

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

*На правах рукописи*

Панков Викентий Дмитриевич

**РАСПОЗНАВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ  
РАЗРЕЖЕННЫХ МОДЕЛЕЙ**

1.2.3. Теоретическая информатика, кибернетика

**Диссертация  
на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук**

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук, профессор  
Олег Николаевич Граничин

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ  
2024

# Оглавление

Введение	4
<b>Глава 1. Общая постановка задачи и обзор методов</b>	<b>11</b>
1.0.1 Обратные задачи математического моделирования .	11
1.0.2 Методология опознания по сжатию . . . . .	17
1.0.3 Обзор методов реконструкции разреженного сигнала по сжатым наблюдениям . . . . .	18
1.0.4 Выводы . . . . .	24
<b>Глава 2. Рандомизированный алгоритм стохастической аппроксимации в задаче адаптации параметров геологической модели к истории разработки</b>	<b>26</b>
2.0.1 Математическое представление и параметризация геологических моделей . . . . .	29
2.0.2 Алгоритм SPSA и теорема о свойстве оценок в применении к рассматриваемой задаче . . . . .	37
2.0.3 Выводы . . . . .	44
<b>Глава 3. Методы опознания по сжатию в задачах распределенной кластеризации и ультразвуковой томографии</b>	<b>45</b>
3.0.1 Распределенная кластеризация в мультиагентных системах на основе методологии опознания по сжатию	46
3.0.2 Сжатие и реконструкция данных ультразвукового томографа . . . . .	49
3.0.3 Полноволновая инверсия со сжатыми измерениями	55
3.0.4 Выводы . . . . .	60

<b>Глава 4. Программное моделирование и результаты экспериментальных исследований</b>	<b>62</b>
4.0.1 Система адаптации параметров геологической модели к истории разработки . . . . .	62
4.0.2 Симуляция метода распределенной кластеризации .	70
4.0.3 Эксперименты по полноволновой инверсии и сжатию данных ультразвуковой томографии . . . . .	72
4.0.4 Задача $\ell_1$ управления дискретными системами с неминимальной фазой в условиях неизвестных ограниченных помех . . . . .	76
4.0.5 Система клонирования голоса с шумоустойчивым синтезом речи на основе регуляризации в сжатом латентном пространстве . . . . .	80
4.0.6 Выводы . . . . .	84
<b>Заключение</b>	<b>85</b>
<b>Литература</b>	<b>86</b>

## Введение

Обратные задачи в математическом моделировании играют важную роль во многих научных и инженерных приложениях, включая медицинскую томографию, геологическое моделирование. Эти задачи предполагают восстановление скрытых параметров моделей на основе наблюдаемых данных, которые являются неполными или зашумленными.

Во многих задачах параметры моделей оказываются существенно разреженными, и решение зависит только от небольшого числа параметров. Свойство разреженности (sparsity) является ключевой концепцией, объединяющей подходы к решению различных практических задач в данном исследовании. Разреженность позволяет с высокой точностью находить решения, уменьшать размерность и ресурсоёмкость вычислений, повышать устойчивость решений к шуму, а также способствует созданию более интерпретируемых и управляемых моделей.

$\ell_1$ -регуляризация является ключевым инструментом в решении обратных задач с разреженной структурой. Особую роль в развитии методов  $\ell_1$  регуляризации сыграли исследования, проводимые в Санкт-Петербургском государственном университете. Например, работы В.Ф. Демьянова и В.Н. Малозёмова в 1960–1970-х в области минимаксных методов, оказали значительное влияние на последующее развитие теории  $\ell_1$  регуляризации в задачах управления. Позже широкое распространение получила методология опознания по сжатию, представленная Э. Кандесом, Дж. Ромбергом и Т. Тао в 2006 году [17]. Этот подход позволяет точно восстанавливать разреженные сигналы на основе небольшого количества измерений, значительно ниже требуемого по теореме Найквиста.

Большинство современных работ, связанных с разреженными моделями, в основном направлены на решение задачи восстановления оригинального сигнала по сжатым наблюдениям, с помощью генеративных методов глубокого обучения [20, 21, 51, 53, 54, 65], или итеративных обуча-

емых методов [5, 68, 76, 78]. Однако, часто, оригинальный сигнал напрямую не используется, а требуется как входной этап для решения другой задачи моделирования. В таком случае, представляет интерес избегать прямого восстановления полного сигнала, а решить требуемую задачу в сжатом пространстве, и получить полный (искомый) ответ модели. За счет этого, можно существенно сократить сложность решения задачи, и избежать необходимости хранения и обработки большого объема данных. Таким образом, актуальной задачей является исследование методов, позволяющих решать разреженные обратные задачи моделирования напрямую в сжатом пространстве.

*Цель работы* — разработка математических методов для решения обратных задач с разреженной структурой непосредственно в сжатых латентных пространствах, без восстановления полного сигнала, используя стохастические алгоритмы оптимизации и методы глубокого обучения. Для достижения поставленной цели сформулированы и решены следующие задачи:

- Разработать метод адаптации параметров разреженных геологических моделей по динамическим наблюдаемым данным, основанный на методе параметризации геологической модели для получения сжатого представления и применении стохастического алгоритма оптимизации для поиска решения в сжатом пространстве.
- Используя методологию опознания по сжатию, реализовать алгоритм распределенной кластеризации для мультиагентных систем с помощью предсказания параметров кластеров по сжатым данным; разработать метод эффективного сбора и хранения данных с трехмерного ультразвукового томографа, а также гибридный метод полноволновой инверсии для построения изображения напрямую по сжатым ультразвуковым данным.
- Разработать метод удаления шума в задаче помехоустойчивого синтеза речи с помощью регуляризации в сжатом пространстве пред-

ставления голоса.

- Исследовать эффективность синтеза разреженных регуляторов с помощью методов  $\ell_1$  оптимизации для управления неминимально-фазовыми системами в условиях неизвестных ограниченных помех.
- Выполнить программное моделирование и экспериментально исследовать работу предложенных методов.

*Методы исследования.* В диссертации используются методы оптимизации, глубокого обучения, теории опознания по сжатию, имитационного моделирования.

*Научная новизна.* Все основные научные результаты диссертации являются новыми.

*Теоретическая ценность и практическая значимость.* Теоретическая ценность работы заключается в развитии методов стохастической оптимизации и опознания по сжатию для решения обратных задач с разреженной структурой в сжатых или латентных пространствах без полного восстановления сигнала. Практическая значимость исследования проявляется в возможности применения разработанных методов в реальных индустриальных и медицинских приложениях, что позволяет существенно повысить эффективность соответствующих систем моделирования, сбора и обработки данных.

*Апробация работы.* Результаты работы представлялись на кафедре системного программирования математико-механического факультета СПбГУ, представлены на 14-м Всероссийском совещании по проблемам управления (ВСПУ), г. Москва, Россия, 17-20 июня 2024), а также на конференции InterSpeech 2024 (о. Кос, Греция, 1-5 сентября 2024).

Результаты работы были использованы в работах по гранту РНФ 21-19-00516 «Мультиагентное адаптивное управление в сетевых динамических системах с применением к группам робототехнических устройств в условиях неопределенностей».

*Публикация результатов.* Основные результаты опубликованы в работах [6, 25, 30, 31, 61]. Соискателем опубликовано 5 научных работ, из которых 3 — в изданиях, индексируемых в базе данных Scopus, и 2 — в материалах конференций, индексируемых Scopus. Все работы написаны в соавторстве. В работе [31] В. Д. Панкову принадлежит алгоритм определения угла отражения и точки пересечения луча с восстанавливаемым объектом, соавторам - остальные части метода поиска особых областей по данным ультразвуковой томографии, а также общая постановка задачи. В работе [61] В. Д. Панкову принадлежит разработка метода и имитационное моделирование, соавторам — общая постановка задачи. В работе [6] В. Д. Панкову принадлежит разработка метода и имитационное моделирование в разделах 3.1-3.2 (распределенная реконструкция кластерной структуры по сжатым наблюдениям), соавторам - общая постановка задачи, а также формулировка и разработка методов и имитационное моделирование для других частей системы. В работе [30] В. Д. Панкову принадлежит часть имитационного моделирования, соавторам — общая постановка задачи, формулировка и доказательство теорем, разработка методов. В работе [25], В. Д. Панкову принадлежит общая постановка задачи, формулировка и разработка методов регуляризации для удаления шума, соавторам - метод обучения на зашумленных данных.

*Структура и объем диссертации.* Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы, включающего 84 источника. Текст занимает 94 страниц, содержит 17 рисунков и 4 таблиц.

*Краткое содержание работы.*

Во **введении** обоснована актуальность работы, сформулирована цель и поставленные задачи, а также описаны основные результаты.

В **первой главе** сформулирована общая постановка обратных задач математического моделирования, приведен обзор основных подходов в методологии опознания по сжатию для решения задач с разреженной структурой.

Во **второй главе** описана задача восстановления разреженной геологической модели по динамическим наблюдаемым данным. Чтобы уменьшить размерность задачи, применяются методы параметризации на основе глубокого обучения. Основное внимание уделено алгоритму стохастической аппроксимации (SPSA), который адаптирован для решения задачи адаптации геологических моделей. Приводится теорема о верхней оценке среднеквадратичной ошибки в рассматриваемой задаче.

В **третьей главе** описаны методы на основе теории опознания со сжатием, позволяющие решать различные обратные задачи моделирования непосредственно в сжатом пространстве. Первый из них — метод на основе глубокого обучения, который позволяет каждому агенту определять параметры своего кластера на основе локальных взаимодействий с другими агентами. Предложенный алгоритм использует сжатые измерения для обмена информацией и способен работать в реальном времени, снижая вычислительные и коммуникационные затраты. В контексте ультразвуковой компьютерной томографии, рассмотрена задача сбора и обработки большого объема данных, необходимых для реконструкции изображения объекта. Кроме того, предложен метод сжатия и реконструкции данных, который позволяет существенно уменьшить объем информации, передаваемой с датчиков томографа. Наконец, представлен адаптированный метод полноволновой инверсии с использованием сжатых данных, который позволяет напрямую строить изображения на основе сжатого представления сигнала, без необходимости восстановления полного объема данных. Приведена теорема, оценивающая точность восстановления изображения при использовании сжатых измерений.

В **четвёртой главе** приведены результаты программного моделирования и экспериментов, подтверждающие эффективность предложенных методов. Экспериментально показано, что использование стохастических алгоритмов для адаптации геологических моделей в сжатом пространстве, а также подходов на основе теории опознания по сжатию для кластеризации и восстановления данных ультразвуковой томографии, позволяет существенно снизить вычислительные затраты и объёмы обра-



батываемой информации, при этом улучшая устойчивость к помехам и сохраняя высокую точность решений. Также проанализирована эффективность метода  $\ell_1$ -синтеза разреженных регуляторов для дискретных систем с произвольными ограниченными помехами. Кроме того, экспериментально показана высокая устойчивость предложенного метода синтеза речи на основе регуляризации в сжатом пространстве к различным типам шума, с сохранением высокого качества клонирования голоса.

В **заключении** сформулированы основные результаты исследования.

## **Положения, выносимые на защиту**

- Метод адаптации параметров разреженных геологических моделей к истории разработки месторождений, основанный на алгоритме стохастической аппроксимации (SPSA), совмещенном с нейросетевым алгоритмом снижения размерности.
- Метод предсказания кластеров по сжатым наблюдениям для мультиагентных систем с кластерной структурой пространства состояний.
- Метод реконструкции данных и восстановления изображения по сжатым измерениям в задаче ультразвуковой томографии.
- Метод помехоустойчивого синтеза речи на основе регуляризации представления голоса в сжатом пространстве.
- Особенности программных реализаций и численная демонстрация эффективности предложенных методов.

## **Основные научные результаты**

1. Метод адаптации параметров разреженных геологических моделей к истории разработки месторождений, на основе алгоритма сто-

- хастической аппроксимации (SPSA) совмещенного с нейросетевым алгоритмом снижения размерности. (см. [61], личный вклад автора диссертации - не менее 80%).
2. Метод кластеризации для мультиагентных систем с кластерной структурой пространства состояний, на основе теории опознания по сжатию и нейросетевого алгоритма для предсказания кластеров по сжатому представлению состояния системы (см. разделы 3.1, 3.2 в [6], личный вклад автора диссертации в получении данного результата составляет не менее 80%).
  3. Метод реконструкции объектов в задаче ультразвуковой компьютерной томографии на основе алгоритмов обработки изображений для определения местоположения и угла отражения сигнала (см. раздел 5.2 в [31], личный вклад автора диссертации в получении данного результата — 100%).
  4. Исследование  $\ell_1$  оптимизации в задачах управления дискретными системами с неминимальной фазой в условиях неизвестных ограниченных помех. (см. [30], аналитические вычисления в разделе 4 выполнены лично автором диссертации, общий вклад составляет не менее 20%).
  5. Метод удаления шума в задаче помехоустойчивого синтеза речи на основе регуляризации в сжатом пространстве представления голоса диктора, использующий подход, который поощряет генерацию инвариантных к шуму представлений без потерь качества синтеза (см. [25], личный вклад автора диссертации в получении данного результата — 100%).

# Глава 1

## Общая постановка задачи и обзор методов

### 1.0.1 Обратные задачи математического моделирования

Во многих областях и задачах науки возникает необходимость определить скрытые свойства или параметры соответствующей модели. Примером является построение изображения по данным, полученным с томографа или МРТ аппарата, либо оценка свойств пласта по сейсмическим наблюдениям.

Обратной задачей является задача нахождения вектора  $x \in X$  параметров модели по наблюдаемым данным  $y \in Y$ :

$$y = F(x) + e, \tag{1.1}$$

где  $X$  — пространство параметров модели,  $Y$  — пространство наблюдений. В большинстве случаев,  $X, Y$  являются Банаховыми или Гильбертовыми пространствами.  $F : X \rightarrow Y$  — непрерывный оператор, определяющий то, как на основе внутренних параметров модели  $x$  генерируются

наблюдаемые данные  $y$  в отсутствии шума.

Задачу можно сформулировать как получение информации  $x$  по имеющимся данным  $y$  и на основе знаний, заданных в виде оператора  $F$ .

Методы решения зависят от свойств оператора  $F$ . Наиболее важными из них являются следующие:

- Инъективность оператора. Определяет достаточность данных  $y$  для однозначного восстановления  $x$ .
- Стабильность оператора: выполняется  $\|x_1 - x_2\| \leq \omega(\|F(x_1) - F(x_2)\|)$ , для заданной функции  $\omega : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  и всех  $x_1, x_2 \in X$ . Определяет существенность изменения параметров модели при малом изменении наблюдений (например, из-за шума).

Корректно поставленные задачи, согласно Адамару (Hadamard, 1902, 1923), должны удовлетворять этим свойствам. Если решение возможно однозначно найти по наблюдениям, и оно не изменяется кардинально при малом возмущении наблюдений под воздействием шума, задача считается корректно поставленной.

При незначительном уровне шума и достаточном количестве наблюдений, задача сводится к проблеме обращения оператора  $F$ , которая имеет детально изученную теорию, особенно в случае линейных операторов.

Чаще всего, обратные задачи являются некорректно поставленными. Не всегда возможно собрать достаточно измерений, и/или они могут быть подвержены шуму с неизвестным распределением. Для решения этих задач требуются некоторые априорные знания. В главе рассмотрена теория регуляризации, ограничивающая пространство параметров, например, предполагая, что они являются достаточно гладкими. Отдельно рассмотрен подход, основанный на поиске разреженных решений, используемый в основе методов в следующих главах.

Приведем далее примеры различных обратных задач [67].

## Задача опознания по сжатию (Compressive sensing)

Задача compressive sensing заключается в сборе данных с частотой дискретизации меньшей, чем это требуется по теореме Котельникова (Найквиста-Шеннона). Теорема утверждает, что сигнал, имеющий ограниченный спектр, может быть восстановлен без потерь по измерениям, взятым с частотой выше удвоенной максимальной частоты спектра. Методология compressive sensing предоставляет возможность восстанавливать сигнал без потерь и при меньшем количестве наблюдений, если он является достаточно "разреженным" (имеющим небольшое количество ненулевых элементов в некотором базисе).

Прямым оператором является матрица измерений  $\Phi$  с определенными свойствами. Наиболее важное из них — Restrictive Isometric Property (RIP), которое гарантирует, что сигнал не повреждается при снижении размерности с  $N$  наблюдений до  $m$ , при условии, если он является достаточно разреженным. Матрица  $\Phi$  удовлетворяет свойству RIP, если выполняется [58]:

$$\sqrt{1 - \delta} \leq \frac{\|\Phi z\|_2}{\|z\|_2} \leq \sqrt{1 + \delta},$$

для некоторого  $\delta$  и  $s$ -разреженных векторов  $z$ .

Задача формулируется следующим образом:

$$y = A\Psi x = \Phi x + e,$$

где  $y \in \mathbb{R}^m$  — сжатые измерения,  $x \in \mathbb{R}^n$  — оригинальный сигнал,  $e$  — аддитивный шум,  $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times n}$  — матрица измерений,  $\Psi$  — матрица базиса, в котором сигнал является разреженным.

## Суперразрешение (super resolution)

Задача суперразрешения заключается в повышении качества данных за счет увеличения частоты сэмплирования. Например, это может быть увеличение размерности изображения в заданное количество раз или по-

вышение частоты дискретизации аудиофайла. Задача может быть сформулирована следующим образом:

$$y = \Theta x + e = DBx + e,$$

где  $y \in \mathbb{R}^m$  наблюдаемые данные низкого разрешения,  $x \in \mathbb{R}^n$  искомые данные высокого разрешения,  $e$  — аддитивный шум.  $D \in \mathbb{R}^{m \cdot n}$  — матрица понижения дискретизации,  $B \in \mathbb{R}^{n \cdot n}$  — матрица, задающая деградацию (повреждение) сигнала, например размытие.

**Удаление шума** Задача удаления шума может быть сформулирована в следующем виде.

$$y = x + e.$$

Здесь оператор  $F$  является тождественным:  $F = I$ . Наблюдаемыми данными является зашумленный искомый вектор параметров  $x$ .

В простейшем случае, известно распределение шума, и возможно найти вектор параметров статистическими методами. Однако, чаще всего, в реальных задачах это не так, и о шуме может быть известно только то, что он является ограниченным.

### **Улучшение резкости изображения**

$$y = K * x + e.$$

В этом случае, прямым оператором является оператор свертки с маской размытия  $K$ , и наблюдаемые данные — это свертка искомого вектора параметров  $x$  в присутствии шума.

При отсутствии шума и доступной маске свертки  $K$ , данная задача может быть решена с помощью перехода в Фурье-пространство и выполнении операции деконволюции.

### **Заполнение пропусков**

Примером задачи заполнения является дорисовка частей изображения, которые, например, были утеряны, либо не были измерены.

В этой задаче, оператором является сужение вектора  $x$  на определенное подмножество  $\Omega$ .

$$y = x|_{\Omega} + e.$$

**Компьютерная томография** Простейшая модель компьютерной томографии (КТ) предполагает моноэнергетический пучек рентгеновских лучей и отсутствие явлений рассеяния. В этих условиях, искомым параметром является функция из пространственной области  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  в множество вещественных чисел  $\mathbb{R}$ .

Согласно закону Бугера—Ламберта—Бера, прямой оператор определяется следующим образом.

$$A = e^{-\nu \int_{-\infty}^{\infty} f(x+sw)ds},$$

где  $w \in S^{d-1}$ , а  $x \in w^{\perp}$  определяет линию  $x + sw$ , вдоль которой распространяются рентгеновские лучи. Для линеаризации проблемы, часто берется логарифм данных [67].

## Методы регуляризации

Регуляризацией называется добавление некоторых ограничений на искомый вектор параметров модели, Целью регуляризации является решение некорректной поставленной задачи, а также доказательство, что полученное решение является устойчивым к шуму, а также близко к истинному и/или сходится к нему.

**Аналитическом обращении оператора.** Методы основаны на нахождении аналитического выражения для устойчивого обращения прямого оператора. Их эффективность и способ решения сильно зависит от специфики задачи. Например, для реконструкции изображения КТ,

стандартным алгоритмом обращения, часто применяемым в практике, является преобразование Радона.

**Вариационные методы** основаны на минимизации целевой функции, включающей дополнительное слагаемое, определяющее желаемые свойства искомого решения.

$$\mathcal{R}_\theta : \arg \min_{x \in X} (\mathcal{L}(F(x), y) + S_\theta(x)). \quad (1.2)$$

Это общий метод, для которого регуляризующее слагаемое  $S_\theta(x)$  и функционал  $L : Y \times Y \rightarrow \mathbb{R}$  выбираются в зависимости от задачи.

Формально, регуляризующий функционал  $\mathcal{S}$  можно определить как отображение:  $\mathcal{S} : x \rightarrow \mathbb{R}_+$ , которое отображает решение в положительное число, характеризующее, насколько решение  $x$  удовлетворяет желаемым свойствам (обычно принято, что небольшие значения соответствуют "хорошим" решениям).

Вид и интерпретация функционалов  $L$  и  $S$  зависит от выбранного подхода к решению задачи. Например, в байесовском подходе,  $S$  можно рассматривать как минус логарифм априорного вероятностного распределения, а  $L$  — как минус логарифм функции правдоподобия. В таком случае, минимизация будет заключаться в поиске решения, которое соответствует максимуму правдоподобия и учитывает априорное распределение наблюдения  $y$ .

Оператор реконструкции (здесь и далее) обозначен как  $\mathcal{R}_\theta : Y \rightarrow X$ . Его результатом является точечная оценка  $\hat{x}$  решения обратной задачи.  $\theta$  — вектор параметров, входящих в функционалы  $L$  и  $S$ .

Одним из известных методов регуляризации вида (1.2) является регуляризация Тихонова с оператором  $\mathcal{L}$  в виде  $\ell_2$  нормы, и регуляризатором, имеющим вид  $\theta S(x), \theta \in \mathbb{R}$ . Для случая  $S(x) = \frac{1}{2} \|x\|^2$  и линейного оператора  $F$ , решение обратной задачи представляется в виде  $\mathcal{R}_\lambda = (F^* \circ F + \lambda id)^{-1} \circ F^*$ , где  $F^*$  — сопряженный оператор,  $id$  — идентичный оператор.



## 1.0.2 Методология опознания по сжатию

Разреженность является ключевым понятием в опознании по сжатию. Такая характеристика делает возможным эффективное сжатие данных и последующее их восстановление с минимальными потерями информации. Методология опознания по сжатию (compressed sensing, CS) состоит из двух частей. Первый из них — получение измерений сигнала в сжатом виде, второй — реконструкция оригинального сигнала по сжатым наблюдениям.

На этапе сбора данных по методологии CS, имеется матрица измерений  $\Phi$  с определенными свойствами. Наиболее важное из них — Restrictive Isometric Property (RIP), которое гарантирует, что сигнал не повреждается при снижении размерности с  $N$  наблюдений до  $m$ , при условии, что он является достаточно разреженным. Матрица  $\Phi$  удовлетворяет свойству RIP, если выполняется [58]:

$$\sqrt{1 - \delta} \leq \frac{\|\Phi z\|_2}{\|z\|_2} \leq \sqrt{1 + \delta},$$

для некоторого  $\delta$  и  $s$ -разреженных векторов  $z$ .

Задача формулируется следующим образом:

$$y = A\Psi x = \Phi x + e,$$

где  $y \in \mathbb{R}^m$  — сжатые измерения,  $x \in \mathbb{R}^n$  — оригинальный сигнал,  $e$  — аддитивный шум,  $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times n}$  — матрица измерений,  $\Psi$  — матрица базиса, в котором сигнал является разреженным.

Для рассматриваемых задач в следующих главах, в качестве матрицы измерений используется случайная Гауссовская, которая удовлетворяет требуемым свойствам с высокой степенью вероятности.

Реконструкция сигнала предполагает минимизацию  $\ell_0$  нормы, которая позволяет найти наиболее подходящее (разреженное) решение среди бесконечного множества. Прямая минимизация  $\ell_0$  нормы является NP-

сложной задачей. Однако, существует множество приближенных численных методов решения этой задачи. Далее рассмотрим основные из них.

### 1.0.3 Обзор методов реконструкции разреженного сигнала по сжатым наблюдениям

#### Выпуклая оптимизация

Задача  $\ell_0$  оптимизации заменяется задачей выпуклой оптимизации (как правило,  $\ell_1$ ). Примерами алгоритмов, основанными на этом подходе, являются Basic Pursuit [11] и Basis Pursuit De-Noising (BPDN). Они заключаются в решении следующей оптимизационной задачи:

$$\min_x \left( \frac{1}{2} \|y - \Phi x\|_2 + \|x\|_1 \right). \quad (1.3)$$

Существует множество других алгоритмов, включая Least Absolute Shrinkage and Selection Operator (LASSO), Iterative Shrinkage/Thresholding Algorithm (ISTA) [12], the Alternating Direction Method of Multipliers (ADMM), the Gradient Projection for Sparse Representation [37], и Total Variation Denoising.

В случае матрицы измерений, удовлетворяющей свойству RIP, следующая теорема (Candès, Romberg and Tao 2006) [18] гарантирует, что если:

$$y = \Phi x + e,$$

с уровнем шума  $\|e\| \leq \delta$ , то для решения:

$$\hat{x} = \arg \min \|x\|_1, \|\Phi x - y\|_2 \leq \delta \quad (1.4)$$

выполняется следующее неравенство:

$$\|\hat{x} - x\|_2 \leq C \left( \delta + \frac{\|x - x_s\|_2}{\sqrt{s}} \right), \quad (1.5)$$

где  $x_s$  — вектор, состоящий из  $s$  наибольших по абсолютной величине компонент истинного решения  $x$  (с нулями на остальных местах).

## Жадные алгоритмы

Жадный подход заключается в поэлементной итеративной оптимизации, с локально-оптимальным выбором на каждом шаге. Решение строится итеративно, последовательным добавлением ненулевых компонент, и решением задачи оптимизации на каждой итерации методом наименьших квадратов с ограничениями. Из широко применяемых алгоритмов этого класса можно выделить Matching Pursuit (MP) и Orthogonal Matching Pursuit (OMP) [52]. OMP начинает процесс реконструкции с помощью нахождения столбца матрицы измерений с максимальной корреляцией с измерениями  $y$  на первом шаге, а затем на каждой итерации ищет столбец матрицы, имеющий максимальную корреляцию с текущим остатком. На каждой итерации оценка вектора сигнала обновляется с учетом выбранного столбца. Имеется множество усовершенствований этого алгоритма, таких как Compressive Sampling Matching Pursuit [56], Stagewise Orthogonal Matching Pursuit (StOMP) [69], и Generalized Orthogonal Matching Pursuit [74]. Отдельно выделяют пороговые алгоритмы — Iterative Hard Thresholding (ИТ) [13] и Iterative Soft Thresholding [15]. Они основаны на чередовании шага оптимизации (градиентного спуска) и применении пороговой функции, обеспечивающей заданное ограничение.

Жадные алгоритмы оказываются эффективнее выпуклой оптимизации в плане вычислительной сложности. Однако, они могут не обеспечить приемлимого качества реконструкции в случае зашумленных или недостаточных измерений.

## Итеративные обучаемые методы

Рассмотрим два подхода решения задачи реконструкции на основе глубокого обучения. Первый из них основан на классических итератив-

ных алгоритмах оптимизации для CS. Действие алгоритма на каждом шаге заменяется или дополняется нейронной сетью. Параметры сети и гиперпараметры классического алгоритма подбираются на основе обучающих данных. Таким образом, алгоритм легко адаптируется для определенной узкой задачи, за счет чего возрастает качество восстановления сигнала [50].

ISTA [12] — популярный итерационный алгоритм, используемый для решения задачи реконструкции. Алгоритм ISTA и его расширения основаны на подходе, основанном на градиенте, где на каждой итерации проецируется градиент, а затем происходит отсечка (обнуление) компонент решения по пороговому значению. Одним из адаптивных аналогов является LISTA (Learned ISTA) [68], который имеет архитектуру автоэнкодера, и основан на поиске разреженного представления сигнала в заданном словаре. Другой аналог — ISTA-Net [76], — прямым образом решает задачу реконструкции, по сравнению с LISTA, где решается вспомогательная задача разреженного кодирования. TISTA является усовершенствованием LISTA, за счет процедуры оценки дисперсии ошибки, которая улучшает скорость сходимости.

Approximate Message Passing (AMP) — является итеративным алгоритмом, основанным на передаче сообщений на графах. Его адаптивными аналогами являются Learned AMP (LAMP) и LDAMP.

Алгоритм ADMM, используемый для реконструкции CS, разделяет оптимизационную проблему на небольшие части, каждая из которых оказывается простой для решения. Для реконструкции МРТ данных по CS измерениям, предложена адаптивная версия ADMM-NET [28], основанная на ADMM и сверточной нейронной сети. Алгоритм ADMM-CSNet [5] является её дальнейшим улучшением.

Аналогом алгоритма Total Variation (TV) является TVINet [78], который решает проблему регуляризации с помощью объединения итеративного метода TV с CNN сетью.

Основным преимуществом замены части итеративных алгоритмов

на обучаемые аналоги является существенное снижение требований к вычислительным ресурсам. Например, после процесса обучения, LISTA оказывается быстрее ISTA в 20 раз, LDAMP — в 10 раз быстрее VM3D-AMP. Кроме того, большинство обучаемых аналогов автоматически подбирают гиперпараметры, и не требуется их тщательная настройка для быстрой сходимости и получения удовлетворительного качества реконструкции. За счет этого, адаптивные алгоритмы существенно улучшают качество реконструкции по сравнению с их классическими итеративными версиями.

### **Методы прямой реконструкции на основе обучаемых моделей**

Второй подход заключается в прямой реконструкции сжатых измерений с помощью обученной модели. В отличие от первого, этот подход не имеет привязки к традиционным итеративным алгоритмам. Кроме того, имеется возможность модифицировать процесс сэмплирования (сжатия) данных; например, возможно реализовать алгоритм подбора матрицы измерений на основе данных. Имеется большое количество методов прямой реконструкции, которые можно условно разделить по архитектуре нейронных сетей, лежащих в основе этих методов.

Автоэнкодеры широко применяются для реализации CS, поскольку они состоят из двух частей, — энкодера, который переводит входные данные в латентное пространство меньшей размерности, и декодера, который восстанавливает исходные данные по закодированному представлению. Естественным образом можно рассмотреть энкодер как реализацию процесса сэмплирования CS, а декодер — как алгоритм реконструкции. В работе [51] предложен a stacked denoising autoencoder (SDAE) основанный на полносверточной нейронной сети. Его недостатком является рост количества параметров при увеличении размерности сигнала, что приводит к высокому потреблению ресурсов и риску переобучения для больших сигналов. Для решения этой проблемы, в работах [?, 65] предложено разделение сигнала на блоки, и независимое сжатие и реконструк-

ция каждого из них. Для уменьшения риска переобучения, в работе [83], предложен метод sparse autoencoder compressed sensing (SAECS), с добавленной регуляризацией, приводящей к обнулению части параметров. Кроме того, в работе [80] рассмотрен метод на основе SDAE и SAECS, устойчивый к шуму.

Полносвязные и сверточные нейронные сети также часто применяются для реализации алгоритма реконструкции. ReconNet [65] — одна из первых работ, использующая сверточные сети в задаче compressive sensing. Кроме CNN, ReconNet использует полносверточный слой для отображения сжатого сигнала в исходную размерность. Продемонстрировано улучшение качества реконструкции по сравнению с традиционными алгоритмами. CombNet [20] позволил улучшить качество реконструкции ещё существеннее, за счет более глубокой архитектуры и меньшего размера свёрток, что снизило способность к переобучению.

Отдельно отметим работу DeepInverse [53] — также основанную на CNN. Вместо полносверточного слоя, для первоначальной реконструкции используется сопряженный оператор (транспонированная матрица измерений). Это существенно сократило количество параметров модели, что позволило эффективно восстанавливать сигналы большой размерности без разбиения на блоки. Приведено сравнение с алгоритмом D-AMP, которое показало повышение скорости реконструкции на несколько порядков, а также повышение качества при степени сжатия меньше 5-7%. При меньшей степени сжатия, D-AMP продемонстрировал более качественное восстановление сигнала. Тем не менее, DeepInverse имеет потенциал для дальнейших усовершенствований, за счет легковесности модели и неблочного применения compressive sensing. На основе DeepInverse предложен DeepCodec [54], который вместо случайной матрицы измерений, строит алгоритм сэмплирования на основе обучающих данных. Проведен эксперимент для сравнения алгоритма с DeepInverse и LASSO, с разными степенями сжатия и степени разреженности сигнала. Продемонстрировано существенное улучшение по количеству параметров модели, качеству реконструкции и вычислительной сложности.

ConvCSNet [21] также реализует обучаемый алгоритм сбора измерений. В отличие от DeepInverse, ConvCSNet для получения сжатых измерений использует линейный слой вместо сверточного. Также реализован алгоритм реконструкции, состоящий из двух разветвлений сверточных слоев. ConvCSNet реализован с возможностью его применения к полноразмерным сигналам (без разделения сигнала на блоки).

Остаточные нейронные сети (residual networks, ResNet) построены, прежде всего, для решения проблемы исчезающего градиента при большом количестве слоев. ResNet вводит между слоями короткие соединения, например, в виде суммирования выхода слоя с его входом, которые помогают находить сети наиболее короткие пути во время обучения. В работе [26] представлена модель Deep Residual Reconstruction Network с полносверточным слоем для реализации адаптивного сэмплирования, и несколькими полносверточными слоями с последующими блоками ResNet для реконструкции. Схожий метод предложен в [39], с основным отличием в виде сверточной сети для реализации сэмплирования, вместо полносвязного слоя. В работе [45] алгоритм сэмплирования реализован так, чтобы выучивать матрицы измерений, удобные для физической реализации (такие как бинарные и биполярные с элементами  $-1$  и  $+1$ ). Эксперименты показали сравнимую с другими DL-методами точность реконструкции при применении подобных матриц.

Генеративно-состязательные сети также широко применяются в решении обратных задач. В работе [22] предложена модификация ReconNet с добавлением дискриминатора. ReconNet реализован в качестве генеративной части. Обучение дискриминатора выполняется так, чтобы отличать настоящие данные и сгенерированные с помощью ReconNet, для использования в функции потерь во время обучения генератора. Проведенный эксперимент показал более качественное восстановление по сравнению с оригинальным методом. GAN также применяется в задачах реконструкции МРТ данных [29], где генератор основан на архитектуре ResNet, а дискриминатор - на CNN. Одновременное обучение двух нейронных сетей (генератора и дискриминатора) является сложной задачей,

требующей тщательной настройки параметров и архитектуры моделей при обучении, чтобы обеспечить стабильность и сходимость процесса обучения. Частично эта проблема решена в [24], где генератор реализован только для построения недостающих деталей изображения, что, как оказалось, уменьшило сложность сети и привело к более быстрой сходимости.

#### 1.0.4 Выводы

Приведен обзор обратных задач математического моделирования, в том числе задачи опознания со сжатием, которая является основой для методов, представленных в третьей главе. Важной характеристикой многих задач является то, что они часто оказываются некорректно поставленными, что требует применения методов регуляризации для стабилизации решений. Методы решения обратных задач основываются на свойствах оператора, описывающего связь между параметрами модели и наблюдаемыми данными, а также на априорных знаниях об искомым решениях.

Выпуклые методы оптимизации оказываются эффективными инструментами для решения задач compressive sensing и реконструкции сигналов. Однако, несмотря на их теоретическую обоснованность, традиционные итеративные методы часто требуют значительных вычислительных ресурсов и не всегда предоставляют удовлетворительное качество при малом количестве данных или высоком уровне шума. Применение методов глубокого обучения открыло новые возможности для повышения эффективности решения обратных задач. Использование нейронных сетей позволяет существенно сократить время вычислений и улучшить качество восстановления данных. Адаптивные версии классических алгоритмов, такие как LISTA и ADMM-NET, а также подходы, основанные на автоэнкодерах и сверточных нейронных сетях, демонстрируют высокую эффективность при решении задач реконструкции по сжатым наблюдениям.



Однако, для каждой конкретной задачи требуется тщательная настройка модели, выбор подходящих архитектур нейронных сетей и математических методов. В следующих главах мы рассмотрим различные методы решения обратных задач, с основным фокусом на использование свойства разреженности и разработки методов для их решения в сжатом латентном пространстве.

## Глава 2

# Рандомизированный алгоритм стохастической аппроксимации в задаче адаптации параметров геологической модели к истории разработки

Геологические модели используются во многих задачах, связанных с разработкой месторождений полезных ископаемых. Они позволяют оценить стоимость и потенциальную успешность таких мероприятий как сейсморазведочные работы, размещение новых скважин и прогнозирование добычи полезных ископаемых. Для того, чтобы геологическая модель способствовала принятию правильных решений, необходимо, чтобы она имела высокую точность и учитывала максимальное количество данных о месторождении.

Данные, используемые при построении геологической модели, могут включать в себя такие характеристики, как геологическая концепция пласта, измерения в местах бурения скважин, геофизические измерения. Эти данные используются на начальных этапах создания геологической

модели. Отдельно стоит отметить динамические данные, постоянно поступающие во время эксплуатации месторождения, такие как исторические данные о добыче нефти и жидкости. С их помощью возможно постоянно обновлять модель. Процесс обновления геологической модели с учётом динамических данных называется адаптацией на историю разработки месторождения.

Адаптация модели по данным об истории разработки является обратной задачей, в которой входные параметры модели настраиваются таким образом, чтобы уменьшить различие между симулированными и наблюдаемыми данными. Симулированные данные получаются моделированием гидродинамического поведения пласта, путем симуляции геологической модели с заданным набором параметров. Входными параметрами модели могут быть различные свойства моделируемой среды, такие как пористость и проницаемость в каждой точке пласта.

Геологические модели включают в себя большое количество параметров, которые требуются настраивать в процессе адаптации модели. Например, для моделей 60 на 60 ячеек, это 3600 значений. Поскольку адаптация модели заключается в минимизации отклонения симулированных данных от наблюдаемых, поиск оптимального набора параметров существенно затрудняется в пространстве большой размерности. Для избежания этого, применяются методы параметризации геологических моделей, позволяющие описать геологические модели существенно меньшим количеством новых параметров за счет разреженности моделей. Из часто используемых методов параметризации можно отметить PCA [35, 60]. Его недостатком является неприменимость для негауссовских геологических моделей. Для решения этой проблемы, разработан метод CNN-PCA [49], основанный на PCA и использующий нейронную сеть для построения параметризующей модели.

Для минимизации целевой функции, задающей отклонение симулированных данных от наблюдаемых, применяются различные подходы. Часто используются множественные фильтры Калмана (EnKF) [59, 71].

EnKF является итеративным методом адаптации модели. Он заключается в расчёте ковариации между анализируемыми параметрами модели и симулированными данными, которая затем используется для обновления параметров модели с учётом наблюдаемых данных. Недостатком метода является потеря точности при адаптации бинарных геологических моделей [72], а также необходимость генерации относительно большого количества геологических реализаций. Другим широко используемым методом является метод роя частиц (PSO) [9, 34, 49, 81], который основан на принципах роевого интеллекта. Он не требует расчета градиентов по параметрам модели, что часто является невозможным из-за сложности и отсутствия реализации во многих гидродинамических симуляторах. В работе использован алгоритм стохастической оптимизации SPSA [14]. Его преимуществами по сравнению с упомянутыми методами EnKF и PSO является минимальное число обращений к целевой функции для оценки градиента и состоятельность при почти произвольном шуме наблюдаемых данных [73]. В статье [40] ранее рассматривалось применение алгоритма SPSA в задаче восстановления геологических моделей. Приведено его сравнение с методами L-BFGS и методом градиентного спуска, которые показали большую эффективность в решении задачи. Однако, метод SPSA применен без предварительной параметризации, и его исследование ограничилось простой геологической моделью небольшой размерности. Кроме того, рассмотрен только случай нормального шума в наблюдаемых данных.

Из существующих систем, позволяющих выполнить адаптацию геологических моделей на исторические данные, можно отметить Schlumberger Petrel [1]. Преимуществами этой системы является удобство использования и интеграция с другими широко используемыми системами компании Schlumberger, такими как гидродинамический симулятор Eclipse. Основным недостатком инструментов Schlumberger является отсутствие бесплатных версий ПО, закрытость исходного кода и отсутствие описания используемых алгоритмов. В настоящий момент не имеется свободных, расширяемых систем для решения задачи адаптации геологических

моделей, и создание системы на основе современных методов параметризации и свободных геологических инструментов является актуальной проблемой, которую можно сформулировать как обратную задачу с разреженной структурой.

В главе предложен алгоритм адаптации разреженных геологических моделей к историческим данным по разработке месторождения, на основе безградиентного метода стохастической оптимизации SPSA. Сформулирована теорема о верхней оценке среднеквадратичной ошибки алгоритма.

### **2.0.1 Математическое представление и параметризация геологических моделей**

Геологические модели могут быть детерминированными или стохастическими. Для стохастических моделей, параметры модели в каждой точке среды задаются случайным распределением. С помощью стохастического моделирования может быть сгенерирована не одна единственная модель, а семейство различных моделей, каждая из которых согласуется с имеющимися данными. Благодаря этому, имеется возможность учесть влияние неопределенности на результат моделирования [33].

Для стохастического моделирования используются методы геостатистики. Широко применяются подходы последовательного индикаторного моделирования, объектного моделирования и методы многоточечной статистики. Последовательное индикаторное моделирование использует вариограммы (корреляции между двумя точками среды) для моделирования пространственной корреляции. В объектном моделировании, геологическая модель получается случайной генерацией объектов по заданным правилам, таким как извилистость и толщина каналов. Методы многоточечной статистики, используемые в этой работе, основаны на генерации геологических моделей по заданному обучающему образцу, представляющему собой концептуальное изображение пространственной

структуры моделируемого пласта.

Использование обучающего образа — один из способов задать априорную информацию о геологических особенностях изучаемого пласта. Обучающий образ включает в себя такие важные структуры, как извилистые каналы определённой ориентации, и их толщины. Пример обучающего образа показан на рисунке 2.1.

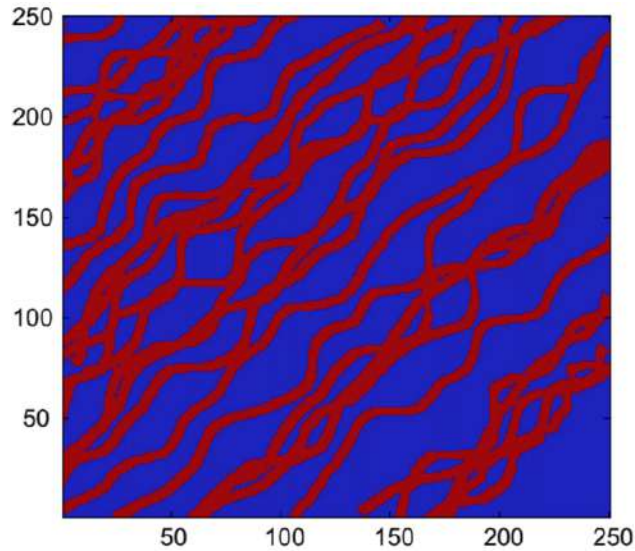


Рис. 2.1: Пример обучающего образа из работы [49]. Образ задает такую априорную информацию, как количество, толщину и направленность каналов под  $45^\circ$ . Этот обучающий образ используется далее в экспериментах.

Геологическая модель представляется в виде случайного поля. На основе обучающего образа, генерируются реализации, включающие в себя особенности, заданные этим образом, а также удовлетворяющие дополнительным условиям (hard data) — значениям в заданных точках (например, включающие геологические свойства, которые можно измерить в местах бурения).

На практике, используются сеточные модели заданных размеров, и реализации представляют собой дискретный набор блоков сетки.

## Алгоритм SNESIM для моделирования распределения геологической модели

Алгоритм SNESIM [70] является широко используемым методом для генерации геологических реализаций по заданному обучающему образцу и дополнительным данным. На первом шаге алгоритма выполняется вычисление частот различных шаблонов, встречающихся на обучающем образце. Затем строится случайный путь, проходящий через каждый блок генерируемой реализации. В соответствии с этим путем, выполняется последовательный обход блоков. Для текущего блока случайным образом выбирается шаблон из обучающего образа, с вероятностью пропорциональной частоте этого шаблона. Кроме того проверяется, чтобы выбранный шаблон для очередного блока соответствовал ранее построенным блокам, а также соответствовал дополнительным данным.

Приведем более подробное описание алгоритма. Пусть за  $S = \{s(k), k = 1, \dots, K\}$  обозначены возможные значения, которые могут принимать блоки реализаций (в случае бинарных моделей, это 0 и 1). Определим шаблон данных  $d_n$  размера  $n$  как набор векторов  $\{n_\alpha, \alpha = 1, \dots, n\}$ , задающих значения  $\{s(u + h_\alpha), \alpha = 1, \dots, n\}$  в соседних с  $u$  блоках. С учетом этих обозначений, опишем работу алгоритма пошагово:

1. выполняется сканирование обучающего образа заданным шаблоном. В дереве поиска сохраняются наборы возможных значений, соответствующих шаблону, а также значения центральных блоков. Для каждого набора сохраняется распределение вероятностей  $P(S(u) = s_k | d_n) = \frac{c_k(d_n)}{c(d_n)}, k = 1, \dots, K$ . Значение  $c(d_n)$  рассчитывается как частота соответствующего шаблону набора данных  $d_n$  в обучающем образце, а  $c_k(d_n)$  — как частота набора  $d_n$ , при условии, что значение центрального блока  $u$  равно  $s(k)$ ;
2. фиксируются значения в определенных блоках, задаваемые дополнительными данными. Остальные блоки добавляются в очередь, в соответствии со случайным путем, задающим обход блоков;

3. для текущего блока ищется набор значений в дереве поиска, с учётом значений в соседних блоках, задаваемых шаблоном;
4. если подходящий набор значений найден, из соответствующего распределения генерируется значение, которое присваивается текущему блоку. Если набор не нашёлся, выполняется повторная попытка поиска с меньшим размером шаблона;
5. шаги 2-4 повторяются до обработки всех блоков из очереди. В итоге получается реализация, имеющая корреляционную структуру обучающего образа, и удовлетворяющая дополнительным данным.

## Методы снижения размерности

Для параметризации и снижения размерности геологических моделей разработано множество методов. Часто используется метод главных компонент (РСА), основанный на сингулярном разложении матрицы, полученной по набору реализаций. Недостатком РСА является то, что он учитывает только корреляцию между двумя точками среды, и поэтому неприменим для негауссовских геологических моделей. Существуют методы, основанные на дискретном вейвлет преобразовании (DWT) и дискретном косинусном преобразовании (DCT). Их основным ограничением является то, что реализации после параметризации могут перестать соответствовать дополнительным данным, поскольку, в отличие от РСА, эти методы не используют ковариационную матрицу априорных реализаций.

В настоящее время набирают популярность методы, основанные на глубоком обучении. Применяются генеративно-состязательные нейронные сети (GAN) [36]; они состоят из двух частей: генеративной модели, генерирующей геологические реализации по вектору параметров небольшой размерности, и дискриминативной модели, позволяющей оценить соответствие генерируемых реализаций дополнительным данным и обучающему образу. Также используются вариационные автоэнкодеры [46],



которые представляют собой две связанные нейронные сети: энкодер и декодер. Энкодер выполняет сжатие исходных реализаций с помощью отображения в скрытое пространство. Декодер стремится восстановить исходные реализации по латентным переменным с наименьшей потерей информации. В статье [46] продемонстрировано существенное улучшение результатов параметризации с помощью вариационных автоэнкодеров, по сравнению с методами параметризации PCA, DCT и DWT.

В работе используется метод параметризации CNN-PCA, который является объединением методов PCA и глубоких нейронных сетей. В отличие от методов, основанных на GAN и автоэнкодерах, CNN-PCA требует существенно меньших ресурсов для обучения: выполняется только улучшение реализаций, полученных методом PCA, и их не требуется генерировать с нуля.

## Principal Component Analysis (PCA) параметризация

Метод параметризации на основе PCA включает в себя следующие этапы:

1. с помощью алгоритма SNESIM по обучающему образцу генерируется  $N_R$  реализаций, удовлетворяющих дополнительным данным;
2. строится матрица  $X_C = [m_1 - \bar{m}, \dots, m_{N_R} - \bar{m}]$ , где  $m_i$  — вектор реализаций размера  $N_C$ ,  $\bar{m}$  — вектор средних значений по всем реализациям,  $N_C$  — количество блоков геологической модели;
3. выполняется SVD-разложение матрицы  $Y = \frac{X_C}{\sqrt{N_R-1}}$ :  $Y = U\Sigma V^T$ ;
4. новые реализации получают по формуле  $m_{pca}(\xi) = U_l \Sigma_l \xi + \bar{m}$ , где  $U_l$  — матрица из  $l$  сингулярных векторов из матрицы,  $U_l$  — диагональная матрица из  $l$  наибольших сингулярных чисел,  $\xi$  — вектор размера  $l$ . Это может быть, например, выборка из стандартного нормального распределения, если мы хотим получить случайную

реализацию. При адаптации на историю разработки, это вектор, при котором модель наилучшим образом описывает исторические данные.

## CNN-PCA параметризация

Для бинарных геологических моделей предложен метод О-РСА [72], который является следующей оптимизационной задачей:

$$m_{opca}(\xi) = \operatorname{argmin}_x \|U_l \Sigma_l \xi + \bar{x} - x\|_2^2 + \gamma x^T (\vec{1} - x) \quad (2.1)$$

где  $x$  — вектор размера  $N_C$ . Компонента  $x_i$  описывает значение в блоке  $i$ ,  $\vec{1}$  — вектор из единиц размера  $N_C$ . Первое минимизируемое слагаемое обеспечивает сходство с РСА моделью. Второе слагаемое регуляризует решение так, чтобы оно было как можно более похожим на бинарное (наименьшее значение в 0 и 1).  $\lambda$  — параметр регуляризации.

Для бинарных моделей имеется простое аналитическое решение этой задачи оптимизации.

Однако, О-РСА это гистограммное преобразование решения РСА. И решения, полученные с его помощью, не всегда в полной мере воспроизводят то, что заключено в обучающем образе. Особенно, если задано малое количество дополнительных данных.

Предложено [49] обобщение метода О-РСА, заключающееся в решении следующей оптимизационной задачи:

$$m(\xi) = \operatorname{argmin}_x (L_C(x, m_{pca}(\xi)) + \gamma_s L_S(x, M_{ref})). \quad (2.2)$$

Функция  $L_C$  отвечает за близость  $x$  к  $m_{pca}$ . Но в более общей форме, в отличие от О-РСА, где в качестве  $L_C$  используется евклидова норма. Функция  $L_S$  отвечает за стиль реализаций. Под стилем понимается схожесть искомой реализации  $x$  с обучающим образом  $M_{ref}$ : так, чтобы сохранялись непрерывность каналов, их ширина, а также резкий контраст

между фациями – легкопроницаемой и малопроницаемой средой. Аналогом в О-РСА является регуляризующее слагаемое  $X^T(1 - X)$ , которое обеспечивает похожесть в том смысле, чтобы получаемые реализации были бинарными.

### Представление $L_C$

Функция  $L_C$ , отвечающая за схожесть реализации  $x$  с РСА-реализацией, выглядит следующим образом:

$$L_C(x, m_{pca}(\xi)) = \frac{1}{N_F} \|F(x) - F(m_{pca}(\xi))\|_{Fr}^2, \quad (2.3)$$

где  $F(x)$  – выбранное представление модели  $x$ , для которого, если  $F(m_1) = F(m_2)$ , то модели  $m_1$  и  $m_2$  имеют похожее содержание (например, каналы в  $m_1$  расположены приблизительно в тех же местах, что и в  $m_2$ ), а  $N_F$  – количество элементов в представлении (матрице).

Преимущество использования более сложного представления  $F(x)$ , вместо прямого сравнения модели  $x$  с  $m_{pca}(\xi)$  ( $\|x - m_{pca}\|_2^2$ ) – меньше вероятность, что модели будут ошибочно сравнены поблочно (с прямым сравнением, одна область модели  $x$  может ошибочно сопоставиться с похожей областью в  $m_{pca}(\xi)$ , но расположенной в другом месте).

Для получения функций  $F(x)$  и функций в представлении  $L_S$ , использована сверточная нейронная сеть VGG-16, предобученная на базе изображений ImageNet. В качестве функции  $F(x)$  используется выход четвертого слоя (выход функции активации от свертки) –  $F_4(m)$ . В итоге, функция  $L_C$  представляется в виде:

$$L_C(x, m_{pca}(\xi)) = \frac{1}{N_{z,4}N_{c,4}} \|F_4(m) - F_4(m_{pca}(\xi))\|_{Fr}^2, \quad (2.4)$$

где  $N_{z,4}$  – количество фильтров (сверток) в четвёртом слое, а  $N_{c,4}$  – количество элементов в каждом результате свертки для четвертого слоя.

### Представление $L_S$

Для описания корреляционной структуры пространства, задаваемой

обучающим образом, используется набор статистических метрик  $G_k$ . Эти метрики получаются из сверточной сети как ковариационные матрицы нелинейных откликов фильтров на выходе  $k$ -го слоя:

$$G_k(m) = \frac{1}{N_{c,k}N_{z,k}} F_k(m)F_k(m)^T, \quad (2.5)$$

$$L_S(x, M_{ref}) = \sum_{k=(2,4,7,10)} \frac{1}{N_{z,k}^2} \|G_k(x) - G_k(M_{ref})\|_{F_T}^2,$$

где  $N_{z,k}$  — количество фильтров для  $k$  слоя.

Таким образом,  $L_S$  учитывает среднюю схожесть реализации  $x$  с обучающим образом  $M_{ref}$  на разных уровнях детализации изображений.

## Модель для генерации реализаций

Получение реализаций с помощью минимизации  $m(\xi)$  слишком ресурсоёмко, поскольку проводить оптимизацию потребуется на каждой итерации во время адаптации на историю разработки.

В статье [49] приведена модель для генерации реализаций по векторам  $\xi$  в явном виде. Для этого используется вторая CNN-сеть  $f_W$  (model transform net). Она обучается на случайных данных  $\xi$ , сгенерированных из стандартного нормального распределения. В качестве функции потерь взята следующая (в соответствии с (2.3), и представлениями (2.4) для  $L_C$  и (2.5) для  $L_S$ ):

$$Loss(W, \xi) = L_C(f_W(\xi), m_{pca}(\xi)) + \gamma_s L_S(f_W(\xi), \xi) + L_h, \quad (2.6)$$

где  $W$  — параметры сети  $f_W$ .

Слагаемое  $L_h$  в  $Loss(x)$  требуется, чтобы получаемые реализации удовлетворяли дополнительным данным. Оно рассчитывается по формуле:

$$L_h = \frac{1}{N_h} (h^T m_{pca}^i - f_W(m_{pca}^i))^2, \quad (2.7)$$

где  $h$  — вектор из единиц на позициях, для которых имеются дополнительные данные, и из нулей на остальных.  $N_h$  — количество точек, в которых заданы дополнительные данные.

## 2.0.2 Алгоритм SPSA и теорема о свойстве оценок в применении к рассматриваемой задаче

Сформулируем задачу адаптации геологической модели к истории разработки как минимизацию следующей целевой функции по  $\xi$ :

$$f_t(\xi) = \frac{\|d_{\text{fopr}}(m) - d_{t_{\text{obs}}}\|_2}{\max(d_{t_{\text{obs}}})} + \sum_i \frac{\|d_i(m) - d_{t_{\text{obs},i}}\|_2}{\max(d_{t_{\text{obs},i}})} + \frac{\|\xi - \xi_0\|_2}{\max(\xi_0)}, \quad (2.8)$$

где  $d_{t_{\text{obs}}}$  в первом члене этой функции — это наблюдаемые данные на месторождении, которые имеются на момент времени  $t$ , такие как дебиты нефти и воды.  $d_{\text{fopr}}(m)$  — это смоделированные данные, полученные путем прогнозирования дебитов нефти и воды с использованием гидродинамического симулятора с переменными параметрами проницаемости  $m$ . Эти параметры получаются из  $\xi$  использованием параметризующей модели CNN-PCA и отображением параметризованных реализаций в физические значения проницаемости.

Второй член — это разница между смоделированными  $d_i(m)$  и наблюдаемыми  $d_{t_{\text{obs},i}}$  дебитами, которые указываются отдельно для каждой скважины  $i$ .

Третий член — это регуляризация, которая требует, чтобы  $\xi$  было близко к параметрам  $\xi_0$ . Это требуется, поскольку CNN-PCA был обучен, используя  $\xi$ , выбранные из этого распределения.

Каждый член целевой функции нормализуется по максимуму соответствующего наблюдения. Благодаря этому данные по всему месторождению и по каждой скважине имеют равный вес, независимо от абсолютных значений наблюдений.

## SPSA

Алгоритмы стохастической аппроксимации могут быть применены для решения задач оптимизации, если целевая функция шумна или недоступна для вычисления градиентов. Такие алгоритмы имеют следующую общую форму:

$$\hat{x}_{n+1} = \hat{x}_n - \alpha_n \hat{g}_n(x_n),$$

где  $\hat{x}_n$  — это последовательность оценок параметров,  $\hat{g}_n(x_n)$  — псевдоградиент, математическое ожидание которого равно реальному градиенту, а  $\alpha_n$  — параметр скорости сходимости.

SPSA — один из алгоритмов стохастической аппроксимации, который для аппроксимации градиента на каждой итерации требует только два измерения целевой функции. Кроме того, оценки параметров, полученные с помощью этого алгоритма, могут сходиться к их истинным значениям при произвольном ограниченном аддитивном шуме, в то время как многие другие алгоритмы оптимизации требуют, чтобы шум имел нормальное распределение и/или нулевое среднее. Если  $\alpha$  постоянно и достаточно мало, SPSA гарантирует сходимость среднеквадратичного значения оценок к малой ограниченной области вокруг истинного значения параметра [41].

Рассмотрим модель наблюдения, когда у нас есть исторические данные о добыче на момент времени  $t \in \mathbb{R}$ :

$$y_t = f_t(x_t) + \nu_t, \tag{2.9}$$

где  $\nu_t$  — аддитивный шум, вызванный неточностями в параметризации и измерении данных о добыче.

Пусть  $\mathcal{F}_{t-1}$  будет  $\sigma$ -алгеброй всех вероятностных событий, произошедших до момента времени  $t$ , где  $\mathbb{E}_{\mathcal{F}_{t-1}}$  — символ условного математического ожидания относительно  $\sigma$ -алгебры  $\mathcal{F}_{t-1}$ .

Используя наблюдения  $y_1, y_2, \dots, y_t$ , нам необходимо построить оцен-

ку  $\hat{\xi}$  неизвестного вектора параметров  $\xi$ , минимизирующего функционал среднего риска  $F_t$ :

$$F_t(\xi) = \mathbb{E}_{\mathcal{F}_{t-1}}[f_t(x_t)].$$

Эти оценки можно построить с помощью алгоритма SPSA.

Входные параметры алгоритма SPSA — это последовательности положительных чисел  $\alpha_n$ ,  $\beta_n$ , которые стремятся к нулю, и начальное решение  $\hat{\xi}_0$ . Тогда можно получить оценку параметров  $\xi_n$  по следующим формулам:

$$\begin{cases} u_{2n} = \hat{\xi}_{n-1} + \beta_n \Delta_n, \\ u_{2n-1} = \hat{\xi}_{n-1} - \beta_n \Delta_n, \\ \hat{\xi}_n = \hat{\xi}_{n-1} - \frac{\alpha_n}{2\beta_n} \Delta_n (y_{2n} - y_{2n-1}), \end{cases}$$

где  $y$  — зашумленные измерения (2.9) целевой функции,  $\Delta_n$  — наблюдаемая последовательность независимых бернуллиевских случайных векторов из  $\mathbb{R}^d$ , каждый компонент которых независимо принимает значения  $\pm \frac{1}{\sqrt{d}}$ .

**Т е о р е м а 1.** Пусть выполняются следующие предположения:

1. Функции  $F_t(\cdot)$  имеют единственные точки минимума  $\xi_t$  и для всех  $x \in \mathbb{R}^d$ :

$$\langle x - \xi_t, \mathbb{E}_{F_{t-1}}[\nabla f_{\xi_t}(x)] \rangle \geq \mu \|x - \xi_t\|^2,$$

где  $\mu > 0$  — константа.

2. Градиент в точке минимума ограничен:

$$\mathbb{E} \|\nabla f_{\xi_t}(\xi_t)\|^2 \leq g^2.$$

3. Для всех  $\xi \in \Xi$  градиент  $\nabla f_{\xi}(x)$  удовлетворяет условию Липшица:

$$\forall x', x'' \in \mathbb{R}^d, \|\nabla f_{\xi}(x') - \nabla f_{\xi}(x'')\| \leq M \|x' - x''\|,$$

где  $M \geq \mu$  — константа.

4. Для  $n = 1, 2, \dots$  разность шума наблюдений ограничена:

$$|\bar{v}_n| = |v_{2n} - v_{2n-1}| \leq c_v,$$

где  $c_v > 0$  — константа.

5. Шаги алгоритма  $\alpha_n = \alpha$  и  $\beta_n = \beta$  постоянны и удовлетворяют условиям:

$$0 < \alpha < \frac{2\mu}{M^2}, \quad \beta > 0.$$

Тогда последовательность оценок  $\hat{\xi}_{2n}$ , полученная с помощью алгоритма SPSSA, удовлетворяет неравенству:

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E} \left[ \|\hat{\xi}_{2n} - \xi_{2n}\|^2 \right] \leq L,$$

где

$$L = h + \sqrt{h^2 + \frac{\bar{l}}{k}},$$

с константами  $h$ ,  $\bar{l}$  и  $k$ .

*Доказательство.*

Докажем теорему, показав, что при выполнении указанных предположений выполняются все условия Теоремы 1 из [41], и, следовательно, результат следует из этой теоремы. Рассмотрим предположения 1–8 из [41] и обоснуем их выполнение в контексте задачи адаптации геологической модели (2.8).

1. В рассматриваемой задаче, наблюдения подвержены шуму  $\nu_t$ , который моделирует ошибки измерений и моделирования. Предполагаем, что разность шума между последовательными наблюдениями ограничена:

$$|\bar{v}_n| = |v_{2n} - v_{2n-1}| = |\nu_{2n} - \nu_{2n-1}| \leq c_v.$$



Это соответствует Предположению 1 из [41]. Константу  $c_v$  можно оценить через известную погрешность измерений динамических данных о добыче и степени изменения симулированных данных в зависимости от погрешности измерений.

2. Истинный вектор параметров  $\xi_t$  постоянен во времени или изменяется очень медленно:

$$\|\xi_t - \xi_{t-1}\| \leq \delta_\xi,$$

где  $\delta_\xi \geq 0$  — малая константа. Это предположение выполняется в реальных задачах, поскольку геологическая модель описывает врожденные характеристики пород — например, значения пористости и проницаемости, или расположение каналов, которые почти не меняются с течением времени на горизонте планирования.

3. Поступление новых данных приводит к изменению функции  $f_t(\xi)$  и ее градиента. Предполагаем, что скорость изменения градиента ограничена:

$$\|\mathbb{E}_{F_{2n-2}}[\nabla\phi_n(x)]\| \leq a_1\|x - \xi_{2n-2}\| + a_0,$$

где  $\phi_n(x) = f_{\xi_{2n}}(x) - f_{\xi_{2n-1}}(x)$ , а константы  $a_1$  и  $a_0$  малы. Это соответствует Предположению 3 из [41].

Можно предположить, что константы  $\delta_\xi, \alpha_0, \alpha_1$  малы на практике, поскольку адаптация модели на каждом моменте времени выполняется на основе небольшого количества новых, и большего — накопленных предыдущих наблюдаемых данных.

4. Предположение в условии теоремы соответствует Предположению 4 из [41]:

$$\langle x - \xi_t, \mathbb{E}_{F_{t-1}}[\nabla f_{\xi_t}(x)] \rangle \geq \mu\|x - \xi_t\|^2.$$

В практических задачах достаточно сложно проверить выполнение данного условия, поскольку связь параметров геологической моде-

ли с динамическими данными о добыче сложна и нелинейна, и во многом зависит от особенностей гидродинамического симулятора. Частично это требование выполняется за счет регуляризационного члена в (2.8), который способствует тому, чтобы решение оставалось в области с более выпуклым поведением функции.

5. В условии теоремы предполагается, что градиент функции в точке минимума ограничен:

$$\mathbb{E}\|\nabla f_{\xi_t}(\xi_t)\|^2 \leq g^2,$$

где  $g \geq 0$  — малая константа. Это соответствует Предположению 5 из [41]. На практике, истинный параметр модели (например, проницаемость пласта) меняется незначительно с течением времени, а сама функция ошибки вблизи истинного параметра находится близко к минимуму, с учетом небольшой погрешности модели параметризации и шума данных. В условиях физических ограничений и гладкости модели параметризации можно считать, что градиент вблизи истинного параметра остаётся ограниченным малой константой.

6. Предположение о липшицевости соответствует Предположению 6 из [41]. Как и предположение 4, липшицевость сложно доказать из-за присутствия гидродинамического симулятора в оптимизационной задаче. Можно предположить, что в рассматриваемой задаче константа  $M$  относительно невелика для большинства  $x', x''$ , поскольку гидродинамические симуляторы, хотя и не гарантируют строгое выполнение условия Липшица, используют численные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных, которые обеспечивают умеренное изменение решений по отношению к параметрам модели. Кроме того, модель параметризации на основе нейронной сети и РСА также обладает свойством небольшого изменения значений в ответ на изменения входных па-

раметров, что обеспечивает относительно небольшие значения  $M$ .

7. Векторы возмущений  $\Delta_n$  и функции  $K_n(\Delta_n)$  удовлетворяют Предположениям 7 и 8 из [41]. В рассматриваемой постановке задачи используются независимые бернуллиевские случайные векторы  $\Delta_n$  с компонентами, принимающими значения  $\pm \frac{1}{\sqrt{d}}$  с вероятностью 0.5. Это соответствует следующим свойствам:

- $\|\Delta_n\| = 1 \leq c_\Delta$ ;
- $\|K_n(\Delta_n)\| = 1$ , где  $K_n(x) \equiv x$ ;
- Функции  $K_n(\cdot)$  и распределения возмущений  $P_n(\cdot)$  удовлетворяют необходимым условиям, включая независимость и симметричность.

Эти предположения верны по построению алгоритма SPSA и свойствам используемых случайных возмущений.

Поскольку все предположения Теоремы 1 из [41] выполнены, применяя ее, получаем, что последовательность оценок  $\hat{\xi}_n$  удовлетворяет неравенству:

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E} \left[ \|\hat{\xi}_n - \xi_n\|^2 \right] \leq L,$$

где

$$L = h + \sqrt{h^2 + \frac{\bar{l}}{k}}.$$

В нашей задаче, учитывая малость  $\delta_\xi$ ,  $a_0$ ,  $a_1$  и  $g$ , константы  $h$ ,  $\bar{l}$  и  $k$  можно оценить, и в пределе получим:

$$L = \frac{\alpha^2 c_v^2}{4\beta^2 \gamma},$$

где

$$\gamma = 2\alpha\sigma_\Delta^2\mu - \alpha^2\sigma_\Delta^2M^2 - \alpha a_1 > 0,$$

и  $\sigma_\Delta^2 = \frac{1}{d}$ .

### 2.0.3 Выводы

В главе рассмотрены методы адаптации разреженных геологических моделей к историческим данным разработки месторождений. Показано, что основная проблема адаптации заключается в высокой размерности параметрического пространства моделей, что делает задачу поиска оптимальных решений вычислительно сложной. Для решения этой проблемы используются методы параметризации, такие как РСА и его улучшенные версии для негауссовских моделей, включая метод CNN-РСА.

Для минимизации отклонений между симулированными и наблюдаемыми данными были рассмотрены различные алгоритмы оптимизации. Отмечено, что часто применяемые методы имеют свои ограничения, такие как сложность работы с бинарными моделями и необходимость генерации большого количества реализаций. В качестве альтернативы предложен метод стохастической оптимизации SPSA, который обладает преимуществом в виде минимального числа обращений к целевой функции для оценки градиента и высокой устойчивости к шуму наблюдаемых данных. Кроме того, сформулирована теорема о верхней оценке среднеквадратичной ошибки алгоритма SPSA в рассматриваемой задаче, которая показывает, что даже в условиях неопределенности и шума, оценка параметров геологической модели будет сходиться к истинному значению с контролируемой точностью.

## Глава 3

# Методы опознания по сжатию в задачах распределенной кластеризации и ультразвуковой томографии

В главе предложены методы решения разреженных задач в сжатом пространстве на основе методологии опознания по сжатию. В первом разделе описан алгоритм распределенной кластеризации для мультиагентных систем, предполагая глобальное состояние системы разреженным (благодаря кластерной структуре). Во втором разделе предложено два метода: метод сжатия и реконструкции ультразвуковых данных на основе обучаемой нейронной сети, а также метод решения задачи моделирования (построения изображения по данным) в сжатом пространстве, без предварительного восстановления данных.

### 3.0.1 Распределенная кластеризация в мультиагентных системах на основе методологии опознания по сжатию

Мультиагентные системы моделируют множество реальных задач, таких как интернет вещей, системы распределенных сенсоров. Следовательно, возникает множество проблем управления такими системами, которые традиционно включают в себя мезоскопический (синтез управления индивидуально для каждого агента) и макроскопический уровень управления (синтез единого управления для всей системы). Макроскопическое управление не является достаточно точным во многих случаях, особенно когда имеются существенные задержки в передаче данных. Микроскопическое управление оказывается чрезмерно сложным с возрастанием количества агентов.

Альтернативным решением во многих случаях может быть использование того свойства, что многим системам присуща кластерная синхронизация [6] — состояния агентов кластеризуются в небольшое количество кластеров, в каждом из которых они похожи друг на друга по поведению. В данном случае, возможно существенно упростить управление агентами, производя синтез управления для каждого кластера, а не каждого агента.

Для распределенного кластерного управления необходимо, чтобы каждый агент имел представление о параметрах кластера, к которому он принадлежит. Для этого, требуется разработать эффективный метод распределенной кластеризации: предоставить возможность каждому агенту, на основе локальных взаимодействий агентов, получать параметры всех кластеров системы. В главе предложен метод распределенной кластеризации для мультиагентных систем, позволяющий снизить объемы передаваемых данных, и восстанавливать кластеры в режиме реального времени.

#### Постановка Задачи

Мультиагентную систему можно представить в виде множества  $\mathcal{N} = \{1, 2, \dots, N\}$ , где каждый агент  $i$  из этого набора имеет своё состояние  $x_i$ , которое является вектором в пространстве  $\mathbb{R}^d$ . В системе насчитывается  $N$  агентов, а размерность пространства состояний равна  $d$ . Коммуникация между агентами моделируется с помощью направленного графа

$G = (\mathcal{N}, E)$ . Матрица смежности  $B = [b_{ij}]$  описывает направленные пути коммуникации между агентами.

Параметры кластеров, обозначаемые как  $\Theta$ , включают в себя центроиды  $k$  кластеров, которые определяются как  $\bar{x}_k = \frac{1}{|C_k|} \sum_{i \in C_k} x_i$  для каждого кластера  $C_k$ . Предполагается, что состояния агентов кластеризованы в каждый момент времени, что обеспечивает разреженность системы, и позволяет использовать теорию опознавания по сжатию для эффективной передачи данных. Отметим, что топология коммуникаций не обязательно связана с кластеризацией агентов – два агента в одном кластере могут быть не связаны, а агенты из разных кластеров могут обмениваться информацией.

Предлагается разработать децентрализованный алгоритм для оценки параметров  $\Theta$  на основе Протокола Локального Голосования (LVP) и метода глубокого обучения для быстрого восстановления центроидов кластеров. Алгоритм должен быть масштабируемым в зависимости от количества агентов  $N$  и адаптируемым к изменениям в структуре кластеров. Чтобы избежать прямой передачи больших объёмов данных о состояниях мультиагентов, используются только сжатые измерения в коммуникации, представленные как  $\bar{y} = A\mathbf{x}$ . Здесь  $\mathbf{x} = [x_1^T, \dots, x_N^T]^T$  – вектор, состоящий из состояний всех агентов в пространстве  $\mathbb{R}^{Nd}$ , а матрица  $A \in \mathbb{R}^{md \times Nd}$ , где  $m \sim k \ll N$ .

## Метод распределенной кластеризации

Мы предполагаем, что каждый агент  $i \in \mathcal{N}$  независимо собирает частные измерения следующим образом:

$$y_i = A_i x_i, \quad (3.1)$$

где  $y_i \in \mathbb{R}^{md}$  – сжатое наблюдение агента  $i$ ,  $A_i = A_{(\cdot, i)} \in \mathbb{R}^{md \times d}$  – оператор измерения агента  $i$ ,  $A_{(\cdot, i)}$  представляет столбцы матрицы  $A$ , соответствующие  $i$ -му агенту. Таким образом, мы можем получить общий вектор измерений следующим образом:

$$\bar{\mathbf{y}} = \frac{1}{N} \sum_{i \in \mathcal{N}} y_i = \frac{1}{N} \sum_{i \in \mathcal{N}} A_i x_i, \quad (3.2)$$

где  $\bar{\mathbf{y}}$  – набор сжатых измерений, вычисляемых как взвешенные суммы состояний агентов со случайными весами. Данный метод сбора измерений  $\bar{\mathbf{y}}$  позволяет использовать Протокол Локального Голосования для

синхронизации сжатых измерений между всеми агентами. Для восстановления параметров кластеров предлагается обучаемый метод – на основе нейронной сети, по архитектуре схожей с PointNet [64], за исключением первого и последнего слоев:

1. **Первый слой:** Обучаемая проекция из  $N$  (количество агентов) в  $m$  (128 – размерность сжатых измерений) с использованием линейного слоя, независимо применяемого к каждому из двух измерений (коэффициент сжатия –  $N//m$ ).
2. **Сверточные слои:** Пять последующих сверточных слоев с активацией Rectified Linear Unit (ReLU) и Batch нормализацией. Размеры каналов:  $2 \rightarrow 64 \rightarrow 64 \rightarrow 128 \rightarrow 1024$ , что отображает двумерный вход в вектор признаков размером 1024.
3. **Average Pooling:** Применяется вдоль одной из размерностей, уменьшая размер с  $m$  до 1. Результат затем объединяется с выходом третьего слоя (для учета локальных и глобальных признаков сжатого облака точек).
4. **Сверточные слои:** Применяется пять сверточных слоев, уменьшающих размерность с  $1024 + 64$  до числа выходных каналов, соответствующих количеству кластеров  $K$ .
5. **Финальная проекция:** Вторая размерность проецируется в 2 на последнем этапе, для получения размерности на выходе:  $[B, 2, K]$ .

В качестве функции потерь (3.3) используется функция на основе венгерского метода для решения линейной задачи назначения, в соответствии с методом из [42]. Данный выбор позволяет учесть произвольный порядок в предсказываемом наборе кластеров, и упростить процесс обучения (важно предсказать только множество центроидов, а не их порядок).

$$L_{\text{hun}}(\hat{Y}, Y) = \min_{\pi \in \Pi} \|\hat{y}_i - y_{\pi(i)}\|_2^2, \quad (3.3)$$

где  $\hat{Y}$  - предсказанные центроиды,  $Y$  - истинные центроиды,  $\Pi$  - пространство перестановок. Задача о назначениях решается венгерским алгоритмом за время  $O(n^3)$ .



### 3.0.2 Сжатие и реконструкция данных ультразвукового томографа

Ультразвуковая компьютерная томография (УЗКТ) привлекает значительный интерес благодаря отсутствию рентгенологического воздействия на организм человека, что выгодно отличает её от рентгеновской компьютерной томографии. Кроме того, УЗКТ не требует введения контрастных веществ, необходимых для качественной диагностики при использовании магнитно-резонансной томографии. В отличие от традиционных методов ультразвуковых исследований, УЗКТ обеспечивает существенно более высокое качество реконструкции исследуемого объекта за счет большого количества ультразвуковых источников и сенсоров. Однако это приводит к значительному увеличению объёма данных и повышению вычислительной сложности процесса реконструкции изображения, что создаёт необходимость разработки более эффективных методов сбора и обработки измерений.

В данном разделе предложен и описан метод эффективного сбора данных с сенсоров ультразвукового томографа. Такой томограф представляет собой кольцо из  $N$  элементов, способных одновременно излучать и принимать ультразвуковые сигналы, равномерно распределённых по окружности. Исследуемый объект располагается внутри этого кольца. Каждый датчик поочерёдно генерирует ультразвуковой сигнал, в то время как остальные находятся в режиме приёма на протяжении  $t$  временных интервалов. После сбора данных со всех датчиков кольцо смещается вдоль вертикальной оси, и процесс повторяется для получения данных по новому срезу объекта.

В результате работы томографа генерируется объём данных размером  $N^2t$ . В проведённом эксперименте при  $N = 2048$  и  $t = 3750$  это приводит к необходимости сбора более 50 ГБ информации для каждого среза. Применение подхода опознания со сжатием позволяет существенно сократить количество собираемых данных, используя частоту дискретизации ниже, чем это требуется по теореме Котельникова. Согласно этой теореме, сигнал, имеющий ограниченный спектр, может быть восстановлен без потерь по измерениям, взятым с частотой более чем вдвое превышающей максимальную частоту спектра. Однако ультразвуковые данные по своей природе являются разреженными (пример на рис. 3.1), и полезный сигнал может быть представлен в более компактной форме.

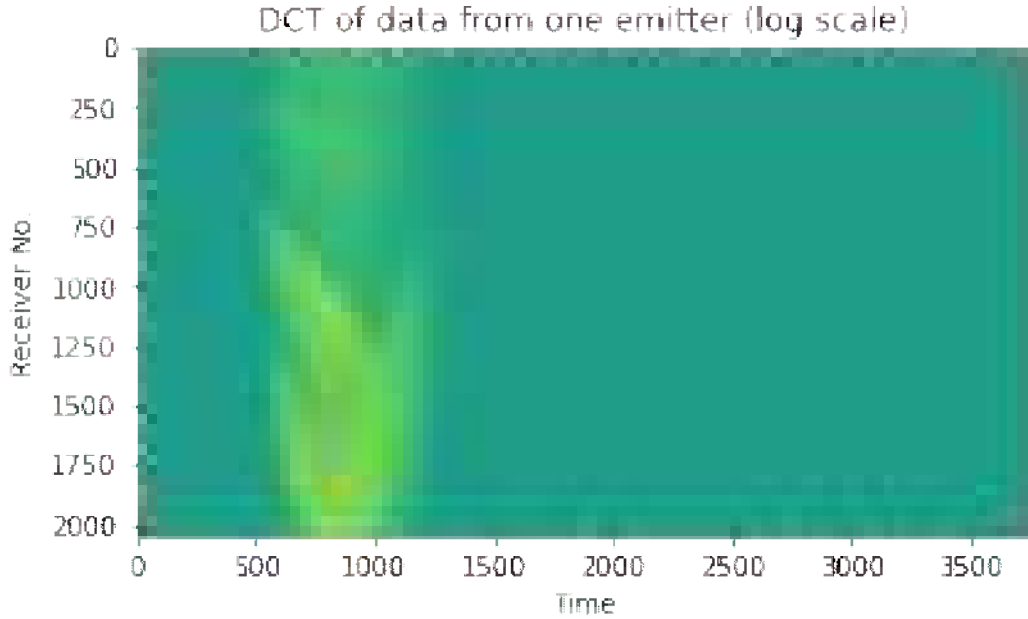


Рис. 3.1: Пример данных ультразвукового сигнала, полученного с одного источника. Данные отображены в частотной области (дискретное косинусное преобразование) в логарифмической шкале.

### Задача полноволновой инверсии

Полноволновая инверсия (FWI, *Full-Waveform Inversion*) является методом численной оптимизации, предназначенным для точного восстановления акустических свойств среды, таких как скорость распространения звука и плотность, на основе данных о волновом поле. В контексте ультразвуковой компьютерной томографии, FWI используется для получения изображения объекта по большому объему волновых данных с датчиков.

FWI основывается на решении обратной задачи для волнового уравнения. В задачах акустики, основное волновое уравнение может быть записано как:

$$\frac{1}{c^2(\mathbf{r})} \frac{\partial^2 p(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - \Delta p(\mathbf{r}, t) = s(\mathbf{r}, t), \quad (\mathbf{r}, t) \in \mathbb{R}^d \times [0, T], \quad (3.4)$$

где  $c(\mathbf{r})$  — скорость звука,  $p(\mathbf{r}, t)$  — звуковое давление,  $s(\mathbf{r}, t)$  — функция источника,  $\Delta$  — оператор Лапласа.

Начальные условия для волнового уравнения задаются как:

$$p(\mathbf{r}, 0) = 0, \quad \frac{\partial p(\mathbf{r}, 0)}{\partial t} = 0. \quad (3.5)$$

Датчики расположены на поверхности  $S$  вокруг объекта, и собирают измерения в течение времени  $T$ :

$$d(\mathbf{r}, t) = p(\mathbf{r}, t)|_{\mathbf{r} \in S}, \quad t \in [0, T]. \quad (3.6)$$

Цель полноволновой инверсии заключается в восстановлении матрицы скоростей звука  $c(\mathbf{r})$  по измеренным данным  $d(\mathbf{r}, t)$ . Это формулируется как задача оптимизации функции потерь между моделируемыми и измеренными данными:

$$\hat{c} = \arg \min_c \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I \int_0^T \int_S |d_i(\mathbf{r}, t) - p_i^{\text{sim}}(\mathbf{r}, t; c)|^2 dS dt, \quad (3.7)$$

где  $p_i^{\text{sim}}(\mathbf{r}, t; c)$  — смоделированные данные для  $i$ -го источника при текущей оценке скорости звука  $c(\mathbf{r})$ . Задача решается итеративно, с вычислением смоделированных данных (применение прямого оператора волнового уравнения) и решением сопряженной задачи для вычисления градиента.

## Метод построения изображения на основе анализа времени прибытия сигнала

В работе [31] предложен альтернативный упрощённый метод реконструкции изображений, основанный на анализе времени прибытия (TOF, *Time-of-Flight*) ультразвуковых сигналов. Этот метод предназначен для обнаружения специфических областей и оценки их плотности, используя данные ультразвуковой томографии.

Основные этапы метода включают сбор и предварительную обработку данных, вычисление времени пролёта (TOF) сигнала и последующую реконструкцию изображения. На этапе сбора данных каждый элемент кольцевого массива последовательно испускает ультразвуковой сигнал, а остальные элементы массива принимают сигнал, формируя полный набор данных для каждого источника.

Для вычисления времени пролёта сигнала используется критерий информации Акаике (AIC), который позволяет точно определить момент прибытия сигнала к каждому приёмнику. AIC основан на разделении сигнала на две части: до и после прихода волны, с последующим вычислением дисперсий для каждой части. Модифицированная формула для вычисления AIC выглядит следующим образом:

$$\text{AIC}(k) = k \cdot \ln(\sigma_1^2(k)) + (N - k - 1) \cdot \ln(\sigma_2^2(k)),$$

где  $k$  — текущий индекс времени в окне анализа,  $N$  — общее число точек в окне, а  $\sigma_1^2(k)$  и  $\sigma_2^2(k)$  — дисперсии сигналов до и после точки  $k$ .

После вычисления ТОФ решается обратная задача для оценки распределения скоростей звука в исследуемой области. Для этого применяется метод трассировки лучей, который связывает ТОФ с интегралами по траекториям распространения сигнала. Время пролёта между передатчиком  $i$  и приёмником  $j$  выражается через интеграл:

$$\text{TOF}_{ij} = \int_{L_{ij}} \frac{1}{c(\mathbf{r})} dl,$$

где  $\text{TOF}_{ij}$  — время пролёта между передатчиком  $i$  и приёмником  $j$ ,  $c(\mathbf{r})$  — скорость звука в точке  $\mathbf{r}$ , а  $L_{ij}$  — траектория распространения сигнала между этими элементами. Для получения изображения решается система линейных уравнений, которая может быть решена методом наименьших квадратов или с использованием регуляризации для получения устойчивого решения.

Преимуществами данного метода являются его простота реализации, высокая скорость вычислений и возможность параллелизации. Метод не требует сложных вычислений, связанных с решением полноволнового уравнения, что делает его подходящим для быстрого получения предварительных изображений. Вычисления ТОФ для различных пар передатчик-приёмник независимы, что позволяет выполнять их параллельно.

## Метод сжатия и реконструкции ультразвуковых данных

Далее опишем предложенный метод сжатия и реконструкции данных, полученных с сенсоров ультразвукового томографа.

### Предобработка данных

На первом этапе предобработки, выполняется вычитание медианного значения по данным с каждого приемника сигнала. Это позволяет избавиться от шума, возникающего в результате разного уровня сигнала датчиков в состоянии покоя (пример на рис. 3.3).



Рис. 3.2: Пример результата предобработки. Сверху - исходное изображение с шумом в виде горизонтальных линий.

Далее, выделяется часть данных, имеющих высокую амплитуду, которая сохраняется (передается) отдельно, без применения алгоритма сжатия. Это практически не увеличивает общее количество передаваемых данных, поскольку высокоамплитудная часть занимает менее 5%. В то же время, данный этап позволяет заметно повысить точность восстановления сигнала.



Рис. 3.3: Пример результата разделения данных. Сверху — выделенная высокоамплитудная часть, внизу — основная часть данных

Наконец, данные по каждому источнику разделяются на небольшие фрагменты ( $64 \times 64$ ). Это позволяет применять алгоритмы без высоких требований к памяти.

### Схема реализации

На рис. 3.4 приведена общая схема метода реконструкции. На вход алгоритму подается вектор размера  $64 \cdot 64 / CR$ , где  $CR$  — желаемая степень сжатия (5 в выполненном эксперименте). Далее, выполняется начальный этап реконструкции с помощью полносвязного слоя нейронной сети, на выходе которого — матрица размером  $64 \cdot 64$ . После, применяется сверточная нейронная сеть RIDNet [8] для более точного восстановления локальных структур. Кроме того, к выходу сети добавляется

результат полносвязного слоя (skip connection) для более эффективного обучения сети (часть элементов сигнала успешно восстанавливается уже после применения полносвязного слоя).

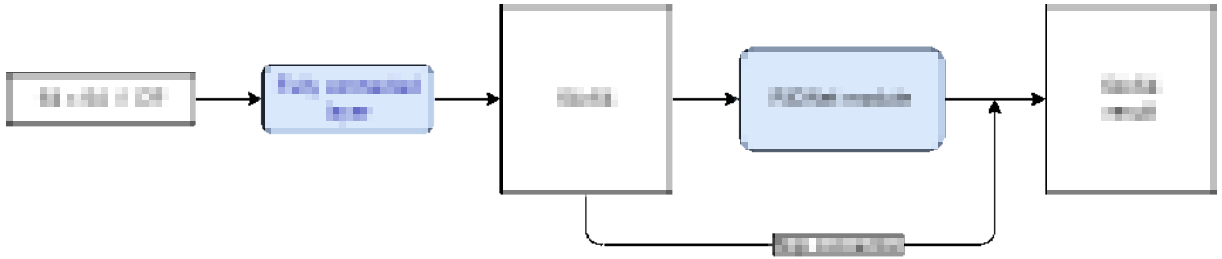


Рис. 3.4: Архитектура метода реконструкции.  $CR$  — степень сжатия сигнала, Fully connected layer — полносвязный слой (линейное преобразование с обучаемыми весами), RIDNet (Real Image Denoising Network) module — сверточная нейронная сеть.

Архитектура сверточной сети RIDNet изображена на рис. 3.5. EAM — это модуль, основанный на механизме внимания, который позволяет сети находить закономерности между входными и выходными данными. EAM начинается с двух ветвей сверточных слоев с разными параметрами. Затем они суммируются и результат подается следующим сверточным слоям.

Последние три блока реализуют механизм внимания на уровне каналов признаков. Первый из блоков — Global Pooling, который вычисляет среднее значение и дисперсию входных данных. Последний является сигмоидой, на выходе которой получают веса, определяющие, насколько важен каждый из каналов данных. Результатом блоков является входной вектор, умноженный на эти веса.

Функция потерь для обучения предложенной сети на данных ультразвуковой томографии выглядит следующим образом:

$$\frac{\|x - f(x)\|_1}{\|x\|_1} + \frac{\|Af(y) - y\|_2}{\|y\|_2},$$

где  $x$  — искомые данные,  $f(y)$  — функция, определенная нейронной сетью с архитектурой на рис. 3.4, выдающая восстановленные данные,  $y$  — входной вектор сжатых наблюдений,  $A$  — спроектированная матрица измерений. Таким образом, сеть обучается минимизировать  $\ell_1$  расстояние между оригинальным и восстановленным сигналом, а также стремится минимизировать расстояние между  $Af(y)$  и  $y$ .



Далее опишем модификацию метода для работы в сжатом пространстве.

Сжатие осуществляется с помощью случайной матрицы  $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$ , где  $M \ll N$ . Измеренные данные для угла обзора  $\theta_i$  записываются как:

$$\mathbf{y}_i = A\mathbf{p}_{\text{obs},i},$$

где  $\mathbf{p}_{\text{obs},i}$  — вектор исходных данных в полном пространстве.

Смоделированный сигнал при этом выражается как:

$$\mathbf{y}_{\text{sim},i}(\mathbf{s}) = A\mathbf{p}_{N,i}(\mathbf{s}),$$

где  $\mathbf{p}_{N,i}(\mathbf{s})$  — смоделированные данные для угла обзора  $i$  для текущей оценки параметров среды  $\mathbf{s}$ .

Целевая функция полноволновой инверсии на основе сжатых данных формулируется следующим образом:

$$J(\mathbf{s}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_{\text{views}}} \|\mathbf{y}_{\text{sim},i}(\mathbf{s}) - \mathbf{y}_i\|^2.$$

Для минимизации этой функции используется метод сопряженных состояний, который позволяет эффективно вычислять градиент  $J(\mathbf{s})$  по параметрам среды  $\mathbf{s}$ . Метод состоит из прямой и сопряженной задач:

Прямая задача моделирования волнового поля описывается уравнением:

$$\mathbf{A}(\mathbf{s}, f)\mathbf{p}(\mathbf{s}, f) = \mathbf{b}(f),$$

где  $\mathbf{A}(\mathbf{s}, f)$  — оператор распространения, а  $\mathbf{b}(f)$  — модель источника волн для частоты  $f$ .

Сопряженная задача записывается как:

$$\mathbf{A}^\dagger(\mathbf{s}, f)\boldsymbol{\lambda}(\mathbf{s}, f) = \mathbf{K}^\top A^\top (A\mathbf{p}_{N,i}(\mathbf{s}) - \mathbf{y}_i),$$

где  $\mathbf{A}^\dagger$  — сопряженный оператор,  $\boldsymbol{\lambda}(\mathbf{s}, f)$  — сопряженное состояние, а  $\mathbf{K}$  — оператор выборки данных, регистрируемых датчиками.

Градиент целевой функции по параметрам среды  $\mathbf{s}$  имеет следующий вид:

$$\frac{\partial J}{\partial s_m} = - \sum_{i=1}^{N_{\text{views}}} \sum_f \text{Re} \left\{ \boldsymbol{\lambda}^\dagger(\mathbf{s}, f) \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{s}, f)}{\partial s_m} \mathbf{p}(\mathbf{s}, f) \right\},$$



где  $s_m$  — обратная скорость в точке  $m$  сетки.

Сжатие измерений влияет на правую часть сопряженной задачи. Остаток ошибки вычисляется в сжатом пространстве:

$$\delta \mathbf{y}_i = \mathbf{y}_{\text{sim},i}(\mathbf{s}) - \mathbf{y}_i.$$

Затем этот остаток "разворачивается" обратно с помощью транспонированной матрицы сжатия:

$$\delta \mathbf{p}_{N,i} = A^\top \delta \mathbf{y}_i.$$

Это позволяет корректно вычислить сопряженное состояние  $\boldsymbol{\lambda}(\mathbf{s}, f)$  и далее градиент  $\frac{\partial J}{\partial \mathbf{s}}$ .

Для повышения устойчивости решения вводится  $\ell_1$ -регуляризация, которая поощряет разреженность смоделированных данных:

$$J_{\text{reg}}(\mathbf{s}) = \lambda \sum_{i=1}^{N_{\text{views}}} \|\mathbf{A} \mathbf{p}_{N,i}(\mathbf{s})\|_1,$$

где  $\lambda$  — коэффициент регуляризации. Полная целевая функция принимает следующий вид:

$$J_{\text{total}}(\mathbf{s}) = J(\mathbf{s}) + J_{\text{reg}}(\mathbf{s}).$$

Минимизация  $J_{\text{total}}(\mathbf{s})$  позволяет находить параметры  $\mathbf{s}$ , которые одновременно соответствуют измеренным данным и обладают свойством разреженности. Для решения задачи оптимизации применяется метод на основе линейризации (Wave-equation migration velocity analysis — анализ скоростей миграции с использованием волнового уравнения), описанный в статье [7].

Таким образом, предложен метод для эффективного решения задачи полноволновой инверсии с использованием сжатых данных. Сформулируем далее верхнюю оценку на погрешность решения задачи в зависимости от количества сжатых измерений.

**Т е о р е м а 2.** Пусть целью является восстановление модели  $f^* \in \mathbb{R}^N$  по данным  $g = F(f^*)$ , где  $F : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$  — прямой нелинейный волновой оператор.

*Предположим, что:*

1. Для любого  $f \in \mathbb{R}^N$  вектор  $F(f)$  является  $s$ -разреженным, то есть имеет не более  $s$  ненулевых компонент.

2. Оператор  $F$  является липшицевым с константой  $L > 0$ , то есть для любых  $f_1, f_2 \in \mathbb{R}^N$  выполняется

$$\|F(f_1) - F(f_2)\|_2 \leq L\|f_1 - f_2\|_2.$$

3. Существует приближенное решение в полном пространстве  $\tilde{f} \in \mathbb{R}^N$  такое, что

$$\|\tilde{f} - f^*\|_2 \leq \varepsilon_0.$$

Пусть  $A \in \mathbb{R}^{m \times N}$  — случайная матрица с независимыми и одинаково распределенными элементами, например, нормальными  $\mathcal{N}(0, 1/m)$ .

Пусть число измерений  $m$  удовлетворяет неравенству:

$$m \geq C \cdot s \cdot \log \left( \frac{N}{s} \right),$$

где  $C > 0$  — положительная константа, зависящая от константы RIP  $\delta \in (0, 1)$ .

Тогда с вероятностью не менее  $1 - 2e^{-cm}$ , где  $c > 0$  — некоторая постоянная, зависящая от  $\delta$ , матрица  $A$  удовлетворяет Свойству ограниченной изометрии (RIP) порядка  $2s$  с параметром  $\delta$ , то есть для всех  $2s$ -разреженных векторов  $h \in \mathbb{R}^N$  выполняется:

$$(1 - \delta)\|h\|_2^2 \leq \|Ah\|_2^2 \leq (1 + \delta)\|h\|_2^2.$$

Обозначим сжатые измерения  $y$  как:

$$y = AF(f^*).$$

Тогда решение  $\hat{f}$ , полученное путем минимизации функции потерь в сжатом пространстве:

$$\hat{f} = \arg \min_{f \in \mathbb{R}^N} \|AF(f) - y\|_2^2,$$

удовлетворяет следующей оценке с вероятностью не менее  $1 - 2e^{-cm}$ :

$$\|F(\hat{f}) - F(f^*)\|_2^2 \leq \frac{1 + \delta}{1 - \delta} L \varepsilon_0$$

*Доказательство.*

Согласно результатам из статьи [82], для случайной матрицы  $A$  с элементами  $a_{ij} \sim \mathcal{N}(0, 1/m)$ , если число измерений:

$$m \geq C \cdot s \cdot \log \left( \frac{N}{s} \right),$$

то с вероятностью не менее  $1 - 2e^{-cm}$  матрица  $A$  удовлетворяет свойству RIP порядка  $2s$  с параметром  $\delta$ , то есть:

$$(1 - \delta) \|h\|_2^2 \leq \|Ah\|_2^2 \leq (1 + \delta) \|h\|_2^2$$

для всех  $2s$ -разреженных векторов  $h$ .

Рассмотрим функцию потерь:

$$\tilde{\mathcal{L}}(f) = \|AF(f) - y\|_2^2 = \|A(F(f) - F(f^*))\|_2^2.$$

Поскольку  $\hat{f}$  минимизирует  $\tilde{\mathcal{L}}(f)$ , то для любого  $f$  выполняется:

$$\tilde{\mathcal{L}}(\hat{f}) \leq \tilde{\mathcal{L}}(f).$$

В том числе для решения в полном пространстве  $\tilde{f}$ :

$$\tilde{\mathcal{L}}(\hat{f}) \leq \tilde{\mathcal{L}}(\tilde{f}) = \|A(F(\tilde{f}) - F(f^*))\|_2^2.$$

Используя свойство RIP для векторов  $h = F(\hat{f}) - F(f^*)$  и  $h = F(\tilde{f}) - F(f^*)$ , которые являются  $2s$ -разреженными, получаем:

$$(1 - \delta) \|F(\hat{f}) - F(f^*)\|_2^2 \leq \|A(F(\hat{f}) - F(f^*))\|_2^2 \leq (1 + \delta) \|F(\hat{f}) - F(f^*)\|_2^2,$$

$$(1 - \delta) \|F(\tilde{f}) - F(f^*)\|_2^2 \leq \|A(F(\tilde{f}) - F(f^*))\|_2^2 \leq (1 + \delta) \|F(\tilde{f}) - F(f^*)\|_2^2.$$

Следовательно, из  $\tilde{\mathcal{L}}(\hat{f}) \leq \tilde{\mathcal{L}}(\tilde{f})$  имеем:

$$(1 - \delta) \|F(\hat{f}) - F(f^*)\|_2^2 \leq (1 + \delta) \|F(\tilde{f}) - F(f^*)\|_2^2.$$

Получаем:

$$\|F(\hat{f}) - F(f^*)\|_2^2 \leq \frac{1 + \delta}{1 - \delta} \|F(\tilde{f}) - F(f^*)\|_2^2.$$

Из предположения о липшицевости  $F$  можем получить:

$$\|F(\hat{f}) - F(f^*)\|_2^2 \leq \frac{1+\delta}{1-\delta} \|F(\tilde{f}) - F(f^*)\|_2^2 \leq \frac{1+\delta}{1-\delta} L\varepsilon_0.$$

□

*Примечание:* Теорема формулирует оценку на точность восстановления в пространстве данных. В более строгих предположениях (например, локальная обратимость и липшицевость обратного оператора), можно далее вывести оценку на верхнюю границу ошибки в пространстве изображений.

*Примечание:*

Мы можем применить далее Теорему 9.25 из [38], чтобы получить верхнюю границу на  $\delta$  и, соответственно, на  $\|F(\hat{f}) - F(f^*)\|_2^2$  через количество измерений и заданную вероятность  $\epsilon$ :

Если количество измерений  $m$  удовлетворяет следующему неравенству:

$$m \geq 2\eta^{-2} \left( s \ln \left( \frac{eN}{s} \right) + \ln \left( \frac{2}{\epsilon} \right) \right), \quad (3.8)$$

тогда с вероятностью не менее  $1 - \epsilon$  константа RIP  $\delta_s$  матрицы  $\frac{1}{\sqrt{m}}A$  удовлетворяет неравенству:

$$\delta_s \leq 2 \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{2 \ln \left( \frac{eN}{s} \right)}} \right) \eta + \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{2 \ln \left( \frac{eN}{s} \right)}} \right)^2 \eta^2. \quad (3.9)$$

Таким образом, получили оценку точности (в пространстве данных) при решении полноволновой инверсии в сжатом пространстве.

Предложенный метод основан на оптимизационном подходе к решению задачи полноволновой инверсии. В дальнейшем, он может быть совмещен с методом сжатия, приведенном в разделе (3.0.2), и адаптирован для обучаемых подходов полноволновой инверсии, генерирующих сейсмические изображения напрямую по данным с помощью генеративных моделей, таких как [79].

### 3.0.4 Выводы

В главе предложены методы, основанные на теории опознания со сжатием для решения задач распределенной кластеризации и восстановления изображений по ультразвуковым данным, как в исходном, так

и напрямую в сжатом пространстве, без необходимости предварительной реконструкции полного объема данных. Сформулирована теорема, предоставляющая верхнюю оценку погрешности решения задачи.

В распределенной кластеризации, сжатие данных позволяет эффективно обмениваться информацией между узлами мультиагентных систем с кластерной структурой. Это существенно упрощает взаимодействие между узлами, снижая объем передаваемой информации, и позволяя эффективно решать задачу получения глобального состояния системы каждым агентом. В задачах ультразвуковой томографии, применение сжатых измерений позволяет сократить объем данных, ускорить процессы их обработки и реконструкции изображений, что особенно актуально для трехмерных ультразвуковых томографов, которые могут состоять из огромного количества датчиков и приемников.

Практическая реализация подобных систем диагностики сталкивается с трудностями, такими как сложность создания физической шины для передачи данных с большого множества сенсоров и необходимость эффективной обработки большого объема информации. Потенциально, применение мультиагентного подхода для ультразвуковых томографов позволяет объединять данные сенсоров по схожим состояниям, что открывает возможность разреженного соединения компонентов системы и прямого применения предложенных методов сжатия и построения изображений, без необходимости промежуточной реконструкции данных или их передачи в полном объеме в единый узел.

## Глава 4

# Программное моделирование и результаты экспериментальных исследований

В главе приведены детали реализации и результаты симуляции для предложенных методов.

### 4.0.1 Система адаптации параметров геологической модели к истории разработки

#### Архитектура системы

Назначением системы является поиск оптимального набора параметров геологических моделей, который наилучшим образом описывает имеющиеся данные по истории разработки месторождения. Система предназначена для двумерных стохастических геологических моделей, заданных обучающим образом и дополнительными данными.

На рисунке 4.1 изображены основные компоненты системы:

Модуль генерации реализаций включает в себя алгоритм для получения реализаций по стохастической геологической модели. Модель задаёт-

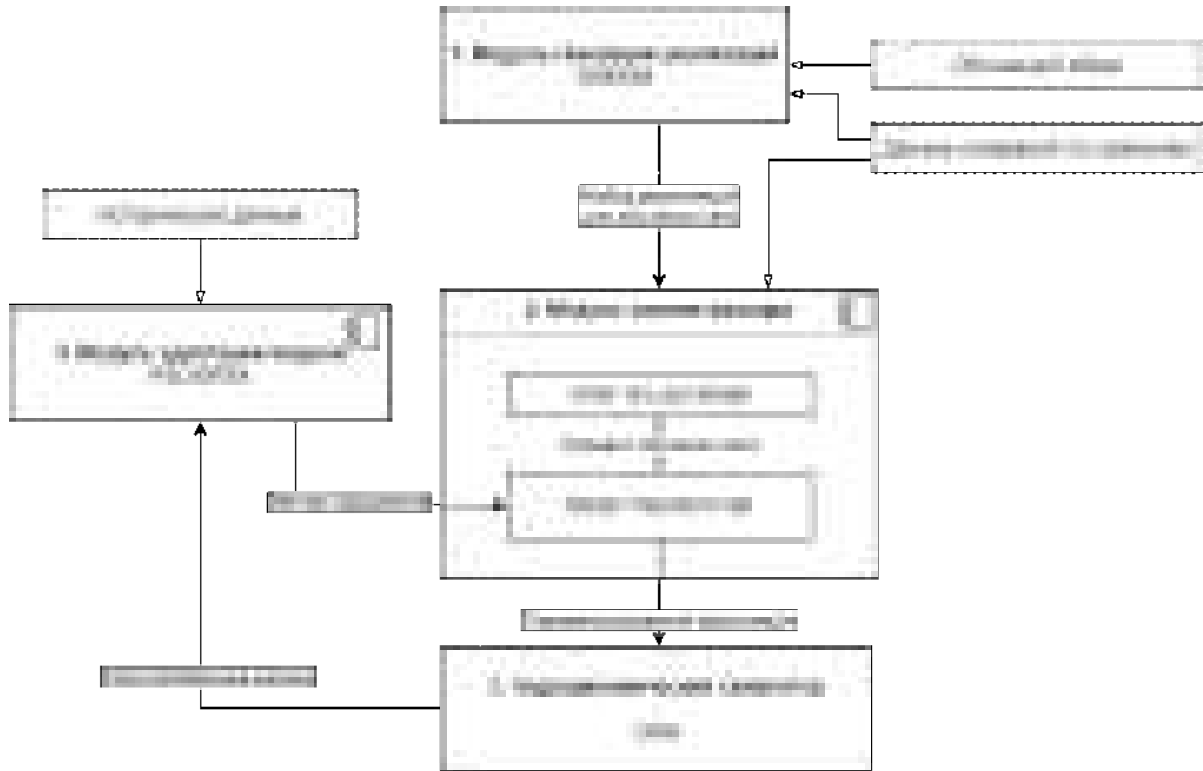


Рис. 4.1: Архитектура системы

ся с помощью обучающего образа. На вход модуль принимает обучающий образ в виде картинки и дополнительные данные в определенных точках (измеренные данные в местах бурения). На выходе модуля — матрица, столбцы которой — вытянутые в вектор реализации.

Модуль параметризации выполняет обучение нейронной сети Model Transform Net для параметризации реализаций. На входе модуля — матрица реализаций и гиперпараметры, используемые в процессе обучения. В результате получается обученная модель, позволяющая по вектору параметров  $\xi$  небольшой размерности получать реализации геологической модели. В процессе обучения используется дополнительная нейронная сеть VGG-16, применяемая в построении функции потерь. Подробное описание используемого алгоритма параметризации CNN-PCA приведено в главе 2.

Гидродинамический симулятор позволяет симулировать течение жидкости в среде, определяемой варьируемыми значениями пористости и проницаемости, а также статическими параметрами. В системе симулятор рассматривается как функция, на входе которой — значения проницаемости для каждого блока сетки, а на выходе — набор дебитов нефти или жидкости на определенном отрезке времени для каждой скважины.

Модуль адаптации модели решает основную задачу системы. В его основе лежит алгоритм оптимизации (SPSA или PSO), который минимизирует целевую функцию, задающую отклонение симулированных данных от наблюдаемых.

На рисунке 4.2 изображен основной сценарий работы системы.

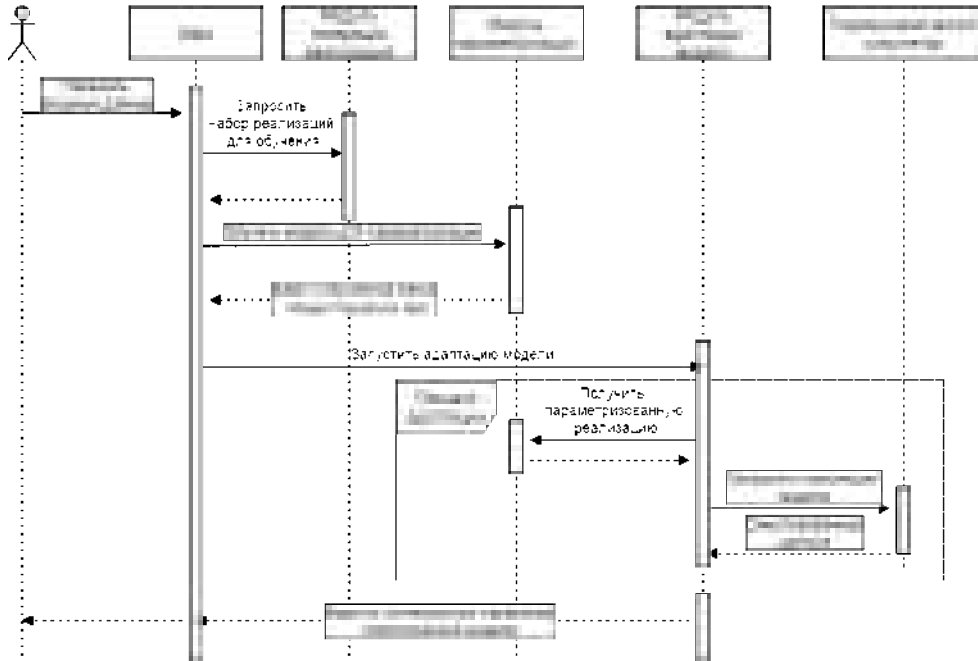


Рис. 4.2: Основной сценарий работы системы. Визуализация взаимодействия системы с пользователем и её поведения при решении основной задачи

Пользователь взаимодействует с системой через командную строку (Main), либо, например, с помощью интерактивной среды Jupyter Notebook, выполняя обращения к соответствующим классам. На первом шаге передаются входные данные — обучающий образ, дополнительные данные в местах бурения, исторические данные и набор статичных данных для гидродинамического симулятора (такие как расположение скважин, забойные давления, свойства флюидов). После этого выполняется генерация набора геологических реализаций, который затем используется для обучения параметризующей модели. После получения обученной модели запускается процесс адаптации. В цикле происходит обращение к модулю параметризации, параметризованная реализация передаётся гидродинамическому симулятору, который возвращает симулированные данные. Затем выполняется корректировка параметров геологической модели с целью минимизации отклонения симулированных данных от исторических. Адаптация прекращается по заданному условию (количество ите-



раций, точность), после чего пользователю возвращается геологическая реализация, наилучшим образом описывающая исторические данные.

Для реализации системы выбран язык Python. Это упростило реализацию основной части системы — модуля параметризации, благодаря наличию подходящих библиотек и удобству построения и обучения нейронных сетей.

Модуль генерации реализаций основан на библиотеке MPSLib [43]. В MPSLib реализовано несколько алгоритмов многоточечной статистики, включая используемый в работе SNESIM [70]. Обучающий образ и дополнительные данные загружаются в формате GSLIB [2].

Модуль параметризации реализован с применением библиотеки PyTorch [62]. Она использует графовое представление вычислений, и применяет алгоритмы автодифференцирования для вычисления градиента по параметрам и выполнения процесса обратного распространения ошибки. Для построения функции потерь использована предобученная нейронная сеть VGG-16, доступная в репозитории PyTorch Hub [63]. Нейронная сеть Model Transform Net построена в соответствии с описанием архитектуры в работе [49]. Для обучения сети использован алгоритм Adam. В целом процесс обучения параметризующей модели включает в себя этапы, перечисленные ниже.

- Производится построение PCA модели. Для этого выполняется обращение к модулю генерации реализаций и выполняется сингулярное разложение полученной матрицы геологических реализаций. Используется алгоритм сингулярного разложения из библиотеки Numpy.
- Выполняется генерация заданного количества PCA-реализаций с параметрами  $\xi$  из стандартного нормального распределения.
- На сгенерированных реализациях выполняется обучение нейронной сети Model Transform Net алгоритмом ADAM, с указанным размером батча и коэффициентом скорости обучения.
- Обученная модель сохраняется в файл для дальнейшего использования модулем адаптации.

Использован гидродинамический симулятор Open Porous Media Flow (OPM) [10]. Для взаимодействия с ним реализована автоматическая генерация файлов формата Eclipse, формирующая их на основе шаблона и

входных параметров (Numru-матриц пористости и проницаемости). Реализована возможность параллельного запуска симулятора на разных наборах параметров. Для чтения результатов симуляции и получения их в формате Numru-векторов использована библиотека Ecl [3].

Модуль адаптации модели основан на двух альтернативных алгоритмах оптимизации — PSO и SPSA. Выбор сделан в пользу неградиентных методов оптимизации, поскольку многие симуляторы, включая используемый ОРМ, не предоставляют возможности расчёта производных по параметрам. А реализация этой возможности — трудоёмкая задача.

Для минимизации с помощью алгоритма на основе метода роя частиц использована библиотека pswarms [4].

Реализация алгоритма SPSA включает в себя выбор последовательностей коэффициентов  $\alpha_n$  и  $\beta_n$ . Выбраны схемы  $\alpha_n = \alpha n^{1/5}$ ,  $\alpha = 0.5$  и  $\beta_n = 0.2n^{1/10}$ , на основе экспериментов и в соответствии с теоретическими результатами из [73]. Также добавлено условие, чтобы коэффициент  $\alpha$  уменьшался в два раза, а вместо текущего вектора параметров брался наилучший найденный в процессе оптимизации, если на каком-либо шаге оптимизации текущее значение функции превышало начальное. Без этого условия алгоритм становился зависимым от начальных данных, и требовалось подбирать разные значения  $\alpha$  для каждого случая.

Использована следующая целевая функция:

$$f(\xi) = \frac{\|d_{fopr}(\xi) - d_{obs}\|}{\max(d_{obs})} + \sum_i \frac{\|d_i(\xi) - d_{obs_i}\|}{\max(d_{obs_i})} + \frac{\|\xi - \xi_0\|}{\max(\xi_0)},$$

где  $d_{fopr}(\xi)$  и  $d_i(\xi)$  — смоделированные дебиты, полученные для значений пористости и проницаемости, соответствующих вектору параметров  $\xi$ .  $d_{obs}$  и  $d_{obs_i}$  — соответствующие наблюдаемые дебиты (исторические данные по разработке месторождения).

Первое слагаемое целевой функции отвечает за отклонение наблюдаемого суммарного дебита нефти от смоделированного. Сумма по  $i$  соответствует отклонению дебитов отдельно по каждой скважине. Последнее слагаемое функции является регуляризирующим, и отвечает за то, чтобы искомый вектор параметров не отклонялся от априорного  $\xi_0$  на слишком большую величину. Каждое слагаемое нормируется на максимальное значение соответствующего вектора наблюдений. Благодаря этому, данные по каждой скважине входят с одинаковым весом, и алгоритм минимизации стремится обеспечить сходство для каждого набора наблюдений независимо от абсолютных значений.

## Эксперименты и выводы

### Синтетическая геологическая модель

Для тестирования системы и сравнения алгоритмов адаптации построена бинарная двумерная геологическая модель 92 на 92 блоков, с размером каждого блока 50x50x10м. С использованием обучающего образа из работы [49] сгенерирована истинная реализация, приведенная на рисунке 4.3. Эта реализация не использовалась в процессе обучения параметризующей модели.

Заданы пять нагнетательных и четыре добывающих скважины. Их местоположение выбрано так, чтобы каждая добывающая скважина имела связь с нагнетательной через каналы с высокой проницаемостью. Забойные давления нагнетательных скважин заданы таким образом, чтобы за выбранный период симуляции, вода из нагнетательных скважин достигла добывающих за период симуляции. Это обеспечило нетривиальную зависимость между параметрами модели (значениями пористости/-проницаемости) и значениями дебита нефти.

Задан период симуляции в 7 лет с интервалом в 3 месяца. В сумме получено 28 точек наблюдаемых данных по каждой добывающей скважине.

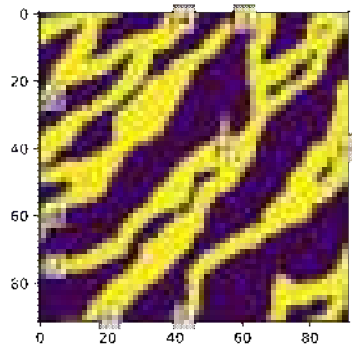


Рис. 4.3: Карта проницаемости симулированной модели. Желтым отмечены высокопроницаемые каналы. Синими маркерами обозначены нагнетательные скважины, красными — добывающие скважины

На рисунке 4.4 изображены истинные и наблюдаемые данные по каждой добывающей скважине. Наблюдаемые данные получены по истинным, с добавлением определенного вида шума. Рассмотрено четыре вида шума: случайный гауссовский  $\mathcal{N}(0, 0.02m)$ , константный —  $\nu_t^0 = 0.05m$ , вида плюс-минус —  $\nu_t^1 = 0.05 \text{sign}(\sin t) \cdot m$  и иррегулярный  $\nu_t^2 = 0.03m$

$(0.1 \sin t + 2\text{sign}(3 - t \bmod 5))$ , где  $t = 1 \dots 28$ ,  $m$  — максимальное значение соответствующего наблюдения.

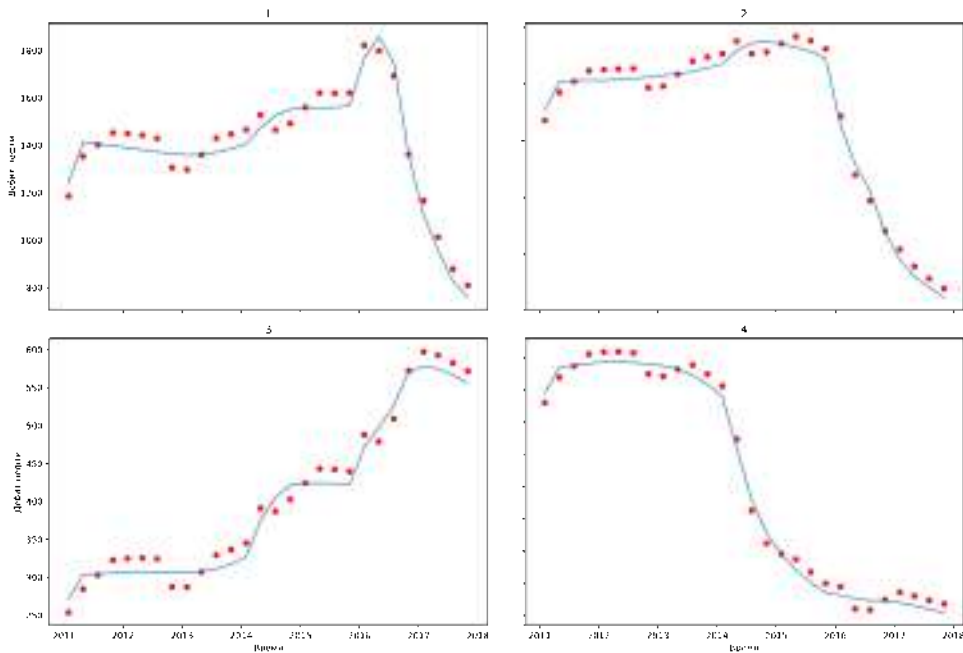


Рис. 4.4: Симулированные данные: кривые дебита нефти для каждой добывающей скважины. Красными точками отображены наблюдаемые данные

### Сравнение методов адаптации для различных видов шума в наблюдаемых данных

По обучающему образцу сгенерировано 6000 реализаций. Получено 20000 PCA реализаций, с размером вектора параметров  $l = 170$  (со снижением размерности в 50 раз). Параметризующая модель обучалась в течение 50 эпох, с размером батча 32.

Использовалось пороговое преобразование O-PCA, с параметром  $\gamma = 0.9$ . Применение O-PCA вместо порогового отсечения позволило сделать зависимость реализаций от вектора параметров  $\xi$  непрерывной и избежать резких скачков значения целевой функции в процессе оптимизации.

Для алгоритмов оптимизации задан критерий останова в виде порога точности 1.2. Задано максимальное количество обращений к целевой функции 2000.

Получено 7 апостериорных реализаций, для различных априорных реализаций — начальных данных. Априорные реализации взяты случайными, из стандартного нормального распределения.

На рисунке 4.5 изображены результаты адаптации модели. Показан суммарный дебит нефти по всем скважинам для априорных и апостериорных реализаций, полученных алгоритмами PSO и SPSA. Отображен прогнозный период длительностью 2 года, данные которого не использовались в процессе адаптации. Видно, что существенно уменьшилась неопределенность, и кривые дебита для всех реализаций приблизились к истинной кривой. Можно заметить, что реализации, полученные алгоритмом SPSA, имеют меньший разброс, и находятся ближе к истинной кривой, особенно в прогнозном периоде.

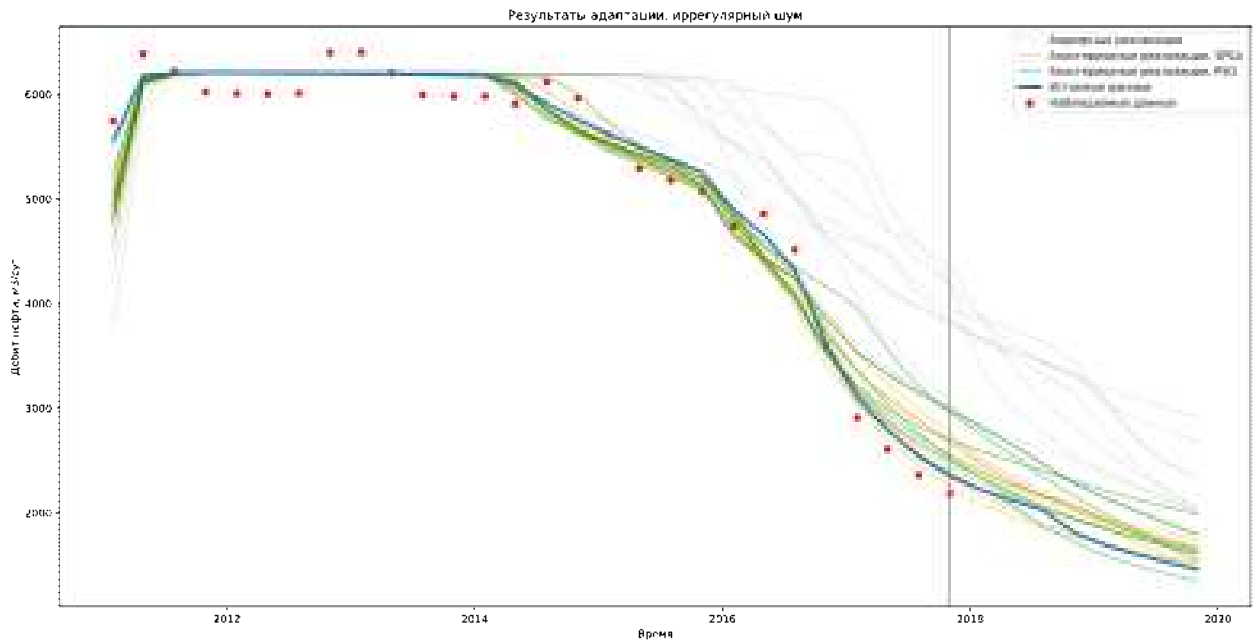


Рис. 4.5: Результаты адаптации модели. Красными точками отмечены наблюдения. Синей кривой изображены истинные данные. Серым кривым соответствуют данные, полученные по априорным реализациям. Желтыми кривыми показаны данные для апостериорных реализаций, полученных алгоритмом SPSA, а зелеными кривыми — данные, полученные алгоритмом PSO. Вертикальная серая линия отделяет исторический период от прогнозного

В таблице 4.1 приведены результаты сравнения для рассмотренных видов шума:

Вид шума	Алгоритм	mean	stddev	fail
Гауссовский шум	PSO	502	254	2
	<b>SPSA</b>	<b>439</b>	332	2
Константный шум	PSO	657	364	4
	<b>SPSA</b>	<b>473</b>	317	<b>2</b>
Шум вида плюс-минус	PSO	908	291	7
	<b>SPSA</b>	<b>448</b>	402	<b>3</b>
Иррегулярный шум	PSO	708	415	6
	<b>SPSA</b>	<b>514</b>	358	<b>3</b>

Таблица 4.1: Сравнение алгоритмов для четырех видов шума. В столбце mean приведено среднее количество итераций, в столбце stddev — среднеквадратичное отклонение количества итераций, в столбце fail — количество попыток, для которых не был достигнут заданный порог точности за максимальное количество итераций

Как показано в таблице 4.1, алгоритм SPSA достигает заданного уровня точности за значительно меньшее количество итераций, чем PSO, в среднем для всех типов шума. Также можно видеть, что SPSA одинаково эффективен для любых типов шума. Стандартное отклонение количества итераций высоко во всех случаях, поскольку в качестве исходных данных использовались случайные реализации.

Таким образом, эксперименты показывают, что метод SPSA может давать хорошие и стабильные результаты даже при негауссовом шуме в наблюдаемых данных. Продемонстрировано, что метод SPSA успешно применим для адаптации негауссовых геологических моделей с различными типами шума в наблюдениях и превосходит оптимизацию методом роя частиц по скорости сходимости.

#### 4.0.2 Симуляция метода распределенной кластеризации

Приведем результаты программной симуляции для метода восстановления кластеров состояний мультиагентной системы по сжатым наблюдениям, который описан в разделе 3.0.1. Для обучения и тестирования использован синтетический набор данных — на основе случайно сгенерированных состояний 3000 агентов, разбитых на 3 или 10 случайных кластеров. Эксперименты проводились с batch size = 128. Использовался оптимизатор Adam с начальной скоростью обучения 0.003, линейно

уменьшающейся до 0.0003. Для оценки эффективности предложенного метода были проведены эксперименты с использованием 10 и 3 кластеров. Для сравнения приведены результаты кластеризации с помощью k-means, а также для случайного распределения центров кластеров. В качестве метрики используется минимальное абсолютное отклонение.

Таблица 4.2: Сравнение методов кластеризации. Метрика посчитана по 128000 случайно сгенерированным наборам состояний агентов

Метод	10 кластеров	3 кластера
k-means (centralized)	$0.012 \pm 0.01$	$0.00 \pm 0.00$
proposed (distributed)	$0.11 \pm 0.01$	$0.12 \pm 0.01$
random	$0.17 \pm 0.03$	$0.30 \pm 0.10$

Визуализация истинных и предсказанных центроидов, а также расположения агентов для экспериментов с 3 и 10 кластерами, представлена на рисунках ниже.

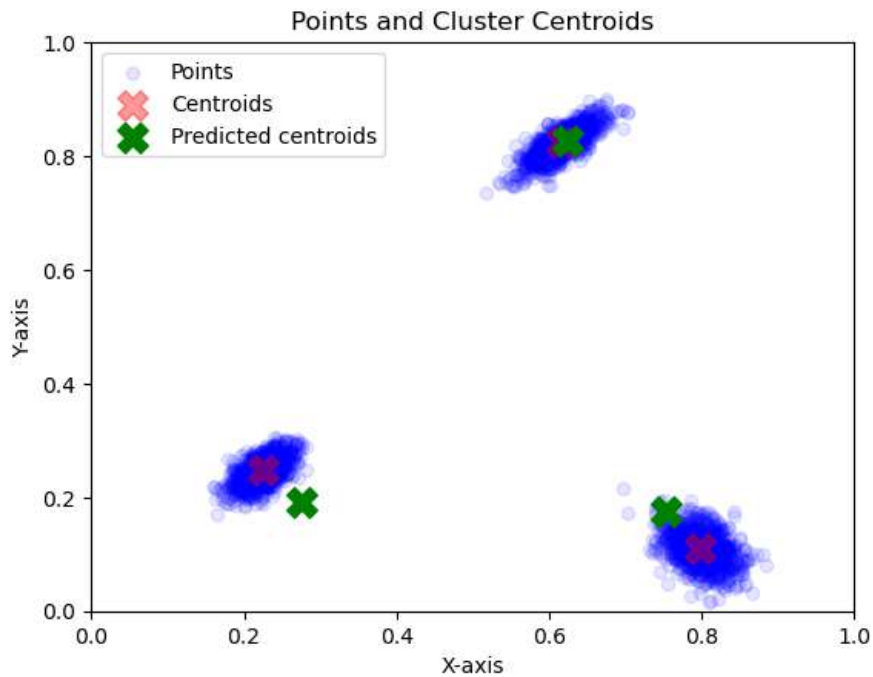


Рис. 4.6: Пример для 3 кластеров

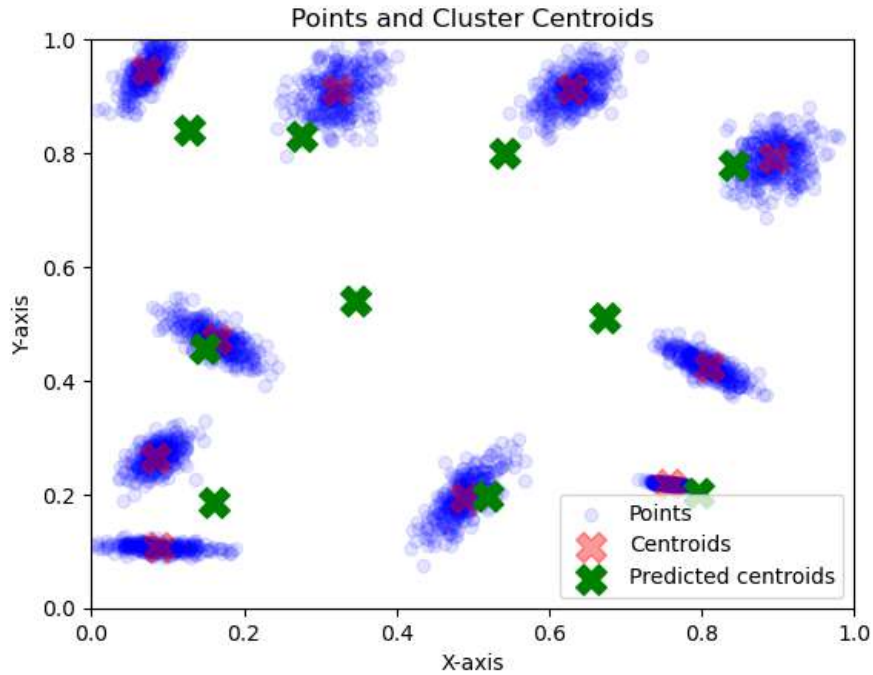


Рис. 4.7: Пример для 10 кластеров

## Выводы

В настоящий момент предложенный метод существенно менее точен, чем классические нераспределенные методы кластеризации, такие как *k-means*. Тем не менее, предложенный метод обеспечивает возможность распределенной кластеризации, и позволяет предсказывать параметры кластеров в реальном времени, для быстрой адаптации к изменяющейся кластерной структуре мультиагентных систем.

### 4.0.3 Эксперименты по полноволновой инверсии и сжатию данных ультразвуковой томографии

Приведем результаты экспериментов для метода, представленного в разделе (3.0.2). Программная реализация выполнена на языке Python, с применением библиотеки PyTorch [62]. Модель реконструкции обучалась в течение 50 эпох, с размером батча 32. В качестве обучающего набора взяты данные ультразвуковой томографии четырех различных объектов. Эксперименты проведены для коэффициента сжатия 0.2.

На рис. 4.8 приведено сравнение ультразвуковых данных после реконструкции. Визуально, все особенности сигнала сохранились.



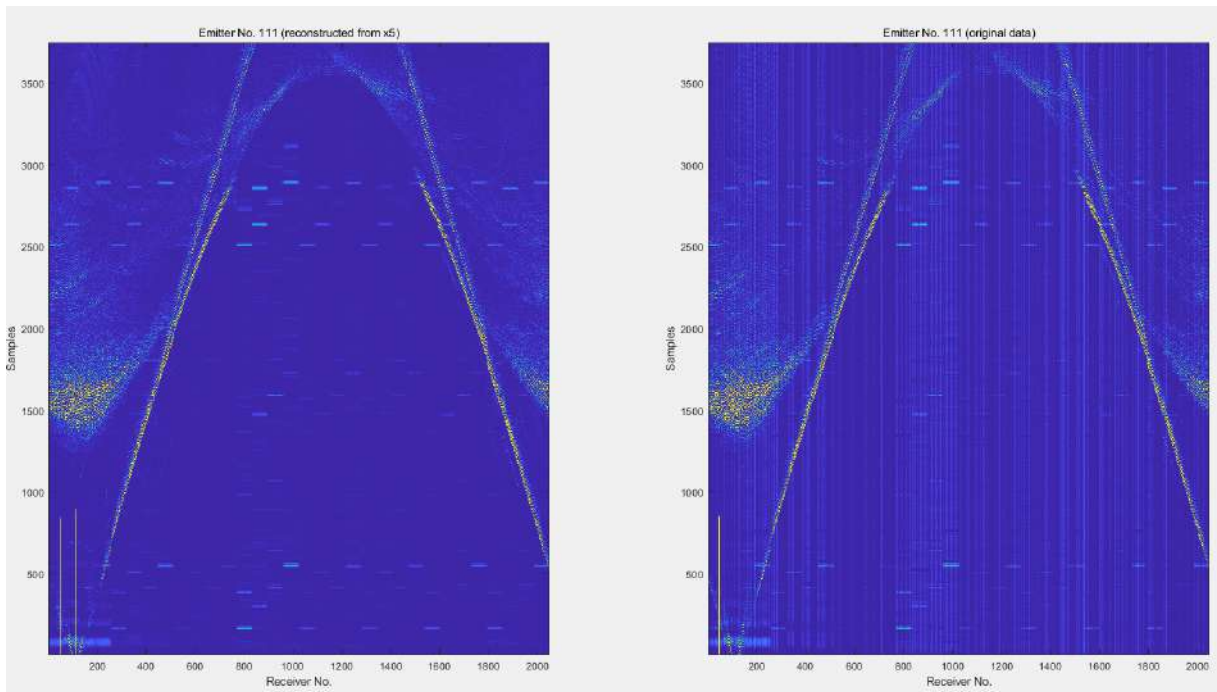


Рис. 4.8: Сравнение исходных данных, полученных для одного источника. Слева — восстановленные данные после сжатия, справа — оригинальные данные

На рис. 4.9 приведено сравнение образов, полученных методом полноволновой инверсии по всему объему данных для одного среза. Визуально, все важные особенности, включая мелкие детали, сохранились. Значение метрики структурной схожести (Structural Similarity) оказалось равным около 0.88. Вероятно, оно ниже возможного, поскольку итоговые изображения имеют отличия в интенсивности некоторых областей, которые могут быть вызваны тем, что оригинальное изображение построено по данным с шумом (вертикальными полосами), а восстановленное — по данным без шума.

### Восстановление изображения по сжатым ультразвуковым данным

Приведем далее результаты прямого восстановления изображения по сжатым ультразвуковым данным, без предварительного восстановления исходных данных, с помощью метода описанного в разделе 3.0.3. В качестве метрик для оценки качества восстановления использованы следующие:

- **PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio)** — измеряет соотношение

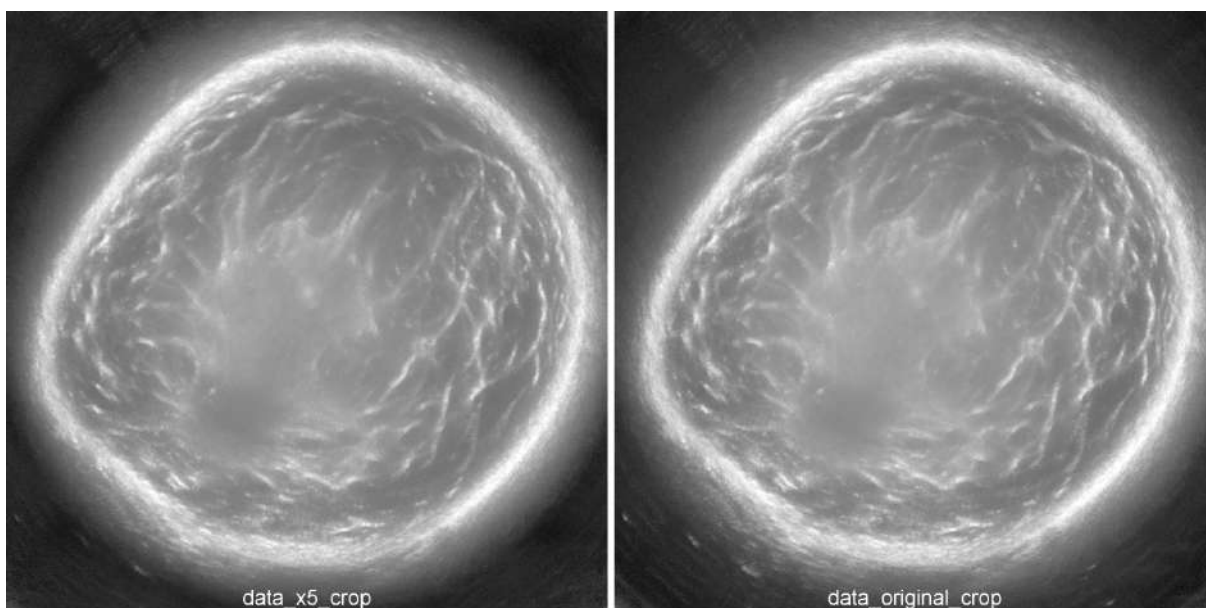


Рис. 4.9: Сравнение изображений, построенных по исходным данным для одного среза объекта. Слева — образ, полученный по восстановленным данным. Справа — по оригинальным данным

между максимальной мощностью сигнала и уровнем шума, выраженное в децибелах.

- **SSIM (Structural Similarity Index)** — оценивает структурное сходство между восстановленным и оригинальным изображениями. В отличие от PSNR и MSE, SSIM учитывает такие аспекты изображения, как яркость, контраст и структурные изменения. Эта метрика лучше отражает восприятие качества изображения человеческим зрением, поскольку она фокусируется на визуальной схожести структур.
- **MSE (Mean Squared Error)** — измеряет среднеквадратичное отклонение между пикселями двух изображений (скоростями звука).

Как видно из таблицы 4.3, качество восстановления незначительно падает с ростом степени сжатия, и остается высоким при сжатии в 2-10 раз. По изображениям объекта на рисунке (4.10) можно увидеть, что все особенности оригинального изображения сохранены. Также можно отметить, что при сжатии усилились артефакты, присутствующие в оригинальном методе полноволновой инверсии (концентрические круги), но при этом, все детали изображения сохранены (включая мелкие особенности). Усиление артефактов несущественно, поскольку они не скрывают ключевых элементов изображения, а являются регулярными и пред-

Степень сжатия	PSNR (дБ) ↑	SSIM ↑	MSE ↓
Без сжатия	54.8	0.866	8.12
2x	54.9	0.862	8.04
5x	53.9	0.835	10.03
10x	53.4	0.810	11.47
15x	52.4	0.772	14.37
20x	52.5	0.769	14.12

Таблица 4.3: Сравнение качества построенного образа, полученного по сжатым данным с разной степенью сжатия, с оригинальным образом.

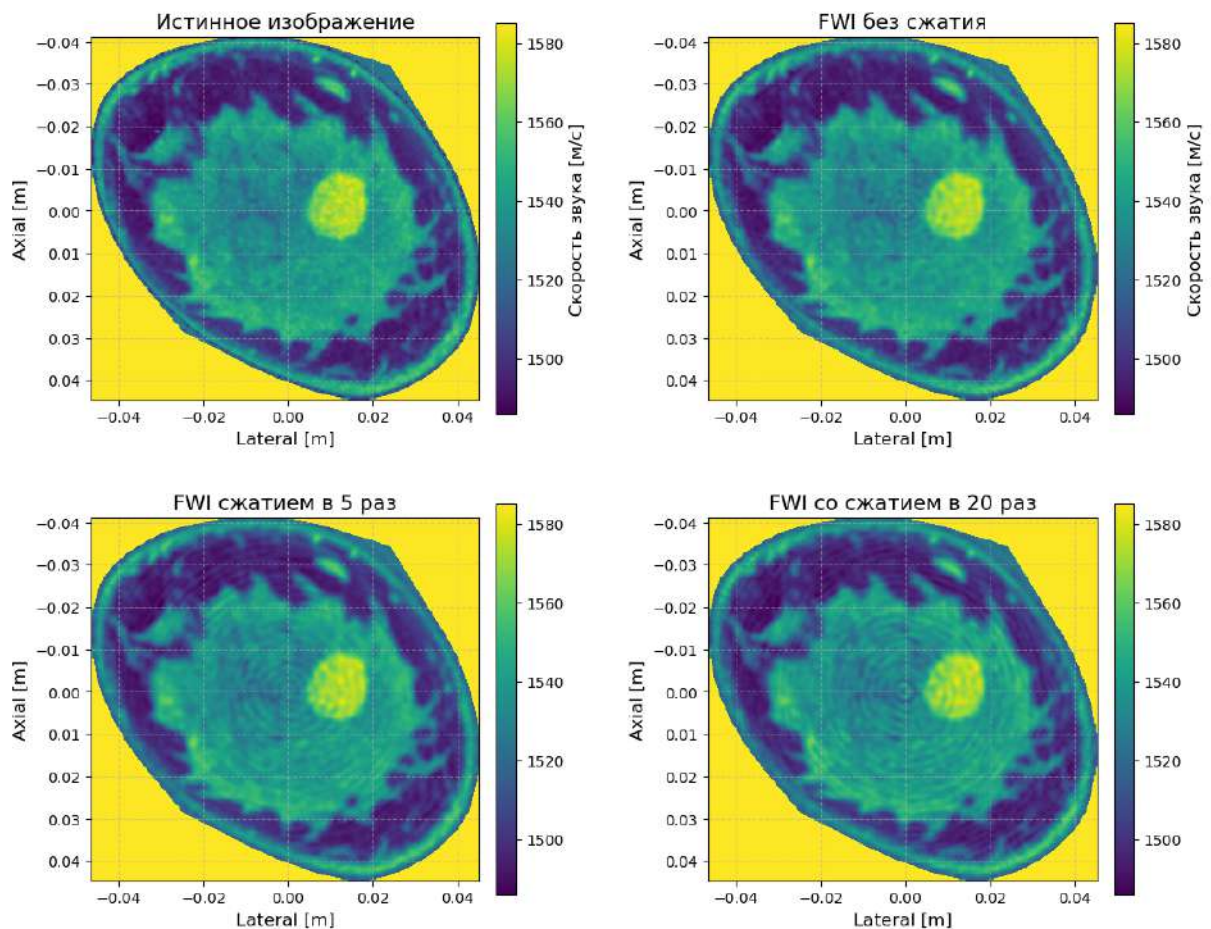


Рис. 4.10: Сравнение изображений, построенных методом полноволновой инверсии по сжатым данным. Слева сверху — оригинальное изображение, по которому получены симулированные данные. Справа сверху — изображение, построенное полноволновой инверсией по оригинальным данным без сжатия. Снизу — изображения построенные по сжатым в 5 и 20 раз данным (без предварительного восстановления)

сказуемыми искажениями. Основное снижение метрик в таблице также можно объяснить именно усилением концентрических кругов, а не потерей важных деталей.

## Выводы

Таким образом, показана возможность использования полноволновой инверсии для построения изображений по сжатым ультразвуковым данным без необходимости предварительного восстановления, передачи и хранения данных в исходном объеме. Это особенно важно для ультразвуковых томографов, так как позволяет значительно снизить требования к объему передаваемых и хранимых данных, что, в свою очередь, даёт возможность увеличивать количество источников и датчиков без необходимости увеличения пропускной способности каналов передачи данных и без значительного роста вычислительных затрат. Кроме того, метод может быть далее адаптирован и для использования в обучаемых методах построения образов, таких как [44, 48, 77]. В таком случае, он способен существенно ускорить обучение и выполнение подобных моделей построения образов.

### 4.0.4 Задача $\ell_1$ управления дискретными системами с неминимальной фазой в условиях неизвестных ограниченных помех

В задачах управления системами с неизвестными, но ограниченными возмущениями часто возникает необходимость в регуляризации параметров для стабилизации системы, аналогично методам  $\ell_1$ -регуляризации в методологии опознания по сжатию. В разделе рассматривается задача синтеза разреженного регулятора для дискретной динамической системы с неминимальной фазой, с неизвестными, но ограниченными возмущениями, на основе метода представленного в [30].

Рассмотрим дискретную динамическую систему вида:

$$A(q^{-1})y_t = B(q^{-1})x_t + v_t,$$

где  $y_t$  — выходной сигнал системы,  $x_t$  — входной сигнал (управляющее воздействие), а  $v_t$  — возмущение, ограниченное по норме  $|v|_\infty \leq C_v$ , с оператором сдвига  $q^{-1}$ , таким что  $q^{-1}y_t = y_{t-1}$ . Многочлены  $A(q^{-1})$  и  $B(q^{-1})$  задают динамику системы.

Стабилизирующий регулятор имеет вид:

$$\alpha(q^{-1})u_t = \beta(q^{-1})y_t,$$

где  $\alpha(q^{-1})$  и  $\beta(q^{-1})$  — многочлены от оператора сдвига  $q^{-1}$ . Задача заключается в нахождении таких коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ , чтобы минимизировать максимальное отклонение выходного сигнала при наихудшем случае возмущений. Это отклонение характеризуется следующей величиной качества управления:

$$J(\alpha(q^{-1}), \beta(q^{-1}), C_v) = \inf_{\alpha(q^{-1}), \beta(q^{-1})} \sup_{\|v\|_{\infty} \leq C_v} \lim_{t \rightarrow \infty} |y_t - \bar{y}_t|,$$

где  $\bar{y}_t$  — желаемое поведение системы.

Далее приведем теорему из [30], лежащую в основе метода дробных запаздываний.

**Т е о р е м а 3.** Пусть многочлен  $B(q^{-1})$  имеет  $m$  неустойчивых нулей  $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ , и не содержит единичных корней. Тогда минимальное значение функционала качества управления  $J(\alpha(q^{-1}), \beta(q^{-1}), C_v)$ , соответствующее минимизации отклонения выходного сигнала при наихудшем случае возмущений, оценивается следующим образом:

$$\min_{X \in \mathbb{R}_+^m} C_v \sum_{j=1}^{m+r} |F_j(X)| \leq J(\alpha(q^{-1}), \beta(q^{-1}), C_v),$$

где  $F(X) = W^{-1}(X)G$ , а матрица  $W(X)$  и вектор  $G$  зависят от параметров системы и неустойчивых нулей  $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ . Компоненты матрицы  $W(X)$  зависят от степеней  $x_1, x_2, \dots, x_m$ , которые представляют собой коэффициенты запаздывания для неустойчивых нулей. Задача заключается в минимизации суммы по  $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ , где  $x_i$  могут быть как целыми, так и дробными.

Если минимальное значение достигается в точке  $X_0$  с целыми компонентами, то многочлены  $\alpha(q^{-1})$  и  $\beta(q^{-1})$  можно получить по формулам [30]:

$$\alpha(q^{-1}) = \frac{F(q^{-1})B(q^{-1})}{q^{-r} \prod_{j=1}^m (q^{-1} - \lambda_j)},$$

$$\beta(q^{-1}) = \frac{(A(q^{-1})F(q^{-1}) - 1)}{q^{-r} \prod_{j=1}^m (q^{-1} - \lambda_j)},$$

где

$$F(q^{-1}) = \sum_{j=0}^{r-1} F_j(X_0)q^{-j} + \sum_{j=r}^{m+r-1} F_j(X_0)q^{-\sum_{k=1}^{j-r+1} x_k}.$$

В случае, если  $X_0$  содержит дробные значения, можно применить метод дробных запаздываний [30]. Для этого дробные степени запаздывания  $x_i$  могут быть разделены на целую и дробную части:

$$x_i = \tilde{x}_i + d_i,$$

где  $\tilde{x}_i = \text{floor}(x_i)$  — целая часть, а  $d_i = x_i - \tilde{x}_i$  — дробная часть. Для реализации дробных запаздываний используются фильтры дробного запаздывания, например:

$$\hat{D}(q^{-1}) = (1 - d) + dq^{-1},$$

где  $d$  — дробная часть задержки. В этом случае дробные запаздывания могут быть аппроксимированы следующим образом:

$$q^{-x_i} \approx q^{-\tilde{x}_i} \hat{D}(q^{-1}),$$

что позволяет учесть дробные запаздывания при вычислении коэффициентов  $\alpha(q^{-1})$  и  $\beta(q^{-1})$ .

Приведем далее результаты синтеза регулятора на примере системы с неминимальной фазой, описываемой следующим уравнением:

$$y_t - 1.91y_{t-1} + 5.2y_{t-2} = \lambda_1\lambda_2u_{t-1} - (\lambda_1 + \lambda_2)u_{t-2} + u_{t-3} + v_t,$$

где  $\lambda_1 = 0.5$ ,  $\lambda_2 = 0.7$ .

Далее выполним сравнительный анализ уровня субоптимальности для двух методов построения регулятора: метода округления и метода с использованием дробных запаздываний.

1. Вычислим матрицу  $A(X)$  и вектор  $B$ :

$$A(X) = \left\| \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0.5^{x_1} & 0.5^{x_1+x_2} \\ 1 & 0.7^{x_1} & 0.7^{x_1+x_2} \end{array} \right\|, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.743 \\ 0.452 \end{pmatrix}$$

2. Находим  $F(X) = A^{-1}(X)B$ .

3. Находим минимум функционала:

$$J_{min}(x_1, x_2) = 1 + |f_1(x_1, x_2)| + |f_2(x_1, x_2)|.$$

4. Минимальное значение  $J_{min} = 2.224$  достигается при  $X^{opt} = (2.255, 2.409)$ .

5. Найдем коэффициенты многочлена  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} 1 + \alpha_1 \lambda_1^{\lfloor x_1^{opt} \rfloor} + \alpha_2 \lambda_1^{\lfloor x_1^{opt} + x_2^{opt} \rfloor} &= a(\lambda_1) \\ 1 + \alpha_1 \lambda_2^{\lfloor x_1^{opt} \rfloor} + \alpha_2 \lambda_2^{\lfloor x_1^{opt} + x_2^{opt} \rfloor} &= a(\lambda_2), \end{aligned}$$

где  $\lfloor x \rfloor$  обозначает округление до ближайшего целого числа. Получаем решение  $\alpha_1 \approx 0.754$  и  $\alpha_2 \approx 5.006$ .

6. Уровень субоптимальности (ошибки) рассчитывается как:

$$1 + |\alpha_1| + |\alpha_2| - J_{min} = 2.536.$$

Далее рассмотрим метод дробных запаздываний.

Извлечение дробных частей запаздываний выполняется с использованием:

$$d_1 = 0.745 + 0.255q^{-1}, \quad d_2 = 0.336 + 0.664q^{-1}.$$

Найдем коэффициенты многочлена  $\alpha = (\alpha_{11} + \alpha_{12}, \alpha_{21} + \alpha_{22})$  по формуле:

$$\alpha(q^{-1}) = \frac{F(q^{-1})B(q^{-1})}{q^{-r} \prod_{j=1}^m (q^{-1} - \lambda_j)},$$

где  $\alpha_{11} = -0.855$ ,  $\alpha_{21} = -0.049$  — коэффициенты целой части, а  $\alpha_{12} = -0.293$ ,  $\alpha_{22} = -0.098$  — коэффициенты дробной части. Уровень субоптимальности в данном случае рассчитывается как:

$$1 + |\alpha_{11}| + |\alpha_{12}| + |\alpha_{21}| + |\alpha_{22}| - J_{min} = 0.071.$$

## Выводы

Метод синтеза субоптимального  $\ell_1$ -регулятора с дробными запаздываниями для дискретных систем с неминимальной фазой и неизвестным, но ограниченным возмущением позволяет значительно улучшить

точность управления по сравнению с методами, основанными на округлении запаздываний. Использование дробных запаздываний уменьшает уровень субоптимальности и улучшает качество управления.

Связь этого подхода с методами  $\ell_1$ -регуляризации, традиционно применяемыми в задачах сжатого измерения, заключается в минимизации нормы  $\ell_1$  для нахождения разреженных решений. В сжатом измерении  $\ell_1$ -регуляризация используется для восстановления сигналов из небольшого числа измерений, поощряя разреженность сигнала. Аналогично, в рассмотренной задаче управления  $\ell_1$ -регуляризация применяется для нахождения оптимального регулятора с разреженными коэффициентами, что минимизирует отклонение выхода системы от желаемого поведения при наличии неизвестных, но ограниченных помех. Разреженность в этом контексте снижает сложность контроллера и повышает его устойчивость, обеспечивая минимальный уровень ошибок в наихудшем случае.

#### 4.0.5 Система клонирования голоса с шумоустойчивым синтезом речи на основе регуляризации в сжатом латентном пространстве

В разделе предложен метод удаления шума в сжатом латентном представлении аудио, с использованием самообучения на основе метода DINO (Distillation with No Labels) [19]. В отличие от традиционных методов, основанных на удалении шума в исходном пространстве аудиосигналов, таких как [23, 27, 57], предложенный подход выполняет денойзинг в сжатом пространстве, что существенно снижает вычислительные затраты на решение задачи, позволяет эффективнее справляться с шумами, и сохранять важные характеристики голоса.

Задача удаления шума в контексте клонирования голоса с использованием зашумленных аудио, голос которых требуется скопировать для синтеза речи по заданному тексту, может быть сформулирована следующим образом. Пусть  $y$  — это наблюдаемая зашумленная аудиозапись говорящего (референс),  $x$  — это искомое чистое представление голоса говорящего, а  $e$  — шум, присутствующий в референсе. Таким образом, зашумленное референсное аудио описывается уравнением:

$$y = F(x) + \epsilon, \quad (4.1)$$



где  $x$  представляет голосовые характеристики, такие как тембр, тон и стиль речи, которые необходимо извлечь для клонирования голоса, а  $\epsilon$  — это произвольный шум.

В традиционных методах предполагается, что оператор  $F$  является тождественным ( $F = I$ ), и задача заключается в непосредственном удалении шума  $\epsilon$  из аудиосигнала  $y$ , после чего предобработанный сигнал передается в энкодер для получения сжатого представления голоса. В этих методах стараются оценить  $x$ , исходя из  $y$ , с использованием предварительных моделей, обученных на явно размеченных данных с шумом [23, 27, 57]. Это существенно повышает затраты на вычислительные ресурсы, поскольку требуется обрабатывать референсное аудио в оригинальном пространстве. Кроме того, в реальных условиях, таких как наличие различных типов фонового шума, распределение шума может быть неизвестным, а сам шум может обладать сложной структурой и меняться в зависимости от среды записи. Это затрудняет использование традиционных методов денойзинга, которые обрабатывают аудиосигнал в исходном пространстве, и может привести к потере важных особенностей голоса, необходимых для точного клонирования.

Вместо удаления шума в исходном пространстве аудиосигналов, в статье [25] предложен метод денойзинга в сжатом пространстве. Для получения латентных представлений используется Speaker Encoder модель, основанная на архитектуре Context Aware Masking (CAM)++ [16]. Регуляризация реализована с помощью метода совместного обучения энкодера с моделью синтеза речи (декодера, обучаемого с помощью генеративно-состязательного подхода), с применением дополнительной регуляризации сжатого представления голоса на основе подхода DINO [19]. DINO позволяет обучать модель без использования размеченных данных, поощряя ее создавать эмбединги с определенными свойствами, способствующими удалению шума и извлечению релевантной информации, необходимой для эффективного извлечения стиля и идентичности голоса.

В рамках DINO используется подход учитель-студент, где студент обучается предсказывать выходы учителя для разных версий одного и того же входа (на входе — два случайно выбранных и аугментированных сегмента аудио). Функция потерь DINO определяется как кросс-энтропия между распределениями выхода учителя  $P_T$  и студента  $P_S$ :

$$\mathcal{L}_{\text{DINO}} = - \sum_{i=1}^K \sigma \left( \frac{P_T(x_{a1})_i - C}{\tau} \right) \log \sigma \left( \frac{P_S(x_{a2})_i}{\tau} \right), \quad (4.2)$$

где  $\sigma$  — функция softmax,  $C$  — вектор средних, вычисляемый как экспоненциально взвешенное среднее предыдущих выходов учителя,  $\tau$  — константа температуры, на которую разделяются выходы модели, для более устойчивого обучения. Здесь  $x_{a1}$  и  $x_{a2}$  — два разных сегмента входного сигнала  $x$ , аугментированных случайным шумом.

Благодаря самообучению на основе DINO, модель спикер-энкодера обучается генерировать сжатые представления, которые инвариантны к шуму и другим несущественным вариациям, но сохраняют важные характеристики голоса и стиля речи. Это позволяет эффективно удалять шум в латентном представлении, по которому далее декодер способен воспроизвести чистый голос. Подобно тому, как в задачах опознания по сжатию используется  $\ell_1$ -регуляризация для поощрения разреженных решений, DINO поощряет модель создавать эмбединги с определенными полезными свойствами на основе обучения по неразмеченным данным, способствуя удалению шума и сохранению важной информации.

## Архитектура системы

Реализация выполнена на языке Python с использованием фреймворка машинного обучения PyTorch [62].

Реализованная система состоит из четырех модулей (см. Рис. 4.11):

**S2U (Speech-to-Unit):** Предобученный модуль на основе модели NuBERT [32], который преобразует входную речь в последовательность дискретных представлений.

**T2U (Text-to-Unit):** Модуль на основе модели mBART [55], который преобразует текст в то же пространство представлений, что и модуль S2U, обучаясь предсказывать выходы NuBERT по тексту.

**Спикер-энкодер:** Модель на основе архитектуры SAM++, обучаемая совместно с моделью синтеза речи с использованием регуляризации DINO, что позволяет получать представления голоса в сжатом пространстве, устойчивые к шуму и сохраняющие стиль речи.

**U2S (Unit-to-Speech):** Модель синтеза речи на основе архитектуры VITS [47], принимающая на вход дискретные представления из модуля S2U (во время обучения) или T2U (для получения закодированного представления текста во время инференса) и сжатое представление для синтеза речи с голосом, похожим на голос из референсного аудио.

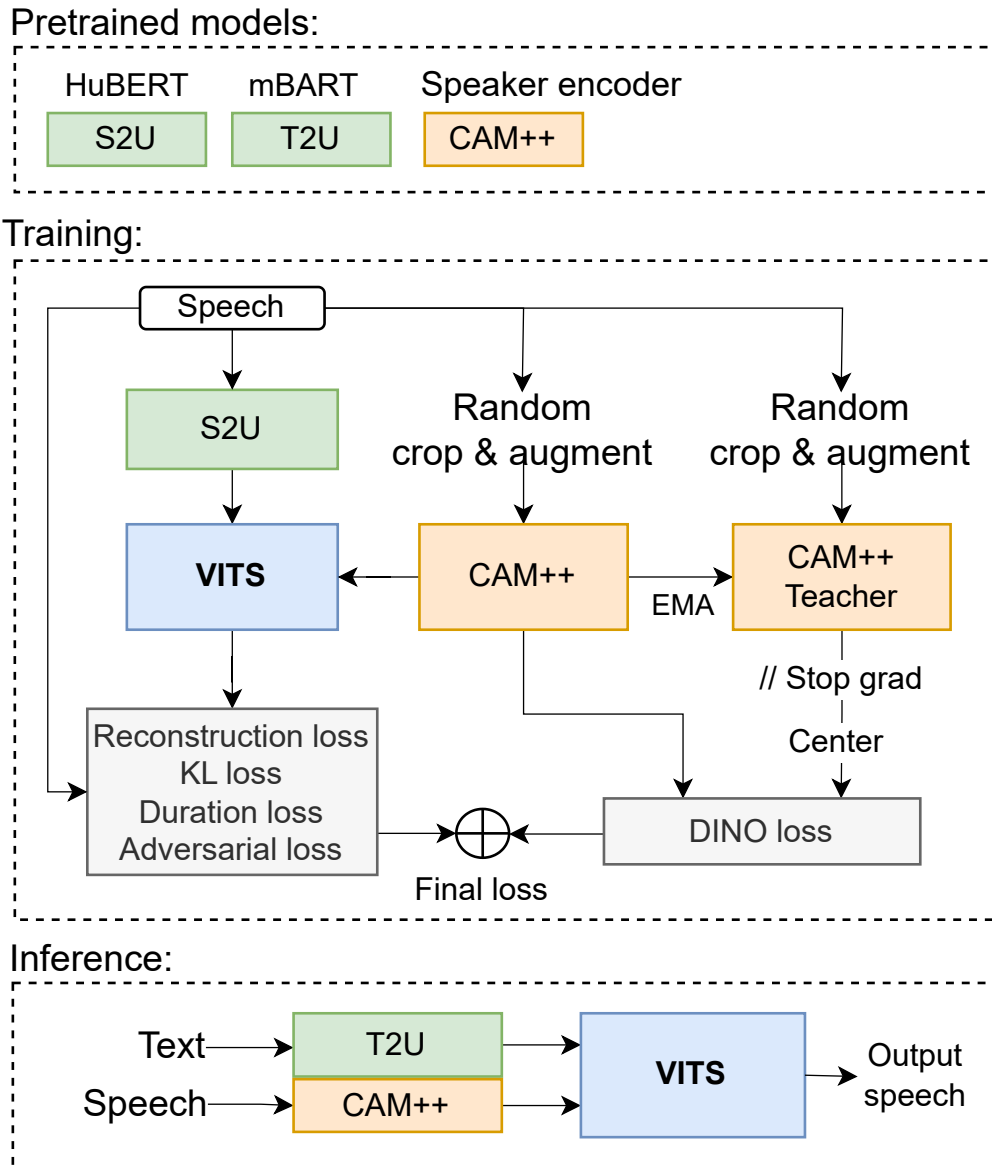


Рис. 4.11: Архитектура предлагаемого метода DINO-VITS.

## Эксперименты и выводы

Проведены эксперименты по оценке качества синтеза и сохранения подобия голоса в условиях наличия шума в референсных аудио. Предлагаемый метод DINO-VITS показал значительные улучшения по сравнению с базовыми методами, такими как YourTTS [75] и BYOL-A [66].

Для эмпирической проверки гипотезы о том, что предложенный подход улучшает способность кодировать стиль в референсных эмбедингах, выполнен дополнительный эксперимент по распознаванию эмоций на основе сжатого представления голоса. Результаты показали повышение точности распознавания эмоций на 9%, что указывает на то, что

совместное обучение с использованием DINO регуляризации более качественно сохраняет информацию о стиле речи в латентном пространстве, по сравнению с базовыми методами.

Результаты субъективной оценки естественности и похожести голоса представлены в Таблице 4.4.

Таблица 4.4: Сравнение предложенной системы DINO-VITS с методами YourTTS, DEMUCS denoiser (предварительный деноизинг в оригинальном пространстве)+YourTTS, и BYOL-A для чистых и шумных референсных аудио. Метрики посчитаны по шкале от 1 до 5. Для каждой модели взяты 210 аудиозаписей, каждую из которых оценили 10 аннотаторов с краудсорсинговой платформы Яндекс Толока.

	Естественность речи		Схожесть речи	
	Чистые данные	Шумные данные	Чистые данные	Шумные данные
Оригинальные данные	4.68 ± 0.03	-	3.94 ± 0.07	-
Предложенный метод	<b>4.00 ± 0.05</b>	<b>3.55 ± 0.10</b>	<b>3.85 ± 0.08</b>	<b>3.52 ± 0.08</b>
YourTTS	3.96 ± 0.05	3.11 ± 0.11	3.33 ± 0.08	3.20 ± 0.08
YourTTS+Denoiser	-	3.28 ± 0.10	-	3.35 ± 0.08
BYOL-A	-	1.85 ± 0.09	-	1.89 ± 0.07

Как видно из таблицы, реализованная система превосходит базовые методы по всем метрикам, особенно в шумных условиях, в том числе вариант YourTTS+Denoiser, основанный на предварительном удалении шума в оригинальном пространстве (спектрограммы аудио).

## 4.0.6 Выводы

В четвёртой главе представлены результаты экспериментов, подтверждающие эффективность предложенных методов решения обратных задач моделирования в сжатом пространстве. Эксперименты подтвердили практическую значимость предложенных методов и продемонстрировали, что использование сжатого представления данных позволяет существенно сократить объем обрабатываемых данных, избежать их предварительного восстановления в решении задач, а также повысить устойчивость к помехам и сохранить высокую точность решений.

## Заключение

Основные научные результаты исследования, полученные в рамках выполнения поставленных задач:

- Разработан алгоритм адаптации разреженных геологических моделей к историческим наблюдаемым данным на основе метода стохастической оптимизации SPSA. Метод эффективно работает в условиях почти произвольных ограниченных помех и применим для негауссовских геологических моделей (глава 2).
- На основе теории опознания по сжатию разработаны методы эффективного сбора и реконструкции данных с использованием глубокого обучения для ультразвуковых компьютерных томографов, метод полноволновой инверсии в сжатом пространстве ультразвуковых данных, а также метод децентрализованной кластеризации в мультиагентных системах с предсказанием кластеров непосредственно по сжатым наблюдениям, и использованием протокола локального голосования для обмена сжатой информацией. Методы позволяют значительно уменьшить объёмы собираемых, хранимых, обрабатываемых и передаваемых данных, при сохранении высокой точности решения соответствующих задач (глава 3).
- Разработан метод шумоустойчивого синтеза речи на основе регуляризации сжатого представления голоса. Экспериментально продемонстрирована высокая устойчивость к шуму различного рода и сохранение важных характеристик голоса (раздел 4.0.5). Кроме того, исследована эффективность метода  $\ell_1$ -управления для синтеза разреженных управлений для дискретных систем с неминимальной фазой в условиях неизвестных, но ограниченных помех (раздел 4.0.4).
- Выполнена программная реализация предложенных методов, и проведены эксперименты, подтвердившие их эффективность (глава 4).

# Литература

- [1] <https://www.software.slb.com/products/petrel/petrel-reservoir-engineering/history-matching-production>. — [Online; accessed 22-April-2021].
- [2] [http://www.gslib.com/gslib\\_help/format.html](http://www.gslib.com/gslib_help/format.html). | [Online; accessed 22-April-2021].
- [3] <https://github.com/equinor/ecl>. — [Online; accessed 22-April-2021].
- [4] <https://github.com/ljvmiranda921/pyswarms>. — [Online; accessed 22-April-2021].
- [5] ADMM-CSNet: A deep learning approach for image compressive sensing / Yan Yang, Jian Sun, Huibin Li, Zongben Xu // IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence. — 2018. — Vol. 42, no. 3. — P. 521–538.
- [6] Adaptive Distributed Cluster Flow Control for a Group of Autonomous Robots / V Erofeeva, V Ershov, O Granichin et al. // IFAC-PapersOnLine. — 2023. — Vol. 56, no. 2. — P. 8690–8695.
- [7] Ali Rehman. Open-source full-waveform ultrasound computed tomography based on the angular spectrum method using linear arrays // Medical Imaging 2022: Ultrasonic Imaging and Tomography / Ed. by Nick Bottenus, Nicole V. Ruitter ; International Society for Optics and Photonics. — Vol. 12038. — SPIE, 2022. — P. 120380R. — URL: <https://doi.org/10.1117/12.2601257>.
- [8] Anwar Saeed, Barnes Nick. Real Image Denoising With Feature Attention // 2019 IEEE/CVF International Conference on Computer Vision (ICCV). — 2019. — P. 3155–3164.
- [9] Application of Particle Swarms for History Matching in the Brugge Reservoir / Linah Mohamed, Michael Christie, Vasily Demyanov et al. — Vol. 6. — 2010. — 09.

- [10] Atgeirr Flø Rasmussen, Tor Harald Sandve, Kai. The Open Porous Media Flow reservoir simulator // *Computers and Mathematics with Applications*. — 2021. — Vol. 81. — P. 159 – 185. — Development and Application of Open-source Software for Problems with Numerical PDEs.
- [11] Basis Pursuit / Shaobing Chen, D. Donoho, Iain Johnstone, Michael Saunders. — 1996. — 03.
- [12] Beck Amir, Teboulle Marc. A Fast Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm for Linear Inverse Problems // *SIAM Journal on Imaging Sciences*. — 2009. — Vol. 2, no. 1. — P. 183–202.
- [13] Blumensath Thomas, Davies Mike E. Iterative hard thresholding for compressed sensing // *Applied and computational harmonic analysis*. — 2009. — Vol. 27, no. 3. — P. 265–274.
- [14] Boiarov A. Granichin O. Granichina O. Simultaneous perturbation stochastic approximation for few-shot learning // *Proc. of the 2020 European Control Conference, Saint Petersburg, Russia*. — 2020. — 05. — P. 350–355.
- [15] Bredies Kristian, Lorenz Dirk A. Linear convergence of iterative soft-thresholding // *Journal of Fourier Analysis and Applications*. — 2008. — Vol. 14, no. 5. — P. 813–837.
- [16] CAM++: A Fast and Efficient Network for Speaker Verification Using Context-Aware Masking / H. Wang, S. Zheng, Y. Chen et al. // *Proc. INTERSPEECH 2023*. — 2023. — P. 5301–5305.
- [17] Candes Emmanuel J, Romberg Justin K, Tao Terence. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements // *Communications on Pure and Applied Mathematics: A Journal Issued by the Courant Institute of Mathematical Sciences*. — 2006. — Vol. 59, no. 8. — P. 1207–1223.
- [18] Candès Emmanuel, Romberg Justin, Tao Terence. Stable Signal Recovery from Incomplete and Inaccurate Measurements // *Communications on Pure and Applied Mathematics*. — 2006. — 08. — Vol. 59.
- [19] A Comprehensive Study on Self-Supervised Distillation for Speaker Representation Learning / Zh. Chen, Y. Qian, B. Han et al. // *SLT Workshop*. — 2023. — P. 599–604.

- [20] Compressed Sensing Image Reconstruction Based on Convolutional Neural Network / Yuhong Liu, Shuying Liu, Cuiran Li, Danfeng Yang // International Journal of Computational Intelligence Systems. — 2019. — 01. — Vol. 12. — P. 873.
- [21] ConvCSNet: A Convolutional Compressive Sensing Framework Based on Deep Learning / Xiaotong Lu, Weisheng Dong, Peiyao Wang et al. — 2018. — 01.
- [22] Convolutional Neural Networks for Noniterative Reconstruction of Compressively Sensed Images / Suhas Lohit, Kuldeep Kulkarni, Ronan Kerviche et al. // IEEE Transactions on Computational Imaging. — 2018. — Vol. 4, no. 3. — P. 326–340.
- [23] Cross-lingual Prosody Transfer for Expressive Machine Dubbing / J. Swiatkowski, D. Wang, M. Babianski et al. // Proc. Interspeech 2023. — 2023. — P. 4838–4842.
- [24] DAGAN: Deep De-Aliasing Generative Adversarial Networks for Fast Compressed Sensing MRI Reconstruction / Guang Yang, Simiao Yu, Hao Dong et al. // IEEE Transactions on Medical Imaging. — 2018. — Vol. 37, no. 6. — P. 1310–1321.
- [25] DINO-VITS: Data-Efficient Zero-Shot TTS with Self-Supervised Speaker Verification Loss for Noise Robustness / Vikentii Pankov, Valeria Pronina, Alexander Kuzmin et al. // Interspeech 2024. — 2024. — P. 697–701.
- [26] DR2-Net: Deep Residual Reconstruction Network for Image Compressive Sensing / Hantao Yao, Feng Dai, Shiliang Zhang et al. // Neurocomputing. — 2019. — 05. — Vol. 359.
- [27] Data Efficient Voice Cloning from Noisy Samples with Domain Adversarial Training / J. Cong, S. Yang, L. Xie et al. // Proc. Interspeech 2020. — 2020. — P. 811–815.
- [28] Deep ADMM-Net for compressive sensing MRI / Jian Sun, Huibin Li, Zongben Xu et al. // Advances in neural information processing systems. — 2016. — Vol. 29.
- [29] Deep Generative Adversarial Networks for Compressed Sensing Automates MRI / Morteza Mardani, Enhao Gong, Joseph Cheng et al. — 2017. — 05.



- [30] Design of  $\ell_1$  new suboptimal fractional delays controller for discrete non-minimum phase system under unknown-but-bounded disturbance / Dmitrii Ivanov, Oleg Granichin, Vikentii Pankov, Zeev Volkovich // *Mathematics*. — 2022. — Vol. 10, no. 1. — P. 69.
- [31] Detection of specific areas and densities for ultrasound tomography / Victoria Erofeeva Oleg Granichin Anna Leonova, Vasilisa Galyamina Kseniya Gonta Vikentiy Pankov, Munira Tursunova Mingyue Ding Ming Yuchi, Mingyue Ding Ming Yuchi // *CYBERNETICS AND PHYSICS*. — 2019.
- [32] De'hubert: Disentangling Noise in a Self-Supervised Model for Robust Speech Recognition / D. Ng, R. Zhang, J.Q. Yip et al. // *ICASSP*. — 2023. — P. 1–5.
- [33] Dubrule Olivier. Introducing More Geology in Stochastic Reservoir Modelling // *Geostatistics Tróia '92: Volume 1* / Ed. by Amilcar Soares. — Dordrecht : Springer Netherlands, 1993. — P. 351–369. — ISBN: 978-94-011-1739-5. — URL: [https://doi.org/10.1007/978-94-011-1739-5\\_29](https://doi.org/10.1007/978-94-011-1739-5_29).
- [34] Robust Scheme For Inversion of Seismic And Production Data For Reservoir Facies Modeling. — Vol. All Days of SEG International Exposition and Annual Meeting, 2009. — 10. — SEG-2009-2432. <https://onepetro.org/SEGAM/proceedings-pdf/SEG09/All-SEG09/SEG-2009-2432/1783086/seg-2009-2432.pdf>.
- [35] Efficient real-time reservoir management using adjoint-based optimal control and model updating / P. Sarma, L. Durlofsky, K. Aziz, W. H. Chen // *Computational Geosciences*. — 2006. — Vol. 10. — P. 3–36.
- [36] Efficient training-image based geostatistical simulation and inversion using a spatial generative adversarial neural network / E. Laloy, R. Héroult, D. Jacques, N. Linde // *ArXiv*. — 2017. — Vol. abs/1708.04975.
- [37] Figueiredo Mário, Nowak Robert, Wright Stephen. Gradient Projection for Sparse Reconstruction: Application to Compressed Sensing and Other Inverse Problems // *Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of*. — 2008. — 01. — Vol. 1. — P. 586 – 597.
- [38] Foucart S., Rauhut H. A Mathematical Introduction to Compressive Sensing. Applied and Numerical Harmonic Analy-

- sis. — Springer New York, 2013. — ISBN: 9780817649487. — URL: <https://books.google.am/books?id=zb28BAAAQBAJ>.
- [39] Fully-Convolutional Measurement Network for Compressive Sensing Image Reconstruction / Xuemei Xie, Jiang Du, Chenye Wang et al. // *Neurocomputing*. — 2017. — 11. — Vol. 328.
- [40] A Stochastic Optimization Algorithm for Automatic History Matching. — Vol. All Days of SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 2004. — 09. — SPE-90065-MS. URL: <https://doi.org/10.2118/90065-MS>.
- [41] Granichin Oleg, Amelina Natalia. Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation for Tracking Under Unknown but Bounded Disturbances // *IEEE Transactions on Automatic Control*. — 2015. — Vol. 60, no. 6. — P. 1653–1658.
- [42] H. Rezatofighi S., N. Tsoi, J. Gwak. DeepSetNet: Predicting sets with deep neural networks // 2017 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV) / IEEE. — 2017. — P. 5257–5266.
- [43] Hansen Thomas Mejer, Vu Le Thanh, Bach Torben. MPLIB: A C++ class for sequential simulation of multiple-point statistical models // *SoftwareX*. — 2016. — Vol. 5. — P. 127–133. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352711016300164>.
- [44] He Qinglong, Wang Yanfei. Reparameterized full-waveform inversion using deep neural networks // *Geophysics*. — 2021. — Vol. 86, no. 1. — P. V1–V13.
- [45] Image Compressed Sensing Using Convolutional Neural Network / Wuzhen Shi, Feng Jiang, Shaohui Liu, Debin Zhao // *IEEE Transactions on Image Processing*. — 2020. — Vol. 29. — P. 375–388.
- [46] Inversion using a new low-dimensional representation of complex binary geological media based on a deep neural network / E. Laloy, Romain H'erault, J. Lee et al. // *Advances in Water Resources*. — 2017. — Vol. 110. — P. 387–405.
- [47] Kim Jaehyeon, Kong Jungil, Son Juhee. Conditional Variational Autoencoder with Adversarial Learning for End-to-End Text-to-Speech // *Proceedings of the 38th International Conference on Machine Learning*. — Vol. 139 of *Proceedings of Machine Learning Research*. — PMLR, 2021. — 18–24 Jul. — P. 5530–5540.

- [48] Lewis Winston, Vigh Denes. Deep learning prior models from seismic images for full-waveform inversion // SEG International Exposition and Annual Meeting / SEG. — 2017. — P. SEG-2017.
- [49] Liu Yimin, Sun Wenyue, Durlafsky Louis. A Deep-Learning-Based Geological Parameterization for History Matching Complex Models // Mathematical Geosciences. — 2019. — 03. — Vol. 51.
- [50] Machidon Alina, Pejovic Veljko. Deep Learning Techniques for Compressive Sensing-Based Reconstruction and Inference – A Ubiquitous Systems Perspective. — 2021. — 05.
- [51] Majumdar Angshul. Real-time Dynamic MRI Reconstruction using Stacked Denoising Autoencoder // ArXiv. — 2015. — Vol. abs/1503.06383.
- [52] Mallat S.G., Zhang Zhifeng. Matching pursuits with time-frequency dictionaries // IEEE Transactions on Signal Processing. — 1993. — Vol. 41, no. 12. — P. 3397–3415.
- [53] Mousavi Ali, Baraniuk Richard. Learning to invert: Signal recovery via Deep Convolutional Networks. — 2017. — 03. — P. 2272–2276.
- [54] Mousavi Ali, Dasarathy Gautam, Baraniuk Richard. DeepCodec: Adaptive Sensing and Recovery via Deep Convolutional Neural Networks. — 2017. — 07.
- [55] Multilingual Denoising Pre-training for Neural Machine Translation / Y. Liu, J. Gu, N. Goyal et al. // Transactions of the Association for Computational Linguistics. — 2020. — 11. — Vol. 8. — P. 726–742.
- [56] Needell Deanna, Tropp Joel A. CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples // Applied and computational harmonic analysis. — 2009. — Vol. 26, no. 3. — P. 301–321.
- [57] NoreSpeech: Knowledge Distillation based Conditional Diffusion Model for Noise-robust Expressive TTS / Dongchao Yang, Songxiang Liu, Jianwei Yu et al. // ArXiv. — 2022. — Vol. abs/2211.02448. — URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:253370556>.
- [58] O.N. Granichin, Pavlenko D.V. Randomization of data acquisition and  $\ell_1$ -optimization (recognition with compression) // Autom Remote Control 71. — 2010.

- [59] Oliver Dean, Chen Yan, Naevdal Geir. Updating Markov chain models using the ensemble Kalman filter // *Computational Geosciences*. — 2011. — 03. — Vol. 15. — P. 325–344.
- [60] Oliver Dean S. Multiple Realizations of the Permeability Field From Well Test Data // *SPE Journal*. — 1996. — 06. — Vol. 1, no. 02. — P. 145–154. — URL: <https://doi.org/10.2118/27970-PA>.
- [61] Pankov Vikentii, Granichin Oleg. SPSA ALGORITHM FOR HISTORY DATA MATCHING OF COMPLEX NON-GAUSSIAN GEOLOGICAL MODELS // *CYBERNETICS AND PHYSICS*. — 2022. — Vol. 11, no. 1. — P. 18–24.
- [62] PyTorch: An Imperative Style, High-Performance Deep Learning Library / Adam Paszke, Sam Gross, Francisco Massa et al. — 2019. — 12.
- [63] PyTorch Hub. — <https://pytorch.org/hub/>. — 2021. — [Online; accessed 22-April-2021].
- [64] R. Qi C., H. Su, K. Mo. PointNet: Deep learning on point sets for 3D classification and segmentation // *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. — 2017. — P. 652–660.
- [65] ReconNet: Non-Iterative Reconstruction of Images from Compressively Sensed Random Measurements / Kuldeep Kulkarni, Suhas Lohit, Pavan Turaga et al. — 2016. — 01.
- [66] Self supervised learning for robust voice cloning / K. Klapsas, N. Ellinas, K. Nikitaras et al. // *Proc. Interspeech 2022*. — 2022. — P. 4935–4939.
- [67] Solving inverse problems using data-driven models / Simon Arridge, Peter Maass, Öktem Ozan, Carola-Bibiane Schönlieb // *Acta Numerica*. — 2019. — 05. — Vol. 28. — P. 1–174.
- [68] Sparse coding with gated learned ISTA / Kailun Wu, Yiwen Guo, Ziang Li, Changshui Zhang // *International Conference on Learning Representations*. — 2019.
- [69] Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit / David L Donoho, Yaakov Tsaig, Iddo Drori, Jean-Luc Starck // *IEEE transactions on Information Theory*. — 2012. — Vol. 58, no. 2. — P. 1094–1121.

- [70] Strebelle Sebastien. Conditional Simulation of Complex Geological Structures Using Multiple-Point Statistics // *Mathematical Geology*. — 2002. — 01. — Vol. 34. — P. 1–21.
- [71] The Ensemble Kalman Filter in Reservoir Engineering a Review / Sigurd I. Aanonsen, Geir Naevdal, Dean S. Oliver et al. // *SPE Journal*. — 2009. — 08. — Vol. 14, no. 03. — P. 393–412.
- [72] Vo Hai, Durlofsky Louis. A New Differentiable Parameterization Based on Principal Component Analysis for the Low-Dimensional Representation of Complex Geological Models // *Mathematical Geosciences*. — 2014. — 10. — Vol. 46. — P. 775–813.
- [73] Volkovich O. Granichin Z., Toledano-Kitai D. Randomized Algorithms in Automatic Control and Data Mining // Springer. — 2015.
- [74] Wang Jian, Kwon Seokbeop, Shim Byonghyo. Generalized orthogonal matching pursuit // *IEEE Transactions on signal processing*. — 2012. — Vol. 60, no. 12. — P. 6202–6216.
- [75] YourTTS: Towards Zero-Shot Multi-Speaker TTS and Zero-Shot Voice Conversion for Everyone / E. Casanova, J. Weber, C.D. Shulby et al. // *ICML*. — 2022. — P. 2709–2720.
- [76] Zhang Jian, Ghanem Bernard. ISTA-Net: Interpretable optimization-inspired deep network for image compressive sensing // *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition*. — 2018. — P. 1828–1837.
- [77] Zhang Zhendong, Alkhalifah Tariq. Regularized elastic full-waveform inversion using deep learning // *Advances in subsurface data analytics*. — Elsevier, 2022. — P. 219–250.
- [78] A deep unrolling network inspired by total variation for compressed sensing MRI / Xiaohua Zhang, Qiusheng Lian, Yuchi Yang, Yueming Su // *Digital Signal Processing*. — 2020. — Vol. 107. — P. 102856.
- [79] An empirical study of large-scale data-driven full waveform inversion / Peng Jin, Yinan Feng, Shihang Feng et al. // *Scientific Reports*. — 2024. — Vol. 14, no. 1. — P. 20034.
- [80] The optimally designed autoencoder network for compressed sensing / Zufan Zhang, Yunfeng Wu, Chenquan Gan, Qingyi Zhu // *EURASIP Journal on Image and Video Processing*. — 2019. — 04. — Vol. 2019.

- [81] A parallel BOA-PSO hybrid algorithm for history matching / Alan Reynolds, Asaad Abdollahzadeh, David Corne et al. — 2011. — 06. — P. 894–901.
- [82] A simple proof of the restricted isometry property for random matrices / Richard Baraniuk, Mark Davenport, Ronald DeVore, Michael Wakin // Constructive approximation. — 2008. — Vol. 28. — P. 253–263.
- [83] A sparse autoencoder compressed sensing method for acquiring the pressure array information of clothing / Tao Han, Kuangrong Hao, Yongsheng Ding, Xue-Song Tang // Neurocomputing. — 2017. — 10. — Vol. 275.