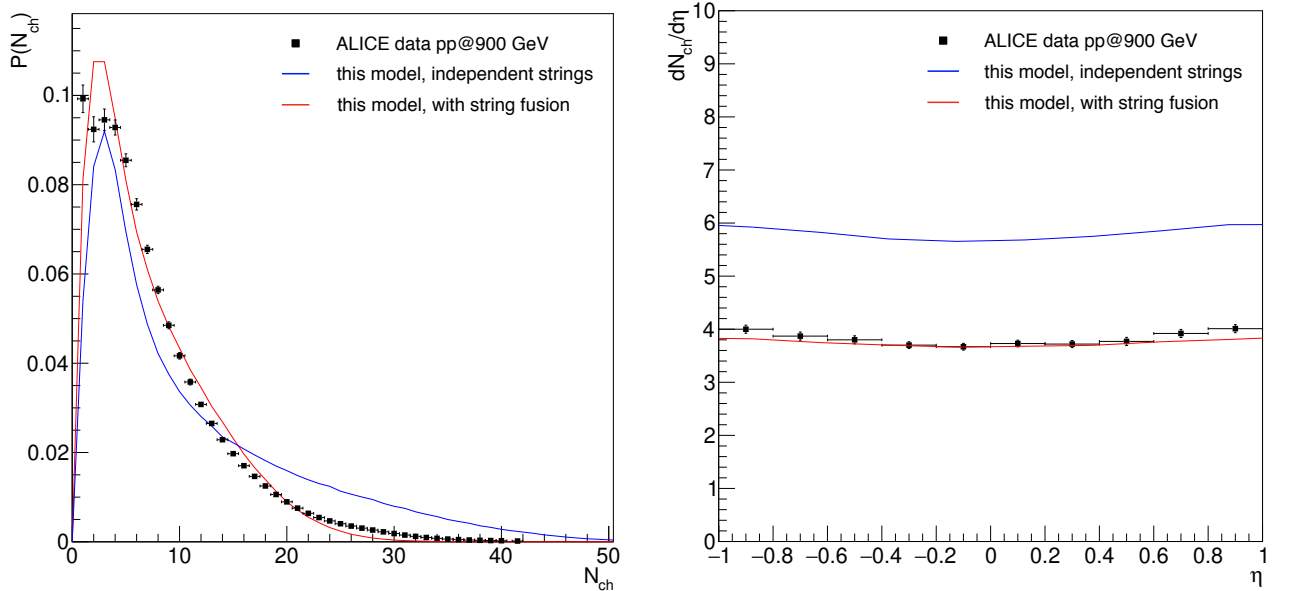
Положив  $\mu_0 = 0.87$ , мы построили график распределения множественности заряженных частиц (Рис. 2.7, слева). В экспериментальных данных по неупругому рассеянию для событий с малой полной множественностью неизбежен вклад от дифракционных процессов, что вызвано технической трудностью в распознавании таких событий. Поэтому для описания данных ALICE [128] мы отбрасывали события с  $N_{\text{ch}} = 0$ , так как дифракционные процессы не учитываются в модели. Таким образом, на Рис. 2.7, слева, построено скорректированное распределение множественности,  $P(N_{\text{ch}})$ , найденное как

$$P(N_{\text{ch}}) = \frac{P_{\text{full}}(N_{\text{ch}})}{1 - P_{\text{full}}(0)}, \quad (2.8.1)$$

где  $N_{\text{ch}}$  обозначает множественность заряженных частиц, а  $P_{\text{full}}$  - распределение по  $N_{\text{ch}}$ , включающее события без зарегистрированных частиц ( $N_{\text{ch}} = 0$ ).

Видно достаточно хорошее согласие между результатами модели со слиянием струн и измеренным  $\eta$ -спектром (Рис. 2.7, справа, красная линия и черные точки), однако модель несколько ошибается в описании деталей экспериментального распределения множественности (Рис. 2.7, слева). Одним из возможных источников этого расхождения является использование параметров для

распределения по числу померонов, Ур. (2.1.2), взятых из работы [108]. Вероятно, играет роль тот факт, что авторы рассматривают слияние струн, бесконечных по быстрой и разбросанных в поперечной плоскости в соответствии с распределением Гаусса. В данной диссертации мы дополнительно учитываем динамику струн с учетом их притяжения, которая существенно изменяет вероятности слияния струн. Кроме того, в данной работе мы рассматриваем струны, конечные по быстрой, поэтому наша картина слияния отличается от принятой в работе [108]. Это обстоятельство показывает возможность дальнейшего улучшения качества аппроксимации данных за счет определения нового набора параметров Редже (см. список после Ур. (2.1.2)).



**Рис. 2.7:** Сравнение результатов моделирования для независимых (свободных) источников частиц (синие линии) и для взаимодействующих струн (красные линии) с данными ALICE [128] (черные квадраты) для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 900$  ГэВ: **Слева:** распределение по множественности заряженных частиц,  $P(N_{ch})$ , Ур. (2.8.1), определенное в аксептансе  $|\eta| < 1$  для всего диапазона частиц по  $p_T$ ; **Справа:**  $\eta$ -распределение для всего диапазона по  $p_T$ .

Для сравнения, на Рис. 2.7 слева и справа результаты для свободных струн рассчитаны с параметрами, полученными ранее из аппроксимации данных моделью со слиянием струн. Из распределения по множественности (Рис. 2.7, слева) и из спектра по псевдобыстройте (Рис. 2.7, справа) видно, что включение эффекта слияния струн приводит к уменьшению средней множественности.

Следует помнить, что для описания  $\eta$ -спектра ALICE (Рис. 2.7, справа) мо-

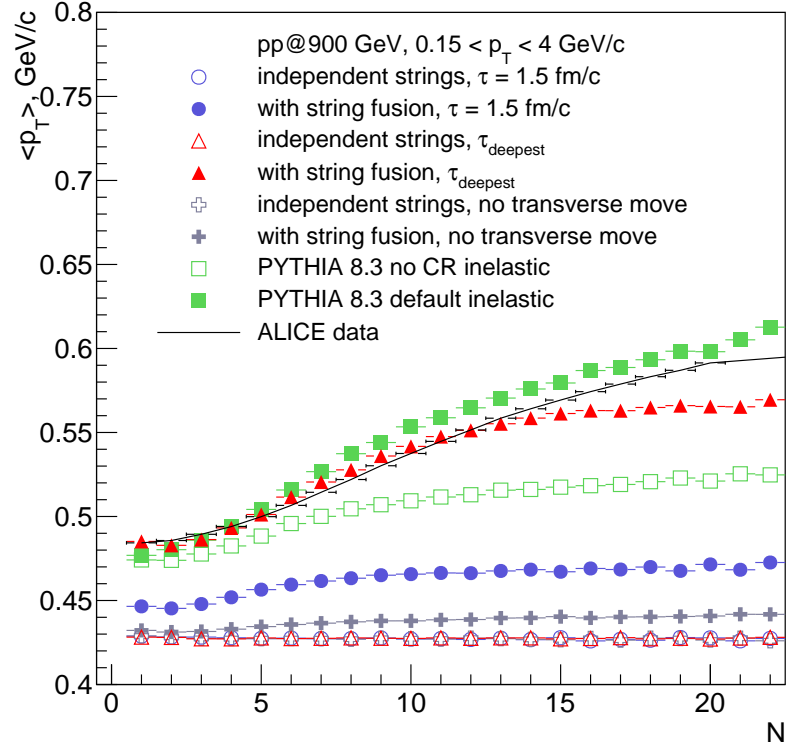
дель может быть легко перенастроена так, чтобы сценарий отсутствия взаимодействия струн описывал данные. Однако уже сравнение распределения множественности (Рис. 2.7, слева) показывает, что сама форма  $P(N_{\text{ch}})$  отличается для модели без слияния струн (хотя, повторяем, среднее значение может быть легко подправлено). Важность учета слияния струн еще нагляднее проявляется не на уровне глобальных наблюдаемых, а на уровне корреляций, как описано в следующих подразделах.

### 2.8.3 $\langle p_T \rangle$ - $N$ корреляционная функция

Мы изучаем  $\langle p_T \rangle$ - $N$  корреляции в акцептансе ALICE [129]  $|\eta| < 0.8$ ,  $0.15 < p_T < 4$  ГэВ и аппроксимируем данные [129] результатами моделирования с взаимодействующими источниками частиц, эволюционирующими до  $\tau_{\text{deepest}}$ . Средний поперечный импульс частиц, рожденных свободной струной,  $p_0$ , выбран равным  $p_0 = 0.38$  ГэВ для описания  $\langle p_T \rangle = 0.489 \pm 0.001$  ГэВ, измеренного ALICE [129] при низких  $N_{\text{ch}}$  (см. Рис. 2.8). Для сравнения также представлены результаты, полученные в других вариантах модели (но с подстановкой параметров, определенных из аппроксимации данных в модельном режиме со слиянием струн и  $\tau_{\text{deepest}}$ ). Результаты моделирования сравниваются с результатами генератора событий PYTHIA.

Из Рис. 2.8 видно, что результаты моделирования для независимых (свободных) струн (пустые маркеры, кроме квадратов) практически совпадают для различных режимов поперечной динамики струн: пустые кресты - отсутствие поперечной динамики; пустые треугольники - поперечная динамика до единого времени  $\tau = 1.5$  фм; пустые круги - поперечная динамика до  $\tau_{\text{deepest}}$ , определенного в каждом событии. Более того, в этом модельном режиме (свободные струны) не существует механизма, обеспечивающего рост  $\langle p_T \rangle$  с  $N$ , что наглядно демонстрируют пустые символы на Рис. 2.8.

Для взаимодействующих источников частиц на Рис. 2.8 видны более значительные  $\langle p_T \rangle$ - $N$  корреляции для случаев с большей плотностью струн, достигаемой в событиях. Также видно, что механизм перецепления цвета в PYTHIA (полные зеленые квадраты) играет формально ту же роль, что и наш механизм слияния струн, увеличивая  $\langle p_T \rangle$  -  $N$  корреляцию. Однако в PYTHIA без включенного механизма перецепления цвета (пустые зеленые квадраты) все еще



**Рис. 2.8:**  $\langle p_T \rangle$ - $N$  корреляционная функция, вычисленная в акцептансе  $|\eta| < 0.8$ ,  $0.15 < p_T < 4$  ГэВ для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 900$  ГэВ. Результаты модели для струнной системы, эволюционирующей до  $\tau_{\text{deepest}}$ , представлены полными красными треугольниками, настроены в соответствии с данными ALICE [129] (черная линия: точки данных соединены, чтобы улучшить восприятие). Подробности см. в тексте.

остаются фоновые корреляции (как и для  $\Delta[P_T, N]$  и  $\Sigma[P_T, N]$ , см. раздел 2.7.2).

Из данного раздела следует, что экспериментально наблюдаемое поведение (Рис. 2.8, черная линия), которое явно демонстрирует  $\langle p_T \rangle - N$  корреляцию, может быть описано в разработанной модели только с учетом слияния струн в кластеры. Более того, только моделирование со слиянием струн и их эволюцией до  $\tau_{\text{deepest}}$ , то есть до достижения максимальной плотности струн в событии, дает нужный наклон  $\langle p_T \rangle - N$  корреляционной функции. В других режимах модели со слиянием можно подобрать значение параметра модели  $p_0$  для настройки  $\langle p_T \rangle$  при малых  $N_{\text{ch}}$ , однако наклон  $\langle p_T \rangle - N$  оказывается недостаточно крутым.

Таким образом, даже если попытаться настроить глобальные наблюдаемые без учета коллективных эффектов, невозможно объяснить рост  $\langle p_T \rangle$  с  $N$ . В дальнейшем мы сосредоточимся на рассмотрении разработанной модели с эволюцией струнной плотности до времени  $\tau_{\text{deepest}}$ , что соответствует максималь-

но возможным перекрытиям струн, и с их последующим слиянием, тогда как другие варианты, полученные с параметрами для интересующего нас режима, будут представлены лишь для сравнения.

#### 2.8.4 Корреляции множественности

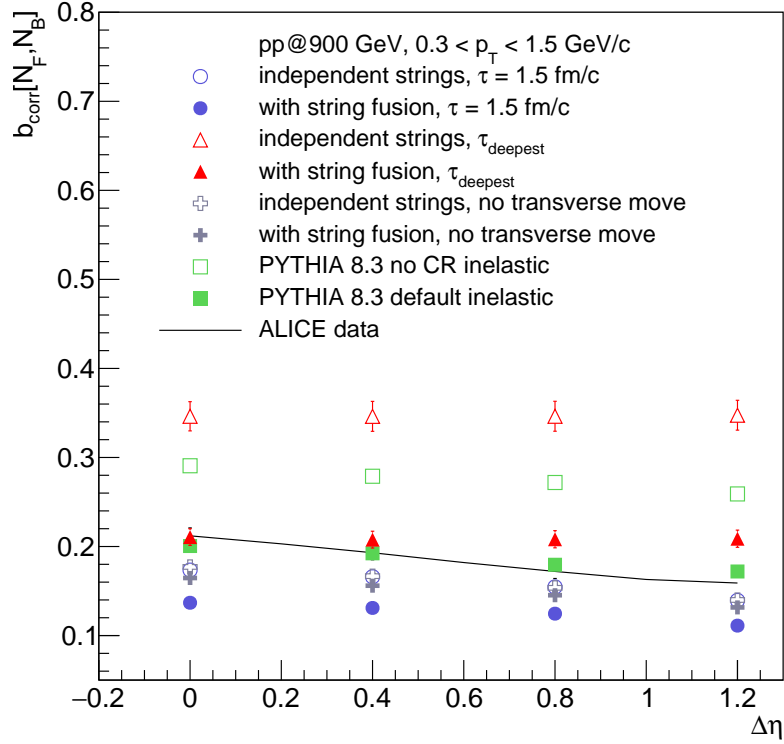
В этом разделе представлены корреляции множественности по псевдобыстроте в терминах коэффициента корреляции  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ , Ур. (0.0.6). Мы снова исследуем эту величину, поскольку надеемся, что в более развитой модели нам будет доступна информация об источниках частиц и их распределении. Полученный результат несколько отличается от представленного в Главе 1 (упрощенный расчет, Рис. 1.2) и показанного в предыдущем разделе (эта модель,  $p + p$  при  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ, без настройки на данные, Рис. 2.5), поэтому мы потратим некоторое время на его представление.

На Рис. 2.9 показаны наши модельные расчеты  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  как функции расстояния  $\Delta\eta$  между F-В окнами по псевдобыстроте шириной  $\delta\eta = 0.2$ .

Мы подчеркиваем, что в модели с трансляционной инвариантностью, то есть когда продольная динамика струн игнорируется и рассматриваются бесконечные струны, флуктуации числа струн обеспечивали бы постоянный вклад в дальнедействующие корреляции во всех положениях F-В окон по быстроте. Однако в нашей модели это не так, поскольку при потере трансляционной инвариантности мы получаем различные «объемные» флуктуации (флуктуации числа струн, выступающих в качестве источников частиц) при различных  $\Delta\eta$ .

Примечательно, что значения  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  на Рис. 2.9 образуют две группы результатов. Первая - это набор графиков для  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ , которые практически не зависят от  $\Delta\eta$  как с (полные красные треугольники), так и без (пустые красные треугольники) слияния струн для системы струн, эволюционирующих до  $\tau_{\text{deepest}}$ . Так происходит, потому что  $\tau_{\text{deepest}}$  оказывается не очень большим: для использованных параметров модели среднее  $\tau_{\text{deepest}}$  при  $\sqrt{s} = 900$  ГэВ составляет около 0.73 фм. Таким образом, цветные струны остаются достаточно длинными, чтобы испускать частицы как в переднее, так и в заднее  $\eta$ -окна. Именно поэтому наблюдается сильная корреляция, которая не ослабевает с  $\Delta\eta$  (пустые и полные красные треугольники). Значения  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  отличаются для разных режимов модели: расчеты для  $\tau_{\text{deepest}}$  со слиянием струн (красные





**Рис. 2.9:** Модельные результаты для  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ , Ур. (0.0.6), как функции расстояния,  $\Delta\eta$ , между F-B окнами по псевдобыстроте, где множественности  $N_F$  и  $N_B$  были рассчитаны для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 900$  ГэВ (подробности см. в тексте). Отбор частиц:  $0.3 \text{ ГэВ} < p_T < 1.5 \text{ ГэВ}$ . Черная линия проведена сквозь данные ALICE [129], чтобы улучшить зрительное восприятие.

треугольники) ближе всего к экспериментальным значениям (черная линия), поскольку именно этот режим использовался для определения параметров модели из сравнения с данными (см. два предыдущих подраздела).

Вторая группа графиков представляет  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ , убывающий с  $\Delta\eta$ , что напоминает результаты из Главы 1 (упрощенный расчет, Рис. 1.2) и приведенные в предыдущем разделе (эта модель,  $p + p$  при  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ, без настройки на данные, Рис. 2.5). Значения  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  падают с увеличением  $\Delta\eta$ , так как длина цветковых струн значительно уменьшаются на величину  $y_{\text{loss}}^{\text{part}}$ , Ур. (2.4.3), со временем эволюции  $\tau = 1.5$  фм. То есть число струн, которые испускают частицы и в переднее, и в заднее псевдобыстротные окна существенно падает с расстоянием между окнами, что приводит к ослабеванию корреляции. В качестве перекрестной проверки можно заметить, что результаты для  $\tau = 1.5$  фм и для случая без поперечной динамики струн почти совпадают для независимых струн (пустые круги и кресты). Это объясняется тем, что в обоих случаях мы

использовали  $\tau = 1.5$  фм для продольной динамики.

В целом, результаты для взаимодействующих струн лежат ниже соответствующих графиков для независимых струн из-за меньшей множественности, что определяется слиянием струн в первом случае. Аналогичное предсказание подавления значений  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  было получено ранее для струн бесконечной длины в пространстве быстрот [56].

На Рис. 2.9 уменьшение  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  для модели со слиянием струн (полные треугольники или полные круги) по сравнению с результатами в модели со свободными струнами (пустые треугольники или пустые круги, соответственно) имеет одинаковую величину при всех рассматриваемых  $\Delta\eta$ . Это означает, что слияние струн происходит примерно с одинаковой частотой на этих  $\Delta\eta$ . Это не так для  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ , представленного в Главе 1 (упрощенный расчет, Рис. 1.2) и в предыдущем разделе (эта модель,  $p + p$  при  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ, без настройки на данные, Рис. 2.5). Новый результат можно считать более надежным, так как эта модель более разработана, чем упрощенный расчет в Главе 1. Также выбор ее параметров осуществлялся на основе сравнения модельных распределений с данными, в отличие от результатов для  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ. Более того, аналогичное поведение наблюдается в предсказаниях генератора событий PYTHIA: перецепление цвета дает эффект, схожий с эффектом механизма слияния струн - общее уменьшение множественности и  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ , постоянное с  $\Delta\eta$ . Отметим, что PYTHIA с перецеплением цвета (полные зеленые квадраты) почти идеально следует экспериментальному  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  (черная линия).

Что касается сравнения результатов расчета (Рис. 2.5) с данными ALICE [99], то можно сказать, что одновременная аппроксимация экспериментальных распределений  $dN_{\text{ch}}/d\eta$  и  $P(N_{\text{ch}})$  позволяет воспроизвести экспериментальное значение  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  только в области нулевых быстрот ( $\Delta\eta = 0$ , взаимодействующие струны эволюционируют до  $\tau_{\text{deepest}}$ , полные красные треугольники). Однако на данный момент модель не повторяет постепенное уменьшение значений  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  в данных (см. полные красные треугольники и черная линия).

Таким образом, поскольку мы выбрали (и настроили) модель со слиянием струн, эволюционирующих до  $\tau_{\text{deepest}}$ , то, сравнивая результаты для  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  с данными ALICE [99], мы можем сказать:

1. Полученный фон корреляций множественности, возникающий из-за флуктуаций числа струн, испускающих частицы в переднее и заднее псевдобыстротные окна, не может описать экспериментальные данные, содержащие вклад ближних корреляции. Однако он обеспечивает нетривиальный уровень отсчета, который меняется в зависимости от времени  $\tau$  эволюции плотности струн.
2. В модель не вводятся ближние корреляции (между частицами от одной струны). Мы предполагаем, что их учет, например, по аналогии с работой [95], вместе с дальними (в данной модели) может дать правильное поведение  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ .

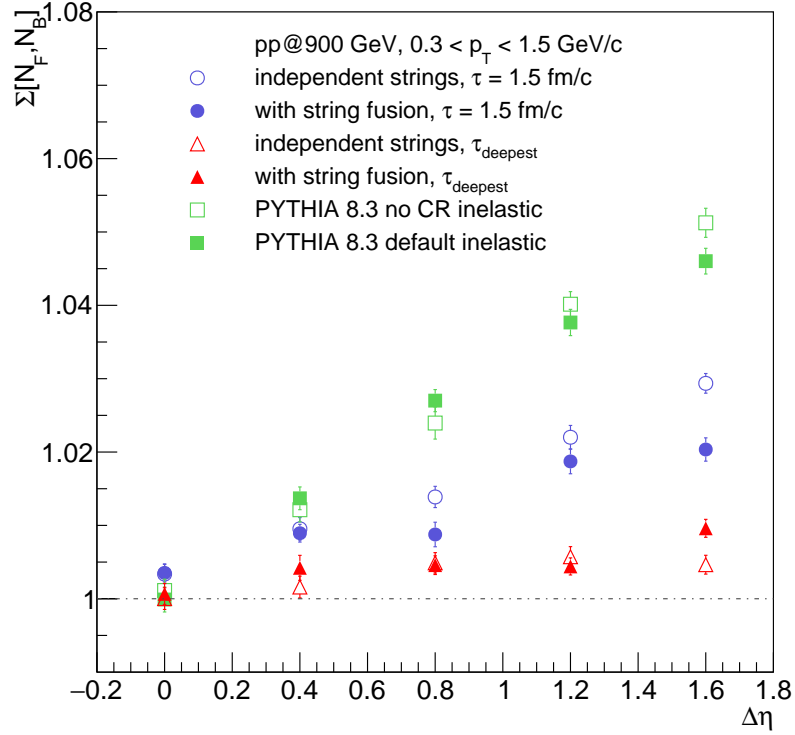
В заключение отметим, что время эволюции и соответствующая плотность струн играют главную роль в определении того, какой величины достигает коэффициент корреляций и как он меняется с расстоянием  $\Delta\eta$ , разделяющим передний и задний аксептансы по псевдобыстроте.

### 2.8.5 Флуктуации множественности и сильно интенсивная наблюдаемая

Чтобы избежать зависимости результатов от «объема» системы (числа струн и струнных кластеров), совместные флуктуации множественности в переднем и заднем интервалах по псевдобыстроте целесообразно изучать в терминах упомянутой выше флуктуационной меры,  $\Sigma[N_F, N_B]$ , [80], Ур. (0.0.7).

Напомним, что сильно интенсивные величины [79] по построению не зависят ни от объема системы, ни от его флуктуаций от события к событию в простых моделях. Они нормированы на нуль в отсутствие флуктуаций и на единицу в случае моделей с независимым рождением частиц [97].

Рис. 2.10 демонстрирует рост над единицей значений  $\Sigma[N_F, N_B]$  с расстоянием между F-B  $\eta$ -окнами. Можно утверждать, что результаты для свободных и взаимодействующих струн расщепляются, что делает  $\Sigma[N_F, N_B]$  зависимой от типов источников частиц. Этот результат согласуется с выводами, сделанными в работе [96]: слияние струн делает  $\Sigma[N_F, N_B]$  равной средневзвешенному значению  $\Sigma$  для струн разных типов, таким образом, зависящей от характеристик источников частиц.



**Рис. 2.10:** Модельные результаты для  $\Sigma[N_F, N_B]$ , Ур. (0.0.7), как функции расстояния,  $\Delta\eta$ , между F-B интервалами псевдобыстроты, где измерялись множественности  $N_F$  и  $N_B$  для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 900$  ГэВ (подробнее см. текст). Отбор частиц:  $0.3 \text{ ГэВ} < p_T < 1.5 \text{ ГэВ}$ .

Значения  $\Sigma[N_F, N_B]$  для  $\tau = 1.5$  фм (синие круги) при максимальном  $\Delta\eta$  меньше для случая образования струнных кластеров (полные синие круги), чем для свободных струн (пустые синие круги). Это различие также напоминает расщепление для графиков РYTHIA с перецеплением цвета (полные зеленые квадраты) и без него (пустые зеленые квадраты). Результаты моделирования для  $\tau_{\text{deepest}}$  лежат еще ниже (красные треугольники), хотя различить два модельных режима здесь сложно.

Поведение  $\Sigma[N_F, N_B]$  с  $\Delta\eta$  (Рис. 2.10) аналогично полученному в упрощенном расчете (см. Главу 1) и для этой модели без фиксации параметров (при  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ, см. раздел 2.7.2). Однако на Рис. 2.10 нет такого существенного уменьшения  $\Sigma[N_F, N_B]$  в сторону единицы при больших  $\Delta\eta$ , так как это исследование выполнено в акцептансе ALICE и такие большие  $\Delta\eta$ , как на Рис. 1.3, недоступны для анализа. Значительное расхождение с предсказаниями РYTHIA можно объяснить отсутствием эффектов ближних корреляций в нашей модели, которая в настоящее время была нацелена на изучение дальних корреляционных эффектов.

Следует отметить, что такое же качественное поведение  $\Sigma[N_F, N_B]$  с  $\Delta\eta$  было получено в работе [95], где авторы рассматривали только струны, бесконечные по быстроте, но включали ближнекорреляционные эффекты. Таким образом, можно утверждать, что отсутствие ближних корреляций, но наличие «коротких» струн в нашей модели дают такой же результат для  $\Sigma[N_F, N_B]$ , что указывает на важность согласованного применения двух подходов.

Таким образом, промежуточный вывод о поведении  $\Sigma[N_F, N_B]$  в целом повторяет сделанный в Главе 1, однако теперь он основан на результатах в усовершенствованной модели [103], настроенной на экспериментальные данные. Это соответствие подтверждает корректность модели и делает сделанные выводы более значимыми.

### 2.8.6 Исследования в классах по множественности на больших быстротах

При анализе экспериментальных данных, наряду с выбором некоторых устойчивых переменных, таких как  $\Sigma[N_F, N_B]$ , еще одной возможностью контролировать начальные условия столкновения является отбор для анализа в каком-то смысле похожих событий. Это очень важно при изучении флуктуаций, так как влияние тривиальных флуктуаций может испортить изучаемый сигнал и, следовательно, должно быть исключено.

В контексте настоящего исследования необходимо сделать важное замечание. Мы придерживаемся картины мультипомеронного обмена, в которой каждый разрезанный померон приводит к образованию двух цветных струн. В этой модели события различаются по числу созданных цветных струн, которые формируют флуктуирующий от события к событию эффективный «объем» системы, производящей частицы. В этом смысле можно сгруппировать  $p + p$  события в некоторые классы с более или менее одинаковым количеством образовавшихся струн, что можно сопоставить с определением центральности в  $A + A$  столкновениях. В данном разделе мы повторяем [103] процедуру, использованную в эксперименте ALICE для определения классов событий в протон-протонных столкновениях на основе множественности [101].

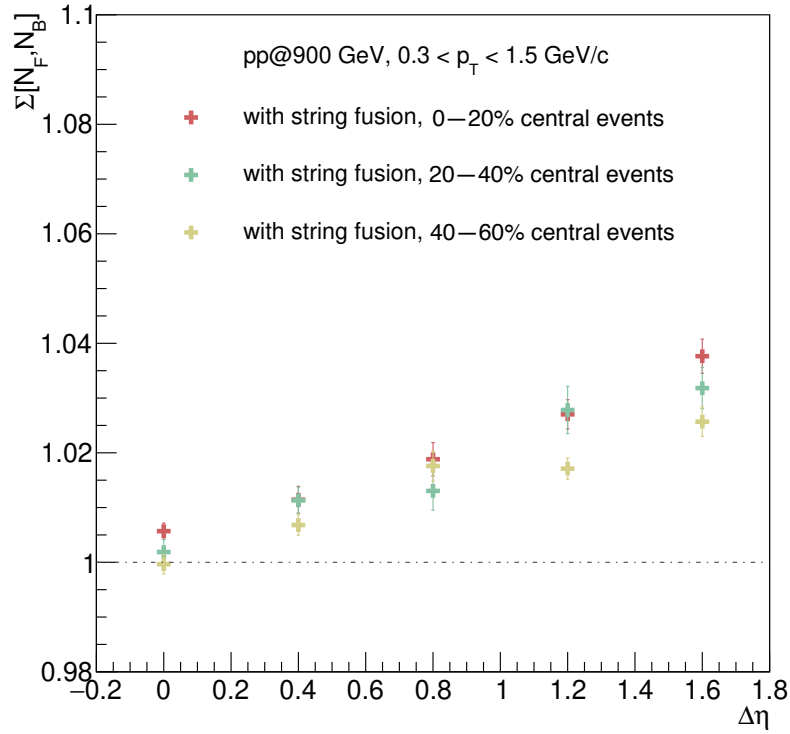
Зная значение псевдобыстроты,  $\eta$ , для каждой частицы, мы строим график числа частиц, которые могли бы попасть в V0-детектор ALICE [131], чей ак-

септанс покрывает области  $2.8 < \eta < 5.1$  и  $-3.7 < \eta < -1.7$ . Это сделано для того, чтобы избежать автокорреляций с данными во время-проекционных камерах TPC (Time-Projection Chamber). Это распределение делится на пять классов, каждый из которых содержит 20% событий. Для анализа взяты классы 0–20%, 20–40% и 40–60%, для событий из каждого класса вычисляется сильно интенсивная величина  $\Sigma[N_F, N_B]$ , Ур. (0.0.7).

Важно отметить, что аксептанс V0-детектора ALICE охватывает область, в которой играют роль квазидифракционные процессы. Кроме того, в этой области очень важно правильно смоделировать фрагментацию струны вблизи ее концов, то есть, например, учесть, что наличие дикварка на конце струны может привести к дополнительным выходам барионов, и т.д. Наконец, эти детекторы имеют неидеальное разрешение, и, следовательно, этот фактор также должен быть включен в моделирование. Однако все эти эффекты не учитываются в данной версии модели. Из-за этого мы не проводим прямого сравнения с имеющимися экспериментальными данными [101], полученными в очень узких классах событий, основанных на множественности. Вместо этого мы изучаем, зависит ли  $\Sigma[N_F, N_B]$  от класса событий и нарушается ли свойство сильной интенсивности для  $\Sigma[N_F, N_B]$  в предположении о слиянии струн.

Из Рис. 2.11 видно, что для всех классов событий, основанных на классификации событий по множественности в выбранных интервалах на больших быструтах,  $\Sigma[N_F, N_B]$ , Ур. (0.0.7), демонстрирует одно и то же поведение: увеличение с  $\Delta\eta$ . Главный результат состоит в том, что в модели для более «центральных» событий полученное значение  $\Sigma[N_F, N_B]$  систематически больше, чем для более «периферийных», хотя с ограниченной статистической точностью это отклонение не превышает 1–2 стандартных отклонения. Такое же поведение  $\Sigma[N_F, N_B]$  наблюдалось ALICE в  $p + p$  данных [101].

Это еще одно проявление эффекта слияния струн, поскольку в более «центральных» событиях, то есть в событиях с большей множественностью в передней области быструт, больше струн. Это означает, что вероятность взаимодействия струн выше и что возможно образование струнных кластеров с большим натяжением. Аналогичный анализ с тем же выводом был недавно проведен в работе [95] для взаимодействующих струн, бесконечных по быструте. Еще раз подчеркнем важность учета как ближних корреляций, которые задавались в



**Рис. 2.11:** Модельная зависимость  $\Sigma[N_F, N_B]$ , Ур. (0.0.7), от «центральности» для классов событий 0-20%, 20-40% и 40-60% на основе множественности как функция расстояния  $\Delta\eta$  между F-В интервалами по псевдобыстроте, в которых вычислялись множественности  $N_F$  и  $N_B$  для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 900$  ГэВ в модельной конфигурации для взаимодействующих струн без поперечной динамики. Отбор частиц:  $0.3 \text{ ГэВ} < p_T < 1.5 \text{ ГэВ}$ .

работе [95], так и начальных условий, которые рассматриваются в этой модели, например, струны малой длины по быстроте и/или их сдвиги относительно нулевой быстроты, поскольку эти два эффекта дают схожие результаты и их вклад не может быть определен только анализом  $\Sigma[N_F, N_B]$ .

На первый взгляд, этот результат прямо противоположен тому, который был получен в упрощенном расчете (см. Главу 1). На Рис. 1.3, значения  $\Sigma[N_F, N_B]$  демонстрируют сильное уменьшение с плотностью струн для модельного режима со слиянием струн. Плотность струн можно косвенно сравнить с «центральностью» событий: эта мера соответствует числу образовавшихся померонов и, в нашей модели, может быть связана с числом партонных взаимодействий. В свою очередь, в данном разделе «центральность» столкновений  $p + p$  определяется так же, как в экспериментальном анализе: по персентилям распределения множественности в акцептансе V0-детектора ALICE. Таким образом, два приближения для определения геометрической центральности вполне могут давать

два разных результата. Еще одно замечание заключается в том, что в результатах, представленных на Рис. 1.3, для расчетов использовалась существенно различные средние значения числа струн в событии ( $\langle n_{\text{str}} \rangle = 8, 30, 50$ ). В свою очередь, анализ, представленный в этой Главе, проводится в широких классах центральности 20% из-за малой доступной статистики, так как процедура моделирования на данный момент занимает слишком много времени. Таким образом, эффект на Рис. 2.11 зависимости  $\Sigma[N_F, N_B]$  от плотности струн, т.е. «центральности» событий, не так бросается в глаза и, в некоторой степени, даже трудно судить о его направлении. Но главный вывод остается в силе: слияние струн уменьшает значения  $\Sigma[N_F, N_B]$  примерно так же, как в упрощенном расчете в Главе 1.

### 2.8.7 Связь $\Sigma[N_F, N_B]$ с кумулянтами и факториальными кумулянтами

Чтобы проиллюстрировать красоту математики, определяющую величину  $\Sigma[N_F, N_B]$ , Ур. (0.0.7), кратко обсудим ее связь с другими часто используемыми объектами, а именно кумулянтами и факториальными кумулянтами.

Следуя обозначениям из работы [132], отметим, что моменты  $\mu_{\nu_1, \dots, \nu_N}$  распределения случайных величин  $X_1, \dots, X_N$  можно выразить через  $M(\xi_1, \dots, \xi_N)$  - производящую функцию моментов

$$M(\xi_1, \dots, \xi_N) \equiv \left\langle e^{\sum_{i=1}^N \xi_i X_i} \right\rangle, \quad (2.8.2)$$

взяв соответствующие производные,

$$\mu_{\nu_1, \dots, \nu_N} = \left. \frac{\partial^{\nu_1}}{\partial \xi_1^{\nu_1}} \dots \frac{\partial^{\nu_N}}{\partial \xi_N^{\nu_N}} M(\xi_1, \dots, \xi_N) \right|_{\xi_1 = \dots = \xi_N = 0}. \quad (2.8.3)$$

Тогда кумулянты  $\kappa_{\nu_1, \dots, \nu_N}$  распределения случайных величин  $X_1, \dots, X_N$  можно выразить через производящую функцию кумулянтов, т.е. логарифм производящей функции моментов,

$$K(\xi_1, \dots, \xi_N) \equiv \ln M(\xi_1, \dots, \xi_N) = \ln \left\langle e^{\sum_{i=1}^N \xi_i X_i} \right\rangle, \quad (2.8.4)$$

также через соответствующие производные,

$$\kappa_{\nu_1, \dots, \nu_N} = \left. \frac{\partial^{\nu_1}}{\partial \xi_1^{\nu_1}} \dots \frac{\partial^{\nu_N}}{\partial \xi_N^{\nu_N}} K(\xi_1 \dots \xi_N) \right|_{\xi_1 = \dots = \xi_N = 0}. \quad (2.8.5)$$



Иными словами, кумулянты  $\kappa_{\nu_1, \dots, \nu_N}$  являются коэффициентами разложения в ряд Тейлора в окрестности нуля производящей функции кумулянтов:

$$K(\xi_1, \dots, \xi_N) = \sum'_{\nu_1, \dots, \nu_N} \left( \prod_j \frac{\xi_j^{\nu_j}}{\nu_j!} \right) \kappa_{\nu_1, \dots, \nu_N}, \quad (2.8.6)$$

где  $\sum'$  не содержит слагаемого с  $\nu_1 = \dots = \nu_N = 0$ .

Смысл определения кумулянтов можно представить следующим образом [133]: любое  $k$ -частичное распределение,

$$\frac{dN}{d\mathbf{p}_1 \dots d\mathbf{p}_k} \equiv f(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_k), \quad (2.8.7)$$

может быть разложено на сумму скоррелированных,  $f_c$ , и нескоррелированных,  $f$ , вкладов. Для  $k = 2$  это может быть наглядно записано как

$$f(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = f(\mathbf{p}_1)f(\mathbf{p}_2) + f_c(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2), \quad (2.8.8)$$

то есть второе слагаемое представляет истинный вклад двух-частичных корреляций в измеряемое двух-частичное распределение. Для  $k = 3$  выражение усложняется, так как помимо истинной трех-частичной корреляции, надо перебрать все варианты вкладов парных корреляций:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3) &= f(\mathbf{p}_1)f(\mathbf{p}_2)f(\mathbf{p}_3) \\ &+ f_c(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)f(\mathbf{p}_3) + f(\mathbf{p}_1)f_c(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3) + f(\mathbf{p}_2)f_c(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_3) \\ &+ f_c(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3). \end{aligned} \quad (2.8.9)$$

В таком случае,  $f_c(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3)$  - это трех-частичный кумулянт,

$$\begin{aligned} f_c(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3) &= f(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3) - f(\mathbf{p}_1)f(\mathbf{p}_2)f(\mathbf{p}_3) \\ &- f_c(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)f(\mathbf{p}_3) + f(\mathbf{p}_1)f_c(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3) + f(\mathbf{p}_2)f_c(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_3), \end{aligned} \quad (2.8.10)$$

а рассуждение по аналогии может быть продолжено для кумулянтов более высоких порядков. Таким образом,  $k$ -частичный кумулянт получается из  $k$ -частичного распределения после вычета  $l$ -частичных корреляций более низких порядков ( $l < k$ ).

Приведем для справки соотношения [132] между несколькими первыми ку-

мулянтами, Ур. (2.8.5), и моментами, Ур. (2.8.3):

$$\kappa_1 = \mu_1, \quad (2.8.11)$$

$$\kappa_2 = \mu_2 - \mu_1^2, \quad (2.8.12)$$

$$\kappa_{1,1} = \mu_{1,1} - \mu_{0,1}\mu_{1,0}, \quad (2.8.13)$$

$$\kappa_{2,1} = 2\mu_{0,1}\mu_{1,0}^2 - 2\mu_{1,1}\mu_{1,0} - \mu_{0,1}\mu_{2,0} + \mu_{2,1}, \quad (2.8.14)$$

$$\kappa_{1,2} = 2\mu_{1,0}\mu_{0,1}^2 - 2\mu_{1,1}\mu_{0,1} - \mu_{0,2}\mu_{1,0} + \mu_{1,2}, \quad (2.8.15)$$

$$\begin{aligned} \kappa_{1,1,1} = & 2\mu_{0,0,1}\mu_{0,1,0}\mu_{1,0,0} - \mu_{0,1,1}\mu_{1,0,0} \\ & - \mu_{0,1,0}\mu_{1,0,1} - \mu_{0,0,1}\mu_{1,1,0} + \mu_{1,1,1}. \end{aligned} \quad (2.8.16)$$

Другой характеристикой распределения являются факториальные моменты,  $\mu_{\nu_1, \dots, \nu_N}^f$ , которые можно выразить через  $F(\xi_1, \dots, \xi_N)$  - производящую функцию факториальных моментов

$$F(\xi_1, \dots, \xi_N) \equiv \left\langle \prod_{i=1}^N (1 + \xi_i)^{X_i} \right\rangle, \quad (2.8.17)$$

взяв соответствующие производные,

$$\mu_{\nu_1, \dots, \nu_N}^f = \frac{\partial^{\nu_1}}{\partial \xi_1^{\nu_1}} \dots \frac{\partial^{\nu_N}}{\partial \xi_N^{\nu_N}} F(\xi_1, \dots, \xi_N) \Big|_{\xi_1 = \dots = \xi_N = 0}. \quad (2.8.18)$$

Тогда факториальные кумулянты,  $\kappa_{\nu_1, \dots, \nu_N}^f$ , можно выразить через производящую функцию факториальных кумулянтов, т.е. логарифм производящей функции факториальных моментов,

$$K^f(\xi_1, \dots, \xi_N) \equiv \ln F(\xi_1, \dots, \xi_N) = \ln \left\langle \prod_{i=1}^N (1 + \xi_i)^{X_i} \right\rangle, \quad (2.8.19)$$

также через соответствующие производные,

$$\kappa_{\nu_1, \dots, \nu_N}^f = \frac{\partial^{\nu_1}}{\partial \xi_1^{\nu_1}} \dots \frac{\partial^{\nu_N}}{\partial \xi_N^{\nu_N}} K^f(\xi_1, \dots, \xi_N) \Big|_{\xi_1 = \dots = \xi_N = 0}. \quad (2.8.20)$$

Приведем для примера соотношения между несколькими первыми кумулян-

тами и факториальными кумулянтами:

$$\kappa_1 = \kappa_1^f, \quad (2.8.21)$$

$$\kappa_2 = \kappa_1^f + \kappa_2^f, \quad (2.8.22)$$

$$\kappa_3 = \kappa_1^f + 3\kappa_2^f + \kappa_3^f, \quad (2.8.23)$$

$$\kappa_4 = \kappa_1^f + 7\kappa_2^f + 6\kappa_3^f + \kappa_4^f, \quad (2.8.24)$$

$$\kappa_5 = \kappa_1^f + 15\kappa_2^f + 25\kappa_3^f + 10\kappa_4^f + \kappa_5^f, \quad (2.8.25)$$

$$\kappa_6 = \kappa_1^f + 31\kappa_2^f + 90\kappa_3^f + 65\kappa_4^f + 15\kappa_5^f + \kappa_6^f. \quad (2.8.26)$$

Из этих формул видно, что кумулянт  $n$ -го порядка определяется факториальными кумулянтами  $n' \leq n$  порядков. Отсюда же следует, что если факториальный кумулянт  $n$  порядка равен нулю (то есть в модели отсутствуют  $n$ -частичные корреляции), то нет смысла изучать кумулянты более высокого порядка, чем  $n$ , т.к. они не будут нести никакой дополнительной информации по сравнению с кумулянтами более младших порядков [134].

Теперь рассмотрим совместное распределение  $P(N_F, N_B)$  вероятностей множественностей заряженных частиц,  $N_F$  и  $N_B$ , в псевдобыстротных окнах в передней и задней полусферах. Можно ввести кумулянты и факториальные кумулянты для любой линейной комбинации  $N_F$  и  $N_B$ . Следуя обозначениям из работы [135], определим выбранную линейную комбинацию как  $q$ -вектор

$$q(x) = x_1 \cdot N_F + x_2 \cdot N_B. \quad (2.8.27)$$

Рассмотрим два особых  $q$ -вектора

$$q(a) = N_F + N_B, \quad (2.8.28)$$

$$q(b) = N_F - N_B, \quad (2.8.29)$$

где  $a = (1, 1)$  и  $b = (1, -1)$ . Вспомогательные  $q$ -вектора, необходимые для вычисления кумулянтов и факториальных кумулянтов, это

$$q(a^2) = q(a), \quad (2.8.30)$$

$$q(b^2) = q(a), \quad (2.8.31)$$

$$q(ab) = q(b). \quad (2.8.32)$$

Тогда, следуя работе [135], можно сразу выразить кумулянты первого и второго порядка для совместного распределения вероятностей,  $P(N_F, N_B)$ , в терминах моментов того же распределения:

$$\langle q_{(a)} \rangle_c = \langle N_F \rangle + \langle N_B \rangle, \quad (2.8.33)$$

$$\langle q_{(b)} \rangle_c = \langle N_F \rangle - \langle N_B \rangle, \quad (2.8.34)$$

$$\langle q_{(a)}^2 \rangle_c = \langle N_F^2 \rangle - \langle N_F \rangle^2 + \langle N_B^2 \rangle - \langle N_B \rangle^2 + 2 \cdot \text{cov}(N_F, N_B), \quad (2.8.35)$$

$$\langle q_{(b)}^2 \rangle_c = \langle N_F^2 \rangle - \langle N_F \rangle^2 + \langle N_B^2 \rangle - \langle N_B \rangle^2 - 2 \cdot \text{cov}(N_F, N_B), \quad (2.8.36)$$

$$\langle q_{(a)} \cdot q_{(b)} \rangle_c = \langle N_F^2 \rangle - \langle N_F \rangle^2 - \langle N_B^2 \rangle + \langle N_B \rangle^2, \quad (2.8.37)$$

где  $\text{cov}(N_F, N_B) = \langle N_F N_B \rangle - \langle N_F \rangle \langle N_B \rangle$ . В свою очередь, факториальные кумулянты могут быть напрямую выражены через кумулянты:

$$\langle q_{(a)} \rangle_{fc} = \langle q_{(a)} \rangle_c, \quad (2.8.38)$$

$$\langle q_{(b)} \rangle_{fc} = \langle q_{(b)} \rangle_c, \quad (2.8.39)$$

$$\langle q_{(a)}^2 \rangle_{fc} = \langle q_{(a)}^2 \rangle_c - \langle q_{(a^2)} \rangle_c = \langle q_{(a)}^2 \rangle_c - \langle q_{(a)} \rangle_c, \quad (2.8.40)$$

$$\langle q_{(b)}^2 \rangle_{fc} = \langle q_{(b)}^2 \rangle_c - \langle q_{(b^2)} \rangle_c = \langle q_{(b)}^2 \rangle_c - \langle q_{(a)} \rangle_c, \quad (2.8.41)$$

$$\langle q_{(a)} \cdot q_{(b)} \rangle_{fc} = \langle q_{(a)} \cdot q_{(b)} \rangle_c - \langle q_{(ab)} \rangle_c = \langle q_{(a)} \cdot q_{(b)} \rangle_c - \langle q_{(b)} \rangle_c. \quad (2.8.42)$$

Сразу же можно заметить связь приведенных кумулянтов и факториальных кумулянтов с сильно интенсивной величиной в случае симметричных интервалов по псевдобыстроте, т.е. когда  $\langle N_F \rangle = \langle N_B \rangle$ :

$$\Sigma[N_F, N_B] = \frac{\langle q_{(b)}^2 \rangle_c}{\langle q_{(a)} \rangle_c} = 1 + \frac{\langle q_{(b)}^2 \rangle_{fc}}{\langle q_{(a)} \rangle_{fc}}. \quad (2.8.43)$$

Эта связь не удивительна, поскольку целью построения этих специальных наблюдаемых (или соотношений наблюдаемых) является подавление тривиальных статистических флуктуаций. Таким образом, мы вывели [103] связь между  $\Sigma[N_F, N_B]$  и (факториальными) кумулянтами, что является еще одним способом продемонстрировать свойство сильной интенсивности  $\Sigma[N_F, N_B]$ .

### 2.8.8 Связь $\Sigma[N_F, N_B]$ с коэффициентом асимметрии

Основное различие между результатами расчетов на Рис. 2.10 для  $\tau = 1.5$  фм и  $\tau_{\text{deepest}}$  обусловлено геометрией системы струн в событии (учитывая поперечную динамику и продольное сжатие струн, а также образование струнных

кластеров за счет слияния). Действительно, как уже отмечалось в разделе 2.8.4, среднее  $\tau_{\text{deepest}}$  меньше  $\tau = 1.5$  фм. Это приводит к тому, что от события к событию образуются различные наборы струн и/или струнных кластеров, частицы от которых асимметрично попадают в  $\eta$ -окна в передней и задней полусферах. Таким образом, еще один способ взглянуть на флуктуации множественности от события к событию - это построить событийную наблюдаемую,

$$C = \frac{N_F - N_B}{\sqrt{N_F + N_B}}, \quad (2.8.44)$$

которая измеряет событийную асимметрию по псевдобыстроте [136] и изучить дисперсию,  $\sigma_C^2$ , ее распределения в некотором наборе событий.

Рассмотрим аналитическую форму  $\sigma_C^2$ :

$$\sigma_C^2 = D_C \equiv \text{Var}(C) = \left\langle \frac{(N_F - N_B)^2}{N_F + N_B} \right\rangle - \left\langle \frac{N_F - N_B}{\sqrt{N_F + N_B}} \right\rangle^2, \quad (2.8.45)$$

где для удобства записи мы переобозначили ранее использовавшееся в тексте диссертации обозначение дисперсии  $D_A$  распределения некоторой величины  $A$  как  $\text{Var}(A)$ .

Наблюдаемая  $\sigma_C^2$  широко изучалась в различных моделях [137, 138, 139], например, в кластерной модели рождения частиц эта наблюдаемая помогла определить средний размер кластера или, другими словами, эффективную множественность кластера. Более того, полученное значение как для реакций  $p + p$ , так и для  $Au + Au$  было больше, чем предсказанное для модели газа адронных резонансов, что указывает на то, что корреляции не могут быть объяснены только адронными степенями свободы, рассматриваемыми в некоторых статистических ансамблях. Большинство этих работ так или иначе основывалось на двухстадийном сценарии: в некоторых моделях учитывалось струнное взаимодействие, в других - нетривиальная и неоднородная по быстроте функция фрагментации источников, испускающих частицы. Однако ни в одной из них не рассматривались одновременно продольная динамика и коллективность, как в нашем подходе [103].

Покажем, что  $\sigma_C^2$  тесно связана с сильно интенсивной величиной,  $\Sigma[N_F, N_B]$ . Используя предположения,

$$\left\langle \frac{(N_F - N_B)^2}{N_F + N_B} \right\rangle = \frac{\langle (N_F - N_B)^2 \rangle}{\langle N_F + N_B \rangle}, \quad (2.8.46)$$

$$\left\langle \frac{N_F - N_B}{\sqrt{N_F + N_B}} \right\rangle^2 = \frac{\langle (N_F - N_B)^2 \rangle}{\langle N_F + N_B \rangle}, \quad (2.8.47)$$

для первого и второго слагаемого  $\sigma_C^2$  в Ур. (2.8.45), соответственно, получим

$$\begin{aligned} \sigma_C^2 &= \frac{\text{Var}(N_F - N_B)}{\langle N_F + N_B \rangle} \\ &= \frac{\langle N_F^2 \rangle - 2\langle N_F N_B \rangle + \langle N_B^2 \rangle - \langle N_F \rangle^2 + 2\langle N_F \rangle \langle N_B \rangle - \langle N_B \rangle^2}{\langle N_F + N_B \rangle} \\ &= \frac{\text{Var}(N_F) + \text{Var}(N_B) - 2\text{cov}(N_F, N_B)}{\langle N_F + N_B \rangle} \\ &= \frac{\langle N_F \rangle \omega[N_B] + \langle N_B \rangle \omega[N_F] - 2\text{cov}(N_F, N_B)}{\langle N_F \rangle + \langle N_B \rangle}, \end{aligned} \quad (2.8.48)$$

где последнее равенство выполняется в предположении, что  $\langle N_F \rangle = \langle N_B \rangle$ . Таким образом,

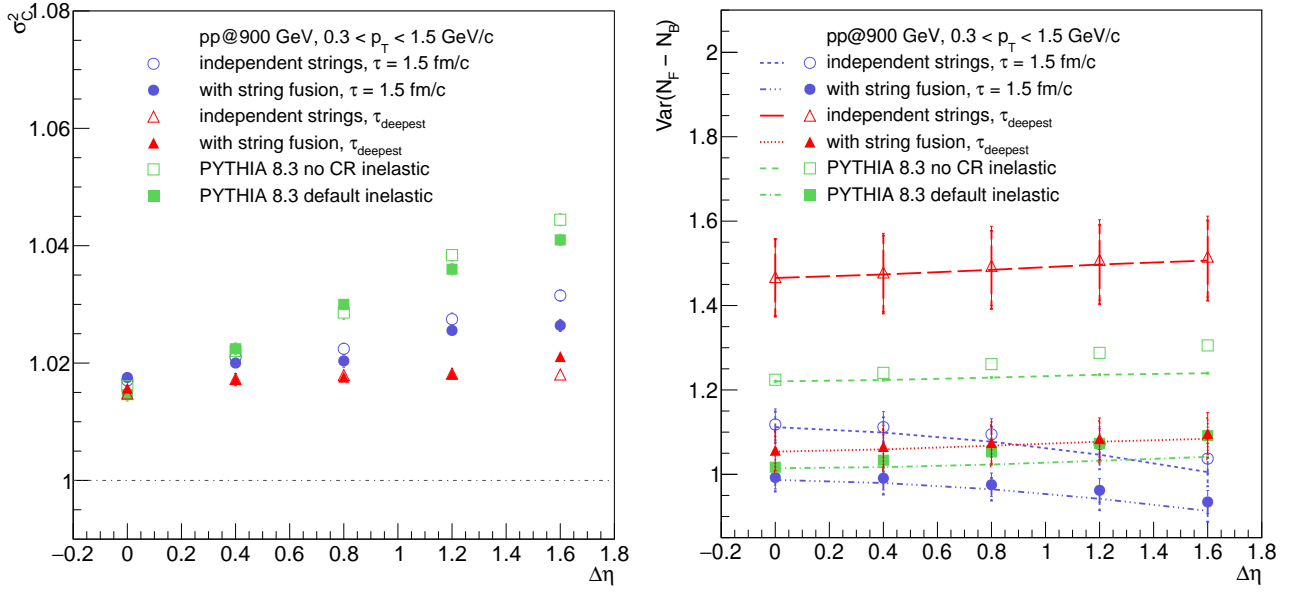
$$\sigma_C^2 \approx \Sigma[N_F, N_B]. \quad (2.8.49)$$

Допущения Ур. (2.8.46) и Ур. (2.8.47) соответствуют приближенным расчетам из статьи [139], где отклонения  $N_F$  и  $N_B$  от  $\langle N_F \rangle$  и  $\langle N_B \rangle$  считаются достаточно малыми.

Необходимо сделать важное замечание относительно  $\sigma_C^2$ . Несмотря на продемонстрированную связь с  $\Sigma[N_F, N_B]$ , строго говоря,  $\sigma_C^2$  не является сильно интенсивной наблюдаемой и может получать дополнительные вклады от «объемных» флуктуаций, поскольку последние, в общем случае, не подавлены без предположений Ур. (2.8.46) и Ур. (2.8.47). Тем не менее,  $\sigma_C^2$  считается важной величиной, поскольку она показывает величину флуктуаций с точки зрения асимметрии событий в продольном измерении, т.е.  $\sigma_C^2$  косвенно дает нам некоторую информацию о начальном состоянии.

На Рис. 2.12, слева, показано, что  $\sigma_C^2$ , определенная для модельного распределения коэффициента асимметрии  $C$ , Ур. (2.8.44), действительно демонстрирует поведение, подобное  $\Sigma[N_F, N_B]$  (см. Рис. 2.10). Хотя обе величины постепенно растут с  $\Delta\eta$ ,  $\sigma_C^2$  не достигает единицы для близких  $\eta$ -окон ( $\Delta\eta = 0$ ). Очевидно, в этой области наблюдаются наибольшие флуктуации  $N_{F,B}$ , и, соответственно, предположение о малых отклонениях множественности в событиях от их средних значений не выполняется.

Рис. 2.12, справа, более подробно объясняет, почему значения  $\sigma_C^2$  немного превышают значение единицы. Дело в том, что разность двух величин, которые



**Рис. 2.12:** Слева:  $\sigma_C^2$  для распределения коэффициента асимметрии,  $C$ , Ур. (2.8.44); Справа:  $\text{Var}(N_F - N_B)$  и референсные значения для Скеллама, как функции расстояния,  $\Delta\eta$ , между псевдобыстротными аксептансами в передней и задней полусферах, где множественности  $N_F$  и  $N_B$  вычисляются пособытийно для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 900$  ГэВ (подробнее см. текст). Отбор частиц:  $0.3 < p_T < 1.5$  ГэВ.

подчиняются распределению Пуассона, будет иметь распределение Скеллама (обычно функция Скеллама рассматривается в качестве базовой при изучении флуктуаций остаточного заряда). В нашем случае числитель  $\sigma_C^2$  можно рассматривать как остаточный адронный заряд по быстрой. Таким образом, значения результатов расчетов  $\text{Var}(N_F - N_B)$ , на Рис. 2.12, справа (символы разных цветов), лежат немного выше соответствующих референсных линий Скеллама, рассчитанных как  $\langle N_F \rangle + \langle N_B \rangle$  (пунктирные линии соответствующих цветов). Поэтому отношения этих модельных значений к линиям равны  $\sigma_C^2$ , что немного превышает единицу (Рис. 2.12, слева).

Следуя работе [136], мы предполагаем, что при  $\Delta\eta = 0$  именно вклад струн и/или струнных кластеров, частицы от которых попадают как в переднее, так и в заднее  $\eta$ -окна, подавляет значение  $\Sigma[N_F, N_B]$  и  $\sigma_C^2$ . С увеличением  $\Delta\eta$  можно ожидать уменьшение влияния таких источников. Вместо этого появляются «короткие» кварк-глюонные струны, которые испускают частицы только в переднее или только в заднее  $\eta$ -окна.

Подводя итог двум последним подразделам, следует подчеркнуть, что полученные соотношения демонстрируют строгое соответствие  $\Sigma[N_F, N_B]$  и (факто-

риальных) кумулянтов, а также условное сходство  $\Sigma[N_F, N_B]$  и коэффициента асимметрии распределения  $N_F - N_B$ . Это позволяет объединить эти величины в семейство мер, устойчивых к тривиальным флуктуациям множественности, и выбрать наиболее удобную для изучения. Однако, как показано в Ур. (2.7.19), коэффициент корреляции  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  дает некоторую дополнительную информацию о скоррелированном рождении частиц, поэтому его изучение должно сопровождать использование сильно интенсивных переменных.

## 2.9 Обсуждение

В этой Главе представлена разработанная модель множественного рождения частиц, основанная на идеях, которые были впервые предложены и протестированы в упрощенной модели (см. Главу 1). Полная цепочка моделирования событий в разработанной более сложной модели включает в себя:

1. определение партонного состава протонов с заранее заданным числом партонов,
2. формирование числа цветowych струн в событии, соответствующего удвоенному числу обменянных померонов,
3. поперечная динамика системы струн в событии, определяемая притягивающим потенциалом между струнами и приводящая к их кластеризации,
4. продольная динамика массивных концов струн, которая приводит к потере трансляционной инвариантности в модели,
5. слияние фрагментов струн, центры которых лежат в одной поперечной ячейке и которые перекрываются в пространстве быстрот,
6. эффективная адронизация струн.

В этой Монте-Карло модели получены результаты по корреляциям и флуктуациям множественности и поперечного импульса в неупругих  $p + p$  взаимодействиях при  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ [102] и  $\sqrt{s} = 900$  ГэВ [103]. В настоящей Главе диссертации дальнейшие корреляции естественным образом вводятся в модель за



счет образования струн конечной длины по быстроте и возникают из флуктуаций числа струн, частицы от которых попадают в псевдобыстротные окна в передней и задней полусферах.

Полученные результаты согласуются с выводами упрощенной модели (см. Главу 1), однако, благодаря развитию модели и ее настройке на экспериментальные данные, они дают больше информации об источниках рождения частиц и их взаимодействии.

Основными выводами этой Главы, полученными в результате сравнения результатов модели с мировыми экспериментальными данными и исследованиями в других струнных моделях, являются:

1. Для величин  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  и  $\Sigma[N_F, N_B]$  показано хорошее соответствие между аналитическими и численными расчетами в модели без слияния струн, но с продольной динамикой. Этот факт подтверждает численную корректность модели и позволяет перейти к более сложным расчетам: рассмотреть слияние струн в режиме Монте-Карло.
2. Полученные модельные результаты для  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  в неупругих  $p + p$  взаимодействиях при  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ (без специфической настройки модели) в целом повторяют результаты первой оценки в упрощенной модели (Глава 1) и качественно совпадают с экспериментальными данными: уменьшение  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  с  $\Delta y$ . Разница между значениями  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  со слиянием и без слияния струн растет с увеличением средней плотности струн: расщепление для эволюции системы до  $\tau_{\text{deepest}}$  примерно в два раза больше, чем для динамики струн до  $\tau = 1.5$  фм (напомним читателю: при  $\tau_{\text{deepest}}$  струнная система находится в минимуме потенциальной энергии, следовательно, это самое плотное ее состояние). Для обоих случаев слияние струн уменьшает значения  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ . Это согласуется с результатами упрощенной модели в Главе 1. Поведение этой разницы одинаково для двух моделей: наибольший разрыв между значениями  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  со слиянием струн и его значениями для свободных струн наблюдается при малых  $\Delta y$  и постепенно уменьшается с ростом  $\Delta y$ . Это связано с тем, что большинство струн лежит ближе к нулевой быстроте и, следовательно, слияние струн происходит чаще в этой области. Аналогич-

ное поведение наблюдается и для данных генератора событий PYTHIA: уменьшение  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  с ростом  $\Delta y$ ; расщепление результатов с опцией перецепления цвета и без нее; уменьшение этого расщепления от наибольших значений при  $\Delta y = 0$  с ростом  $\Delta y$ .

3. В разработанной модели полученный рост  $\Sigma[N_F, N_B]$  с  $\Delta y$  выше единицы согласуется с предыдущими выводами (Глава 1) и экспериментальными результатами. Расщепление  $\Sigma[N_F, N_B]$  со слиянием и без слияния струн примерно одинаково для  $\tau_{\text{deepest}}$  и  $\tau = 1.5$  фм и совпадает с таковым для PYTHIA с опцией перецепления цвета и без нее. Графики для всех модельных режимов совпадают при  $\Delta y = 0$ , поскольку ковариация в определении  $\Sigma[N_F, N_B]$ , Ур. (0.0.7), является наибольшей для близких быстротных окон. При больших  $\Delta y$  получаются разные значения  $\Sigma[N_F, N_B]$  для  $\tau = 1.5$  фм и  $\tau_{\text{deepest}}$  даже для свободных струн из-за очень разных  $\eta$  конфигураций плотности струн в событии.
4. Полученные значения для сильно интенсивных величин  $\Sigma[P_T, N]$  и  $\Delta[P_T, N]$  как функции ширины окна по быстрой ( $P_T$  и  $N$  измеряются в одном быстротном окне) больше единицы, что согласуется с предыдущими выводами для такой энергии столкновения [120], и растут с  $\delta y$ . Модельные результаты для свободных струн совпадают, в то время как с учетом слияния струн флуктуации  $P_T - N$  растут со средней плотностью струн. Результаты PYTHIA лежат еще выше, более того, PYTHIA без перецепления цвета все еще демонстрирует уровень  $P_T - N$  флуктуаций выше модельного результата.
5. Дальнейшие тесты показали, что разработанная модель может быть настроена на экспериментальные данные путем выбора всего двух параметров: средней множественности на единицу быстрой от свободной струны,  $\mu_0$ , и среднего поперечного импульса частиц от свободной струны,  $p_0$ . Полученные результаты модельной аппроксимации данных ALICE для неупругих  $p + p$  столкновений при  $\sqrt{s} = 900$  ГэВ адекватно описывают не только одномерные распределения величин, такие как быстротный спектр и множественность заряженных частиц, но и корреляции между средним поперечным импульсом и множественностью.

6. В модели с параметрами, найденными из аппроксимации экспериментальных данных (см. предыдущий пункт), результат для корреляционной функции  $\langle p_T \rangle - N$  определяет модельный режим, который следует использовать в последующих расчетах: необходимо установить правильное время эволюции плотности струн в поперечном измерении  $\tau_{\text{deepest}}$  (и, следовательно, такое же для продольной динамики) и учесть слияние струн. Другие комбинации вариантов модели не дают правильного наклона корреляционной функции  $\langle p_T \rangle - N$ , наблюдаемого в эксперименте.
7. Результаты для  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ , полученные в настроенной модели, демонстрируют нехватку вклада ближних корреляций (механизмы которых отсутствуют в модели): модельные (в выбранной конфигурации, см. предыдущий пункт списка) значения  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  почти постоянны с  $\Delta\eta$ , тогда как данные и РҮТНІА показывают медленное убывание. Таким образом, можно сделать вывод, что результаты, полученные в упрощенной модели (Глава 1) и в этой модели без фиксации параметров (раздел 2.7.2), переоценивают вклад дальних корреляций (от флуктуаций числа струн в окнах вперед-назад) в  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$ . Следовательно, для описания поведения  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  с  $\Delta\eta$  все же необходимо учитывать корреляции частиц, рожденных одной струной. Однако в диссертации показана важность учета непостоянного с быстротой вклада от дальних корреляций, определяющихся в нашей модели конечными по скорости струнами.
8. Поведение  $\Sigma[N_F, N_B]$  в улучшенной и настроенной на данные модели аналогично тому, которое было получено в упрощенной модели (Глава 1) и в этой модели без фиксации параметров (раздел 2.7.2). Главный вывод состоит в том, что учет слияния струн уменьшает значения  $\Sigma[N_F, N_B]$ , что делает интересным дальнейшее развитие модели для описания ядроядерных столкновений. Как упоминалось выше, идея состоит в том, чтобы использовать разработанную модель со струнами, конечными по скорости (в которой слияние струн уменьшает  $\Sigma[N_F, N_B]$ ), с учетом ближних корреляций (которые увеличивают  $\Sigma[N_F, N_B]$  при слиянии) для описания общего уменьшения  $\Sigma[N_F, N_B]$  для более центральных  $A+A$  столкновений (увеличение плотности струн приводит к усилению их слияния).

9. В диссертации показана связь  $\Sigma[N_F, N_B]$  с широко используемой величиной - дисперсией коэффициента асимметрии,  $\sigma^2(C)$ , в предположении о не очень больших флуктуациях множественности в окнах вперед-назад. Также продемонстрировано строгое соответствие  $\Sigma[N_F, N_B]$  и (факториальных) кумулянтов распределения множественностей  $N_F - N_B$ .
10. Полученные результаты зависимости  $\Sigma[N_F, N_B]$  от «центральности» носят скорее оценочный характер. В выбранных широких (из-за ограничения доступной статистики) классах событий, основанных на множественности на больших быстротах, не удалось увидеть столь явного эффекта зависимости  $\Sigma[N_F, N_B]$  от классов событий, как в упрощенной модели с существенно возрастающей плотностью струн.

Обобщая результаты данной Главы, следует отметить, что, во-первых, модель показала свою способность описывать корреляции и флуктуации множественности вперед-назад, а также множественности и поперечного импульса в едином быстротном акцептансе. В данном исследовании установлено, что время трехмерной эволюции струн и соответствующие плотности струн играют важную роль в определении величины вклада дальних корреляций в коэффициент корреляций и влияют на его наклон с  $\Delta\eta$ .

Кроме того, полученное влияние слияния струн на сильно интенсивную величину  $\Sigma[N_F, N_B]$  подтверждает возможность использования модели для описания ядро-ядерных столкновений. В диссертации также показано, что введение в модель механизма слияния струн приводит к усилению  $\langle p_T \rangle - N$  корреляции, так как слившиеся струны в среднем распадаются на меньшее число частиц с более высокими  $p_T$ . В целом, результаты моделирования согласуются с симуляцией генератора событий PYTHIA8.3, где опция перецепления цвета (Colour Reconnection) играет формально ту же роль, что и слияние струн, реализованное в нашей модели, хотя физика, лежащая в основе PYTHIA 8.3, отличается.

В экспериментальных исследованиях азимутальных потоков основная трудность заключается в процедуре избавления от non-flow вкладов, обусловленных всевозможными ближними корреляциями. Так как наша модель пока не содержит ближних корреляций, мы используем ее для изучения азимутальных анизотропий образующихся частиц в нашем подходе (см. следующую Главу).

## ГЛАВА 3

## Расширенная модель взаимодействующих струн с бустами частиц

В этой Главе представлено существенное расширение разработанной (см. Главу 2) модели взаимодействующих цветковых струн, конечной длины по быстрой. Мы предлагаем отказаться от упрощенного учета слияния струн на грубой решетке и перейти к тонкому разбиению поперечной плоскости на достаточно мелкие пиксели. Кроме того, мы вводим коллективное поведение частиц в струнной модели без гидро-фазы, рассматривая два механизма взаимодействия: «струна-струна» и «частица-струна», следуя идеям из работ [71] и [74]. Новая процедура применяется к описанию азимутальной анизотропии, наблюдаемой в неупругих  $p + p$  взаимодействиях при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ, так как интерпретация этих экспериментальных результатов [23, 24] вызывает некоторую напряженность в научном сообществе. Методы и результаты, представленные в данной Главе, были опубликованы в работе [140].

### 3.1 Усовершенствования первых этапов модели

В этом разделе представлены только те части модели, которые были улучшены или разработаны заново по сравнению с предыдущей версией (см. Главу 2).

#### 3.1.1 Партонный состав протонов

Новая модель также основана на упрощении, согласно которому все партонные одного сталкивающегося протона образуют струны со всеми партонами другого сталкивающегося протона. Поэтому в модели мы называем событием натяжение  $n_{\text{str}}$  между двумя протонами, каждый из которых содержит  $n_{\text{part}}$ , которое равно числу струн в событии,  $n_{\text{part}} = n_{\text{str}}$ .

Чтобы удовлетворить этому требованию, мы снова заранее готовим большой набор протонов со всеми возможными четными числами партонов,  $n_{\text{part}}$ . Однако в этой версии модели мы более точно отслеживаем партонный состав протона. В частности, мы рассматриваем также валентный дикварк (см. Приложение Б.1). Таким образом, партонный состав протона с  $n_{\text{part}}$  представлен одним валентным кварком, одним валентным диварком и  $(n_{\text{part}} - 2)$  морскими кварками (см. Приложение Б.2). Новый алгоритм, учитывающий закон сохранения энергии и импульса для партонов, приведен в Приложении Б.3. Он более эффективен по времени работы и загрузки процессора, чем перестановки партонов между двумя выбранными протонами, которые были представлены в Приложении А и использовались в предыдущей версии модели (Глава 2).

### 3.1.2 Симуляция события

Напомним читателю, что первым шагом моделирования события является определение числа обменов померонами,  $n_{\text{pom}}$ , из Ур. (2.1.2). Таким образом, число струн, которые должны образоваться в событии,  $n_{\text{str}} = 2n_{\text{pom}}$ . Под созданием события мы понимаем поиск двух протонов с одинаковым числом партонов,  $n_{\text{part}} = n_{\text{str}}$ , чтобы все их партоны могли образовать струны при определенных условиях (см. подразделы 3.1.3 и 3.1.4).

Во-первых, мы выбираем два случайных протона из подготовленного набора (раздел 3.1.1) с определенным  $n_{\text{part}}$ . Во-вторых, мы переставляем партоны в одном из двух протонов, выполняя  $n_{\text{part}}$  перестановок и проверяя, приводит ли это к образованию  $n_{\text{part}}$  хороших партонных пар (см. требования в следующих двух подразделах). Если нет, мы выбираем другую пару протонов.

### 3.1.3 Образование струн: электрический заряд

В этом исследовании мы учитываем электрический заряд партонов на концах каждой струны: их сумма, которая определяет электрический заряд струны, должна быть равна одному из целых чисел:  $-1, 0, +1, +2$ . Следовательно, это условие ограничивает нам выбор пар партонов - кандидатов на формирование струны.

### 3.1.4 Образование струн: массы продуктов распада

Мы вычисляем энергию струны,  $E_{\text{str}}$ , как сумму энергий партонов на концах струны,  $E_{\text{part1}}$  и  $E_{\text{part2}}$ , согласно

$$E_{\text{str}} = \sqrt{m_{\text{part1}}^2 + p_{\text{part1}}^2} + \sqrt{m_{\text{part2}}^2 + p_{\text{part2}}^2}, \quad (3.1.1)$$

где  $p_{\text{part}}$  - начальный импульс партона, а  $m_{\text{part}}$  - динамически определяемая масса партона (подробнее об их определениях см. в Приложении Б.3).

Мы принимаем струну, если ее энергии  $E_{\text{str}}$  хватает для распада по крайней мере на два адрона в состоянии покоя с массами  $M_{\text{daughter1}}$  и  $M_{\text{daughter2}}$ , т.е.  $E_{\text{str}} \geq M_{\text{daughter1}} + M_{\text{daughter2}}$ .

Чтобы проверить это условие, необходимо определить вид продуктов распада на основе ароматов партонов на концах струны, например, кварк-дикварковая струна должна распадаться как минимум на барион и мезон. Для полноты картины мы приводим список минимально допустимых комбинаций, основанных на ароматах кварков, которые мы рассматриваем в модели:  $m_{\text{nucleon}} + m_{\pi}$ ,  $m_{\text{nucleon}} + m_K$ ,  $m_{\text{nucleon}} + m_D$ ,  $2 \cdot m_{\pi}$ ,  $2 \cdot m_K$ ,  $2 \cdot m_D$ ,  $m_{\pi} + m_K$ ,  $m_{\pi} + m_D$  и  $m_K + m_D$ . Мы используем  $m_{\text{nucleon}} = 0.9396$  ГэВ,  $m_{\pi} = 0.1396$  ГэВ,  $m_K = 0.4977$  ГэВ,  $m_D = 1.8696$  ГэВ.

## 3.2 3D сетка в конфигурационно-импульсном пространстве

Подход, описанный в Главе 2 и в статье [103], не подходит для описания потоков частиц в  $A + A$  столкновениях. Это связано с тем, что после поперечной динамики вследствие притяжения струн центры большинства струн окажутся в одной поперечной ячейке. Это привело бы к замене всего многообразия степеней перекрытия струн одной струной с увеличенным натяжением. В этом случае невозможно было бы изучать анизотропию рожденных частиц, так как была бы потеряна информация о флуктуациях плотности материи. Отметим, что в моделях без притяжения струн в поперечной плоскости это не является проблемой, поскольку струны в событии распределены более разреженно.

В новой версии нашей модели [140], представленной в данной Главе, мы предлагаем ввести мелкие 3D ячейки рассматриваемого конфигурационно-импульсного пространства (гораздо меньшие 2D пиксели в поперечной плос-

кости и то же по величине разбиение в измерении быстрот) для детального изучения эффектов флуктуирующей плотности струн.

Обозначим площадь 2D пикселя как  $S_{\text{bin}}$ . Для получения мелкой сетки необходимо выбрать  $S_{\text{bin}}$  так, чтобы она была намного меньше поперечной площади струны,  $S_0$ . В текущей реализации мы используем диаметр струны,  $d_{\text{str}}$ , равный 0.5 фм, и ширину пикселя,  $d_{\text{bin}}$ , равную 0.05 фм, что мы считаем достаточным для выполнения данного условия.

В пространстве быстрот выполняется схожая процедура разбиения с шагом  $\varepsilon_{\text{rap}} = 0.1$ . В предыдущих исследованиях (см. Главы 1 и 2) мы применяли продольную сетку с шагом  $\varepsilon = 0.1$  на каждой струне отдельно. В этом подходе мы используем равномерное разбиение всего продольного пространства.

Наконец, мы можем подсчитать количество струн, которые занимают (перекрывают) каждую трехмерную ячейку в смешанном конфигурационно-импульсном пространстве. Таким образом, в некотором смысле мы переходим от концепции струн, испускающих частицы, к концепции трехмерных ячеек, заключающих в себе некоторую долю цветового потока и рождающих частицы.

Важно отметить, что время работы программы существенно зависит от количества 3D ячеек, так как алгоритм должен перебрать их все, чтобы найти число струн, попадающих в каждую ячейку. Таким образом, необходимо ограничить объем конфигурационно-импульсного пространства, допустимый для моделирования. Фактически, энергия столкновения определяет продольный (по быстрой) размер заданного пространства, так как быстрота пучка растет с  $\sqrt{s}$ . В свою очередь, необходимая поперечная область зависит от начального распределения струн и их конечного положения после поперечной динамики. Поскольку в данном исследовании мы рассматриваем поперечную эволюцию системы до достижения глобального минимума ее потенциальной энергии, то после движения, согласно Ур. (2.3.1), система становится компактнее.

### 3.3 Время эволюции струнной плотности

В этом разделе мы уделим немного времени визуальным представлениям трехмерной эволюции струнной плотности. Это стало возможным в новой модели, так как мы разбили поперечную плоскость на маленькие пиксели, тогда



как для продольного пространства быстрот осталась та же гранулярность  $\varepsilon$ , которая использовалась в Главах 1 и 2. Таким образом, теперь мы можем в явном виде изобразить положения струн в конфигурационно-импульсном пространстве.

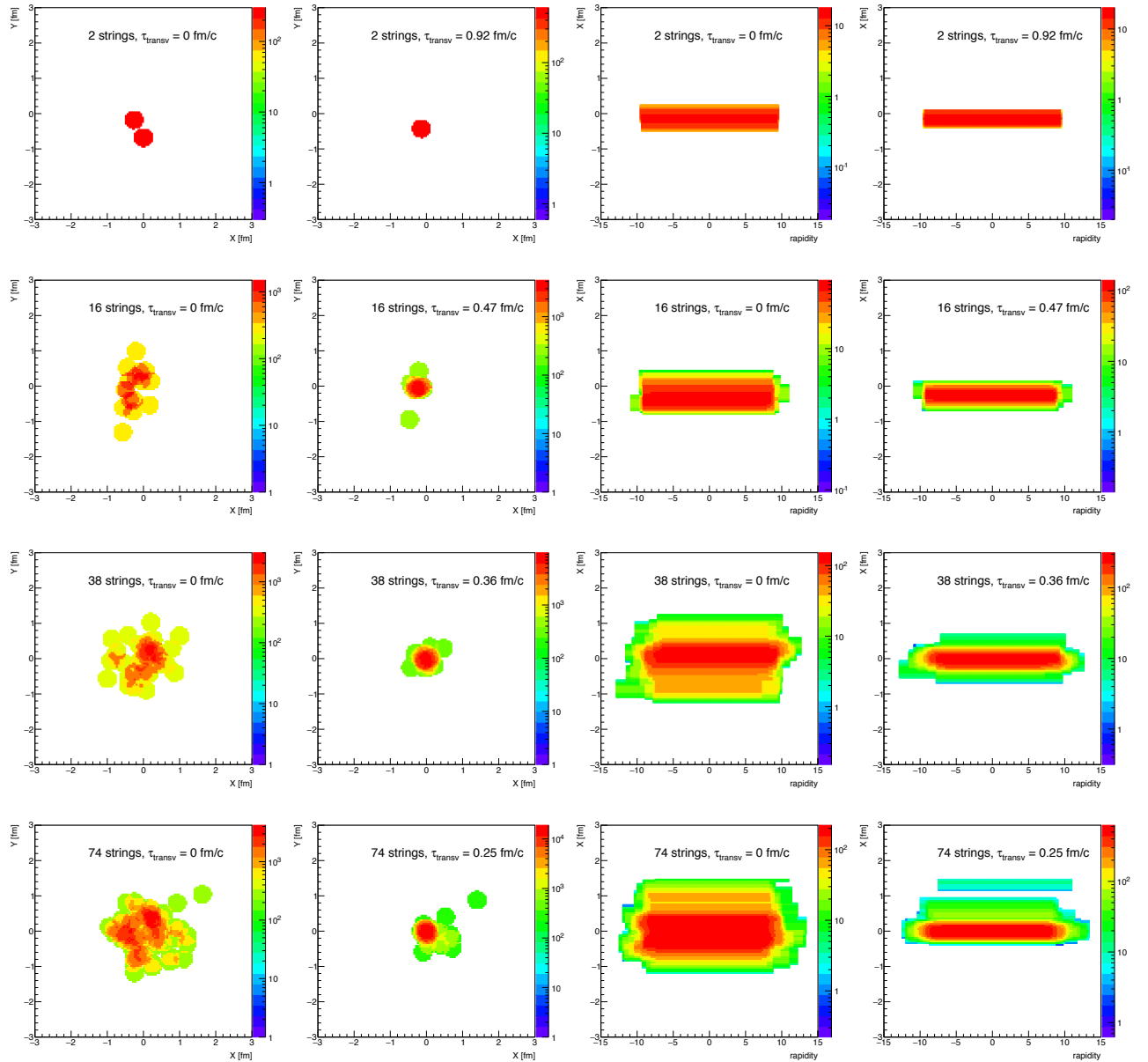
### 3.3.1 Влияние поперечной эволюции системы струн

Как обсуждалось в предыдущей Главе, поперечная эволюция системы струн в событии, управляемая Ур. (2.3.1), может быть остановлена в некоторый момент собственного времени,  $\tau_{\text{stop}}$ , что повлияет на конечную плотность струн и определит струнную конфигурацию перед адронизацией.

В Главе 2 было показано, что наибольшее количество перекрытий между струнами происходит по прошествии времени, которое мы назвали  $\tau_{\text{deepest}}$ . Это время, необходимое для того, чтобы поперечная конфигурация струн достигла, развиваясь согласно Ур. (2.3.1), глобального минимума потенциальной энергии. Там же мы рассмотрели другие режимы модели, включая отсутствие поперечной эволюции и поперечную эволюцию до условного времени  $\tau_{\text{stop}} = 1.5$  фм [60], которые плохо описывают данные (особенно  $\langle p_T \rangle - N$  корреляцию). Таким образом, в настоящем исследовании мы рассматриваем  $\tau_{\text{stop}} = \tau_{\text{deepest}}$ , которое варьируется от события к событию.

На Рис. 3.1 показано, как выглядят несколько событий (по одному событию в каждом ряду) с разным количеством струн (показаны в разных рядах) до и после поперечной эволюции плотности струн. Следует отметить, что ось  $Z$ , представленная цветом, показана в разном масштабе на разных графиках. Это связано с тем, что красные области на каждой гистограмме соответствуют наибольшей плотности струн независимо от других графиков. Так, на левом верхнем графике, представляющем событие с двумя струнами, каждая струна показана красным цветом. И тот же красный цвет соответствует перекрытию около 60 струн на левом нижнем графике. Безусловно, можно отмасштабировать все гистограммы по одной оси  $Z$ , однако это ухудшит визуальное восприятие событий с малым количеством струн.

Первый и второй столбцы на Рис. 3.1 демонстрируют проекции событий на поперечную плоскость  $X - Y$  до и после поперечной динамики струн, соответственно. В третьем и четвертом столбцах представлены проекции на плоскость



**Рис. 3.1:** Сгенерированные события с 2 (первый ряд), 16 (второй ряд), 38 (третий ряд) и 74 (четвертый ряд) струнами. На рисунке показаны проекции 3D плотности струн в этих событиях на поперечную плоскость,  $X - Y$ , до (первый столбец) и после (второй столбец) поперечной эволюции; проекция события на плоскость  $X$ –быстрота до (третий столбец) и после (четвертый столбец) поперечной эволюции. Время поперечной эволюции,  $\tau_{\text{transv}}$ , указано на графиках. Для второй и четвертой колонок  $\tau_{\text{transv}} = \tau_{\text{deepest}}$ . Ось  $Z$  не в масштабе.

$X$ -быстрота до и после поперечной эволюции, соответственно. Время поперечного движения,  $\tau_{\text{transv}} = \tau_{\text{deepest}}$ , указано на каждом графике, поскольку оно зависит от начального числа струн в событии (и, конечно, от их начального положения).

Хорошо видно, что после рассматриваемой поперечной эволюции система

струн сильно сжимается и двумерное распределение (Рис. 3.1, второй столбец) приобретает более круглую форму по сравнению с начальными положениями струн (Рис. 3.1, первый столбец). В пространстве быстрот мы получаем достаточно равномерное распределение вплоть до больших быстрот (Рис. 3.1, четвертый столбец).

### 3.3.2 Время движения концов струн

В этой версии модели мы по-прежнему придерживаемся идеи соответствия времени для поперечной и продольной динамики струнной системы в событии. Таким образом, мы связываем собственное время  $\tau$  из Ур. (2.4.3) со временем поперечной эволюции,  $\tau_{\text{transv}}$ , чтобы синхронизировать динамику струнной системы в быстротном и координатном измерениях.

Однако следует учитывать, что сжатия и растяжения струн периодичны (решение йо-йо [49]) и следуют одно за другим. Более того, движение концов с разными массами,  $m_{\text{part1}}$  и  $m_{\text{part2}}$ , в нашем случае не симметрично (обозначим через 1 или 2 один из концов струны). Поэтому мы определяем максимальное время для каждого конца струны,  $\tau_{\text{max}}^{\text{part1,2}}$ , после которого он полностью остановится, чтобы начать замедление (ускорение) после ускорения (замедления):

$$\tau_{\text{max}}^{\text{part1,2}} = \frac{m_{\text{part1,2}}}{\sigma_T} \sqrt{2(\cosh(\tilde{y}_{\text{init}}^{\text{part1,2}}) - 1)}, \quad (3.3.1)$$

где  $\tilde{y}_{\text{init}}^{\text{part1,2}}$  - начальные быстроты концов струны в пересчете в систему покоя струны,  $m_{\text{part}}$  - динамически определенные массы партонов (подробнее об их определении см. в Приложении Б.3).

Чтобы перевести быстроту конца струны из лабораторной системы,  $y_{\text{init}}^{\text{part}}$ , в систему покоя струны,  $\tilde{y}_{\text{init}}^{\text{part}}$ , нужно знать быстроту струны в лабораторной системе отсчета,  $y_{\text{str}}$ . Она вычисляется следующим образом. Сначала определим импульс струны,  $p_{\text{str}} = p_{\text{part1}} - p_{\text{part2}}$ , и энергию,  $E_{\text{str}}$ , из Ур. (3.1.1). Таким образом, быстрота струны,  $y_{\text{str}}$ , равна

$$y_{\text{str}} = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E_{\text{str}} + p_{\text{str}}}{E_{\text{str}} - p_{\text{str}}} \right). \quad (3.3.2)$$

Определив это, можно пересчитать быстроты концов струны в ее системе покоя как

$$\tilde{y}_{\text{init}}^{\text{part1,2}} = y_{\text{init}}^{\text{part1,2}} - y_{\text{str}} \quad (3.3.3)$$

и подставить их в Ур. (3.3.1).

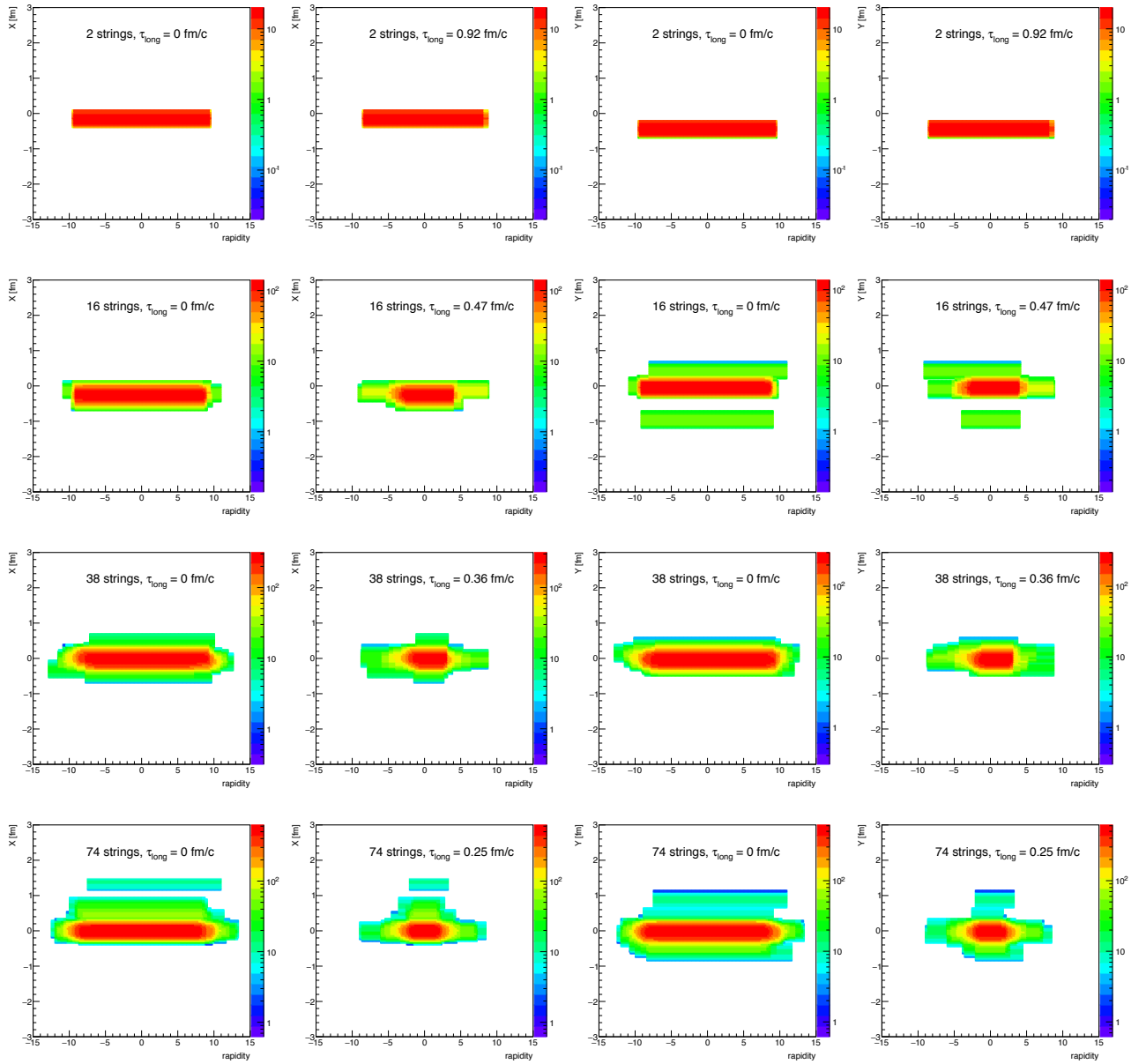
Необходимо учесть периодичность движения струны. А именно, через время  $2 \cdot \tau_{\max}^{\text{part1,2}}$  из Ур. (3.3.1) знак  $dp_{\text{part1,2}}/dt$  меняется на противоположный. Поэтому очень важно правильно связать  $\tau_{\text{deepest}}$ , найденное из поперечной динамики для всего события, с  $\tau_{\max}^{\text{part1,2}}$ , которое отличается для двух концов струны и для каждой струны в событии. В итоге, в Ур. (2.4.3) нужно подставлять время движения конца струны только в последний период. Быстроты концов струны после такого сокращения,  $y_{\text{fin}}^{\text{part1,2}}$ , находятся путем вычитания  $y_{\text{loss}}^{\text{part1,2}}$  из  $y_{\text{init}}^{\text{part1,2}}$  с правильными знаками.

На Рис. 3.2 показано, как меняется плотность струн в событиях с Рис. 3.1 (уже после поперечной эволюции) после того, как мы учли продольные сокращения длин струн. Первый столбец на Рис. 3.2 повторен из Рис. 3.1 (последний столбец) для наглядности.

На Рис. 3.2 показаны проекции событий на плоскость  $X$ -быстрота до (первый столбец) и после (второй столбец) продольной динамики. В третьем и четвертом столбце показаны проекции на плоскость  $Y$ -быстрота также до и после продольной динамики, соответственно. Ось  $Z$  опять приведена не в масштабе (см. пояснения в предыдущем подразделе).

Видно, что струнная система в конечном состоянии (Рис. 3.2, второй и четвертый столбцы) имеет значительное сжатие в продольном направлении. Область с высокой плотностью струн уже не является бесконечно протяженной, как это часто предполагается в струнных моделях [56], поэтому наша модель теряет трансляционную инвариантность по быстроте. Это утверждение уже было сделано в Главах 1 и 2, а здесь это наглядно показано на графиках. Поперечная эволюция струн, как описано в предыдущем подразделе, также приводит к изменению плотности струн, что делает событие сильно неоднородным.

Таким образом, полученные в модели струнные конфигурации обеспечивают характерную форму распределения частиц по быстроте: плато в области нулевой быстроты и спад распределения на больших быстротах.



**Рис. 3.2:** Симулированные события с 2 (первый ряд), 16 (второй ряд), 38 (третий ряд) и 74 (четвертый ряд) струнами. На рисунке показана проекция события на плоскость  $X$ –быстрота до (первый столбец) и после (второй столбец) продольной эволюции; проекция события на плоскость  $Y$ –быстрота до (третий столбец) и после (четвертый столбец) продольной эволюции. На графиках указано время продольной эволюции,  $\tau_{\text{long}}$ . Для второй и четвертой колонок  $\tau_{\text{long}} = \tau_{\text{deepest}}$ . Ось  $Z$  не в масштабе.

### 3.4 Слияние и кинетическая энергия струн

В этом разделе мы предлагаем рассмотреть дополнительные эффекты [71] взаимодействия струн, которые возникают в результате их слияния.

Поскольку полная энергия системы струн в событии должна сохраняться,

мы предполагаем, что при перекрытии струн происходит перераспределение их потенциальной,  $U$ , и кинетической,  $T$ , энергии. Это связано с тем, что перекрытие цветковых струн изменяет напряженность цветкового поля внутри них, что влияет на натяжение струн. Поэтому частичное перекрытие нескольких струн приводит к уменьшению потенциальной энергии каждой из них в этой области. Это изменение вызывает противоположное изменение их кинетических энергий, притягивая их друг к другу, как в работе [71]. В результате образования струнного кластера натяжение струны увеличивается по сравнению со свободной струной. Альтернативный вариант, который также упоминается в работе [71], приводит к уменьшению эффективного натяжения струны и, следовательно, должен приводить к отталкиванию струн (см. пример его реализации в работе [72]).

Следовательно, нам необходимо параметризовать приобретенную кинетическую энергию,  $\Delta T_{i,j}$ , которую получает  $i$ -ая струна в событии от перекрытия с  $j$ -ой. Ее функциональная форма должна отражать тот факт, что полное перекрытие двух струн означает, что их слияние завершено и они останавливаются. С другой стороны,  $\Delta T_{i,j}$  должна уменьшаться с увеличением расстояния между центрами струн. Таким образом, предлагается следующая зависимость от  $d_{i,j}$ , двумерного расстояния между  $i$ -ой и  $j$ -ой струнами

$$\Delta T_{i,j} = \chi d_{i,j} \exp\left(\frac{-d_{i,j}^2}{4r_0^2}\right), \quad (3.4.1)$$

где  $d_{i,j} \leq 2r_0$ ,  $r_0 = 0.25$  фм - радиус струны,  $\chi$  - размерная константа, измеряемая в ГэВ/фм, которая является свободным параметром модели.

Чтобы найти  $\Delta T_{i,j}$  для  $i$ -ой струны, мы перебираем непосредственно перекрывающиеся с ней струны в каждом интервале по быстроте,  $\varepsilon_{\text{rap}}$ . Чтобы найти импульс, который приобретет струна, мы пренебрегаем конечным импульсом струн после поперечной динамики, т.к. движение струн в соответствии с Ур. (2.3.1) нерелятивистское. Таким образом, энергия  $i$ -ой струны,  $m_{\text{str}}^i$ , будет увеличена на величину  $\Delta T_{i,j}$  и она получит поперечный импульс от  $j$ -й струны в соответствии с формулой

$$\Delta p_T^{i,j} = \sqrt{(\Delta T_{i,j} + m_{\text{str}}^i)^2 - (m_{\text{str}}^i)^2}, \quad (3.4.2)$$

где  $m_{\text{str}}^i$  - масса  $i$ -ой струны.

Чтобы найти направление полученного импульса,  $\Delta p_T^{i,j}$ , нужно взять азимутальное направление вектора из центра  $i$ -й струны в центр  $j$ -й струны,  $\phi_{i,j}$ . Оно определяется расстояниями по осям  $X$  и  $Y$  между их центрами,  $\Delta X_{i,j}$  и  $\Delta Y_{i,j}$ . Проекции  $\Delta p_X^i$  и  $\Delta p_Y^i$  поперечного импульса,  $\Delta p_T^i$ , который  $i$ -я струна получает из пересечений со всеми своими соседями, находятся суммированием проекций  $\Delta p_T^{i,j}$  между перекрывающимися парами, как

$$\Delta p_X^i = \sum_{j \neq i}^{n_{\text{str}}-1} \Delta p_T^{i,j} \cos(\phi_{i,j}), \quad \Delta p_Y^i = \sum_{j \neq i}^{n_{\text{str}}-1} \Delta p_T^{i,j} \sin(\phi_{i,j}). \quad (3.4.3)$$

Таким образом, двумерный вектор поперечного импульса струны,  $\vec{\Delta p}_T^i$ , определяется ее перекрытием с другими струнами в каждом интервале по быстрой,  $\varepsilon_{\text{rap}}$ . Именно этот дополнительный импульс дает буст частицам, рожденным струной (см. подраздел 3.5.1).

### 3.4.1 Рождение частиц из трехмерных ячеек

В этом исследовании мы определяем адронизацию струны в каждой 3D ячейке, которая определяется как 2D пиксель в поперечной плоскости и  $\varepsilon_{\text{rap}}$  интервал в измерении быстрой. Цветовое поле внутри 3D ячейки определяет среднее число образующихся заряженных частиц, их средний поперечный импульс и тип. Быстрые частицы находятся из равномерного распределения в каждом интервале по быстрой. Таким образом, мы предполагаем, что частицы распространяются в данном  $\varepsilon_{\text{rap}}$  и не покидают его.

В этой модели мы отходим от слияния струн на грубой решетке, чтобы более точно учесть перекрытия струн. Введенное мелкое разбиение конфигурационно-импульсного пространства (см. раздел 3.2) как раз служит для этой цели.

### 3.4.2 Средняя множественность и слияние струн

Рассмотрим быстройный отрезок свободной одиночной струны. Цветовое поле внутри него,  $\mathcal{E}_0$ , можно представить как сумму цветовых полей во всех поперечных (2D) пикселях, которые замощают область этой струны

$$\mathcal{E}_0 = \sum_{\text{bins}} \mathcal{E}_{\text{bin}} = \frac{\mathcal{E}_0}{S_0} \sum_{\text{bins}} S_{\text{bin}}. \quad (3.4.4)$$

Таким образом, поле внутри двумерного пикселя,  $\mathcal{E}_{\text{bin}}$ , пропорционально отношению его площади,  $S_{\text{bin}}$ , к площади струны,  $S_0$ .

Теперь рассмотрим случайную 3D ячейку в конфигурационно-импульсном пространстве, которая заполнена  $k$ -струнами. Результирующее цветовое поле внутри нее,  $\mathcal{E}_{\text{tot}}$ , будет квадратным корнем из суммы квадратов полей от каждой из  $k$  струн,  $\mathcal{E}_i$ , которые перекрывают эту ячейку

$$\mathcal{E}_{\text{tot}} = \sqrt{\sum_{i=1}^k \mathcal{E}_i^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left(\frac{S_{\text{bin}}}{S_0^i} \mathcal{E}_0^i\right)^2}. \quad (3.4.5)$$

Для простоты в настоящем исследовании считается, что все струны имеют одинаковую поперечную площадь,  $S_0^i$ , которая не меняется с быстротой, хотя картина может быть и более сложной [67]. Цветовое поле свободной струны,  $\mathcal{E}_0^i$ , предполагается постоянным и определяется свойствами конфайнмента [61]. Поэтому в нашем случае Ур. (3.4.5) можно упростить до

$$\mathcal{E}_{\text{tot}} = \sqrt{k} \frac{S_{\text{bin}}}{S_0} \mathcal{E}_0. \quad (3.4.6)$$

Средняя множественность от свободной струны,  $\nu_0$ , пропорциональна полю струны,  $\mathcal{E}_0$ . Таким образом, по транзитивности для  $k$  струн, пересекающихся в трехмерной ячейке, получается  $\nu_{\text{tot}} \propto \mathcal{E}_{\text{tot}}$ .

Обычно средняя множественность на единицу быстроты,  $\varepsilon_{\text{rap}}$ , свободной струны обозначается как  $\mu_0$ . Поэтому можно определить среднюю множественность от трехмерной ячейки длиной  $\varepsilon_{\text{rap}}$  и поперечной площадью  $S_{\text{bin}}$  как

$$\mu_{\text{bin}} = \mu_0 \varepsilon_{\text{rap}} \sqrt{k} \frac{S_{\text{bin}}}{S_0}, \quad (3.4.7)$$

где  $\mu_0$  - свободный параметр модели и  $S_0 = \pi r_0^2$ . Для сравнения, в предыдущей Главе мы вычисляли среднюю множественность для кластера из  $k$  струн (без разделения в поперечной плоскости),  $\mu_{\text{clust}}$ , как  $\mu_{\text{clust}} = \mu_0 \varepsilon_{\text{rap}} \sqrt{k}$ , следуя [68].

Число заряженных частиц, испущенных 3D ячейкой,  $N_{\text{bin}}$ , разыгрывается по распределению Пуассона с заданным средним  $\mu_{\text{bin}}$ . Множественность заряженных частиц в событии,  $N_{\text{ch}}$ , представляет собой сумму числа частиц во всех 3D ячейках. Таким образом, процедура эффективной адронизации теперь применяется на уровне 3D ячеек, испускающих частицы, а не струн. Это позволяет нам явно учесть флуктуации плотности струнной среды.



### 3.4.3 Средний поперечный импульс частиц и слияние струн

Средний поперечный импульс частиц, рожденных свободной струной,  $p_0$ , не зависит ни от длины струны в быстротном измерении, ни от ее поперечной площади. Таким образом, мы предполагаем, что он останется неизменным, несмотря на разбиение поперечного сечения струн на двумерные пиксели. Поэтому мы сохраняем модификацию  $p_0$  для кластера из  $k$  слившихся струн,  $\langle p_T \rangle_k$ , использованную в предыдущей Главе (см. Ур. (2.5.3)). Однако теперь мы находим степень перекрытия,  $k$ , в каждой трехмерной ячейке. Поперечные импульсы частиц и их массы разыгрываются из распределения Швингера, Ур. (2.6.1) и Ур. (2.6.2).

Следует упомянуть другой вариант механизма рождения частиц - термальную модель [52, 141], которая лучше описывает  $p_T$  спектр. Термальная модель получается из швингеровского подхода в предположении флуктуаций натяжения струны от события к событию и от струны к струне в событии. Проблема заключается в том, что ее реализация в Монте-Карло алгоритме гораздо сложнее, чем использование Швингеровских вероятностей. Это связано с тем, что необходимо получить совместное  $p_T - m$  распределение, используемое в  $\exp\left(-\sqrt{p_T^2 + m^2}/\sigma_{\text{eff}}\right)$  для термальной модели. В свою очередь, для механизма Швингера возможна факторизация  $p_T - m$  распределения для отдельной подстановки в  $\exp\left(-(p_T^2 + m^2)/\sigma_{\text{eff}}\right)$ . Таким образом, в текущей версии нашей модели мы снова придерживаемся подхода Швингера, Ур. (2.6.1) и Ур. (2.6.2).

### 3.5 Происхождение азимутальных корреляций частиц в модели

Кроме более точного учета слияния струн, целью введения мелкой сетки в поперечной плоскости является рассмотрение азимутальных корреляций частиц в нашей модели. Стоит отметить, что в предыдущих Главах вообще не вводилась такая характеристика частиц, как азимутальный угол вылета,  $\phi$ , так как мы ограничивались рассмотрением быстротных корреляций. В наивном подходе можно с равной вероятностью приписать частицам углы вылета  $\phi \in [-\pi, \pi]$ , что определит их независимое распространение в поперечной плоскости. Однако в этой Главе мы следуем идеям из работ [71, 74] для того, чтобы ввести скоррелированное азимутальное поведение частиц в модель цветковых струн без

гидродинамической фазы. Здесь есть три основных компонента.

Во-первых, в моделях такого типа струны в событии должны образовывать некоторые кластеры [31], распределенные анизотропно. Отметим, что наш подход отличается от гибридных моделей [142], в которых образовавшиеся цветные струны являются начальным условием для гидродинамики. В них пространственная асимметрия струн уже привела бы к появлению азимутальных потоков частиц. Мы же изучаем принципиальную возможность: можно ли обойтись без гидро-фазы для описания азимутальных корреляций, наблюдаемых в  $p + p$  данных. В таком случае, только флуктуации плотности струн не вызовут никаких азимутальных потоков частиц. Однако и в нашей модели эта анизотропия начального состояния имеет решающее значение для двух механизмов, описанных далее, поскольку она контролирует силу их влияния.

Во-вторых, мы рассматриваем изменение кинетической энергии струн, которое происходит, когда они пересекаются в трехмерном пространстве. В результате буст от струны передается частицам, которые она испускает [71]. Это создает корреляции по  $p_T$  и по  $\phi$  между частицами, образованными из струн, которые взаимодействуют друг с другом. Важно, что мы рассматриваем адронизацию струн в момент достижения минимума потенциальной энергии системы струн (в  $\tau_{\text{deepest}}$ ). Это приводит к большому сходству геометрии событий с близким числом струн, что дает похожую картину бустов частиц. Например, на Рис. 3.1, второй столбец, второй ряд, показано типичное событие с 16 струнами. Мы утверждаем, что все события с таким  $n_{\text{str}}$  похожи друг на друга вплоть до поворота события и некоторых статистических флуктуаций. Это означает, что в этих событиях можно измерить ненулевые потоки сопоставимых величин, поэтому сигнал сохранится и после усреднения по этой группе событий.

В-третьих, частицы, проходящие через одиночные струны или струнные кластеры, теряют часть своей энергии из-за глюонного излучения в среде [74]. Когда частица теряет весь свой импульс, это означает, что ей не удалось покинуть струнную материю. Следовательно, возникают азимутальные направления, в которые частицы с таким импульсом не смогут вылететь для данной струнной геометрии. Тем самым распределение частиц по  $\phi$  перестает быть равномерным и возникает некая скоррелированность движения частиц в поперечной плоскости. Более того, сложная геометрия струнной среды приводит к

разным длинам пути в разных азимутальных направлениях и к разным потерям поперечного импульса.

Первый упомянутый механизм был естественным образом введен в нашу модель еще в ее предыдущей версии: рассматриваемая поперечная динамика струн приводит к образованию струнных кластеров различной степени перекрытия. Продольная динамика делает флуктуации плотности струн зависимыми от координаты по быстроте.

Два других механизма реализованы в модели и описаны в следующих подразделах. Отметим, что различные степени перекрытия струн вызывают вариации в величинах потерь энергии и бустов частиц от ячейки к ячейке в пространстве поперечной плоскости-быстроты. В результате рождение частиц в событии становится сильно асимметричным по азимутальному углу и псевдобыстроте.

### 3.5.1 Буст частиц в поперечной плоскости

Поперечный импульс частицы, разыгранный из Ур. (2.6.1), получает лоренцевский буст, если она рождена частью струны, которая была получила буст из-за слияния [71] (см. раздел 3.4).

Чтобы определить вектор буста, мы перебираем все трехмерные ячейки и находим струны, которые их пересекают. 3D ячейке присваиваются проекции импульса,  $\Delta p_X^{\text{bin},i}$  и  $\Delta p_Y^{\text{bin},i}$ , которые находятся как доли проекций импульса  $i$ -ой струны, которая его пересекает,  $\Delta p_X^i$  и  $\Delta p_Y^i$ , из Ур. (3.4.3) как

$$\Delta p_{X,Y}^{\text{bin},i} = \Delta p_{X,Y}^i \frac{d_{\text{bin}}^2 \varepsilon_{\text{rap}}}{S_0 \delta y^i}, \quad (3.5.1)$$

где  $d_{\text{bin}} = 0.05$  фм - размер 2D пикселя по  $X$  и  $Y$  в поперечной плоскости,  $\delta y^i = |y_{\text{fin}}^{\text{part1}} - y_{\text{fin}}^{\text{part2}}|$  - длина  $i$ -ой струны по быстроте, которая сильно флуктуирует и вычисляется как разность между быстротами концов струны,  $y_{\text{fin}}^{\text{part1}}$  и  $y_{\text{fin}}^{\text{part2}}$ .

Аналогичным образом мы находим  $m^{\text{bin},i}$  - часть массы  $i$ -й струны,  $m_{\text{str}}^i$ , которая соответствует этой 3D ячейке

$$m^{\text{bin},i} = m_{\text{str}}^i \frac{d_{\text{bin}}^2 \varepsilon_{\text{rap}}}{S_0 \delta y^i}. \quad (3.5.2)$$

Используя Ур. (3.5.1) и (3.5.2), мы можем найти энергию  $i$ -ой струны, со-

держашуюся в этой 3D ячейке,  $\Delta E^{\text{bin},i}$ , как

$$\Delta E^{\text{bin},i} = \sqrt{(m^{\text{bin},i})^2 + (\Delta p_X^{\text{bin},i})^2 + (\Delta p_Y^{\text{bin},i})^2}. \quad (3.5.3)$$

Если эту 3D ячейку пересекают  $k$  струн в событии, то их  $\Delta p_{X,Y}^{\text{bin},i}$  из Ур. (3.5.1) и  $\Delta E^{\text{bin},i}$  из Ур. (3.5.3) должны суммироваться в ее полный импульс,  $p_{X,Y}^{\text{bin},\text{total}}$ , и полную энергию,  $E^{\text{bin},\text{total}}$ , как

$$p_{X,Y}^{\text{bin},\text{total}} = \sum_{i=1}^k \Delta p_{X,Y}^{\text{bin},i}, \quad (3.5.4)$$

$$E^{\text{bin},\text{total}} = \sum_{i=1}^k \Delta E^{\text{bin},i}. \quad (3.5.5)$$

Мы реализуем испускание частиц каждой 3D ячейкой в системе покоя этой ячейки, как описано в разделе 3.4.1. В этой системе отсчета азимутальный угол частицы,  $\phi$ , разыгрывается из равномерного распределения от  $-\pi$  до  $\pi$ . Чтобы перейти в лабораторную систему отсчета, мы преобразуем четырех-импульсы частиц с помощью вектора буста с  $p_X^{\text{bin},\text{total}}$ ,  $p_Y^{\text{bin},\text{total}}$  и  $E^{\text{bin},\text{total}}$ .

Таким образом, мы получаем скоррелированное поперечное движение частиц, испускаемых трехмерными ячейками, которое сильно зависит от степени перекрытия струн внутри них.

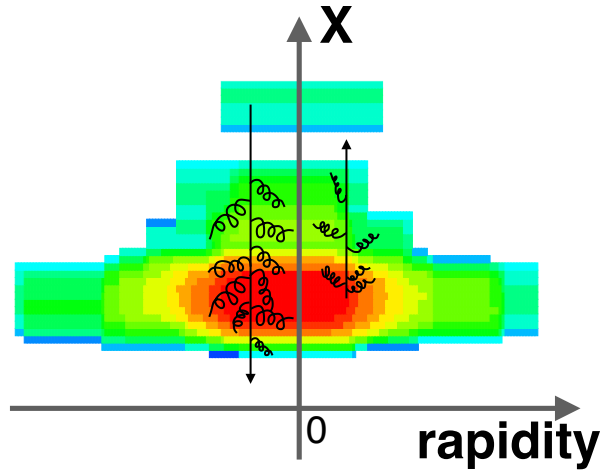
### 3.5.2 Потери поперечного импульса

В этой модели мы предполагаем, что, родившись в некотором отрезке  $\varepsilon_{\text{rap}}$  по быстроте, частица не покидает его, отдаляясь от струны в поперечной плоскости. Когда частица пересекает двумерный пиксель с определенной плотностью струн, она теряет часть своего начального импульса,  $p_{\text{init}}$ , из-за глюонного излучения (Рис. 3.3), вплоть до  $p_{\text{fin}}$ . По аналогии с КЭД-процессом излучения фотонов заряженной частицей, движущейся во внешнем электромагнитном поле, это можно представить следующим образом [74]

$$p_{\text{fin}} = (p_{\text{init}}^{1/3} - \varkappa \sigma_{\text{eff}}^{2/3} l)^3, \quad (3.5.6)$$

где  $\varkappa$  - коэффициент гашения, являющийся свободным параметром модели. Ур. (3.5.6) необходимо применять итеративно, поскольку  $\sigma_{\text{eff}} = 4p_0^2 k^{2\beta}$  меняется от пикселя к пикселю в зависимости от количества перекрывающихся в нем

струн,  $k$ . Таким образом, длина одного двумерного шага,  $l$ , может быть аппроксимирована как  $d_{\text{bin}}\sqrt{2}$  (длина диагонали двумерного пикселя). Чтобы найти траекторию частицы в поперечной плоскости, мы применяем алгоритм Брезенхема [143, 144] отдельно в каждом отрезке по быстройте. Поскольку плотность струн флуктуирует с быстройтой,  $l$  и  $\sigma_{\text{eff}}$  различаются не только под разными азимутальными углами,  $\phi$ , но и в пределах разных отрезков по быстройте,  $\varepsilon_{\text{rap}}$ .



**Рис. 3.3:** Схематическое изображение глюонного излучения (волнистые линии), которое испытывают частицы при прохождении (прямые линии) через неоднородную струнную среду - цветные области с плотностью от наибольшей (красный цвет) до наименьшей (голубой цвет) в плоскости  $X$ -быстрота (подробнее см. текст).

Другим важным замечанием является то, что в общем случае значение  $p_{\text{fin}}$  может стать равным нулю после ряда итераций Ур. (3.5.6). Мы интерпретируем это как неспособность частицы вылететь в заданном азимутальном направлении, в результате чего она поглощается струнным окружением. В этом случае энергия частицы тратится на рождение другой частицы, взамен поглощенной. Для новой частицы мы заново генерируем ее поперечный импульс и азимутальный угол, таким образом, у нее появляется шанс вырваться в новом направлении. Так как мы знаем необходимое количество частиц, которое должно быть испущено из каждой трехмерной ячейки (по распределению Пуассона со средним значением из Ур. (3.4.7)), то нам придется генерировать частицу до тех пор, пока комбинация ее поперечного импульса и азимутального направления вылета не позволит ей, будучи испущенной данной трехмерной ячейкой, покинуть струнную среду.

Отметим, что правильнее было бы учитывать потерю импульса за счет глю-

онного излучения на кварковом уровне. Таким образом, результирующая потеря импульса для частицы должна суммироваться после того, как произойдет слияние кварков в бесцветный адрон. Однако такая процедура значительно усложнила бы модель. Поэтому мы предполагаем, что все это включено в коэффициент гашения  $\kappa$ . Однако, было бы интересно сделать коэффициент гашения разным для барионов и мезонов, что позволило бы эффективно учесть разное количество кварков в них и, соответственно, влияние струнной среды.

В целом, этот механизм возникновения азимутальных корреляций за счет потерь импульса частицами в струнной среде можно сравнить с исследованиями азимутальной «утечки» партонов (parton escape) в транспортных моделях [145].

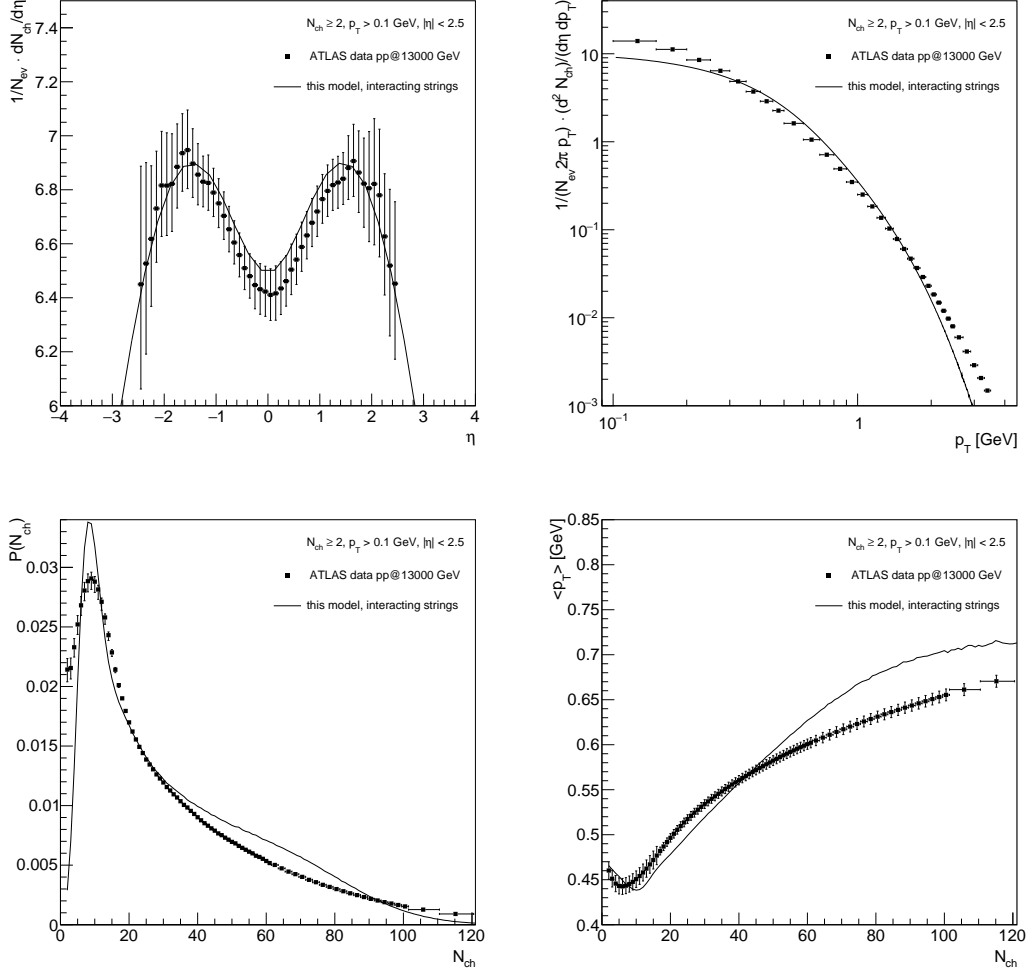
### 3.6 Определение параметров модели

Введя новые механизмы, а также улучшив основы генерации событий, мы должны перенастроить модель. На данный момент сигнал поперечных потоков в протон-протонных столкновениях был измерен только при высоких энергиях и больших множественностях. Поэтому мы выбрали данные ATLAS по неупругим протон-протонным взаимодействиям при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ [146] для фиксации параметров модели и сравнения с ними результатов моделирования азимутальных корреляций.

На Рис. 3.4 представлено сравнение модельных (линии) и экспериментальных (точки) распределений. Расчеты были проведены для десяти миллионов сгенерированных событий. Мы стремимся описать не только глобальные наблюдаемые величины, такие как распределение множественности заряженных частиц (Рис. 3.4, второй ряд, слева), поперечный импульс (Рис. 3.4, первый ряд, справа) и спектр по псевдобыстроте (Рис. 3.4, первый ряд, слева), но также и  $\langle p_T \rangle - N_{\text{ch}}$  корреляционную функцию (Рис. 3.4, второй ряд, справа).

Как было сказано выше, в этой Главе мы рассматриваем только модельный режим с поперечной эволюцией струнной плотности до времени  $\tau_{\text{deepest}}$ , который соответствует максимальной частоте перекрытий струн в минимуме потенциальной энергии системы, а, значит, и максимальной степени их слияния. Выбор такой конфигурации модели был обоснован в предыдущей Главе.

Значение  $dN_{\text{ch}}/d\eta|_{\eta=0}$  (Рис. 3.4, первый ряд, слева) настраивается путем на-



**Рис. 3.4:** Результаты моделирования (линии) в сравнении с данными ATLAS [146] (квадраты) для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ. **Первый ряд:** Распределение  $dN_{\text{ch}}/d\eta$  (слева) в ограниченном экспериментальными измерениями диапазоне  $\eta$  и спектр заряженных частиц  $p_T$  (справа). **Второй ряд:** Распределение по множественности заряженных частиц,  $P(N_{\text{ch}})$ , (слева) и  $\langle p_T \rangle - N_{\text{ch}}$  корреляционная функция (справа). Отбор частиц  $p_T > 0.1$  ГэВ и  $|\eta| < 2.5$ , отбор событий:  $N_{\text{ch}} \geq 2$ . Параметры модели см. в тексте.

хождения соответствующего значения средней множественности частиц, испускаемых трехмерной ячейкой свободной струны,  $\mu_0$ . В свою очередь, ширина распределения  $dN_{\text{ch}}/d\eta$  контролируется значением натяжения струны,  $\sigma_T$ , которое определяет продольную динамику струн, Ур. (2.4.3).

Настраивая средний поперечный импульс частиц, рожденных свободной струной,  $p_0$ , мы фиксируем  $\langle p_T \rangle$  при малых  $N_{\text{ch}}$  (Рис. 3.4, второй ряд, справа). При правильном выборе коэффициента гашения,  $\varkappa$ , Ур. (3.5.6), мы можем изменять наклон корреляционной функции  $\langle p_T \rangle - N_{\text{ch}}$  при средних и больших  $N_{\text{ch}}$ . При больших  $N_{\text{ch}}$  (когда слияние струн наиболее существенно) на величину

$\langle p_T \rangle$  влияет значение константы  $\chi$ , Ур. (3.4.1).

В распределении множественности заряженных частиц (Рис. 3.4, второй ряд, слева) события с  $N_{\text{ch}} < 2$  отброшены, как и в данных, поэтому мы строим график  $P(N_{\text{ch}}) = P_{\text{full}}(N_{\text{ch}})/(1 - P_{\text{full}}(0) - P_{\text{full}}(1))$ , где  $P_{\text{full}}$  - распределение  $N_{\text{ch}}$ , которое включает события без зарегистрированных частиц ( $N_{\text{ch}} = 0$ ). На эти события сильно влияют дифракционные процессы, которые не учитываются в модели. Более того, даже при отборе  $N_{\text{ch}} \geq 2$  на экспериментальные результаты при низких  $N_{\text{ch}}$  и низких  $p_T$  все равно влияет дифракция. Поэтому наши предсказания не должны напрямую сравниваться в этой области, но нас больше интересуют события с высоким  $N_{\text{ch}}$ , так как они более актуальны для изучения коллективного поведения. Полученный  $p_T$ -спектр представлен на Рис. 3.4, первый ряд, справа.

Одновременно были выбраны следующие значения свободных параметров модели для единовременной аппроксимации упомянутых данных ATLAS [146]:  $\mu_0 = 1.14$ ,  $\sigma_T = 0.55$  ГэВ/фм,  $p_0 = 0.37$  ГэВ,  $\varkappa = 0.1$ ,  $\chi = 0.00001$  ГэВ/фм. Найденное значение  $\varkappa$  оказалось довольно низким по сравнению с тем, которое используется, например, в работах [147, 148], однако в нашем исследовании корреляционная функция  $\langle p_T \rangle - N$  выступала в качестве жесткого ограничения на значения  $\varkappa$ .

### 3.7 Исследование азимутальных корреляций в модельном описании неупругих $p + p$ взаимодействий при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ

В этой Главе мы исследуем, могут ли два введенных механизма, порождающих азимутальную анизотропию частиц в представленной струнной модели, описать поперечный поток, измеренный в  $p + p$  столкновениях.

#### 3.7.1 Мотивация выбора величин для исследования

Для количественной оценки сигнала поперечного потока можно в каждом событии выполнить [19] Фурье-разложение одночастичного распределения по азимутальному углу,  $\phi$ . Однако необходимо учитывать внутреннюю симметрию рождения частиц в каждом событии, которая определяется его плоскостью реакции,  $\Psi_{RP}$ . Она формируется направлением пучка и прицельным парамет-



ром и создает предпочтительную азимутальную ориентацию в событии. Таким образом, в расчетах следует использовать относительные азимутальные углы частиц,  $\phi - \Psi_{RP}$ . Поэтому в некоторой части фазового пространства можно разложить распределение по  $\phi - \Psi_{RP}$  в ряд Фурье следующим образом

$$E \frac{d^3 N_{\text{ch}}}{d^3 p} = \frac{1}{2\pi} \frac{d^2 N_{\text{ch}}}{p_T dp_T dy} \left( 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} v_n \cos(n(\phi - \Psi_{RP})) \right), \quad (3.7.1)$$

с набором коэффициентов Фурье,  $v_n$ , которые описывают амплитуды асимметрии распределения частиц в поперечной плоскости, усредненные по частицам в одном событии. Следует отметить, что и  $v_n$ , и  $\Psi_{RP}$  флуктуируют от события к событию, и, как правило, экспериментально измеряются только моменты соответствующих распределений.

Справедливость разложения Фурье в реальном случае конечной множественности событий (особенно в  $p + p$  столкновениях) сомнительна. Более того, плоскость реакции,  $\Psi_{RP}$ , не может быть измерена непосредственно, поэтому ее можно заменить приближением [149], называемым плоскостью события,  $\Psi_{EP}$ . Однако в событии не существует единственной плоскости события, вместо этого определяется набор плоскостей события,  $\Psi_n$ , в зависимости от номера гармоники Фурье  $n$  как

$$\Psi_n = \frac{1}{n} \tan^{-1} \left( \frac{\sum_i \sin(n\phi_i)}{\sum_i \cos(n\phi_i)} \right), \quad (3.7.2)$$

где числитель и знаменатель вычисляются из распределений частиц по  $\phi$  в событии.

Более поздние исследования показали [150], что неточная оценка плоскости событий значительно портит сигнал азимутальных потоков в таком подходе. Поэтому приходится использовать более сложные меры, такие как двухчастичные корреляции, которые, при определенных предположениях, естественным образом исключают зависимость от  $\Psi_{RP}$  в  $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ . Использование многочастичных кумулянтов [87] разных порядков,  $n$ , коррелирующих  $m$  частиц,  $c_n\{m\}$  (см., например, Ур. (0.0.11)), особенно в методе подсобытий [88], считается еще более правильным, поскольку предполагается, что так действительно подавляются non-flow эффекты. В описанном выше методе плоскости реакции этот уровень достоверности результатов для потоков частиц может быть достигнут только путем суммирования по бесконечному числу частиц в событии.

### 3.7.2 Классификация событий

В анализе  $A + A$  столкновений было показано, что возникающий сигнал потока зависит от центральности выбранных для анализа событий: наибольшие азимутальные асимметрии рожденных частиц наблюдались для полупериферийных реакций [151, 152]. Согласно современным представлениям, начальная пространственная анизотропия события переводится термализованной вязкой гидродинамической фазой столкновения в асимметрию импульсов конечных адронов. Применение этого механизма сомнительно для  $p + p$  столкновений [27], но интригующие результаты азимутальных корреляций в протон-протонных данных наблюдались только для событий с высокой множественностью [23, 24]. Поэтому и для  $p + p$  взаимодействий необходимо провести классификацию событий, основанную на некоторой величине, которая будет служить косвенным показателем достигнутой плотности энергии в области взаимодействия.

В этом исследовании мы повторяем процедуру классификации событий ATLAS из работы [153], основанную на множественности заряженных частиц в определенном аксептансе. Так, распределения  $N_{\text{ch}}^{\text{sel}}$  были построены для частиц с  $|\eta| < 2.5$  и одним из следующих  $p_T$ :  $0.3 < p_T < 3.0$  ГэВ,  $p_T > 0.2$  ГэВ,  $p_T > 0.4$  ГэВ или  $p_T > 0.6$  ГэВ. Эти распределения были разбиты на перцентили, чтобы определить, к какому классу событий на основе  $N_{\text{ch}}^{\text{sel}}$  относится то или иное событие. Цель такого разбиения событий заключается в том [153], чтобы изучить зависимость величины азимутальных потоков от классов центральности в событиях разных «типов»: с более или менее «мягкими» частицами. Таким образом, можно сравнить величину сигнала в «центральных» событиях с разной долей частиц с большими  $p_T$ .

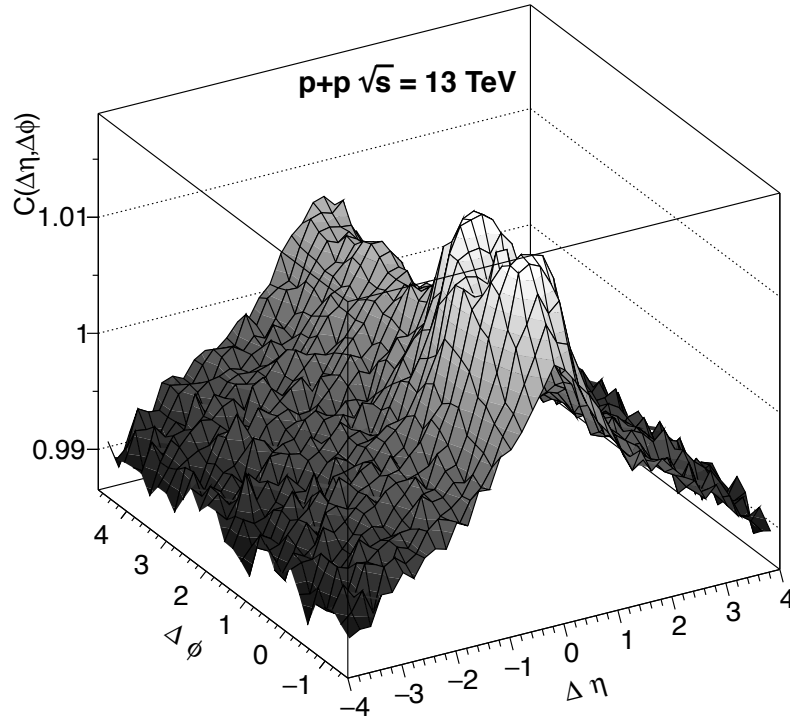
Чтобы построить графики исследуемых величин для классификаций событий с различными выборами  $p_T$  в одних осях, мы соотносим  $N_{\text{ch}}^{\text{sel}}$  с множественностью заряженных частиц  $N_{\text{ch}}$ , рассчитанной для частиц с  $|\eta| < 2.5$  и  $p_T > 0.4$  ГэВ. Средний  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$  для каждого класса событий на основе  $N_{\text{ch}}^{\text{sel}}$  будем откладывать по оси  $X$ , чтобы представить результаты для кумулянтов. Таким образом, результаты для каждого класса событий будут сгруппированы в соответствии с классом, определяемым некоторым значением  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$ . То есть, например, 5% самых центральных событий, определяемых 4-мя разными методами группи-

ровки событий по  $p_T$ , будут соответствовать 4 разных значения  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$ .

### 3.7.3 Результаты модели с потерями импульса, но без бустов частиц

В этом подразделе мы проверяем, обеспечит ли введенная потеря импульсов частицами в струнной среде (раздел 3.5.2) достаточный эффект азимутальной анизотропии частиц. Расчеты были проведены для одного миллиона сгенерированных событий.

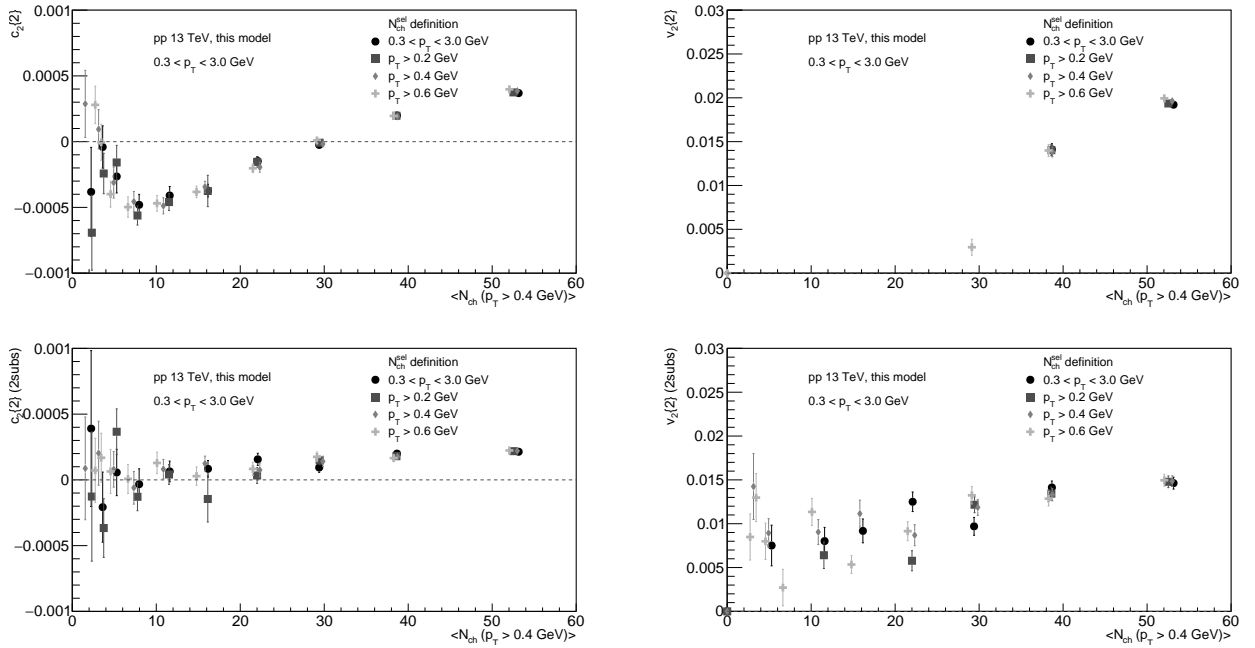
На Рис. 3.5 представлен модельный результат для двухчастичной угловой корреляционной функции  $C(\Delta\eta, \Delta\phi)$ , Ур. (0.0.10), рассчитанной для частиц с  $|\eta| < 2.5$  и  $0.3 < p_T < 3.0$  ГэВ, представленной для класса событий 0 – 10% на основе множественности частиц  $N_{\text{ch}}^{\text{sel}}$  с  $|\eta| < 2.5$  и  $p_T > 0.2$  ГэВ. Виден заметный пик при  $\Delta\phi \approx 0$ ,  $\Delta\eta \approx 0$  и протяженная структура вдоль  $\Delta\eta \approx 0$ , возникающая в результате распадов  $\rho$ -резонансов [154]. Однако, в представленной  $C(\Delta\eta, \Delta\phi)$  не видно структуры ближнего гребня (near-side ridge).



**Рис. 3.5:** Модельные результаты для двухчастичной корреляционной функции,  $C(\Delta\eta, \Delta\phi)$ , для частиц с  $|\eta| < 2.5$  и  $0.3 < p_T < 3.0$  ГэВ, представленные в классе событий с отбором частиц  $p_T^{\text{cent}} > 0.2$  ГэВ и  $\langle N_{\text{ch}} \rangle \approx 53$  для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ.

На Рис. 3.6 представлены  $c_2\{2\}$  (первый ряд, слева) и  $c_2\{2\}_{(2\text{subs})}$  (второй ряд, слева), рассчитанные для частиц с  $|\eta| < 2.5$  и  $0.3 < p_T < 3.0$  ГэВ, как функции  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$  (определение  $N_{\text{ch}}^{\text{sel}}$ , соотнесенного с  $N_{\text{ch}}$ , см. в легенде).

Напомним читателю, что для нахождения  $v_2\{2\}$  из  $c_2\{2\}$  последний должен быть положительным. При этом  $v_2\{2\}$ , Ур. (0.0.12), - это приближение гармоника эллиптического потока, которое в условии отсутствия вкладов ближних корреляций будет совпадать с истинной  $v_2$  из Ур. (3.7.1) при  $n = 2$ . Вот почему так мало значений  $v_2\{2\}$  (Рис. 3.6, первый ряд, справа) определено и нельзя сделать никакого осмысленного вывода даже о зависимости  $v_2\{2\}$  от  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$ , за исключением абсолютных значений. Результаты моделирования с отрицательным  $c_2\{2\}$  при малых значениях  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$  (Рис. 3.6, первый ряд, слева) совпадают с наблюдаемой сменой знака с положительного на отрицательный для  $c_2\{4\}$  в работе [153]. Такое поведение, в общем случае, показывает, что в  $c_2\{2\}$  остаются вклады от non-flow корреляций. Чтобы избавиться от них, было предложено [88] изучать кумулянты в подсобытиях, разделенных по быстроте. Таким образом, введя псевдобыстротный зазор  $\Delta\eta$  между частицами с  $\phi_1$  и  $\phi_2$ , можно устранить ближние корреляции (возникающие, например, из-за распадов резонансов, струй и законов сохранения импульса) и измерить  $c_2\{2\}_{(2\text{subs})}$  и соответствующие  $v_2\{2\}_{(2\text{subs})}$ .



**Рис. 3.6:** Результаты моделирования для двухчастичных кумулянтов  $c_2\{2\}$  (первый ряд, слева) и  $c_2\{2\}_{(2\text{subs})}$  (второй ряд, слева) и гармоник второго потока  $v_2\{2\}$  (первый ряд, справа) и  $v_2\{2\}_{(2\text{subs})}$  (второй ряд, справа), рассчитанных для частиц с  $0.3 < p_T < 3.0$  ГэВ и представленных как функции  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$ , оцененного для различного выбора событий на основе  $p_T^{\text{cent}}$  частиц для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ.

Модельные значения  $c_2\{2\}_{(2\text{subs})}$  (Рис. 3.6, второй ряд, слева) скорее положительны, что можно интерпретировать как частичное подавление корреляций от распада  $\rho$  [154]. Здесь метод двух подсобытий показывает свое преимущество, хотя статистические неопределенности возрастают. Однако сравнение модельного графика на Рис. 3.6, второй ряд, слева, с результатом ATLAS для  $c_2\{2\}$  с  $\eta$ -зазором (см. работу [153], Рис.4, правый верхний график) показывает, что величина модельного поперечного потока слишком мала. Более того, все графики на Рис. 3.6 не проявляют зависимости от  $p_T^{\text{cent}}$  в пределах статистических погрешностей в отличие от экспериментальных результатов [155], что означает отсутствие в модели зависимости потоков частиц от  $p_T$ . Кроме того, экспериментально полученные значения  $v_2\{2\}_{(2\text{subs})} \approx 0.05$ , приведенные в работе [155], больше результатов моделирования (Рис. 3.6, второй ряд, справа). Отметим, что основной тезис статьи ATLAS [155] состоит в том, что  $c_2\{4\}_{(2,3\text{subs})}$  следует измерять вместо  $c_2\{2\}$ , однако в нашей текущей реализации модели значения  $c_2\{4\}_{(2,3\text{subs})}$  сопоставимы с нулем.

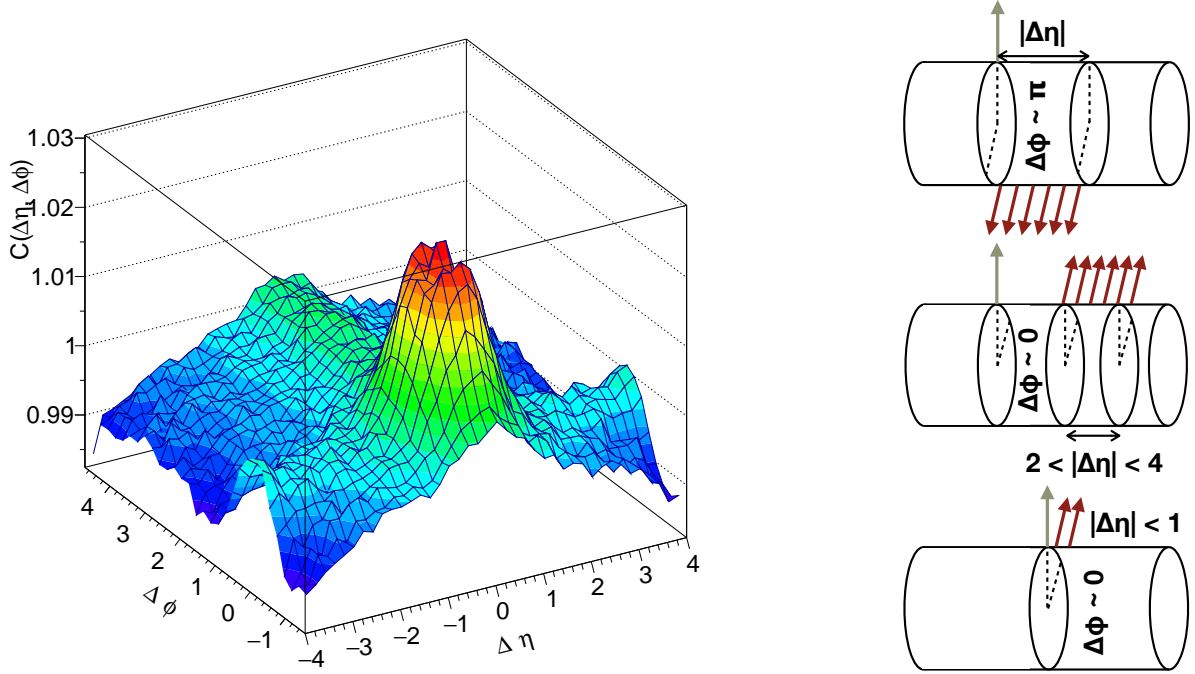
Результат, полученный в разработанной модели на данном этапе, говорит о том, что хотя учет потерь импульса в струнной среде важен при изучении азимутальных анизотропий рожденных частиц, его оказывается недостаточно для описания наблюдаемых явлений. Это утверждение несколько противоречит результатам оригинального подхода в работах [147, 148] и интересной аналогии с азимутальной «утечкой» партонов (parton escape) в транспортных моделях [145]. Естественным кандидатом на увеличение сигнала азимутальных корреляций является введение дополнительного буста частиц от движения перекрывшихся струн, описанного в разделе 3.5.1. В следующем разделе представлены результаты модели с одновременным включением этих двух механизмов.

### 3.7.4 Результаты модели для $C(\Delta\eta, \Delta\phi)$ с потерями импульса и бустами частиц

В этом разделе представлены результаты для полной конфигурации самой последней версии модели: она включает бусты частиц от слившихся струн и потерю импульса частиц в струнной среде. Расчеты были проведены для десяти миллионов сгенерированных событий.

На Рис. 3.7 представлен результат для двухчастичной угловой корреляции-

онной функции  $C(\Delta\eta, \Delta\phi)$ , Ур. (0.0.10), рассчитанной для частиц с  $|\eta| < 2.5$  и  $0.3 < p_T < 3.0$  ГэВ, для класса событий 0 – 10% на основе множественности  $N_{\text{ch}}^{\text{sel}}$  частиц с  $|\eta| < 2.5$  и  $p_T > 0.6$  ГэВ.



**Рис. 3.7:** Слева: Модельный результат для двухчастичной корреляционной функции  $C(\Delta\eta, \Delta\phi)$ , рассчитанной для частиц с  $|\eta| < 2.5$  и  $0.3 < p_T < 3.0$  ГэВ и представленной для класса событий 0 – 10% на основе множественности заряженных частиц  $N_{\text{ch}}^{\text{sel}}$  с  $|\eta| < 2.5$  и  $p_T > 0.6$  ГэВ для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ. Справа: схематическое объяснение наблюдаемых  $\Delta\eta - \Delta\phi$  корреляций.

Примечательно, что форма  $C(\Delta\eta, \Delta\phi)$  на Рис. 3.7, слева, содержит ближний гребень (near-side ridge) при  $\Delta\phi \approx 0$ , протянувшийся по всему представленному диапазону  $\Delta\eta$ , в отличие от результата без бустов частиц на Рис. 3.5. Эта структура указывает на испускание частиц в узкоколлимированных азимутальных направлениях в широком диапазоне  $\Delta\eta$ . В рамках модели эта структура создается частицами, испущенными струнными кластерами, которые имеют вытянутую форму по быстроте.

Правая часть Рис. 3.7 содержит схематическое объяснение корреляционных структур в  $C(\Delta\eta, \Delta\phi)$ . Нижний рисунок (Рис. 3.7, справа) соответствует испусканию частиц при  $\Delta\eta \approx 0$ ,  $\Delta\phi \approx 0$ . Выделяющийся пик при  $\Delta\phi \approx 0$ ,  $\Delta\eta \approx 0$  и протяженная структура вдоль  $\Delta\eta \approx 0$  (Рис. 3.7, слева) похожи на полученные в модели без бустов частиц (Рис. 3.5). Эти структуры снова происходят от рас-

падов  $\rho$ -резонансов [154]. Однако относительная высота пиков  $\Delta\phi \approx 0$ ,  $\Delta\eta \approx 0$  больше из-за возможного большего буста  $\rho$  на Рис. 3.7. Другими словами, если  $\rho$ -резонанс получил существенный буст от кластера струн, то продукты распада (два заряженных пиона) дадут вклад в  $\Delta\phi \approx 0$ ,  $\Delta\eta \approx 0$ , что приведет к увеличению пика. В противном случае, если  $\rho$  был «медленным», то пионы будут разлетаться на сколь угодно большие азимутальные углы (вся доступная  $\Delta\phi$  покрывается этой структурой,  $\Delta\phi = \pi$  как предел для продуктов распада  $\rho$  в состоянии покоя).

Среднее изображение в правой части Рис. 3.7 объясняет ближний ( $\Delta\phi = 0$ ,  $\Delta\eta > 2$ ) гребень (Рис. 3.7, слева), наличие которого означает, что существует испускание частиц с близкими  $\phi$  при очень разных  $\eta$ . Это хорошо согласуется с картиной рождения частиц протяженными по быстроте отрезками цветковых струн, которые получили буст в результате слияния струн. Таким образом, частицы, рожденные в некотором быстротном интервале, летят в поперечном направлении, которое определил двумерный вектор импульса этого сегмента струны. Это значит, что, чем больше перекрытие струн в некоторой области, тем больший буст получают от него частицы, тем больший вклад в ближний гребень оно даст. Как было сказано выше, поперечная динамика струн, рассматриваемая до  $\tau_{\text{deepest}}$ , приводит к образованию компактной «горячей» области (Рис. 3.1, второй столбец) в каждом событии (независимо от числа струн), которая отличается с точностью до некоторых статистических флуктуаций, что усиливает азимутальные корреляции частиц.

Следует добавить, что в данных [23, 24, 156], наблюдается еще одна структура в двухчастичной угловой корреляционной функции, называемая дальний гребень (away-side ridge). Она соответствует увеличенному выходу частиц в противоположных азимутальных направлениях ( $\Delta\phi \approx \pi$ ) при всех возможных  $\Delta\eta$  и содержит вклады как от потоков частиц, так и от законов сохранения. Верхнее изображение в правой части Рис. 3.7 дает графическую интерпретацию этой структуры. Однако на Рис. 3.7, слева, видно, что дальний гребень отсутствует в нашем текущем модельном результате.

Полученная модельная топология двухчастичной угловой корреляционной функции (Рис. 3.7, слева) может быть объяснена следующим образом. Во-первых, это образование очень плотного струнного кластера, испускающего ча-

стицы, который возникает из-за активного перекрытия и слияния струн (см. красное «горячее» пятно для всех строк во втором столбце на Рис. 3.1). Это скопление множества слившихся струн испускает частицы в единственном выделенном направлении, что приводит к  $\Delta\phi \approx 0$ . В то же время периферийная область событий (показана зеленым цветом и окружает красное «горячее» пятно, второй столбец на Рис. 3.1), по-видимому, слишком скудна, чтобы произвести достаточно частиц в различных направлениях и сформировать дальний гребень. Полученные поперечные распределения плотности струн в событии (Рис. 3.1, второй столбец) напоминают характерную картину «core-согопа» [157]. На языке нашей модели можно сказать, что время эволюции струнной системы в поперечной плоскости жестко контролирует степень разделения областей «core-согопа».

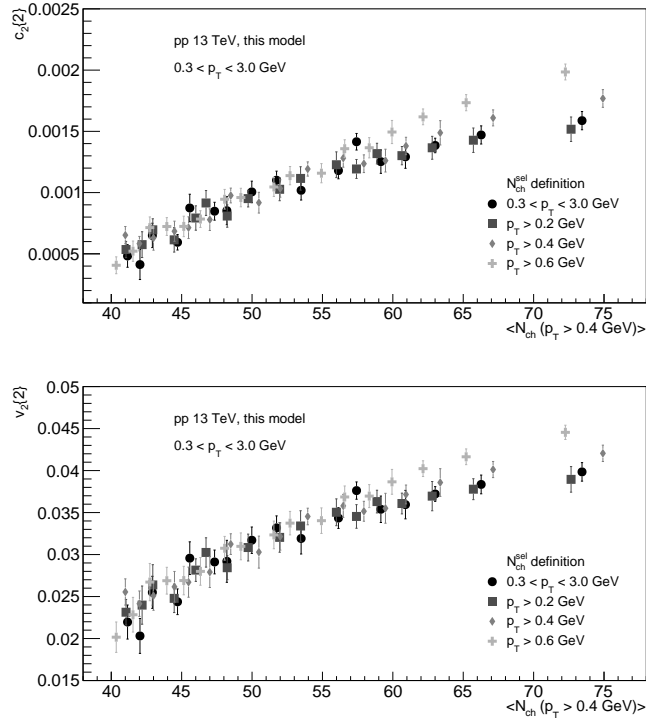
### 3.7.5 Результаты модели для кумулянтов с потерями импульса и бустами частиц

На Рис. 3.8 показаны результаты новой модели для  $c_2\{2\}$  (первый ряд), Ур. (0.0.11), и  $v_2\{2\}$  (второй ряд), Ур. (0.0.12), рассчитанные для частиц с  $|\eta| < 2.5$  и  $0.3 < p_T < 3.0$  ГэВ, как функции  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$ . Расчеты были проведены для десяти миллионов сгенерированных событий. Это дает нам доступ к классам событий меньшей ширины, чем в разделе 3.7.3, тем самым мы можем исключить примесь событий с другими множественностями и получить более «чистые» результаты. На Рис. 3.8 представлены результаты для классов событий с шириной 0.5% распределения  $N_{\text{ch}}^{\text{sel}}$ , рассчитанного для различных классификаций событий на основе  $p_T$  (та же процедура, что и на Рис. 3.6).

Поскольку флуктуации слишком велики для классов шириной 0.5% при малых  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$ , мы ограничиваем  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$ , начиная с  $\sim 40$ , где значения  $c_2\{2\}$  положительны и демонстрируют рост с увеличением множественности. Видно, что значения  $c_2\{2\}$  с бустами частиц (Рис. 3.8, первый ряд) примерно в четыре раза больше на больших  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$ , чем значения  $c_2\{2\}$ , полученные без бустов частиц (Рис. 3.6, первый ряд, слева). Соответствующая гармоника эллиптического потока,  $v_2\{2\}$ , (Рис. 3.8, второй ряд) повторяет это поведение. Мы интерпретируем это следующим образом.

Поперечное движение струн, рассматриваемое до времени  $\tau_{\text{deepest}}$ , которое



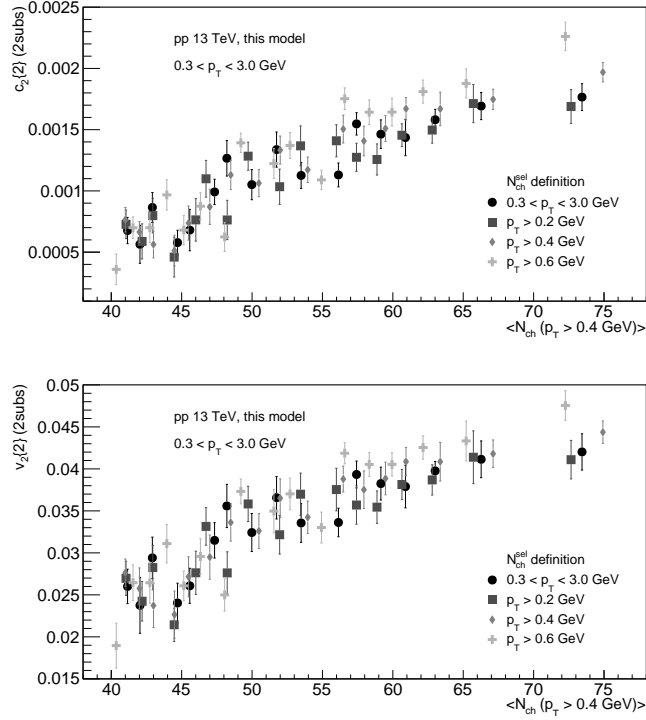


**Рис. 3.8:** Модельные результаты для двухчастичного кумулянта,  $c_2\{2\}$ , (**первый ряд**) и соответствующей гармонике эллиптического потока,  $v_2\{2\}$ , (**второй ряд**), рассчитанные для частиц с  $0.3 < p_T < 3.0$  ГэВ и  $|\eta| < 2.5$  и представленные как функция  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$ , оцененного для различных классов событий шириной 0.5% для распределения  $N_{\text{ch}}^{\text{sel}}$ , рассчитанного для частиц с различными  $p_T$  (указаны в легенде) и  $|\eta| < 2.5$  для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ.

соответствует максимальной степени их перекрытий и слияний, приводит к формированию особой геометрии событий: для фиксированного числа струн события выглядят похожими, но могут быть повернуты. Поэтому величины бустов частиц очень близки, так как определяются степенью перекрытия струн. При увеличении числа струн средний буст становится сильнее, так как степень перекрытия выше в «горячем» пятне события. Таким образом, слияние струн играет более значительную роль с увеличением плотности струн, и как гашение импульса частиц, так и буст частиц приводят к увеличению сигнала азимутального потока при большом  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$ . Наконец, каждое событие характеризуется конечным значением  $v_2$ , но, поскольку их конфигурации очень похожи, то даже после усреднения по событиям  $v_2$  не равно нулю.

Важно отметить, что результаты моделирования можно сравнивать только с экспериментальными данными, в которых подавлены non-flow вклады (гораз-

до более богатые, чем введенный в модель распад  $\rho$  резонанса). Это, например, измеренное  $c_2\{2\}$  с  $\eta$ -зазором (см. работу [153], Рис.4, правый верхний график). Для подавления возможных оставшихся вкладов от распадов  $\rho$  в модели (как единственного источника non-flow корреляций) мы применяем вышеупомянутую процедуру [88] и вычисляем  $c_2\{2\}_{(2\text{subs})}$  и соответствующие  $v_2\{2\}_{(2\text{subs})}$  в двух подсобытиях, разделенных по псевдобыстроте (см. Рис. 3.9).



**Рис. 3.9:** Модельные результаты для двухчастичного кумулянта,  $c_2\{2\}_{(2\text{subs})}$ , (**первый ряд**) и соответствующей гармонике эллиптического потока,  $v_2\{2\}_{(2\text{subs})}$ , (**второй ряд**), рассчитанные двух-подсобытийным методом для частиц с  $0.3 < p_T < 3.0$  ГэВ и  $-2.5 < \eta < -0.83$  или  $0.83 < \eta < 2.5$  и представленные как функции  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$ , оцененного для различных классов событий шириной 0.5% для  $N_{\text{ch}}^{\text{sel}}$  распределения, рассчитанного для частиц с различными  $p_T$  (указаны в легенде) и  $|\eta| < 2.5$  для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ.

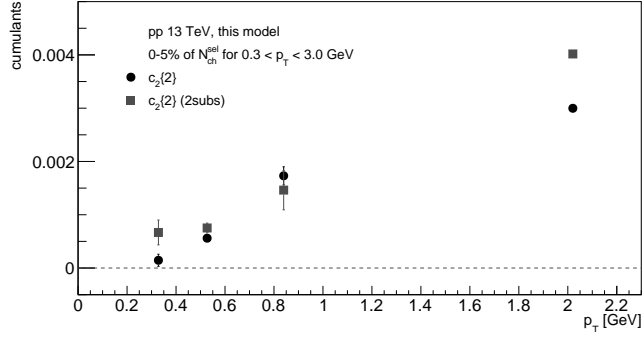
На Рис. 3.9 представлены  $c_2\{2\}_{(2\text{subs})}$  (первый ряд) и  $v_2\{2\}_{(2\text{subs})}$  (второй ряд), рассчитанные двух-подсобытийным методом [88] для частиц с  $0.3 < p_T < 3.0$  ГэВ и  $-2.5 < \eta < -0.8$  или  $0.8 < \eta < 2.5$ . Видно, что  $c_2\{2\}_{(2\text{subs})}$  и  $v_2\{2\}_{(2\text{subs})}$  повторяют поведение  $c_2\{2\}$  и  $v_2\{2\}$  с Рис. 3.8, достигая несколько больших значений. Таким образом, мы предполагаем, что метод двух подсобытий действительно устранил часть оставшегося влияния распадов  $\rho$  резонансов, хотя его использование требует большей статистики моделируемых событий.

Результаты ATLAS для  $c_2\{2\}$  с  $\eta$ -зазором (см. работу [153], Рис.4, правый верхний график) показывают почти постоянное значение  $\approx 0.003$  для  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$  от 0 до 180. Наибольшие значения модели достигают  $c_2\{2\}_{(2\text{subs})} \approx 0.002$  для событий с максимальным  $\langle N_{\text{ch}} \rangle \approx 75$  в рассматриваемых классах событий шириной 0.5%. Имеющаяся статистика нашей модели ( $\sim 10$  млн событий) не позволяет нам проанализировать кумулянты в более узких классах событий (0.1% или 0.05%), что не дает возможности провести сравнение один к одному с данными ATLAS [153]. Однако если экстраполировать результат модели на классы событий с более высоким  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$ , то весьма вероятно, что предел ATLAS будет достигнут.

В масштабе, представленном в работе [153], Рис.4, правый верхний график, трудно оценить рост  $c_2\{2, |\Delta\eta| > 2\}$  с  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$ , измеренный ATLAS. Однако зависимость, похожая на наши модельные результаты, была представлена ALICE (см. предварительные результаты в работе [158]). Это интегрированная по быстроте двухчастичная корреляция,  $\Upsilon(\Delta\phi)$ , которая растет с множественностью событий. Результаты ALICE представлены для ближнего гребня, но они отличаются отбором частиц, что также не позволяет провести прямое численное сравнение с нашими модельными результатами, а ограничиться только качественным сопоставлением.

При больших  $\langle N_{\text{ch}} \rangle$  на Рис. 3.8 и Рис. 3.9 можно заметить небольшое расщепление результатов при различных определениях  $N_{\text{ch}}^{\text{sel}}$ . Основная цель анализа с различными выборами  $p_T$  - проверить чувствительность азимутальных потоков к поперечным импульсам частиц. Чтобы увидеть это наглядно, мы построили (Рис. 3.10) график зависимости двухчастичных кумулянтов,  $c_2\{2\}$  и  $c_2\{2\}_{(2\text{subs})}$  от  $p_T$  частиц для класса событий 0 – 5% из  $N_{\text{ch}}^{\text{sel}}$  распределения для частиц с  $0.3 < p_T < 3.0$  ГэВ и  $|\eta| < 2.5$ . Чтобы добиться одинакового числа частиц для всех точек, мы проводим расчет кумулянтов в интервалах  $p_T$  разного размера.

Из Рис. 3.10 видно, что значения  $c_2\{2\}$  и  $c_2\{2\}_{(2\text{subs})}$  постепенно растут как функции импульса частиц, которые используются в их расчетах. Это находится в качественном согласии с результатами ATLAS [153], демонстрирующими аналогичное поведение. Важным замечанием является то, что результаты модели без бустов частиц не показали никакой зависимости от  $p_T$  (Рис. 3.6, нет зависимости от выбора  $p_T$  для  $N_{\text{ch}}^{\text{sel}}$ ).



**Рис. 3.10:** Модельные результаты для двухчастичных кумулянтов,  $c_2\{2\}$  и  $c_2\{2\}_{(2\text{subs})}$ , как функций  $p_T$  частиц, используемых в их расчетах, для класса событий 0 – 5% на основе  $N_{\text{ch}}^{\text{sel}}$  распределения для частиц с  $0.3 < p_T < 3.0$  ГэВ,  $|\eta| < 2.5$  для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ.

В полной версии модели  $p_T$ -поведение кумулянтов  $c_2\{2\}$  и  $c_2\{2\}_{(2\text{subs})}$  (Рис. 3.10) может быть объяснено следующим образом. Во-первых, введенный механизм гашения импульсов частиц в струнной среде приводит к увеличению анизотропии для частиц с более высокими  $p_T$ . Это связано с тем, что частице становится все труднее покинуть струнную материю, сохранив достаточно большой поперечный импульс. В свою очередь, взаимодействие струн и их последующие бусты в поперечной плоскости увеличивают  $p_T$  скоррелированных частиц, что приводит к увеличению анизотропии от этих бустов.

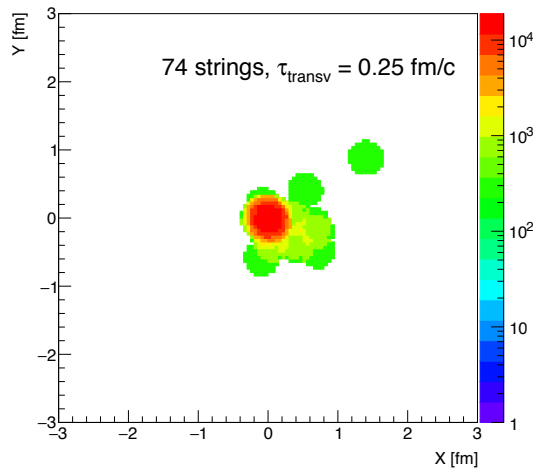
Подводя итог, можно сказать, что модельные результаты, полученные для двухчастичных кумулянтов второго порядка, находятся в качественном согласии с данными ATLAS для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ.

### 3.8 Обсуждение

В этой Главе мы расширили разработанную модель взаимодействующих цветных струн конечной длины по быстроте с помощью усовершенствованных механизмов взаимодействия «струна-струна» и «струна-частица», чтобы рассмотреть сложный вопрос о происхождении коллективных азимутальных потоков частиц, наблюдаемых в неупругих протон-протонных взаимодействиях.

В разработанной модели картина событий перед адронизацией выглядит как сильно неоднородная струнная среда (см. Рис. 3.1, второй столбец, и Рис. 3.2, второй и четвертый столбцы). Возникшая в результате мультипомеронного об-

мена система струн, испускающих частицы, разупорядочена продольной и поперечной динамикой системы. Для наглядности мы повторяем ниже проекцию на поперечную плоскость редкого события с 74 струнами (Рис. 3.11).



**Рис. 3.11:** Симулированное событие с 74 струнами. На рисунке показана проекция трехмерной плотности струн на поперечную плоскость  $X - Y$  после поперечной эволюции в течение  $\tau_{\text{transv}} = \tau_{\text{deepest}}$ , указанного на графике.

На Рис. 3.11 (Рис. 3.1, второй столбец; Рис. 3.2, второй и четвертый столбцы) видно своеобразную группировку струн в смешанном конфигурационно-импульсном пространстве. Некоторые из них изолированы, образуя окраину  $p + p$  взаимодействия, другие частично перекрываются, а наиболее «удачливые» образуют плотное скопление струн, перекрывающихся в наивысшей степени (красное пятно). Именно наличие такого ядра определяет важнейшие коллективные особенности образования мягких частиц в  $p + p$  столкновениях. В частности, в модели появляется анизотропия частиц, обусловленная сложной конфигурацией струн и струнных кластеров в событии, а также эффектом гашения импульса частиц.

Таким образом, мы наблюдаем картину «ядро-корона» (core-corona) в струнной системе [157]. Именно наличие этих двух характерных областей событий определяет свойства азимутальных корреляций в модели. В частности, в области короны играют роль только потери импульса частиц. С другой стороны, влияние сложной структуры ядра предсказать сложнее. Области с низкой плотностью струн создают скоррелированные разнонаправленные бусты частиц, в то время как самая «горячая» область определяет одно доминирующее направ-

ление и, следовательно, придает частицам существенный буст с  $\Delta\phi \approx 0$ .

Модельные результаты для угловой корреляционной функции,  $C(\Delta\eta, \Delta\phi)$ , показывают характерный ближний гребень, который формируется коллимированным испусканием частиц, которые получили бусты от скоплений струн.

С другой стороны, дальний гребень отсутствует в результатах моделирования. Мы интерпретируем это как чрезмерное сближение струн в момент  $\tau_{\text{deepest}}$ , что приводит к образованию слишком плотной области перекрывшихся струн. В этом случае рождение частиц с  $\Delta\phi \approx \pi$  в рамках модели с бустами должно происходить из периферийных, малозаполненных частей «core». Похоже, что в текущей реализации эта область слишком скудна для создания дальнего гребня. Аналогичное наблюдение было сделано в работе [159], где отсутствие дальнего гребня было вызвано трудностями в определении границы между «core-core».

Результаты расчетов для двухчастичных кумулянтов второго порядка находятся в качественном согласии с данными ALICE и ATLAS для неупругих  $p + p$  взаимодействий при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ. В будущих исследованиях для вычисления многочастичных кумулянтов и доступа к событиям с высокой множественностью нам потребуется более высокая статистика (примерно в 1000 раз больше, чем сейчас). Сигнал азимутального потока, полученный в модели, растет с поперечным импульсом частиц в событиях с высокой множественностью. Это отражает его происхождение из азимутальных корреляций частиц, испущенных взаимодействующими струнами.

## Заключение

В диссертации представлено поэтапное развитие Монте-Карло модели взаимодействующих цветковых струн конечной длины по скорости, предназначенной для описания корреляций частиц при энергиях БАК.

Развитие и применение непertурбативных подходов в физике высоких энергий продиктовано невозможностью использовать методы КХД для описания множественного рождения частиц мягкой части спектра в адронных столкновениях. Один из успешных подходов основан на концепции образования цветковых струн между сталкивающимися партонами, которые фрагментируют в наблюдаемые адроны. Этот подход оказался эффективным как в феноменологических расчетах, так и в качестве основы многих Монте-Карло генераторов событий.

В диссертации предлагается расширить подход цветковых струн за счет детального учета начальных стадий столкновений, то есть формирования конечной и неоднородной плотности струн в конфигурационно-импульсном пространстве. Это обогащает структуру среды, испускающей частицы, но приводит к тому, что она перестает быть трансляционно инвариантной [130]. Тем не менее разработанная модель воспроизводит экспериментально наблюдаемое плато распределения по числу частиц в средней области скоростей, что подчеркивает важность изучения корреляций дифференциально по скоростям для выявления внутренней структуры системы источников частиц.

Дополнительная новизна настоящей работы заключается в одновременном рассмотрении слияния перекрывающихся цветковых струн, что не только меняет характеристики рождения частиц для струнных кластеров, но и создает азимутально скоррелированные выходы частиц. Данное исследование мотивировано неожиданным экспериментальным свидетельством коллективности, наблюдаемым в протон-протонных столкновениях на БАК, что ставит под сомнение

принятую парадигму «тривиальности» протон-протонных взаимодействий по сравнению с ядро-ядерными.

Интересно провести параллели между последней, самой полной, версией нашей модели и генераторами событий, также основанными на фрагментации цветковых струн, такими как EPOS4 [35] и PYTHIA [36]. Ключевой концепцией нашей модели является описание неупругого  $p + p$  взаимодействия через мультипомеронный обмен, который напоминает параллельные рассеяния партонов, происходящие в EPOS4. Наш способ нахождения импульсов партонов на концах струн сочетает в себе идеи распределения энергии-импульса и насыщения, реализованные в EPOS4. Все это разительно отличается от идеи жесткого рассеяния, которое является отправной точкой многочастичных взаимодействий в PYTHIA. Концепция, которая не была реализована ни в одном из существующих генераторов событий, - это поперечная динамика струн [59], вызванная их притяжением, введена в нашу модель. Она изменяет трехмерную плотность струн в событии и приводит к кластеризации источников частиц. Учет слияния перекрывшихся струн формирует «горячее» струнное пятно в событии, что является аналогом формирования «core» в EPOS4. Также в PYTHIA реализована идея формирования слившегося источника частиц с большим натяжением с помощью механизма образования «веревки» («ropes»). Наконец, в EPOS4 рассматривается гидродинамическая эволюция «core», что приводит к появлению сигналов азимутальных потоков. В представленной модели источниками азимутальной анизотропии образующихся частиц являются бусты частиц от частично перекрывающихся и сливающихся струн (аналогичные эффекту механизма расталкивания струн в PYTHIA) и потери импульса частицами в струнной среде.

Основные результаты, которые были получены в рамках разработанного подхода и представлены в данной диссертации:

1. В представленной упрощенной модели без ближних корреляций учет конечности струн по быстроте приводит к уменьшению коэффициента корреляции  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  и увеличению сильно интенсивной величины  $\Sigma[N_F, N_B]$  с увеличением быстротного расстояния,  $\Delta y$ , между быстротными аксептансами, где вычисляются множественности  $N_F$  и  $N_B$ . Это поведение конкурирует с возможным вкладом от ближних корреляций, ранее показанным в струнных моделях других авторов, который также



уменьшает  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  и увеличивает  $\Sigma[N_F, N_B]$  с  $\Delta y$ . Как показано, рассматривая оба механизма по отдельности, можно получить справедливое описание экспериментальных данных, что делает произвольный выбор одного из этих сценариев неправомерным. Таким образом, в диссертации доказывается, что зависящий от быстроты фон дальних корреляций, определяемый исключительно флуктуациями числа струн в быстрой аксептансах в передней и задней полусферах, является важной составляющей правильного рассмотрения корреляций, которое должно быть выполнено в будущих исследованиях.

2. В представленной упрощенной модели без ближних корреляций учет как конечности струн по быстрой, так и слияния струн, перекрывающихся в трехмерном конфигурационно-импульсном пространстве, приводит к уменьшению сильно интенсивной величины  $\Sigma[N_F, N_B]$  по сравнению с ее значениями, вычисленными для свободных струн. С одной стороны, это противоречит результатам, полученным ранее в моделях других авторов с бесконечными струнами и ближними корреляциями. С другой стороны, это согласуется с экспериментальными наблюдениями уменьшения  $\Sigma[N_F, N_B]$  для более центральных ядро-ядерных столкновений, следовательно, для более плотных струнных конфигураций. На основании сравнения результатов данной диссертации и упомянутых моделей можно предположить, что одновременный учет как конечности струн по быстрой, так и ближних корреляций даст результирующее уменьшение  $\Sigma[N_F, N_B]$  при слиянии струн в  $A + A$  столкновениях. Более того, предполагается, что в данных  $p + p$  ведущий вклад по-прежнему будет определяться ближними корреляциями, которые обеспечивают увеличение  $\Sigma[N_F, N_B]$  при слиянии струн для более «центральных» событий, как и в данных. Однако учет вклада от конечности струн по быстрой изменит его. Таким образом, это наблюдение подтверждает предыдущее утверждение и говорит в пользу возможности в будущем разработки модели, одновременно учитывающей эти два механизма.
3. В разработанной модели со струнами, конечными по быстрой, учет поперечной динамики струн, вызванной их притяжением, и образования

струнных кластеров за счет их слияния приводит к правильному описанию поведения  $\langle p_T \rangle - N$  корреляционной функции, наблюдаемой в  $p + p$  взаимодействиях при высоких энергиях. В диссертации показано, что именно режим с наибольшей степенью перекрытия струн, достигаемой при  $\tau_{\text{deepest}}$ , описывает наклон  $\langle p_T \rangle - N$ .

4. В диссертации показана аналитическая связь сильно интенсивной величины  $\Sigma[N_F, N_B]$  с кумулянтами, факториальными кумулянтами и коэффициентом асимметрии распределения  $N_F - N_B$ . Этот вывод обогащает понимание свойства сильной интенсивности, расширяя класс наблюдаемых величин, устойчивых к тривиальным флуктуациям объема. В диссертации показано, что для исследования корреляций и флуктуаций множественности «вперед-назад» достаточно изучать только одну из указанных величин. Однако добавление в анализ коэффициента корреляции является полезным, поскольку он дает дополнительную информацию о  $\langle N_B(N_F) \rangle$ .
5. В разработанной модели с ограниченными по быстроте струнами, учитывающей трехмерную динамику плотности струн, показано, что эффект слияния струн изменяет значения коэффициента корреляции  $b_{\text{corr}}[N_F, N_B]$  и сильно интенсивных величин  $\Sigma[N_F, N_B]$ ,  $\Sigma[P_T, N]$  и  $\Delta[P_T, N]$  таким же образом, как и механизм перецепления цвета, используемый в генераторе событий PYTHIA. Наблюдаемая согласованность обоих подходов, основанных на разных идеях, но рассматривающих переход струнной системы в энергетически более выгодное состояние, с экспериментальным поведением делает их альтернативными.
6. В усовершенствованной модели с ограниченными по быстроте струнами, учитывающей трехмерную динамику плотности струн и слияние струн, которое придает дополнительный буст испускаемым частицам в поперечном измерении и влияет на их потери импульса в неоднородной струнной среде, получены результаты по азимутальным анизотропиям рожденных частиц. Структура ближнего гребня в двухчастичной угловой корреляционной функции, полученная в диссертации, соответствует наблюдению ATLAS яркого сигнала коллективности в  $p + p$  столкновениях с высокой множественностью. Рассчитанные двухчастичные кумулянты качествен-

но повторяют экспериментальное увеличение азимутальных корреляций с множественностью событий и поперечным импульсом частиц.

7. В диссертации показано, что время поперечной эволюции системы струн в событии, динамически определяемое из начальной трехмерной конфигурации струн, является основным параметром, контролирующим разделение областей плотности струн «core-corona», определяющих существенно различные режимы рождения частиц в модели.

Обобщая результаты диссертации, следует подчеркнуть, что данное исследование демонстрирует возможность описания многих коллективных эффектов, наблюдаемых в протон-протонных взаимодействиях при высоких энергиях, в рамках феноменологической модели взаимодействующих цветных струн, ограниченных по скорости. Полученные результаты по быстро-азимутальным корреляциям делают предложенный механизм бустов частиц, возникающий при слиянии струн, конкурентом часто используемому гидродинамическому описанию. Важно отметить, что модель может быть уточнена во всех направлениях, описанных в данной диссертации. Модульная структура Монте-Карло кода позволяет разрабатывать каждый механизм отдельно, что повышает гибкость предлагаемого подхода. Возможное сравнение результатов, полученных в еще более искусной модели, позволит сделать более основательные выводы о свойствах источников частиц и типах их взаимодействий, а значит, улучшить наши знания о физических процессах, определяющих сильное взаимодействие. В дальнейшем разработанная модель может быть использована для получения предсказаний при энергиях коллайдера NICA и для обобщения на описание ядро-ядерных столкновений.

## Список сокращений и условных обозначений

RHIC	Relativistic Heavy Ion Collider
БАК	Большой Адронный Коллайдер (LHC, Large Hadron Collider)
КГП	Кварк-Глюонная Плазма
КХД	Квантовая Хромодинамика
ЦЕРН	Европейский совет по ядерным исследованиям (CERN, Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire)
SPS	Протонный суперсинхротрон (Super Proton Synchrotron)
ALICE	A Large Ion Collider Experiment
EPOS	Energy-conserving quantum mechanical multiple scattering approach, based on Partons (parton ladders), Off-shell remnants, and Splitting of parton ladders
HIJING	Heavy Ion Jet INteraction Generator
AMPT	A Multi-Phase Transport
КЭД	Квантовая Электродинамика
NICA	Nuclotron-based Ion Collider fAcility
ATLAS	A Toroidal LHC ApparatuS
2D, 3D	2-х, 3-х мерный
F-B	Forward-Backward
PDF	Parton Distribution Function
CTEQ	Coordinate Theoretical-Experimental Project on QCD
CT10nnlo	CTEQ version 10 next-to-next-to-leading order
LHAPDF	Les Houches Accord Parton Density Functions
PDG	Particle Data Group
TPC	Time-Projection Chamber
CR	Colour Reconnection

## Список литературы

- [1] Shuryak E. V. Theory of Hadronic Plasma // Sov. Phys. JETP. — 1978. — Vol. 47. — P. 212–219.
- [2] Gross D. J., Wilczek F. Ultraviolet Behavior of Nonabelian Gauge Theories // Phys. Rev. Lett. — 1973. — Vol. 30. — P. 1343–1346.
- [3] Politzer H. D. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? // Phys. Rev. Lett. — 1973. — Vol. 30. — P. 1346–1349.
- [4] Busza W., Rajagopal K., van der Schee W. Heavy Ion Collisions: The Big Picture, and the Big Questions // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2018. — Vol. 68. — P. 339–376.
- [5] Cooper F., Frye G. Comment on the Single Particle Distribution in the Hydrodynamic and Statistical Thermodynamic Models of Multiparticle Production // Phys. Rev. D. — 1974. — Vol. 10. — P. 186.
- [6] Heinz U. W., Jacob M. Evidence for a new state of matter: An Assessment of the results from the CERN lead beam program. — 2000. — 1. — nucl-th/0002042.
- [7] Arsene I. et al. Quark gluon plasma and color glass condensate at RHIC? The Perspective from the BRAHMS experiment // Nucl. Phys. A. — 2005. — Vol. 757. — P. 1–27.
- [8] Back B. B. et al. The PHOBOS perspective on discoveries at RHIC // Nucl. Phys. A. — 2005. — Vol. 757. — P. 28–101.
- [9] Adams J. et al. Experimental and theoretical challenges in the search for the quark gluon plasma: The STAR Collaboration’s critical assessment of the

- evidence from RHIC collisions // Nucl. Phys. A. — 2005. — Vol. 757. — P. 102–183.
- [10] Adcox K. et al. Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus-nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX collaboration // Nucl. Phys. A. — 2005. — Vol. 757. — P. 184–283.
- [11] Harris J. W., Muller B. The Search for the quark-gluon plasma // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 1996. — Vol. 46. — P. 71–107.
- [12] Koch P., Muller B., Rafelski J. Strangeness in Relativistic Heavy Ion Collisions // Phys. Rept. — 1986. — Vol. 142. — P. 167–262.
- [13] Gyulassy M., Plumer M. Jet Quenching in Dense Matter // Phys. Lett. B. — 1990. — Vol. 243. — P. 432–438.
- [14] Wang X.-N., Gyulassy M. Gluon shadowing and jet quenching in A+A collisions at  $\sqrt{s} = 200A$  GeV // Phys. Rev. Lett. — 1992. — Vol. 68. — P. 1480–1483.
- [15] Sorge H. Elliptical flow: A Signature for early pressure in ultrarelativistic nucleus-nucleus collisions // Phys. Rev. Lett. — 1997. — Vol. 78. — P. 2309–2312.
- [16] Csernai L. P., Rohrich D. Third flow component as QGP signal // Phys. Lett. B. — 1999. — Vol. 458. — P. 454.
- [17] Demoulin M. et al. Measurement of a baryon azimuthal emission pattern in Ne + (NaF, Nb, Pb) collisions at 800-MeV per nucleon // Phys. Lett. B. — 1990. — Vol. 241. — P. 476–480.
- [18] A New Component of the Collective Flow in Relativistic Heavy Ion Collisions / Gutbrod H. H., Kolb B. W., Schmidt H. R., Poskanzer A. M., Ritter H. G., and Kampert K. H. // Phys. Lett. B. — 1989. — Vol. 216. — P. 267–271.
- [19] Voloshin S., Zhang Y. Flow study in relativistic nuclear collisions by Fourier expansion of Azimuthal particle distributions // Z. Phys. C. — 1996. — Vol. 70. — P. 665–672.

- [20] Elliptic flow at SPS and RHIC: From kinetic transport to hydrodynamics / Kolb P. F., Huovinen P., Heinz U. W., and Heiselberg H. // Phys. Lett. B. — 2001. — Vol. 500. — P. 232–240.
- [21] Adam J. et al. Enhanced production of multi-strange hadrons in high-multiplicity proton-proton collisions // Nature Phys. — 2017. — Vol. 13. — P. 535–539.
- [22] Rafelski J., Muller B. Strangeness Production in the Quark-Gluon Plasma // Phys. Rev. Lett. — 1982. — Vol. 48. — P. 1066.
- [23] Khachatryan V. et al. Observation of Long-Range Near-Side Angular Correlations in Proton-Proton Collisions at the LHC // JHEP. — 2010. — Vol. 09. — P. 091.
- [24] Aad G. et al. Observation of Long-Range Elliptic Azimuthal Anisotropies in  $\sqrt{s} = 13$  and 2.76 TeV  $pp$  Collisions with the ATLAS Detector // Phys. Rev. Lett. — 2016. — Vol. 116, no. 17. — P. 172301.
- [25] Aaboud M. et al. Measurements of long-range azimuthal anisotropies and associated Fourier coefficients for  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 5.02$  and 13 TeV and  $p$ +Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  TeV with the ATLAS detector // Phys. Rev. C. — 2017. — Vol. 96, no. 2. — P. 024908.
- [26] Weller R. D., Romatschke P. One fluid to rule them all: viscous hydrodynamic description of event-by-event central p+p, p+Pb and Pb+Pb collisions at  $\sqrt{s} = 5.02$  TeV // Phys. Lett. B. — 2017. — Vol. 774. — P. 351–356.
- [27] One fluid might not rule them all / Zhou Y., Zhao W., Murase K., and Song H. // Nucl. Phys. A. — 2021. — Vol. 1005. — P. 121908.
- [28] Ambrus V. E., Schlichting S., Werthmann C. Establishing the Range of Applicability of Hydrodynamics in High-Energy Collisions // Phys. Rev. Lett. — 2023. — Vol. 130, no. 15. — P. 152301.
- [29] Glasma flux tubes and the near side ridge phenomenon at RHIC / Dumitru A., Gelis F., McLerran L., and Venugopalan R. // Nucl. Phys. A. — 2008. — Vol. 810. — P. 91–108.

- [30] Dual parton model / Capella A., Sukhatme U., Tan C.-I., and Tran Thanh Van J. // Phys. Rept. — 1994. — Vol. 236. — P. 225–329.
- [31] Braun M., Pajares C. A Probabilistic model of interacting strings // Nucl. Phys. B. — 1993. — Vol. 390. — P. 542–558.
- [32] Gelis F. Color Glass Condensate and Glasma // Int. J. Mod. Phys. A. — 2013. — Vol. 28. — P. 1330001.
- [33] Gurvich E. G. The quark anti-quark pair production mechanism in a quark jet // Phys. Lett. B. — 1979. — Vol. 87. — P. 386–388.
- [34] Casher A., Neuberger H., Nussinov S. Chromoelectric Flux Tube Model of Particle Production // Phys. Rev. D. — 1979. — Vol. 20. — P. 179–188.
- [35] Werner K. Revealing a deep connection between factorization and saturation: New insight into modeling high-energy proton-proton and nucleus-nucleus scattering in the EPOS4 framework // Phys. Rev. C. — 2023. — Vol. 108, no. 6. — P. 064903.
- [36] Sjöstrand T. The PYTHIA Event Generator: Past, Present and Future // Comput. Phys. Commun. — 2020. — Vol. 246. — P. 106910.
- [37] Wang X.-N., Gyulassy M. HIJING: A Monte Carlo model for multiple jet production in p p, p A and A A collisions // Phys. Rev. D. — 1991. — Vol. 44. — P. 3501–3516.
- [38] A multiphase transport model for nuclear collisions at RHIC / Zhang B., Ko C. M., Li B.-A., and Lin Z.-w. // Phys. Rev. C. — 2000. — Vol. 61. — P. 067901.
- [39] Gribov V. N. A Reggeon diagram technique // Zh. Eksp. Teor. Fiz. — 1967. — Vol. 53. — P. 654–672.
- [40] Chew G. F., Frautschi S. C. Principle of Equivalence for All Strongly Interacting Particles Within the S Matrix Framework // Phys. Rev. Lett. — 1961. — Vol. 7. — P. 394–397.



- [41] Gribov V. N., Migdal A. A. Strong Coupling in the Pomeron Pole Problem // *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* — 1968. — Vol. 55. — P. 1498–1520.
- [42] Gribov V. N., Migdal A. A. Properties of the pomeron pole and the branch cuts related to it at low momentum transfer // *Yad. Fiz.* — 1968. — Vol. 8. — P. 1002–1015.
- [43] Veneziano G. Regge Intercepts and Unitarity in Planar Dual Models // *Nucl. Phys. B.* — 1974. — Vol. 74. — P. 365–377.
- [44] Veneziano G. Large N Expansion in Dual Models // *Phys. Lett. B.* — 1974. — Vol. 52. — P. 220–222.
- [45] Veneziano G. Some Aspects of a Unified Approach to Gauge, Dual and Gribov Theories // *Nucl. Phys. B.* — 1976. — Vol. 117. — P. 519–545.
- [46] Werner K. Strings, pomerons, and the VENUS model of hadronic interactions at ultrarelativistic energies // *Phys. Rept.* — 1993. — Vol. 232. — P. 87–299.
- [47] Jets in Small p(T) Hadronic Collisions, Universality of Quark Fragmentation, and Rising Rapidity Plateaus / Capella A., Sukhatme U., Tan C., and Tran Thanh Van J. // *Phys. Lett. B.* — 1979. — Vol. 81. — P. 68–74.
- [48] Kaidalov A. B. The Quark-Gluon Structure of the Pomeron and the Rise of Inclusive Spectra at High-Energies // *Phys. Lett. B.* — 1982. — Vol. 116. — P. 459–463.
- [49] Artru X. Classical String Phenomenology. How Strings Work // *Phys. Rept.* — 1983. — Vol. 97. — P. 147.
- [50] The Spectrum of Charmonium / Eichten E., Gottfried K., Kinoshita T., Kogut J. B., Lane K. D., and Yan T. // *Phys. Rev. Lett.* — 1975. — Vol. 34. — P. 369–372.
- [51] Artru X., Mennessier G. String model and multiproduction // *Nucl. Phys. B.* — 1974. — Vol. 70. — P. 93–115.
- [52] Bialas A. Fluctuations of string tension and transverse mass distribution // *Phys. Lett. B.* — 1999. — Vol. 466. — P. 301–304.

- [53] Ferreres-Solé S., Sjöstrand T. The space–time structure of hadronization in the Lund model // Eur. Phys. J. C. — 2018. — Vol. 78, no. 11. — P. 983.
- [54] Schwinger J. On gauge invariance and vacuum polarization // Phys. Rev. — 1951. — Vol. 82. — P. 664–679.
- [55] Andersson B., Gustafson G., Soderberg B. A General Model for Jet Fragmentation // Z. Phys. C. — 1983. — Vol. 20. — P. 317.
- [56] Belokurova S., Vechernin V. Long-Range Correlations between Observables in a Model with Translational Invariance in Rapidity // Symmetry. — 2020. — Vol. 12, no. 7. — P. 1107.
- [57] Kaidalov A. B., Ter-Martirosian K. A. Pomeron as Quark-Gluon Strings and Multiple Hadron Production at SPS Collider Energies // Phys. Lett. B. — 1982. — Vol. 117. — P. 247–251.
- [58] Iritani T., Cossu G., Hashimoto S. Partial restoration of chiral symmetry in the color flux tube // Phys. Rev. D. — 2015. — Vol. 91, no. 9. — P. 094501.
- [59] Kalaydzhyan T., Shuryak E. Collective interaction of QCD strings and early stages of high multiplicity pA collisions // Phys. Rev. C. — 2014. — Vol. 90, no. 1. — P. 014901.
- [60] Kalaydzhyan T., Shuryak E. Self-interacting QCD strings and string balls // Phys. Rev. D. — 2014. — Vol. 90, no. 2. — P. 025031.
- [61] The confining color field in  $SU(3)$  gauge theory / Baker M., Cea P., Chelnokov V., Cosmai L., Cuteri F., and Papa A. // Eur. Phys. J. C. — 2020. — Vol. 80, no. 6. — P. 514.
- [62] Johnson K. The M.I.T. Bag Model // Acta Phys. Polon. B. — 1975. — Vol. 6. — P. 865.
- [63] Type of dual superconductivity for the  $SU(2)$  Yang–Mills theory / Nishino S., Kondo K.-I., Shibata A., Sasago T., and Kato S. // Eur. Phys. J. C. — 2019. — Vol. 79, no. 9. — P. 774.

- [64] Flux tubes in the SU(3) vacuum: London penetration depth and coherence length / Cea P., Cosmai L., Cuteri F., and Papa A. // Phys. Rev. D. — 2014. — Vol. 89, no. 9. — P. 094505.
- [65] Kharzeev D. E., Loshaj F. Partial restoration of chiral symmetry in a confining string // Phys. Rev. D. — 2014. — Vol. 90. — P. 037501.
- [66] Cea P., Cosmai L., Papa A. Chromoelectric flux tubes and coherence length in QCD // Phys. Rev. D. — 2012. — Vol. 86. — P. 054501.
- [67] Luscher M., Munster G., Weisz P. How Thick Are Chromoelectric Flux Tubes? // Nucl. Phys. B. — 1981. — Vol. 180. — P. 1–12.
- [68] Braun M. A., Pajares C., Ranft J. Fusion of strings versus percolation and the transition to the quark gluon plasma // Int. J. Mod. Phys. A. — 1999. — Vol. 14. — P. 2689–2704.
- [69] Bali G. S. Casimir scaling of SU(3) static potentials // Phys. Rev. D. — 2000. — Vol. 62. — P. 114503.
- [70] Braun M. A., Del Moral F., Pajares C. Percolation of strings and the first RHIC data on multiplicity and tranverse momentum distributions // Phys. Rev. C. — 2002. — Vol. 65. — P. 024907.
- [71] Long Range Azimuthal Correlations in Multiple Production Processes at High-energies / Abramovsky V. A., Gedalin E. V., Gurvich E. G., and Kancheli O. V. // JETP Lett. — 1988. — Vol. 47. — P. 337–339.
- [72] Altsybeev I. Mean transverse momenta correlations in hadron-hadron collisions in MC toy model with repulsing strings // AIP Conf. Proc. — 2016. — Vol. 1701, no. 1. — P. 100002.
- [73] Bierlich C., Gustafson G., Lönnblad L. Collectivity without plasma in hadronic collisions // Phys. Lett. B. — 2018. — Vol. 779. — P. 58–63.
- [74] Braun M. A., Pajares C. Elliptic flow from color strings // Eur. Phys. J. C. — 2011. — Vol. 71. — P. 1558.

- [75] Braun M. A., Pajares C., Vechernin V. V. Anisotropic flows from colour strings: Monte-Carlo simulations // Nucl. Phys. A. — 2013. — Vol. 906. — P. 14–27.
- [76] Braun M. A., Pajares C., Vechernin V. V. Ridge from Strings // Eur. Phys. J. A. — 2015. — Vol. 51, no. 4. — P. 44.
- [77] Observation of Charged Particle Correlations Between the Forward and Backward Hemispheres in  $pp$  Collisions at ISR Energies / Uhlig S., Derado I., Meinke R., and Preissner H. // Nucl. Phys. B. — 1978. — Vol. 132. — P. 15–28.
- [78] Capella A., Tran Thanh Van J. Long Range Rapidity Correlations in Hadron-Nucleus Interactions // Phys. Rev. D. — 1984. — Vol. 29. — P. 2512.
- [79] Gorenstein M. I., Gazdzicki M. Strongly Intensive Quantities // Phys. Rev. C. — 2011. — Vol. 84. — P. 014904.
- [80] Andronov E. V. Influence of the quark–gluon string fusion mechanism on long-range rapidity correlations and fluctuations // Theor. Math. Phys. — 2015. — Vol. 185, no. 1. — P. 1383–1390.
- [81] Non-Gaussian particle number fluctuations in vicinity of the critical point for van der Waals equation of state / Vovchenko V., Poberezhnyuk R. V., Anchishkin D. V., and Gorenstein M. I. // J. Phys. A. — 2016. — Vol. 49, no. 1. — P. 015003.
- [82] Skewness of mean transverse momentum fluctuations in heavy-ion collisions / Giacalone G., Gardim F. G., Noronha-Hostler J., and Ollitrault J.-Y. // Phys. Rev. C. — 2021. — Vol. 103, no. 2. — P. 024910.
- [83] Ferreiro E. G., del Moral F., Pajares C. Transverse momentum fluctuations and percolation of strings // Phys. Rev. C. — 2004. — Vol. 69. — P. 034901.
- [84] Pruneau C., Gavin S., Voloshin S. Methods for the study of particle production fluctuations // Phys. Rev. C. — 2002. — Vol. 66. — P. 044904.

- [85] Adams J. et al. Minijet deformation and charge-independent angular correlations on momentum subspace ( $\eta$ ,  $\phi$ ) in Au-Au collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 130$  GeV // Phys. Rev. C. — 2006. — Vol. 73. — P. 064907.
- [86] Chatrchyan S. et al. Centrality Dependence of Dihadron Correlations and Azimuthal anisotropy Harmonics in PbPb Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV // Eur. Phys. J. C. — 2012. — Vol. 72. — P. 2012.
- [87] Measurement of collective flow in heavy ion collisions using particle pair correlations / Wang S., Jiang Y. Z., Liu Y. M., Keane D., Beavis D., Chu S. Y., Fung S. Y., Vient M., Hartnack C., and Stoecker H. // Phys. Rev. C. — 1991. — Vol. 44. — P. 1091–1095.
- [88] Jia J., Zhou M., Trzupek A. Revealing long-range multiparticle collectivity in small collision systems via subevent cumulants // Phys. Rev. C. — 2017. — Vol. 96, no. 3. — P. 034906.
- [89] Prokhorova D. S., Kovalenko V. N. Study of Forward-Backward Multiplicity Fluctuations and Correlations with Pseudorapidity // Phys. Part. Nucl. — 2020. — Vol. 51, no. 3. — P. 323–326.
- [90] Prokhorova D. S., Kovalenko V. N. Pseudorapidity Dependence of Multiplicity Fluctuations in a Model of Interacting Quark–Gluon Strings of Finite Rapidity Length // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. — 2020. — Vol. 84, no. 10. — P. 1261–1265.
- [91] Correlations between multiplicities and average transverse momentum in the percolating color strings approach / Braun M. A., Kolevatov R. S., Pajares C., and Vechernin V. V. // Eur. Phys. J. C. — 2004. — Vol. 32. — P. 535–546.
- [92] Braun M. A., Pajares C., Vechernin V. V. On the forward - backward correlations in a two stage scenario // Phys. Lett. B. — 2000. — Vol. 493. — P. 54–64.
- [93] Derrick M. et al. Charged Particle Multiplicity Distributions in  $e^+e^-$  Annihilation at 29-GeV: A Comparison With Hadronic Data // Z. Phys. C. — 1987. — Vol. 35. — P. 323.

- [94] Kutschera M., Werner K. Negative binomial multiplicity distributions for proton-nucleus collisions from a string model // *Z. Phys. C.* — 1989. — Vol. 45. — P. 91.
- [95] Belokurova S., Vechernin V. Using a Strongly Intense Observable to Study the Formation of Quark-Gluon String Clusters in pp Collisions at LHC Energies // *Symmetry.* — 2022. — Vol. 14, no. 8. — P. 1673.
- [96] Andronov E., Vechernin V. Strongly intensive observable between multiplicities in two acceptance windows in a string model // *Eur. Phys. J. A.* — 2019. — Vol. 55, no. 1. — P. 14.
- [97] Gazdzicki M., Gorenstein M. I., Mackowiak-Pawłowska M. Normalization of strongly intensive quantities // *Phys. Rev. C.* — 2013. — Vol. 88, no. 2. — P. 024907.
- [98] Belokurova S. N., Vechernin V. V. Strongly Intensive Variables and Long-Range Correlations in the Model with a Lattice in the Transverse Plane // *Theor. Math. Phys.* — 2019. — Vol. 200, no. 2. — P. 1094–1109.
- [99] Adam J. et al. Forward-backward multiplicity correlations in pp collisions at  $\sqrt{s} = 0.9, 2.76$  and 7 TeV // *JHEP.* — 2015. — Vol. 05. — P. 097.
- [100] Sputowska I. A. Event-by-Event correlations and fluctuations with strongly intensive quantities in heavy-ion and // *PoS.* — 2022. — Vol. CPOD2021. — P. 027.
- [101] Erokhin A. Forward-Backward Multiplicity Correlations with Strongly Intensive Observables in pp Collisions // Available online: <https://indico.cern.ch/event/854124/contributions/4134683/>, (accessed on 12 January 2021). — 2021. — Vol. 10-15 January.
- [102] Andronov E. V., Prokhorova D. S., Belousov A. A. Influence of quark-gluon string interactions on particle correlations in p+p collisions // *Theor. Math. Phys.* — 2023. — Vol. 216, no. 3. — P. 1265–1277.

- [103] Prokhorova D., Andronov E., Feofilov G. Interacting Colour Strings Approach in Modelling of Rapidity Correlations // MDPI Physics. — 2023. — Vol. 5, no. 2. — P. 636–654.
- [104] Prokhorova D., Andronov E. Study of Multiplicity and Transverse Momentum Fluctuations in the Monte-Carlo Model of Interacting Quark-Gluon Strings // Phys. Part. Nucl. — 2023. — Vol. 54, no. 3. — P. 412–417.
- [105] Prokhorova D., Andronov E. Role of String Fusion Mechanism in Fluctuation Studies // Phys. Atom. Nucl. — 2022. — Vol. 85, no. 6. — P. 1063–1070.
- [106] Prokhorova D. S., Andronov E. V. String Fusion Mechanism and Studies of Correlations // Phys. Part. Nucl. Lett. — 2023. — Vol. 20, no. 6. — P. 1496–1499.
- [107] Vechernin V., Lakomov I. The dependence of the number of pomerons on the impact parameter and the long-range rapidity correlations in pp collisions // PoS. — 2012. — Vol. Baldin-ISHEPP-XXI. — P. 072.
- [108] Vechernin V. V., Belokurova S. N. The strongly intensive observable in  $pp$  collisions at LHC energies in the string fusion model // J. Phys. Conf. Ser. — 2020. — Vol. 1690, no. 1. — P. 012088.
- [109] Armesto N., Derkach D. A., Feofilov G. A.  $p(t)$ -multiplicity correlations in a multi-Pomeron-exchange model with string collective effects // Phys. Atom. Nucl. — 2008. — Vol. 71. — P. 2087–2095.
- [110] Kovalenko V. Modelling of exclusive parton distributions and long-range rapidity correlations for pp collisions at the LHC energy // Phys. Atom. Nucl. — 2013. — Vol. 76. — P. 1189–1195.
- [111] Wilson K. G. Confinement of Quarks // Phys. Rev. D. — 1974. — Vol. 10. — P. 2445–2459.
- [112] Iritani T., Cossu G., Hashimoto S. Analysis of topological structure of the QCD vacuum with overlap-Dirac operator eigenmode // PoS. — 2014. — Vol. LATTICE2013. — P. 376.

- [113] Bugaev K. A., Zinovjev G. M. On Relation Between the Quark Gluon Bag Surface Tension and the Colour Tube String Tension // Nucl. Phys. A. — 2010. — Vol. 848. — P. 443–453.
- [114] Shen C., Schenke B. Dynamical initial state model for relativistic heavy-ion collisions // Phys. Rev. C. — 2018. — Vol. 97, no. 2. — P. 024907.
- [115] Vechernin V. V., Kolevatov R. S. Long-range correlations between transverse momenta of charged particles produced in relativistic nucleus-nucleus collisions // Phys. Atom. Nucl. — 2007. — Vol. 70. — P. 1809–1818.
- [116] Biro T. S., Nielsen H. B., Knoll J. Color Rope Model for Extreme Relativistic Heavy Ion Collisions // Nucl. Phys. B. — 1984. — Vol. 245. — P. 449–468.
- [117] De-Confinement and Clustering of Color Sources in Nuclear Collisions / Braun M. A., Dias de Deus J., Hirsch A. S., Pajares C., Scharenberg R. P., and Srivastava B. K. // Phys. Rept. — 2015. — Vol. 599. — P. 1–50.
- [118] Multi-pomeron exchange model for  $pp$  and  $p\bar{p}$  collisions at ultra-high energy / Bodnia E., Derkach D., Feofilov G., Kovalenko V., and Puchkov A. // PoS. — 2013. — Vol. QFTHEP2013. — P. 060.
- [119] Correlation between mean transverse momentum and multiplicity of charged particles in  $pp$  and  $p\bar{p}$  collisions: from ISR to LHC / Bodnya E. O., Kovalenko V. N., Puchkov A. M., and Feofilov G. A. // AIP Conf. Proc. — 2015. — Vol. 1606, no. 1. — P. 273–282.
- [120] Andronov E. V., Kovalenko V. N. Strongly Intensive Fluctuations Between the Multiplicity and the Total Transverse Momentum in  $pp$  Interactions in the Multipomeron Exchange Approach // Theor. Math. Phys. — 2019. — Vol. 200, no. 3. — P. 1282–1293.
- [121] Multipomeron Model with Collective Effects for High-Energy Hadron Collisions / Kovalenko V., Feofilov G., Puchkov A., and Valiev F. // Universe. — 2022. — Vol. 8, no. 4. — P. 246.



- [122] Vechernin V. V. Forward–backward correlations between multiplicities in windows separated in azimuth and rapidity // Nucl. Phys. A. — 2015. — Vol. 939. — P. 21–45.
- [123] An introduction to PYTHIA 8.2 / Sjöstrand T., Ask S., Christiansen J. R., Corke R., Desai N., Ilten P., Mrenna S., Prestel S., Rasmussen C. O., and Skands P. Z. // Comput. Phys. Commun. — 2015. — Vol. 191. — P. 159–177.
- [124] Bierlich C. et al. A comprehensive guide to the physics and usage of PYTHIA 8.3 // SciPost Phys. Codeb. — 2022. — Vol. 2022. — P. 8.
- [125] Skands P., Carrazza S., Rojo J. Tuning PYTHIA 8.1: the Monash 2013 Tune // Eur. Phys. J. C. — 2014. — Vol. 74, no. 8. — P. 3024.
- [126] Sjostrand T., Mrenna S., Skands P. Z. PYTHIA 6.4 Physics and Manual // JHEP. — 2006. — Vol. 05. — P. 026.
- [127] Abelev B. I. et al. Growth of Long Range Forward-Backward Multiplicity Correlations with Centrality in Au+Au Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV // Phys. Rev. Lett. — 2009. — Vol. 103. — P. 172301.
- [128] Aamodt K. et al. Charged-particle multiplicity measurement in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV with ALICE at LHC // Eur. Phys. J. C. — 2010. — Vol. 68. — P. 345–354.
- [129] Aamodt K. et al. Transverse momentum spectra of charged particles in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 900$  GeV with ALICE at the LHC // Phys. Lett. B. — 2010. — Vol. 693. — P. 53–68.
- [130] Bjorken J. D. Highly Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions: The Central Rapidity Region // Phys. Rev. D. — 1983. — Vol. 27. — P. 140–151.
- [131] Aamodt K. et al. The ALICE experiment at the CERN LHC // JINST. — 2008. — Vol. 3. — P. S08002.
- [132] Multivariate cumulants in flow analyses: The next generation / Bilandzic A., Lesch M., Mordasini C., and Taghavi S. F. // Phys. Rev. C. — 2022. — Vol. 105, no. 2. — P. 024912.

- [133] Borghini N., Dinh P. M., Ollitrault J.-Y. A New method for measuring azimuthal distributions in nucleus-nucleus collisions // *Phys. Rev. C.* — 2001. — Vol. 63. — P. 054906.
- [134] Pruneau C. A. *Data Analysis Techniques for Physical Scientists.* — Cambridge University Press, 2017.
- [135] Kitazawa M., Luo X. Properties and uses of factorial cumulants in relativistic heavy-ion collisions // *Phys. Rev. C.* — 2017. — Vol. 96, no. 2. — P. 024910.
- [136] Back B. B. et al. Forward-backward multiplicity correlations in  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV Au + Au collisions // *Phys. Rev. C.* — 2006. — Vol. 74. — P. 011901.
- [137] Haussler S., Abdel-Aziz M., Bleicher M. Forward-Backward Charge Fluctuations at RHIC Energies // *Nucl. Phys. A.* — 2007. — Vol. 785. — P. 253–256.
- [138] Brogueira P., Dias de Deus J. Forward-backward rapidity correlations in a two-step scenario // *Phys. Lett. B.* — 2007. — Vol. 653. — P. 202–205.
- [139] Bzdak A., Wozniak K. Forward-backward multiplicity fluctuations in heavy nuclei collisions in the wounded nucleon model // *Phys. Rev. C.* — 2010. — Vol. 81. — P. 034908.
- [140] Prokhorova D., Andronov E. Emergent Flow Signal and the Colour String Fusion // *MDPI Physics.* — 2024. — Vol. 6, no. 1. — P. 264–289.
- [141] Dias de Deus J., Pajares C. Percolation of color sources and critical temperature // *Phys. Lett. B.* — 2006. — Vol. 642. — P. 455–458.
- [142] Shen C., Schenke B. Longitudinal dynamics and particle production in relativistic nuclear collisions // *Phys. Rev. C.* — 2022. — Vol. 105, no. 6. — P. 064905.
- [143] Bresenham J. E. Algorithm for computer control of a digital plotter // *IBM Systems Journal.* — 1965. — Vol. 4, no. 1. — P. 25–30.

- [144] Kovalenko V. Azimuthal anisotropy of long-range correlations at LHC energy in Monte Carlo model with string fusion // EPJ Web Conf. — 2017. — Vol. 137. — P. 07012.
- [145] Anisotropic parton escape is the dominant source of azimuthal anisotropy in transport models / He L., Edmonds T., Lin Z.-W., Liu F., Molnar D., and Wang F. // Phys. Lett. B. — 2016. — Vol. 753. — P. 506–510.
- [146] Aaboud M. et al. Charged-particle distributions at low transverse momentum in  $\sqrt{s} = 13$  TeV  $pp$  interactions measured with the ATLAS detector at the LHC // Eur. Phys. J. C. — 2016. — Vol. 76, no. 9. — P. 502.
- [147] Braun M. A., Pajares C. Elliptic and triangular flows in dAu collisions at 200 GeV in the fusing color string model // Eur. Phys. J. A. — 2020. — Vol. 56, no. 2. — P. 41.
- [148] Braun M. A., Pajares C. Flow coefficients in O-O Al-Al and Cu-Cu collisions at 200 GeV in the fusing color string model // Phys. Rev. C. — 2021. — Vol. 103, no. 5. — P. 054902.
- [149] Poskanzer A. M., Voloshin S. A. Methods for analyzing anisotropic flow in relativistic nuclear collisions // Phys. Rev. C. — 1998. — Vol. 58. — P. 1671–1678.
- [150] Luzum M., Ollitrault J.-Y. Eliminating experimental bias in anisotropic-flow measurements of high-energy nuclear collisions // Phys. Rev. C. — 2013. — Vol. 87, no. 4. — P. 044907.
- [151] Adamczyk L. et al. Centrality dependence of identified particle elliptic flow in relativistic heavy ion collisions at  $\sqrt{s_{NN}}=7.7\text{--}62.4$  GeV // Phys. Rev. C. — 2016. — Vol. 93, no. 1. — P. 014907.
- [152] Aad G. et al. Measurement of the centrality and pseudorapidity dependence of the integrated elliptic flow in lead-lead collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV with the ATLAS detector // Eur. Phys. J. C. — 2014. — Vol. 74, no. 8. — P. 2982.

- [153] Aaboud M. et al. Measurement of multi-particle azimuthal correlations in  $pp$ ,  $p$ +Pb and low-multiplicity Pb+Pb collisions with the ATLAS detector // Eur. Phys. J. C. — 2017. — Vol. 77, no. 6. — P. 428.
- [154] Graczykowski L. K., Janik M. A. Unfolding the effects of final-state interactions and quantum statistics in two-particle angular correlations // Phys. Rev. C. — 2021. — Vol. 104, no. 5. — P. 054909.
- [155] Aaboud M. et al. Measurement of long-range multiparticle azimuthal correlations with the subevent cumulant method in  $pp$  and  $p + Pb$  collisions with the ATLAS detector at the CERN Large Hadron Collider // Phys. Rev. C. — 2018. — Vol. 97, no. 2. — P. 024904.
- [156] Acharya S. et al. Long- and short-range correlations and their event-scale dependence in high-multiplicity pp collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV // JHEP. — 2021. — Vol. 05. — P. 290.
- [157] Kanakubo Y., Tachibana Y., Hirano T. Interplay between core and corona from small to large systems // EPJ Web Conf. — 2023. — Vol. 276. — P. 01017.
- [158] Parkkila J. E. Long-range correlations in low-multiplicity pp collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV // 57th Rencontres de Moriond on QCD and High Energy Interactions. — 2023. — 6.
- [159] Werner K., Karpenko I., Pierog T. The 'Ridge' in Proton-Proton Scattering at 7 TeV // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Vol. 106. — P. 122004.
- [160] CT10 next-to-next-to-leading order global analysis of QCD / Gao J., Guzzi M., Huston J., Lai H.-L., Li Z., Nadolsky P., Pumplin J., Stump D., and Yuan C. P. // Phys. Rev. D. — 2014. — Vol. 89, no. 3. — P. 033009.
- [161] New parton distributions for collider physics / Lai H.-L., Guzzi M., Huston J., Li Z., Nadolsky P. M., Pumplin J., and Yuan C. P. // Phys. Rev. D. — 2010. — Vol. 82. — P. 074024.
- [162] LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era / Buckley A., Ferrando J., Lloyd S., Nordström K., Page B., Rüfenacht M., Schönherr M., and Watt G. // Eur. Phys. J. C. — 2015. — Vol. 75. — P. 132.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

**Разработанный алгоритм перестановок партонов**

Это Приложение содержит краткое изложение разработанного алгоритма, позволяющего подготовить набор протонов, каждый из которых содержит заданное число партонов с определенными долями импульса и энергии протона.

Первым шагом является подготовка больших наборов протонов для каждого возможного числа партонов,  $n_{\text{part}}$ . Для каждого партона его импульс определяется как доля импульса протона,  $x_i$  (где  $i$  обозначает  $i$ -ый партон), в соответствии с функциями распределения партонов (PDFs). В данной работе использовалась параметризация из CT10nnlo приближения [160], разработанного группой CTEQ (Coordinate Theoretical-Experimental Project on QCD) на основе CT10 PDFs [161], набор 1, LHAPDF (Les Houches Accord Parton Density Functions) [162] при переданном импульсе,  $Q^2 = 1 \text{ ГэВ}^2$ . Партону присваивается токовая масса кварка определенного аромата, которая находится из распределения вероятностей для данного  $x_i$ . На данный момент симуляции не накладывается ограничений на партонный состав протона в терминах  $x_i$ .

На втором этапе сгенерированные партоны перегруппировываются между протонами так, чтобы ограничить сверху суммарный импульс и энергию партонов для каждого протона:

$$\sum_i x_i \leq 1, \quad \sum_i e_i \leq 1, \quad (\text{A.1.1})$$

где  $e_i$  - доля энергии протона, переносимая  $i$ -ым партоном, определяемая как

$$e_i = \sqrt{\frac{m_i^2}{m_p^2 \cosh^2 y_{\text{beam}}} + x_i^2 \tanh^2 y_{\text{beam}}}, \quad (\text{A.1.2})$$

где  $m_i$  - масса  $i$ -го партона,  $m_p$  - масса протона, а  $y_{\text{beam}}$  - быстрота пучка протонов

$$y_{\text{beam}} = \cosh^{-1} \left( \frac{\sqrt{s}}{2m_p} \right). \quad (\text{A.1.3})$$

Это делается для того, чтобы суммарная энергия и импульс партонов не превышали энергию и импульс протона. Для этого выбираются два протона (обязательно с одинаковым числом партонов) и между ними переставляются два случайно выбранных партона, по одному от каждого протона. Цель перестановки партонов - приблизить суммы  $x_i$  и  $e_i$  к единице. Поэтому, если суммы больше 1, то перестановка будет принята только в том случае, если она уменьшит  $\sum_i x_i$  и  $\sum_i e_i$ . Если же, наоборот, суммы меньше 1, то перестановка будет принята только в том случае, если она увеличит  $\sum_i x_i$  и  $\sum_i e_i$ . Это условие должно выполняться одновременно для обоих рассматриваемых протонов.

Время вычислений такого алгоритма сильно растет с числом рассматриваемых партонов. Поэтому в реальности нельзя достичь точного значения 1 для  $\sum_i x_i$  и  $\sum_i e_i$ . Таким образом, процедура перестановок останавливается на некотором разумном числе итераций (т.е. когда улучшение, вызванное обменом пары партонов, становится пренебрежимо малым), что неизбежно приводит к тому, что  $\sum_i x_i$  и  $\sum_i e_i$  получаются меньше 1. Чтобы компенсировать этот недостаток вводится объект, называемый глюонным облаком, с долями импульса и энергии протона, определяемыми как

$$x_{g\text{cloud}} = 1 - \sum_i x_i, \quad (\text{A.1.4})$$

$$e_{g\text{cloud}} = 1 - \sum_i e_i. \quad (\text{A.1.5})$$

Ему присваивается масса,

$$m_{g\text{cloud}} = \sqrt{E_{g\text{cloud}}^2 - p_{g\text{cloud}}^2}, \quad (\text{A.1.6})$$

при этом  $E_{g\text{cloud}}$  - энергия, а  $p_{g\text{cloud}}$  - импульс глюонного облака. Глюонное облако с этого момента рассматривается как партон, который впоследствии также используется для формирования струн.

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

## Улучшенный алгоритм определения партонного состава протонов

В следующих подразделах приведена новая процедура симуляции протона с  $n_{\text{part}} \geq 2$ .

### Б.1 Валентные кварки и дикварки

Начнем с создания валентных  $u$  и  $d$  кварков, разыграв их доли импульса протона,  $x_u^{\text{val}}$  и  $x_d^{\text{val}}$ , из их валентных функций распределения партонов (PDF),  $x \cdot f_u^{\text{val}}(x)$  и  $x \cdot f_d^{\text{val}}(x)$ . Мы находим  $f_{u,d}^{\text{val}}(x)$  как разность между PDF для  $u$  ( $d$ ) кварка и  $\bar{u}$  ( $\bar{d}$ ) антикварка, взятых из CT10nnlo приближения [160] на основе CT10 PDF [161], набор 1, LHAPDF [162] при переданном импульсе  $Q^2 = 1 \text{ ГэВ}^2$ .

Мы рассматриваем три возможные комбинации выбора 2-х из 3-х валентных кварков для создания дикварка (либо  $uu$ , либо  $ud$ ). Мы определяем импульс дикварка,  $x_{\text{di}}$ , как сумму долей импульса протона от двух выбранных валентных кварков,  $x_u^{\text{val}} + x_{u,d}^{\text{val}}$ . Три комбинации упорядочены по наибольшему  $x_{u,d}^{\text{val}}$  валентного кварка, не входящего в дикварк.

Мы кладем массу дикварка,  $m_{\text{di}}$ , равной 0.1185 ГэВ. Для кварков, как валентных, так и морских, мы начинаем с токовых (не конституентных) масс:  $m_u = 0.0022 \text{ ГэВ}$ ,  $m_d = 0.0048 \text{ ГэВ}$ ,  $m_s = 0.0950 \text{ ГэВ}$  и  $m_c = 1.2750 \text{ ГэВ}$ , которые впоследствии динамически изменяются, см. Приложение Б.3.

Для каждого партона, представляющего кварк или дикварк и пронумерованного как  $1 \leq i \leq n_{\text{part}}$ , мы вычисляем его энергию,  $E_i$ , и долю от энергии протона,  $e_i$ , как

$$E_i = \sqrt{m_i^2 + (x_i \cdot p_{\text{beam}})^2}, e_i = \frac{E_i}{E_{\text{proton}}}, \quad (\text{Б.1.1})$$

где  $p_{\text{beam}} = \sqrt{s/4 - m_{\text{proton}}^2}$ ,  $m = 0.938$  ГэВ,  $E_{\text{proton}} = \sqrt{s}/2$ .

## Б.2 Морские кварки

В случае, когда число померонных обменов больше единицы, мы учитываем наличие морских кварков, которые участвуют во взаимодействии. Мы разыгрываем долю импульса протона для каждого морского кварка,  $x_i^{\text{sea}}$ , где  $i$  имеет значения от 1 до  $(n_{\text{part}} - 2)$ , используя сумму PDF для всех ароматов,  $\sum_{\text{fl}} x \cdot f_{\text{fl}}(x)$ . Для данного морского кварка (разыгранного  $x_i^{\text{sea}}$ ) мы определяем его аромат из относительной вероятности, которая известна при любом заданном  $x$  (т.е. по соотношению между PDFs для разных ароматов,  $f_{\text{fl}}(x)$ , при  $x$ ). Глюоны на этом этапе не рассматриваются, поскольку они учитываются по-другому (см. Приложение Б.3). Для каждого морского кварка мы также вычисляем  $e_i$  в соответствии с Ур. (Б.1.1).

## Б.3 Сохранение энергии и импульса протона

В этот момент мы делаем шаг назад и проверяем, что суммы партонов  $x_i$  и  $e_i$  меньше единицы. В противном случае мы регенерируем протон с нуля.

После этого необходимо учесть закон сохранения энергии и импульса протона. А именно, суммы для  $x_i$  и  $e_i$  для всех  $n_{\text{part}}$  должны быть равны 1. Однако на данном шаге нельзя гарантировать выполнение этих условий. Поэтому мы находим нехватки,  $x_0$  и  $e_0$ , как

$$x_0 = 1 - \sum_{i=1}^{n_{\text{part}}} x_i, e_0 = 1 - \sum_{i=1}^{n_{\text{part}}} e_i. \quad (\text{Б.3.1})$$

В данном исследовании мы распределяем  $x_0$  и  $e_0$  между всеми партонами (как валентными, так и морскими), что можно интерпретировать как глюонный вклад. Например, в событии с  $n_{\text{pom}} = 1$  мы делим  $x_0$  и  $e_0$  пополам между валентным кварком и диварком. Таким образом, для голого валентного кварка и диварка (в уравнениях ниже подстрочный индекс  $i$  заменен на обозначение  $q/\text{di}$ ) получаем модифицированные доли импульса протона,  $x_{q/\text{di}}^{\text{dressed}}$ , и энергии протона,  $e_{q/\text{di}}^{\text{dressed}}$ , из

$$x_{q/\text{di}}^{\text{dressed}} = x_{q/\text{di}}^{\text{bare}} + 0.5 \cdot x_0, \quad (\text{Б.3.2})$$



$$e_{q/di}^{\text{dressed}} = e_{q/di}^{\text{bare}} + 0.5 \cdot e_0. \quad (\text{Б.3.3})$$

После учета вклада глюонов мы можем определить начальный импульс партона как

$$p_{\text{part}} = x_{\text{part}}^{\text{dressed}} \cdot p_{\text{beam}} \quad (\text{Б.3.4})$$

и начальную энергию партона как

$$E_{\text{part}} = e_{\text{part}}^{\text{dressed}} \cdot E_{\text{proton}}. \quad (\text{Б.3.5})$$

Эта модификация изменяет их массы с «голых» (токовых) значений,  $m_{di}$  или  $m_{u/d/s/c}$ , на «одетые»,  $m_{q/di}^{\text{dressed}}$ , в соответствии с

$$m_{q/di}^{\text{dressed}} = \sqrt{E_{\text{part}}^2 - p_{\text{part}}^2}. \quad (\text{Б.3.6})$$

Этот подход может быть естественным образом экстраполирован на любое произвольное число морских кварков. А именно, мы присваиваем  $1/3 \cdot x_0$  и  $1/3 \cdot e_0$  каждому из валентных кварков и дикварков и делим оставшиеся  $1/3$  между всеми морскими кварками в протоне. Эта процедура увеличивает массы кварков и дикварков (валентных в большей степени), что делает распределения быстрот концов струны более реалистичными.

Однако возможно также, что после этой процедуры энергия партона уменьшается по сравнению с его импульсом. Поэтому нельзя вычислить его одетую массу,  $m_{q/di}^{\text{dressed}}$ . Чтобы решить эту проблему, мы проверяем все три возможные комбинации валентных кварков, объединенных в дикварк, предпочитая иметь наибольший  $x_{u,d}^{\text{val}}$  для валентного кварка, который не входит в дикварк. Если вышеупомянутая трудность делает это невозможным, мы выбираем следующую комбинацию. Если и это не удастся, мы регенерируем протон с нуля.