

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

*На правах рукописи*

Игушева Людмила Александровна

**ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ СИЛОВЫХ И ТЕМПЕРАТУРНЫХ  
ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ДИНАМИЧЕСКОЕ РАЗРУШЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

Научная специальность – 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
член-корреспондент РАН,  
доктор физико-математических наук,  
профессор Петров Юрий Викторович

Санкт-Петербург

2024

## Оглавление

<b>Введение .....</b>	<b>4</b>
<b>Глава 1. Обзор литературы .....</b>	<b>19</b>
1.1 Критерии прочности.....	21
1.2 Структурно-временной подход .....	27
1.3 Модели стержней в различных средах .....	31
1.4 Влияние температуры и гидростатического давления на прочностные свойства материалов.....	36
<b>Глава 2. Эффекты динамического деформирования и разрушения в волновом поле Клейна – Гордона .....</b>	<b>42</b>
2.1 Продольные колебания стержня в упругой среде.....	43
2.2 Примеры действия ударной силы на стержень .....	50
2.3 Разрушение в волновом поле Клейна – Гордона .....	57
2.4 Сравнение с экспериментальными результатами .....	60
2.5 Выводы к главе 2 .....	65
<b>Глава 3. Влияние внешних факторов на динамическую трещиностойкость материалов.....</b>	<b>67</b>
3.1 Расчет динамической вязкости разрушения .....	67
3.2 Динамическая трещиностойкость термически обработанного гранита ..	70
3.3 Эффект инверсии вязкости разрушения гранита .....	75
3.4 Влияние гидростатического давления на трещиностойкость гранита ....	76
3.5 Динамическая трещиностойкость цементных растворов.....	78
3.6 Гидростатическое давление и инкубационное время .....	83
3.7 Связь между температурой и инкубационным временем .....	85
3.8 Выводы к главе 3 .....	86
<b>Глава 4. Влияние внешних факторов на динамическую прочность при сжатии материалов .....</b>	<b>88</b>
4.1 Расчет динамической прочности на сжатие .....	88

4.2	Прочность на сжатие термически обработанного песчаника .....	90
4.3	Динамическая прочность на сжатие цементных растворов.....	93
4.4	Влияние гидростатического давления на динамическую прочность на сжатие.....	98
4.5	Влияние внешних факторов на инкубационное время.....	101
4.6	Выводы к главе 4 .....	104
<b>Заключение.....</b>		<b>106</b>
<b>Список литературы.....</b>		<b>109</b>

## **Введение**

### **Актуальность темы исследования**

Изучение реакции материалов на динамические и статические нагрузки играет важную роль для обеспечения безопасности технологических процессов и эксплуатации инженерных сооружений. Существует множество экспериментальных исследований показывающих, что реакция материалов на квазистатические и динамические нагрузки различна. При динамических нагрузках наблюдается ряд специфических эффектов, которые не укладываются в классические трактовки прочности и традиционные критерии разрушения. Например, зависимость динамической прочности и вязкости разрушения от временных параметров воздействия – длительности, скорости и истории ввода энергии. В отношении к статике может наблюдаться эффект инверсии прочности, состоящий в том, что материал с высокой статической прочностью по сравнению с другим материалом становится менее прочным при высокоскоростных нагрузках.

Внешние факторы, такие как температура, давление, влагонасыщенность, окружающая среда оказывают значительное влияние на прочностные характеристики. В каких-то случаях материалы становятся менее прочными, в каких-то, наоборот, приобретают более высокую несущую способность. Экспериментальные исследования показывают, что при расчетах прочности конструкций недостаточно использовать табличные значения прочностных характеристик, определенные для статических нагрузок. Важно учитывать и

динамику процесса, и воздействие внешних факторов, и историю нагружения материалов.

Учет воздействия температуры и гидростатического давления важен для ряда прикладных задач. Действие дополнительных внешних факторов изменяет свойства природных и конструкционных материалов. Например, при реставрации зданий, сооружений и материалов после пожара важно учитывать изменение механических характеристик материалов. Поскольку, как показывают экспериментальные результаты, несущие способности конструкций ухудшаются после воздействия температуры. Кроме того, при разработке месторождений горных пород, эксплуатации геотермальных источников для обеспечения безопасности работ необходимо рассчитывать прочность и трещиностойкость материалов с учетом предварительного температурного воздействия и влияния гидростатического давления.

Классические подходы к расчетам прочности не позволяют описывать вышеуказанные процессы, поскольку в традиционных теориях прочности механики деформируемого твердого тела не берется в расчет вклад инерционных сил. Разрушение материалов рассматривается как мгновенный процесс. В действительности разрушение материала является процессом, протекающим во времени и пространстве. Значения динамической прочности определяют вводом дополнительных параметров, зависящих от формы воздействия и постановки задачи, что осложняет инженерные расчеты и приводит к необходимости увеличения количества экспериментов для определения данных параметров.

Разработка единого подхода для нахождения прочностных характеристик материалов при статических и высокоскоростных нагрузках, учитывающего влияние внешних факторов, актуальная важная задача. Теория разрушения должна основываться на минимальном количестве параметров, являющихся не характеристиками задачи, а физически обоснованными величинами. Предсказание поведения конструкций в реальных условиях при динамических и статических нагрузках позволит уменьшить количество отказов и непредвиденных разрушений, обеспечивая безопасность их эксплуатации.

## Степень разработанности темы диссертации

Экспериментальные исследования прочности и трещиностойкости материалов показали существенные различия при разрушении в результате действия статических и динамических нагрузок [1], [2], [3], [4]. Для описания динамического разрушения материалов предложены различные подходы. На сегодняшний день теория прочности активно изучается, развиваются классические критерии разрушения [5], в которых полагается, что материал начинает разрушаться в момент времени, когда деформации (напряжения, энергия) достигают предельного значения.

Кинетические критерии разрушения позволяют учитывать возникновение и развитие микродефектов из-за внешних воздействий [6]. Как для определения предельных значений в традиционных критериях теории прочности, так и для нахождения констант и функций, входящих в кинетические критерии разрушения необходимо проведение экспериментов. Предельные величины для классических критериев прочности определяются в ходе проведения стандартных испытаний образцов, однако данные критерии не позволяют описывать разрушение материала при высокоскоростных нагрузках. С другой стороны, кинетические критерии разрушения позволяют описать динамическую ветвь кривой прочности, однако для определения вводимых в данных подходах параметров и функций требуется проведение большого количества сложных экспериментов. Еще одним недостатком данных подходов является невозможность описания разрушения материала посредством единого критерия для всего диапазона скоростей нагружения.

Испытания по разрушению материалов под действием интенсивных нагрузок выявили, что при разрушении в материалах наблюдаются тепловые, механические и структурные превращения [7]. В ходе структурных изменений происходит образование, перемещение и слияние дефектов, фазовые переходы, деформации и разрушение на микроуровне. Для большого количества материалов перед

образованием магистральных трещин образуются микроповреждения, дальнейшее развитие и слияние которых приводит к разделению материала на части.

При рассмотрении реакции материалов на импульсные нагрузки в механике континуального разрушения твердых тел выделяют вязкое, хрупкое разрушение, а также разрушение с образованием полос адиабатического сдвига. Данные процессы сопровождаются образованием большого количества различных видов дефектов (поры, микротрещины, полосы сдвига). Для того, чтобы не рассматривать каждое повреждение отдельно в моделях механики континуального разрушения вводятся параметры, характеризующие поврежденность материала на микроуровне. Данный подход был предложен Л. М. Качановым [8] и Ю. Н. Работновым [9], для описания процессов ползучести материалов был введен скалярный параметр поврежденности.

Еще одна модель разрушения в рамках механики сплошной среды была предложена в работах Дж. Леметра [10], [11]. В них вводился параметр поврежденности, характеризующий процесс образования и накопления повреждений в материале и деградацию структуры материала. Ю. К. Сингх [12], для описания анизотропной реакции хрупкого твердого тела и роста трещин под действием общих приложенных нагрузок предложил ввести набор векторов поврежденности. В данных теориях предполагается, что как только значения указанных переменных повреждения достигают определенного уровня, материал больше не может выдерживать приложенную нагрузку, и происходит разрушение.

Основными недостатками описанных выше подходов континуальной механики разрушения является отсутствие учета временных параметров разрушения, поэтому невозможно учесть влияние изменения характеристик внешних воздействий (величины, продолжительности, формы импульса, способа нагрузки) на процесс динамического разрушения материалов. Модели разрушения материалов, основанные на параметрах поврежденности, способны учитывать влияние дополнительных внешних факторов (гидростатическое давление, температура и влагонасыщенность), но данные модели часто содержат большое количество параметров, которые затруднительно определить экспериментально.

Таким образом, для описания разрушения материалов требуется развитие единого подхода, позволяющего учитывать не только специфические эффекты динамического разрушения, но и влияние дополнительных внешних факторов.

**Целью данного исследования** является развитие универсального теоретического подхода для описания процессов разрушения материалов, определения их прочностных характеристик (прочность, трещиностойкость) в широком диапазоне скоростей нагружения, позволяющего учитывать влияние дополнительных внешних факторов.

Для достижения поставленных целей исследования были решены следующие задачи:

1. Развитие структурно-временного подхода для описания влияния внешних факторов на разрушение материалов. Верификация экспериментальными результатами.
2. Построение модели распространения волн в стержнях, окруженных упругой средой.
3. Описание разрушения стержня в упругой окружающей среде на основе структурно-временного подхода.
4. Исследование влияния температурной обработки и скорости деформации на прочностные свойства горных пород.
5. Исследование прочностных свойств горных пород при различных скоростях деформации и уровнях гидростатического давления.
6. Исследование прочностных характеристик разных по составу цементных растворов (баритового и стандартного) при различных температурах предварительной обработки и скорости деформации.
7. Анализ кривых скоростных зависимостей вязкости разрушения и прочности на сжатие материалов с учетом влияния дополнительных внешних факторов.
8. Нахождение зависимости инкубационного времени разрушения от температуры предварительной обработки и гидростатического давления.



## Научная новизна работы

В работе представлен ряд новых теоретических научных заключений. Для качественной и количественной оценки влияния дополнительных внешних факторов (температуры, гидростатического давления) на динамическое разрушение горных пород и цементных растворов использован структурно-временной подход. Интерпретация реакции материалов на ударно-волновые нагрузки в широком диапазоне внешних воздействий на основе инкубационного времени отличается от классических теорий статического разрушения. Инкубационное время – свойство материала, которое может быть определено экспериментально, оно не зависит от истории нагружения и геометрических характеристик образца. Данный подход позволил описать влияние структурных изменений, являющихся следствием действия внешних факторов (гидростатического давления и предварительной температурной обработки), на прочностные свойства материалов (трещиностойкость и прочность) в широком диапазоне скоростных воздействий.

Проведены вычисления по нахождению динамической трещиностойкости и прочности на сжатие для горных пород и цементных растворов, подвергнутых предварительному термическому воздействию. Показаны эффекты инверсии прочности на сжатие и вязкости разрушения для данных материалов. Установлена связь между инкубационным временем разрушения и температурой воздействия. На основе структурно-временного подхода найдены скоростные зависимости прочностных характеристик (прочности на сжатие и трещиностойкости) горных пород для различных уровней гидростатического давления. Изучена зависимость инкубационного времени разрушения от гидростатического давления.

Произведено моделирование распространение волн в стержне, окруженном упругой средой. Впервые на основе структурно-временного подхода проанализировано разрушение данного стержня. Показана возможность увеличения амплитуды исходного импульса. Выявлено существование диапазона оптимальных длительностей воздействия, при которых стержень разрушается с

минимальной амплитудой нагружающего импульса. Показано, что разрушение стержня может наступить как в результате откола, так и при прохождении волны в прямом направлении по стержню. Выявлены длительности внешнего воздействия, при которых стержень может выдерживать максимальные нагрузки.

### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Полученные в данной работе научные результаты вносят вклад в развитие методов анализа прочности материалов, подвергающихся различным внешним воздействиям. Применение структурно-временного подхода для прогнозирования разрушения материалов в широком диапазоне скоростей нагружения позволяет обосновать экспериментально выявленные временные эффекты разрушения с учетом влияния внешних силовых и температурных факторов.

Предложенный в данной диссертационной работе метод вычисления прочностных характеристик материалов применим для решения прикладных задач, в которых требуется расчет несущей способности и надежности конструкционных и природных материалов, которые были подвержены высокотемпературному воздействию, например, в случае пожара. Критерий инкубационного времени позволяет определить прочность и вязкость разрушения горной породы, которая находится под действием статического гидростатического давления. Инкубационное время – является измеряемым свойством материала. Данный подход позволяет избежать использования дополнительных параметров в моделях разрушения при решении прикладных задач.

Предложенная модель разрушения стержня, окруженного упругой средой, может быть применима для расчета оптимальных частот воздействия при забивании свай в грунт. Также показано существование ряда длительностей воздействия, при которых может наступить разрушение стержня с минимальными усилиями.

## Методология и методы исследования

Для нахождения прочностных характеристик материалов с учетом влияния дополнительных внешних факторов применяется структурно-временной подход. Предельные значения прочности на сжатие и трещиностойкости рассчитываются на основе критерия инкубационного времени разрушения, представленного в структурно-временном подходе. Данный подход позволяет решать широкий спектр задач механики деформируемого твердого тела. Например, предсказание хрупкого и пластического разрушения твердых тел, расчет предельных состояний материалов (конструкционных и природных) в случае динамических, статических и комбинированных воздействий, а также моделирование разрушения и структурных превращений в средах в результате действия широкого спектра скоростных воздействий. В критерии инкубационного времени разрушения используются инвариантные относительно истории нагружения величины.

Уникальность структурно-временного подхода заключается в том, что в отличие от других известных подходов к описанию разрушения материалов, при помощи данного подхода с единой точки зрения рассматривается широкий спектр механических задач, а именно хрупкое разрушение, пластическое течение и структурные превращения под действием импульсных и квазистатических нагрузок и их комбинаций. Также при медленных воздействиях критерий инкубационного времени разрушения согласуется с классическими критериями теории прочности.

Динамическое разрушение в средах происходит на различных масштабных уровнях. Данный факт частично подтверждается тем, что в ходе экспериментов в условиях интенсивных динамических воздействий наблюдается большой разброс пороговых характеристик динамической прочности, коэффициента интенсивности критических напряжений, критических температур, давлений и прочих параметров структурных превращений. Наличие значительного разброса результатов указывает на то, что в действительности полученные данные могут относиться к разным масштабным уровням наблюдения, таким образом, принципиальное

значение имеет масштабный уровень, на котором наблюдается переходный процесс. Структурно-временной подход позволяет решить проблему масштабного несоответствия прочностных характеристик, получаемых экспериментально, и определить масштабный уровень разрушения среды. Таким образом, структурно-временной подход при анализе динамических процессов разрушения позволяет не только прогнозировать временные зависимости критических деформационных и прочностных характеристик и эффекты их нестабильного поведения, но и учитывать масштабные эффекты.

Экспериментальные исследования показывают, что действие различных внешних силовых и температурных факторов приводит к структурным превращениям, образованию микрповреждений, химическим реакциям и, как следствие, изменению динамических прочностных характеристик материалов. Структурно-временная теория учитывает данные изменения и позволяет прогнозировать разрушение материалов при динамическом нагружении.

Для моделирования распространения волн в стержне, окруженном упругой средой, расчета перемещений, деформаций и напряжений, возникающих в стержне при импульсной нагрузке, используется аналитический и численный анализ.

Численные расчеты для описания разрушения материалов и нахождения предельных значений прочностных характеристик были произведены в пакете прикладных программ «Wolfram Mathematica 11.3».

### **Апробация результатов**

Основные положения и результаты диссертационной работы представлены на конференциях:

1. Школа-семинар «Механика, химия и новые материалы». Санкт-Петербург. 2022.
2. First Virtual European Conference on Fracture – VECF1. 2020.
3. Международная конференция по естественным и гуманитарным наукам – «Science SPbU – 2020». Санкт-Петербург. 2020.

4. Национальная (Всероссийская) конференция по естественным и гуманитарным наукам с международным участием «Наука СПбГУ – 2020». Санкт-Петербург. 2020.
5. Семинар «Компьютерные методы в механике сплошной среды». Санкт-Петербург. 2018.
6. XIV Международная научно-практическая конференция «Комплексная безопасность и физическая защита». Санкт-Петербург. 2018.
7. Международная молодёжная научная конференция «XLIV Гагаринские чтения». Москва. 2018.
8. Международная летняя школа Харбинского технологического университета «Summer School on Land-Sky-Ocean». Вэйхай, Китай. 2017.
9. Двенадцатая студенческая конференция-конкурс «Химия, физика и механика материалов». Санкт-Петербург. 2017.

Основные результаты диссертационного исследования представлены в 6 работах, из которых 1 статья опубликована в изданиях, индексируемых базами Scopus и Web of Science, 3 статьи опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК Министерства науки и высшего образования России.

1. Игушева, Л. А. Влияние предварительной термической обработки на динамические прочностные характеристики цементных растворов / Л. А. Игушева, Ю. В. Петров // Физика твердого тела. – 2024. – Т. 66. – № 3. – С. 481-489.
2. Игушева, Л. А. Динамическая прочность на сжатие термически обработанного песчаника / Л. А. Игушева // Процессы в геосредах. – 2024. – № 1 (39). – С. 2400-2405.
3. Игушева, Л. А. Влияние предварительной термической обработки на трещиностойкость горных пород / Л. А. Игушева // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2024. – Т. 21. – № 1. – С. 26-33.

4. Igusheva, L. A. Effects of dynamic deformation and fracture in the Klein – Gordon stress field / L. A. Igusheva, Y. V. Petrov // Procedia Structural Integrity. – 2020. – Vol. 28. – P. 1303-1309.
5. Игушева, Л. А. Динамическое разрушение стержня в волновом поле Клейна – Гордона / Л. А. Игушева // Труды семинара «Компьютерные методы в механике сплошной среды». 2018-2019 гг. – 2019. – С. 21-38.
6. Игушева, Л. А. Ударно-волновое деформирование и разрушение стержня, взаимодействующего со средой / Л. А. Игушева, Ю. В. Петров // Комплексная безопасность и физическая защита. Труды VII Мемориального семинара профессора Б. Е. Гельфанда XIV Международной научно-практической конференции. – 2018. – С. 361-376.

### **Основные научные результаты**

1. При моделировании волновых процессов, происходящих в стержне конечной длины, окруженном упругой средой, получено уравнение, описывающее продольные колебания стержня, которое является известным уравнением Клейна – Гордона [79, с. 24-25], [108, с. 363-364]. В результате влияния окружающей среды в зависимости от характеристик среды, стержня и нагружающего импульса наблюдается различный характер распространения волн. Выделено три возможных варианта: дисперсия волн, демпфирование волн и увеличение амплитуды исходного импульса при отражении от свободного конца стержня [79, с. 27-31]. Результаты опубликованы в [79, 108]. Личное участие автора в получении данных результатов: анализ литературы, численные и аналитические расчеты, интерпретация результатов, написание статей.
2. Проведен анализ динамического разрушения стержня конечной длины, окруженного упругой средой. Для описания разрушения стержня применен критерий инкубационного времени разрушения [79, с. 32-33]. Построены зависимости пороговой амплитуды воздействия от длительности

нагружающего импульса [108, с. 372-373], [109, с. 1307-1308]. Показана возможность разрушения как при прохождении волны в прямом направлении по стержню, так и в результате откола после отражения волны от свободного края стержня [108, с. 373-374]. Результаты опубликованы в [79, 108, 109]. Личное участие автора в получении данных результатов: анализ литературы, численные и аналитические расчеты, интерпретация результатов, написание статей.

3. Выявлено соответствие расчетных профилей деформаций в стержне из ПММА, находящемся в силиконе, с результатами экспериментальных исследований [109, с. 1306]. Результаты опубликованы в [109]. Личное участие автора в получении данных результатов: анализ литературы, численные и аналитические расчеты, интерпретация результатов, написание статьи.
4. Изучено влияние внешних силовых и температурных воздействий на динамическую прочность на сжатие некоторых материалов (песчаника [133, с. 2403], баритового и стандартного цементных растворов [118, с. 483-484]), а также на динамическую трещиностойкость (гранита [117, с. 30], баритового и стандартного цементных растворов [118, с. 487]). Показано, что с ростом гидростатического давления происходит увеличение прочности и трещиностойкости, а с увеличением температуры воздействия в целом наблюдается снижение прочностных свойств материалов [118, с. 483, 484, 487], [117, с. 30], [133, с. 2403]. Результаты опубликованы в [117, 118, 133]. Личное участие автора в получении данных результатов: анализ литературы, численные и аналитические расчеты, интерпретация результатов, написание статей.
5. Проведены расчеты и дано объяснение эффекта инверсии прочности на сжатие [118, с. 485], [133, с. 2403] и эффекта инверсии трещиностойкости [117, с. 31], [118, с. 488], когда при сравнении двух образцов материала, обработанных при различных температурах, один образец демонстрирует более высокую прочность (трещиностойкость) при квазистатических

нагрузках, однако обладает меньшей прочностью (трещиностойкостью) при импульсных воздействиях. Результаты опубликованы в [117, 118, 133]. Личное участие автора в получении данных результатов: анализ литературы, численные и аналитические расчеты, интерпретация результатов, написание статей.

6. Показана применимость критерия инкубационного времени для объяснения влияния внешних факторов и скорости воздействия на динамическое разрушение конкретных материалов, в частности гранита [117, с. 29-30], песчаника [133, с. 2401-2403], баритового и стандартного цементных растворов [118, с. 482-484, 485-488]. Полученные теоретические расчеты верифицированы известными экспериментальными данными. Показано, что температурная обработка и гидростатическое давление оказывают влияние на статические предельные прочностные характеристики и на инкубационное время разрушения. Найдена зависимость инкубационного времени разрушения от внешних факторов [117, с. 30], [118, с. 486, 488], [133, с. 2404]. Кроме того, продемонстрировано, что для учета влияния дополнительных факторов достаточно минимального набора констант материала (статический предел прочности (трещиностойкости) и инкубационное время разрушения) [117, с. 30], [118, с. 483, 486], [133, с. 2402-2403]. Результаты опубликованы в [117, 118, 133]. Личное участие автора в получении данных результатов: анализ литературы, численные и аналитические расчеты, интерпретация результатов, написание статей.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Построена модель распространения волн в стержне, окруженном упругой средой.



2. Изучен эффект значительного влияния упругой окружающей среды на амплитуду исходного импульса при отражении от свободного от напряжений края стержня.
3. Исследованы структурно-временные эффекты разрушения стержня, находящего в упругой окружающей среде.
4. Проведено моделирование скоростной зависимости вязкости разрушения и прочности на сжатие горных пород, подвергнутых предварительной термической обработке в широком диапазоне температур.
5. Предложена модель влияния гидростатического давления на динамическую вязкость разрушения и прочность на сжатие горных пород при высокоскоростных воздействиях.
6. Определены прочностные характеристики цементных растворов (стандартного и баритового), подвергнутых предварительной термической обработке.
7. Установлена связь между инкубационным временем и значениями дополнительных внешних факторов (температура, гидростатическое давление).

**Достоверность результатов** обеспечивается соответствием теоретических расчетов с представленными в научной литературе результатами экспериментов. Структурно-временной подход, используемый в данной работе для предсказания разрушения материалов, позволяет описать наблюдаемые в экспериментах эффекты динамического разрушения.

### **Личный вклад автора**

Данная диссертационная работа является обобщением результатов работы автора по исследованию поведения материалов при высокоскоростных нагрузках. Постановка задачи и цели исследования были сформулированы совместно с профессором Петровым Ю. В. Все аналитические и численные результаты,

представленные в работе, выполнены автором лично под руководством профессора Петрова Ю. В.

### **Поддержка**

Исследование выполнено при поддержке РФФ (соглашение №22-11-00091) и Министерства науки и высшего образования РФ в рамках мегагранта (соглашение № 075-15-2022-1114 от 30 июня 2022 г.).

### **Благодарности**

Автор выражает огромную благодарность профессору, член-корреспонденту РАН доктору физ.-мат. наук Юрию Викторовичу Петрову за научное руководство, направление работы, ценные рекомендации и замечания и доктору физ.-мат. наук Александру Анатольевичу Уткину за участие в обсуждении результатов работы. Также автор выражает благодарность кандидату физ.-мат. наук Ивану Валерьевичу Смирнову за проведение эксперимента для измерения профиля распространения волн в стержне из ПММА, находящемся в силиконе.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы. Работа изложена на 122 страницах, содержит 31 рисунок и 8 таблиц. Список литературы включает 136 источников.

## Глава 1. Обзор литературы

В результате стремительного технического прогресса человек научился возводить грандиозные конструкции, здания и сооружения, производить сложные механизмы, которые используются в разных средах: на суше, в воздухе, в воде. Прочность и надежность данных конструкций при эксплуатации играет важную роль, поскольку от этого зависит жизнь и безопасность людей. Непредвиденные разрушения различных сооружений могут привести не только к большому количеству человеческих жертв, но и к глобальным экологическим катастрофам. Примером такой катастрофы может служить разрушение в 2011 году нескольких реакторов атомной электростанции «Фукусима-1» [13], произошедшее вследствие землетрясения магнитудой 9 баллов. В результате ядерной аварии были выброшены радиоактивные материалы, образовалась большая зараженная зона, множество людей лишились своих домов. Еще один недавний трагичный пример – сильнейшее землетрясение в Турции в 2023 году, которое привело к чрезвычайной ситуации и разрушению огромного количества зданий и сооружений [14].

При проектировании конструкций инженеры зачастую опираются на значения прочностей материалов, вычисленные для случая стандартного статического режима нагружения. В действительности, как показывает практика, разрушение конструкций происходит чаще в результате действия интенсивных динамических нагрузок: взрывов, ударов, отколов, вызванных техногенными и природными воздействиями, наводнениями, землетрясениями, пожарами. Эти нагрузки лишь в ограниченном числе случаев возможно приближенно представлять как квазистатические.

В случае статического нагружения значения критических напряжений считаются постоянными материала и могут быть получены в результате проведения стандартных испытаний. Предел прочности материала, соответствующий высоким скоростям нагружения, отличается от статического предела прочности, причем при возрастании скорости нагружения зачастую происходит существенное увеличение предела прочности [2], [15]. Стоит отметить, что наблюдаемая для каждого материала скоростная зависимость характеризуется неустойчивым поведением и изменяется в зависимости от условий приложения нагрузки и временных параметров воздействия. Прочность считается свойством материала в классической теории механики разрушения вне зависимости от вида внешних воздействий, поэтому указанный выше эффект изменения предела прочности материала в случае динамического нагружения не может быть описан в рамках данной теории. Кроме того, значительное влияние на динамическую прочность материалов оказывает действие внешних факторов, таких как температура [16], [17], давление [18], [19], влагонасыщенность [20], [21]. Из этого следует, что при проектировании конструкций необходимо рассматривать поведение материалов при импульсных нагрузках с учетом влияния внешних факторов на свойства материалов, поскольку конструкции всегда подвергаются динамическим воздействиям, как в штатном режиме работы, так и вследствие аварийных ситуаций.

При расчете несущей способности конструкций важно использовать универсальные критерии разрушения, которые позволяют учитывать реакцию материалов для всего диапазона временных и силовых параметров внешних воздействий. Предельная величина нагрузки, приводящей к разрушению, не является постоянной материала, а зависит от параметров нагрузки и прочих внешних факторов, поэтому недостаточно рассчитывать прочность материалов, вводя коэффициент запаса к статическому значению прочности [1]. На динамическую прочность материалов влияют форма импульса, длительность, амплитуда, скорость нагружения, а также дополнительные факторы [22]. В связи с этим необходимо проведение большого количества экспериментальных испытаний

для определения динамической прочности материалов с варьированием как параметров ударной нагрузки, так и внешних факторов, поскольку стандартные эксперименты на статические испытания не дают полной картины поведения материала.

Важно развивать фундаментальные подходы, использующие минимальное количество параметров для описания процессов разрушения, поскольку это позволит сократить количество необходимых экспериментов для определения прочности материалов. При этом важно, чтобы вводимые параметры не зависели от самого процесса и условий нагружения, являясь постоянными материала. Также используемые критерии разрушения должны быть справедливы для всего диапазона внешних воздействий как статических, так и динамических. Таким образом, можно сделать вывод, что введение универсального подхода в инженерную практику для описания динамического разрушения материала в широком диапазоне нагрузок с учетом влияния внешних факторов является актуальной задачей.

## **1.1 Критерии прочности**

В настоящее время существует множество исследований, посвященных механике разрушения и методам определения прочности конструкций [23], [24]. Сложность описания разрушений при высокоскоростных нагрузках раньше заключалась в недостатке экспериментальных результатов. С развитием технологий наука о прочности материалов сильно шагнула вперед, и теперь в литературе представлено большое количество экспериментальных работ (например, [25], [26], [27], [28]), посвященных динамическому разрушению материалов при различных высокоскоростных внешних воздействиях. Основной сегодняшней задачей является правильный анализ полученных результатов, базирующийся на универсальных, физически обоснованных, моделях разрушения. Существует большое количество механических критериев разрушения и

феноменологических теорий разрушения [29], а также критериев прочности в случае высокоскоростных воздействий [2], [23], [24].

Первые теории разрушения, также называемые теориями предельного состояния, анализировали статические и квазистатические случаи. Задачей ставился поиск предельного состояния, при достижении которого начинался процесс разрушения. Под термином «разрушение» в данном случае можно понимать, как хрупкое разрушение твердого тела, так и начало пластического течения.

Наиболее известным критерием является критерий наибольших нормальных напряжений:

$$|\sigma| \leq \sigma_c, \quad (1.1)$$

где  $\sigma$  – наибольшее по абсолютной величине нормальное напряжение в образце,  $\sigma_c$  – критическое значение напряжения для данного материала, при превышении которого происходит разрушение. Аналогично были сформулированы критерий наибольшей деформации, критерий максимальных касательных напряжений и критерий наибольшей энергии в зависимости от тех параметров, за которыми велось наблюдение [30]. Однако, как показала практика, такие критерии справедливы только для случая «медленных» воздействий. Критерий (1.1) не применим для ударных нагрузок, так как при больших амплитудах и малых длительностях воздействия меняется значение предельного напряжения по сравнению со статическим  $\sigma_c$ . Длительность воздействия, время и способ приложения внешней силы никак не учитываются в критериях вида (1.1). Данные критерии постулируют, что разрушение произойдет, когда будут выполнены условия предельной ситуации. Такие критерии принято называть классическими статическими критериями, поскольку они справедливы только для случая статического нагружения.

Существует ряд эффектов характерных для случая динамических нагружений, которые невозможно описать в рамках классической теории прочности. Поскольку классическая теория прочности рассматривает все нагрузки как квазистатические.

В 1974 году Н. А. Златин, С. М. Мочалов, Г. С. Пугачев и А. М. Брагов [31], рассматривая откольное разрушение, впервые описали явление «динамической ветви». Оказалось, что при динамических воздействиях материал может выдерживать значительно превосходящие статический предел прочности нагрузки, было обнаружено неустойчивое поведение пороговой амплитуды нагрузки. Аналогичные результаты были позже получены другими авторами [2], [32], [33], [34]. Классические критерии прочности не позволяют описать данные явления, поэтому стали разрабатываться новые критерии разрушения материалов. Появилось большое количество разнообразных критериев прочности, описание которых представлено в работах [35], [36], [37], [38]. Представленные критерии не могут быть применимы для всех скоростей нагружения, и зачастую их корректно использовать только для ограниченного количества схем экспериментов.

Вторая особенность, наблюдаемая при кратковременных нагрузках – эффект «задержки» разрушения. Данный эффект был получен в ряде работ [39], [40], [41], [42], было показано, что материал разрушается не в момент достижения локальными напряжениями максимального значения, а в постпиковый период [43] на части динамической кривой нагрузки, когда напряжения в образце уменьшаются с течением времени. Это явление трудно описать, основываясь на традиционной теории прочности (1.1), поэтому было предложено определять прочность материала кривыми, получаемыми экспериментально, чтобы учитывать зависимость критических значений напряжения от характеристик нагружающего импульса. Данный подход до сих пор используется в некоторых программных пакетах. Однако такое описание отклика материала на динамические нагрузки не позволяет отразить влияние способа приложения нагрузки и формы импульса. Кроме того, проведение экспериментов с учетом всех форм нагружающей силы является невыполнимой задачей. Поэтому крайне важно, чтобы динамическая прочность материала была описана критерием разрушения, содержащим ограниченный набор параметров, которые бы являлись не характеристиками процесса, а константами материала, определяемыми из минимального количества стандартных экспериментов.

В работе [40] предложено объяснение эффекта «задержки» разрушения: при уменьшении длительности импульса время процесса нагружения и время развития дефектов в материале оказываются величинами одного порядка малости, что приводит к влиянию характеристик внешней нагрузки на прочность. Динамическое разрушение представляет с собой сложный процесс, который состоит из нескольких этапов. Сначала в материале появляются микродефекты, затем они развиваются и сливаются, формируя зародышевые микротрещины. Материал разрушается из-за образования макротрещин, вызванных ростом и объединением микротрещин [30].

Из всего многообразия подходов к описанию динамической прочности, представим часть основных критериев разрушения, которые внесли значительный вклад в развитие подхода к разрушению материалов, используемого в диссертационной работе.

### Критерий Нейбера – Новожилова

Г. Нейбер [44] и В. В. Новожилов [45], [46] предложили критерий разрушения, в котором вводился структурный размер. Нейбер рассматривал усталостную прочность образца с угловым вырезом [47]. Новожилов использовал аналогичный критерий для предсказания хрупкого разрушения [45]. Критерий Нейбера – Новожилова для упругого тела, ослабленного разрезом, имеет следующий вид:

$$\frac{1}{d} \int_0^d \sigma_y dx \leq \sigma_c, \quad (1.2)$$

где предполагается, что трещина-разрез расположена вдоль оси  $Ox$ ,  $\sigma_c$  – статический предел прочности,  $d$  – структурный параметр масштаба.

В данном критерии геометрия среды определяла структурный размер, он связывался либо с размером зерна, либо с межатомным расстоянием в кристаллической решетке [24]. Если для материала известны  $\sigma_c$  и критическое



значение коэффициента интенсивности напряжений для статической нагрузки  $K_{Ic}$ , тогда  $d$  вычисляется по следующей формуле [48]

$$d = \frac{2K_{Ic}^2}{\pi\sigma_c^2}. \quad (1.3)$$

Критерий Нейбера – Новожилова хорошо описывает разрушение материалов при квазистатических нагрузках, кроме того, он применим к задачам разрушения тел с угловыми вырезами, однако не объясняет эффекты, наблюдаемые при реакции материала на высокоскоростные нагрузки.

### **Критерий Никифоровского – Шемякина**

В. С. Никифоровский и Е. И. Шемякин изучали динамическое разрушение материалов [49], [50]. Было показано, что с увеличением скорости нагружающей силы наблюдается значительное увеличение предельного значения прочности материала. Для описания полученного эффекта был предложен интегральный критерий, учитывающий историю локального напряжения. Считается, что разрушение происходит, когда полный силовой импульс становится равным некоторому критическому значению. Критерий Никифоровского – Шемякина имеет следующее выражение

$$\int_0^{t_*} \sigma(t) dt = J_*, \quad (1.4)$$

где  $t_*$  – момент времени, в который происходит разрушение,  $J_*$  – критический силовой импульс (свойство материала, устанавливается экспериментально).

Критерий (1.4) справедлив только при динамических нагрузках «бездефектных» сред, поскольку согласно (1.4) с ростом длительности воздействия критические напряжения стремятся к нулю, что не соответствует действительности. Однако ключевым моментом, способствовавшим дальнейшему развитию теории динамической прочности материалов, являлось введение временного параметра как одного из свойств процесса разрушения.

## Критерий Тулера – Бутчера

В 1968 году Ф. Р. Тулером и Б. М. Бутчером [38] для описания эффекта зависимости откольного напряжения от длительности внешнего воздействия при динамическом нагружении был предложен интегральный критерий разрушения

$$\int_0^{t_*} (\sigma_0 - \sigma(t))^\lambda dt = K, \quad (1.5)$$

$$|\sigma(t)| \geq |\sigma_0| \geq 0,$$

где  $t_*$  – время разрушения,  $\sigma_0$  – предельное статическое напряжение,  $\lambda$ ,  $K$  – константы.

В перечисленных критериях разрушения, основанных на теории накопления повреждений, напряжение рассматривается как функция времени, поэтому данные критерии способны учитывать историю нагружения. В критериях (1.3)–(1.5) локальный силовой импульс определяет напряженное состояние, это позволяет качественно учесть увеличение предела прочности с ростом скорости нагружения. Однако недостатком данных подходов является невозможность описания всей кривой скоростной зависимости прочности материала, так как при увеличении длительности воздействия и переходе нагрузок от высокоскоростных к статическим представленные ранее критерии не соответствовали традиционным критериям прочности.

Существует большое количество критериев разрушения, которые справедливы только для статических или только для динамических нагрузок. Причем отсутствует возможность перехода от одного вида нагрузок к другим в рамках данных критериев, это накладывает ограничения на область их применения. В результате изменения параметров внешней нагрузки и влияния дополнительных внешних факторов затруднительно заранее определить механический отклик материалов. Кроме того, для верного выбора критерия разрушения необходимо знать будут ли внешние воздействия медленными или быстрыми для данного материала, что тоже сложно заранее определить. Для учета указанных ранее

вопросов на основе подхода Ю. Н. Работнова [51] импульсные критерии разрушения (1.3)–(1.5) можно переписать в виде:

$$\int_0^t \sigma(s)K(t-s)ds \leq \sigma_c. \quad (1.6)$$

Данный подход основывается на теории затухания памяти. Вместо силового импульса (как в критериях (1.3)–(1.5)) в критерии (1.6) использован оператор свертки с функцией затухания.

## 1.2 Структурно-временной подход

В настоящее время в литературе представлено большое количество экспериментальных работ, посвященных изучению разрушения материалов в широком диапазоне скоростных воздействий [1], [52], [53]. Проводятся эксперименты как для случая статического нагружения, так и при динамических нагрузках. В классической теории механики разрушения считалось, что предел прочности является константой материала и не зависит от внешних нагрузок. В действительности оказалось, что механический отклик материалов на динамические воздействия отличается от реакции на статические нагрузки [54]. Классические критерии разрушения, такие как критерий максимального напряжения для разрушения бездефектных сред и критерий трещиностокости Ирвина для среды с трещинами, широко используемые для предсказания разрушения при статических и квазистатических нагрузках, не позволяли описать эффекты, наблюдаемые при ударных воздействиях [55]. Отличительными особенностями динамического разрушения являются, подтвержденные экспериментально, зависимость предельных значений параметров разрушения от вида и формы приложенной нагрузки [31], а также эффект «задержки» разрушения [41], при котором разрушение происходит после достижения в образце максимального значения напряжения, а не при пиковой нагрузке. Прочность материала зависит от характеристик прикладываемой к образцу нагрузки (скорость нагружения, амплитуда и длительность импульса), а также от других факторов

(давление, температура, влагонасыщенность). Указанные эффекты динамического разрушения являются общими для множества различных физических процессов: откол, начало роста трещины, электрический пробой в диэлектриках, кавитация в жидкости [22].

Перечисленные особенности и ряд других экспериментально наблюдаемых эффектов динамического разрушения объясняются в рамках структурно-временного подхода, основанного на понятии инкубационного времени разрушения (принимаемой в качестве постоянной материала, зависящей от масштабного уровня), которая впервые была предложена Ю. В. Петровым [56], [57]. В рамках этого подхода инкубационное время рассматривается как основной показатель реакции материалов и сред на динамическое нагружение.

В структурно-временном подходе была решена проблема создания универсального критерия разрушения, справедливого как для статических, так и для динамических нагрузок – предложен критерий инкубационного времени [57], [58], [59]. Этот подход основан на наборе параметров инвариантных к истории нагружения, которые являются свойствами материала. Критерий инкубационного времени разрушения можно использовать для расчета динамических характеристик материала, полученных в испытаниях с различными формами нагружающего импульса [60]. Данный критерий позволяет описать специфические эффекты, наблюдаемые при высокоскоростном разрушении.

Критерий инкубационного времени, описывающий разрушение материалов, имеет вид:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \left( \frac{F(t')}{F_c} \right)^\alpha dt' \leq 1, \quad (1.7)$$

где  $F(t)$  – интенсивность локального силового поля;  $F_c$  – статический предел локального силового поля;  $\tau$  – инкубационное время. При выполнении в условии (1.7) знака равенства происходит разрушение материала.  $\alpha$  – параметр, определяющий чувствительность к уровню напряженности силового поля, вызывающего разрушение, в упругой постановке задачи  $\alpha = 1$ .

Критерий инкубационного времени разрушения учитывает, что разрушение в материале происходит не мгновенно, а протекает с течением времени. Макроразрушению материала предшествует инкубационный период, который является важным фактором в процессе разрушения, наличие которого объясняет специфические эффекты, наблюдаемые при быстрых, ударных нагрузках, например, изменение прочности материала при различных скоростях деформации. В структурно-временном подходе введено фундаментальное понятие – инкубационное время разрушения  $\tau$ , связанное с подготовительными процессами релаксации в материале перед макроразрушением. Инкубационное время является константой материала, характеризующей реакцию материала на динамические воздействия. Способ приложения нагрузки, форма импульса, геометрия образца не влияют на значения инкубационного времени [55]. Инкубационное время материала может быть определено экспериментально.

В качестве простейшего примера, отражающего физический смысл параметра  $\tau$  рассмотрим следующую задачу. Пусть разрушение образца происходит в результате действия медленного ( $t_* \gg \tau$ ) линейно возрастающего растягивающего напряжения, определяемого формулой  $\sigma(t) = \dot{\sigma}tH(t)$ , где  $\dot{\sigma} = const$ ,  $H(t)$  – функция Хевисайда [61]. Подставляя  $F(t) = \sigma(t)$  в критерий разрушения (1.7), получаем время разрушения  $t_* = \sigma_c / \dot{\sigma} + 0.5\tau$  и значение напряжения при  $t = t_*$ :  $\sigma_* = \sigma(t_*) = \sigma_c + 0.5\dot{\sigma}\tau$ , где  $\sigma_c = F_c$  – статическая прочность материала. При  $\dot{\sigma}\tau / \sigma_c \ll 1$  (когда напряжения возрастают «медленно») и нагрузку можно считать квазистатической, критическое напряжение становится примерно равно статической прочности ( $\sigma_* \approx \sigma_c$ ). Данные формулы показывают, что согласно критерию (1.7) при достижении напряжения в материале значения предела статической прочности в момент времени  $t_c = \sigma_c / \dot{\sigma}$  материал все еще остается неразрушенным. Таким образом, инкубационное время в данном случае характеризует время, необходимое для полного разрушения материала после того, как напряжение в образце достигнет статического предела прочности (рисунок 1.1). Инкубационное время можно определить в ходе динамических испытаний [62],

либо в статических экспериментах (при измерении времени падения напряжения на фронте волны разгрузки, при помощи интерферометрических или поляризационно-оптических методов) [63].

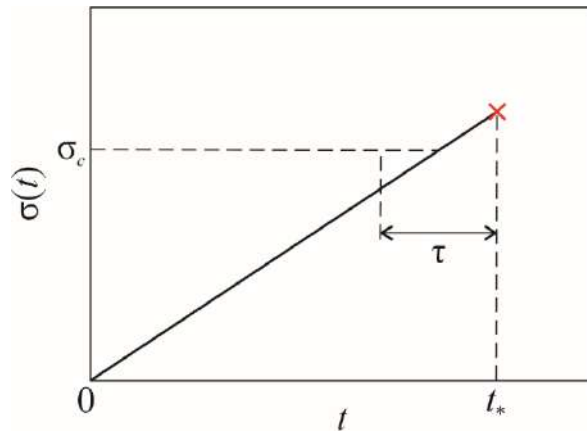


Рисунок 1.1. Временная зависимость напряжения при медленном линейном нагружении

Преимуществом критерия инкубационного времени разрушения является тот факт, что он справедлив как для динамических, так и для статических нагрузок. При статических воздействиях критерий (1.7) принимает вид классического критерия прочности.

Многообразие соответствующих критических условий, использующих концепцию инкубационного времени разрушения, рассмотренных в работах Ю. В. Петрова и А. А. Уткина [58], Ю. В. Петрова и Н. Ф. Морозова [59], Н. Ф. Морозова и Ю. В. Петрова [64], А. А. Груздкова и др. [65], В. В. Братова и Ю. В. Петрова [66], Ю. В. Петрова и Е. В. Ситниковой [67], Ю. В. Петрова и др. [68], [69], позволило успешно исследовать большой набор различных явлений: хрупкое разрушение, динамическую пластичность, электрической пробой, фазовые превращения, детонацию, многомасштабность и др. Структурно-временной подход позволяет описывать процессы разрушения в широком спектре динамических задач, именно поэтому в данной работе он выбран для описания разрушения материалов.

### 1.3 Модели стержней в различных средах

Стержни являются основными элементами огромного количества инженерных конструкций. Часто стержневые конструкции испытывают нагрузки, находясь в различных окружающих средах. Поэтому при расчетах прочности конструкций необходимо учитывать влияние окружающей среды на деформации и напряжения, возникающие в стержнях.

Существует большое количество работ, посвященных статическим задачам теории стержней. Но всегда нужно учитывать, что в реальных условиях на стержни действуют и динамические нагрузки, которые приводят к возникновению колебаний. Как известно, колебания в стержнях могут оказывать существенное влияние на надежность конструкций, содержащих стержневые элементы [70]. Поэтому произведение расчетов деформаций и напряжений, возникающих в стержнях при динамических нагрузках, является очень важной прикладной задачей.

Часто для описания продольных колебаний стержней используют одномерные модели. Несмотря на то, что данные модели не могут полностью учитывать все процессы, протекающие в стержнях, взаимодействующих со средой, они имеют свои преимущества. Одномерные модели отличаются своей простотой и в тоже время позволяют изучать эффекты, связанные со стержневыми конструкциями, поэтому использование предположения об одномерности системы для таких задач нередко встречается в научной литературе.

На данный момент существуют модели, описывающие взаимодействие стержней с различными окружающими средами. Например, Л. И. Слепян [71] рассматривает различные нестационарные воздействия на стержневые конструкции. В том числе решена задача о бесконечном стержне, лежащем на сплошном упругом основании известной жесткости и нагруженным в одном из сечений сосредоточенной силой. Оказывается, что при наличии упругого основания существенные деформации локализуются вблизи точки, где приложена сила. Помимо этого, Л. И. Слепян исследует волны в стержнях, погруженных в жидкость, а именно рассматривает

влияние окружающей среды – идеальной сжимаемой жидкости на распространение нестационарных волн в упругом теле. Обнаружено, что жидкость оказывает влияние на распространение волн в теле. На поверхности тела действует дополнительная нормальная нагрузка – реакция жидкости, а в жидкость излучаются волны давления, уносящие часть энергии упругой волны. Таким образом, наблюдается явление диссипации энергии.

Л. В. Никитин [72] рассматривает множество задач, связанных со статикой и динамикой твердых тел при наличии внешнего сухого трения со стороны окружающей стержень среды. Особое внимание уделено одномерным задачам. В частности, изучены напряжения, образующиеся в стержне, контактирующем с окружающей средой. Взаимодействие со средой моделируется по закону сухого трения. Найдено распределение напряжений, возникающих в стержне. Также рассмотрен удар с постоянной силой по осциллятору с сухим трением. Кроме этого, изучено поведение стержня, заключенного в обойму, при динамической нагрузке. В этой задаче считается, что сила контактного трения прямо пропорциональна продольной деформации в стержне. Найдено решение этого уравнения при условии, когда на конце стержня задано сжимающее напряжение.

Работа Л. Д. Акуленко и С. В. Нестерова [73] посвящена колебаниям стержня в неоднородной упругой среде. Исследуется задача нахождения собственных частот и форм плоских поперечных колебаний тонкого неоднородного стержня в упругой среде с переменным коэффициентом жесткости и произвольными граничными условиями упругого крепления. Установлено, что наличие внешней упругой среды, описываемой моделью Винклера, может приводить к аномальному эффекту – увеличению собственных частот низших мод колебаний при непрерывном увеличении длины стержня. Этот факт подтверждает идею, что окружающая среда оказывает особое влияние на колебания в стержнях, которое следует учитывать.

А. Н. Филиппов [74] рассматривает распространение продольных упругих волн в полубесконечном стержне постоянного круглого сечения, который взаимодействует с окружающей его средой типа Винклера по закону сухого трения.



Уравнение, описывающее данную модель, имеет вид  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial u}{\partial x}$ . Для отыскания решения задачи используется метод преобразования Лапласа. Найдено решение этого уравнения. Стоит отметить, что в этой постановке задачи, считается, что при сухом трении сила сопротивления, являющаяся результатом взаимодействия стержня со средой, прямо пропорциональна деформациям, возникающим в стержне. Но существуют и другие вариации описания воздействия окружающей среды, одна из которых будет рассмотрена в данной работе.

Экспериментов по измерению деформаций в стержнях, контактирующих с окружающей средой при ударе, известно не так много. Одним из примеров является работа В. Г. Баженова [75]. Предложена экспериментальная методика определения силы сопротивления, возникающей при внедрении деформируемого ударника в мягкую грунтовую среду. Используется обращенная постановка: мишень и ударник меняются ролями. Параметры процесса контактного взаимодействия записываются в неподвижном стержне (ударнике). Во время испытаний емкость с грунтом ударяет по неподвижной головке соответствующей формы, прикрепленной к ударнику. В экспериментах скорости нагружения подбираются таким образом, чтобы в ударнике не возникало пластических деформаций. Измерение сил сводится к регистрации импульса упругих деформаций в стержне при помощи тензодатчиков.

Как показано выше, среда может оказывать существенное воздействие на деформации в стержнях, поэтому необходимо разрабатывать различные модели описания этого влияния.

Основной целью исследований разрушения является получение информации и основных зависимостей для критических характеристик внешнего воздействия для материалов, подвергающихся различным видам нагрузок. Нагрузки могут быть статические и квазистатические, а также динамические, которые можно разделить на высокоскоростные и импульсные. Недавние исследования показали, что прочность в динамике зависит от соотношения временных характеристик процесса разрушения материала и истории нагружения (скорости и длительности

воздействия). Моделирование временных зависимостей прочности и вязкости разрушения при импульсных нагрузках в настоящее время является одной из наиболее важных задач как в экспериментальных, так и в численно-аналитических исследованиях.

Динамическая прочность разных материалов, таких как керамики, стекла, металлы, сплавы, полимеры при очень быстрых нагрузках может быть получена экспериментально при изучении эффекта откольного разрушения. Последнее время проводится большое количество экспериментов, в которых используются ударные воздействия и изучаются распространения волн по материалам для расширения знаний о прочности и пластичности материалов.

Откол в телах возникает в результате отражения волны, распространяющейся по материалу, от свободной границы материала. Если исходная падающая волна была волной сжатия, которая не оказывает серьезного повреждающего воздействия на материал, то при отражении от свободной границы она становится волной растяжения и может вызвать разрушение [76]. Это явление позволяет исследовать прочностные свойства сред при очень высоких скоростях деформации до  $10^9 \text{ с}^{-1}$ , когда проявляются специфические эффекты, принципиально не укладывающиеся в классические подходы механики и физики разрушения континуумов.

Методы измерения откольной прочности основываются на анализе взаимодействия волн. В той части материала, где растягивающее напряжение достигает достаточно больших величин, может произойти откол. При изучении интерференции прямой и отраженной волн определяется напряжение в плоскости откола  $\sigma^*$ , в линейном приближении  $\sigma^* = \frac{1}{2} \rho_0 c_0 \Delta u_{fs}$ , где  $\rho_0$  – плотность материала,  $c_0$  – скорость звука в материале,  $\Delta u_{fs}$  – равняется разности максимального значения функции скорости свободной поверхности и значением данной функции в первой точке локального минимума, соответствующей моменту прихода сигнала об образовании откольной трещины на свободную поверхность [76]. Пределы применимости данного подхода к анализу откольной прочности обсуждались в [77], было показано, что вышеуказанная формула не всегда корректна.

Обычно эксперименты по откольному разрушению проводятся с пластинами. В нашем случае хочется уделить особое внимание откольному разрушению в стержнях, таких экспериментов намного меньше по сравнению с пластинами. Одной из экспериментальных работ, в которой исследованы растягивающие напряжения, при которых происходит хрупкое разрушение в результате откола в стержне, является работа Э. Н. Беллендира [78]. Как известно, разрушение происходит в результате объединения большого количества микрповреждений, которые возникают и одновременно растут в результате действия нагрузки. Было установлено, что при импульсном нагружении многие материалы, принадлежащие к разным классам твердых тел способны выдерживать значительные перенапряжения. Результаты экспериментов показывают, что разрушение материалов под действием ударных нагрузок значительно отличается от разрушения в условиях квазистатического силового воздействия. В работе [78] рассматривается разрушение материалов при динамических нагрузках с длительностью  $10^{-4} - 10^{-6}$  с.

Из-за влияния окружающей среды разрушение в стержнях при динамических нагрузках, как показано в работе [79], может происходить не только из-за отражения волны от свободного края стержня, но и при прохождении волны по стержню в прямом направлении. Таким образом, перед тем как начинать использование стержневых конструкций на практике, чтобы предотвратить незапланированное разрушение важно рассчитывать деформации и напряжения в стержне при импульсных нагрузках

Таким образом, взаимодействие деформируемых тел с окружающей средой встречаются повсеместно в современном мире, поэтому изучение влияния окружающей среды на стержни является актуальной задачей.

В главе 2 рассматривается модель взаимодействия элементов стержневых инженерных конструкций с упругой окружающей средой. Модель позволяет как определять волновые поля при динамическом воздействии, так и прогнозировать динамическое разрушение таких стержневых элементов. Такая модель может быть применима во многих областях. Одним из примеров является установка свай в

строительстве, данная модель позволяет рассчитать напряжения и перемещения, возникающие в свае, таким образом, могут быть рассчитаны нагрузки, которые сможет выдержать конструкция.

#### **1.4 Влияние температуры и гидростатического давления на прочностные свойства материалов**

##### **Влияние температуры**

Механические свойства горных пород играют решающую роль в различных инженерных приложениях особенно в строительстве и при добыче полезных ископаемых (различных горных пород и угля) [80], [81], [82], [83]. Наиболее важными характеристиками являются предел прочности и вязкость разрушения материала, поскольку они описывают прочностные свойства. Прочность материала – это свойство, характеризующее способность материала сопротивляться разрушению, а также необратимому изменению формы (пластической деформации) в результате действия внешних сил. Прочность материала характеризуют пределом прочности – пороговое значение напряжения, при достижении которого материал разрушается. Еще одна важная характеристика материала – вязкость разрушения. Вязкость разрушения является показателем устойчивости материала к распространению трещин, это основная характеристика, используемая для анализа разрушения горных пород в результате различных видов внешних воздействий, включая взрывные работы, гидроразрыв и ударное проникновение в ходе бурения горной породы.

В различных областях науки и техники особое внимание уделяется механике разрушения горных пород, исследования в данной области играют ключевую роль в горном деле, гражданском строительстве, машиностроении [84], [85], [86]. Прочностные свойства материалов используются для расчетов, гарантирующих безопасность условий эксплуатации геоструктур и инфраструктуры.

Температура оказывает существенное влияние на характер разрушения и на прочностные свойства горных пород. В ряде технологических процессов таких как горная разработка, добыча нефти, газа и сланца, захоронение ядерных отходов, добыча геотермальной энергии влияние температуры очень существенно [87], [88]. Длительное воздействие высокой температуры изменяет и физические, и механические свойства горной породы. Например, изменяются прочность на разрыв, модуль упругости, пористость и т. д. [89], [90].

В литературе представлено множество работ, посвященных изучению влияния термической обработки на механические свойства горных пород. Было изучено влияние продолжительности термообработки на вязкость разрушения песчаника, обнаружено, что с увеличением длительности термообработки минералы в горной породе расширяются, внутренние микротрещины изменяются, в связи с этим прочность на разрыв материала уменьшается [91]. В работе [92] рассматривалось изменение вязкости разрушения гранита в зависимости от температуры обработки и угла наклона выреза. Были реализованы разрушения по моде I, моде II и смешанный режим разрушения (I+II) во всех случаях наблюдалось снижение вязкости разрушения с ростом температуры, причем при температурах ниже 600 °C снижение имело стремительный характер, при температурах выше 600 °C вязкость разрушения снижалась медленнее. В исследовании [93] рассматривалось разрушение термически обработанного песчаника по моде I, было выделено три стадии разрушения в зависимости от диапазона температур. На всех стадиях наблюдалось снижение вязкости разрушения с ростом температуры. В работе [94] было показано, что в результате изменения минеральных составляющих и внутренней структуры горной породы, а также уменьшения влагонасыщенности из-за роста температуры (от 25 °C до 500 °C) происходят изменения физико-механических свойств горной породы (песчаник и гранит). При нагреве наблюдается дегидратация горной породы и расширение минеральной составляющей, а также увеличение объема и быстрый рост количества микротрещин, поэтому прочность на растяжение, прочность на сжатие и скорость распространения волн уменьшаются. В [95] показано уменьшение прочности на

растяжение при росте температуры для песчаника. Вышеперечисленные результаты показывают, что в среднем наблюдается ухудшение механических свойств с ростом температуры, однако в работе [96] показано, что вязкость разрушения уменьшается с ростом температуры термической обработки только до точки упруго-пластического перехода.

На данный момент существует большое количество исследований (например, [92], [96]), посвященных изучению влияния температуры на статические свойства материалов, а также поиск пороговых температур, выше которых наблюдается стремительно ухудшение свойств материалов. Однако нужно учитывать, что в действительности горные породы подвергаются огромному количеству динамических нагрузок, вызванных взрывами, ударами, отколами, сейсмической активностью. С увеличением глубины горнодобывающих работ стало очевидно, что динамическая прочность породы зависит от скорости нагружения и от предварительной термической обработки [97], [98]. В работе [17] с использованием системы разрезных стержней Гопкинсона была изучена динамическая вязкость разрушения габбро и мрамора, подвергнутых воздействию высокой температуры. Было рассмотрено два случая температурного воздействия: разрушение образцов при высокой температуре (100–330 °С) и предварительная термообработка образцов (200 °С для мрамора и 600 °С для габбро) с последующим разрушением при комнатной температуре. В обоих случаях эксперименты показали, что динамическая вязкость разрушения увеличивается с ростом скорости нагружения. С ростом скорости нагружения значения динамической вязкости разрушения становятся выше значений для случая статических нагрузок. Данные эффекты справедливы как для разрушения предварительно термически обработанных образцов, так и для образцов, разрушаемых при высокой температуре, а также для образцов, которые не подвергались действию температуры. В сечениях образцов, испытанных при высокой температуре, имелось множество микротрещин, вероятно, вызванных термическим растрескиванием. Оказалось, что температура оказывает значительное воздействие на статическую вязкость разрушения габбро и мрамора, например, при нагреве до 200 °С мрамора и до 600 °С габбро

статическая вязкость разрушения уменьшается практически на 50% по сравнению с термически необработанными образцами. В то же время температура оказывает меньшее влияние на динамическую трещиностойкость, например, для габбро при логарифме скорости интенсивности напряжений равном  $5.6 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2} \text{ с}^{-1}$  разница значений вязкости разрушения для габбро при комнатной температуре и термообработанного габбро составляет всего 4%. В работах [99], [100] рассматривается влияние термической обработки на динамическую прочность и динамическую вязкость разрушения для двух цементных растворов. Показано, что с ростом температуры наблюдается снижение динамических прочностных характеристик для обоих растворов, в связи с микрорастрескиванием и необратимыми химическими изменениями образцов, вызванных влиянием температуры. Для объяснения наблюдаемых эффектов зависимости прочностных характеристик от температуры было предложено ввести параметр  $D$  для количественного описания термически индуцированных повреждений материала. Термические повреждения были разделены на два типа: повреждения, вызванные химическими изменениями (например, дегидратация и фазовые переходы составляющих раствора) и микротрещины, появившиеся в результате термообработки, каждому виду соответствует свой параметр  $D_c$  и  $D_p$ . Предложены формулы связи динамической прочности и динамической вязкости разрушения от скорости нагружения и от статических предельных значений с использованием параметров поврежденности. Однако авторы отмечают, что нахождение параметров поврежденности затруднителен для всех возможных температур предварительного нагрева.

### **Влияние гидростатического давления**

Под действием статического гидростатического давления в естественных условиях горные породы также подвергаются различным динамическим воздействиям, вызванным природными явлениями, такими как сейсмическая активность землетрясения, извержениями вулканов, так и явлениями техногенного

характера, например, взрывы и удары, производимые в ходе бурения при добывающих работах. В литературе представлены работы, посвященные изучению прочностных характеристик горных пород для случая статического нагружения при различных уровнях гидростатического давления. Было показано, что статическая вязкость разрушения [101], [102] и прочность при сжатии возрастают с увеличением гидростатического давления [103], [104].

В динамических экспериментах наблюдается увеличение вязкости разрушения с ростом скорости нагружения, что отличает данные процессы от разрушения при квазистатических нагрузках. Кроме того, оказалось, что гидростатическое давление оказывает значительное влияние на динамические характеристики прочности материалов. Например, исследование в работе [18] показало, что динамическая прочность различных видов осадочных пород (известняк, сланец, песчаник, туф) увеличивается линейно с ростом ограничивающего давления в диапазоне от 0.1 до 35 МПа аналогично статической прочности. В работе [19] показано, что при разрушении по моде II мрамора также наблюдается увеличение критического значения динамического коэффициента интенсивности напряжений с ростом ограничивающего давления. В статье [105] экспериментально с использованием системы разрезных стержней Гопкинсона исследуется разрушение образцов песчаника с различным количеством предварительно изготовленных вырезов. Показано, что и гидростатическое давление и наличие дефектов (вырезов) играет важную роль в разрушении горных пород, находящихся под действием гидростатического сжимающего давления. Динамическая прочность, модуль упругости и пиковая деформация имеют тенденцию к увеличению с ростом гидростатического давления. Кроме того, при увеличении количества дефектов в образцах динамическая прочность и модуль упругости снижаются, а характер разрушения переходит от сдвигового разрушения к смешанному режиму растяжения (сдвиг вместе с растяжением). В работе [106] изучается влияние гидростатического давления на динамическую вязкость разрушения гранита. Выявлено, что чем выше скорость нагружения, тем существеннее влияние гидростатического давления на вязкость разрушения гранита. С ростом



гидростатического давления предельное значение коэффициента интенсивности напряжений увеличивается. Для описания поведения материала в случае динамических нагрузок предложена формула зависимости коэффициента интенсивности напряжений от гидростатического давления и скорости нагружения, в которой присутствуют четыре параметра, определяемые экспериментально.

Для описания влияния внешних факторов динамической прочности и трещиностойкости материалов вводятся различные параметры, характеризующие поврежденность материала и динамический отклик на внешние воздействия. Зачастую в работах вводится большое количество параметров, являющихся свойствами процессов нагружения, а не материала, а также требующих проведения большого количества экспериментальных исследований для нахождения значений данных параметров для каждого случая внешних воздействия. Наличие дополнительных внешних факторов, таких как температура и гидростатическое давление осложняет нахождение прочностных характеристик. Следует использовать универсальный подход и критерий разрушения для определения динамической прочности и трещиностойкости материалов при наличии дополнительных воздействий, которые подходят как для статических, так и для динамических случаев нагружения. В данной исследовательской работе применяется структурно-временная теория, которая решает указанные проблемы, основываясь на свойствах материала, таких как статический предел прочности (или статическое предельное значение коэффициента интенсивности напряжений для случая среды с трещиной) и инкубационное время. Данный подход позволяет сократить количество экспериментов, необходимых для определения динамической прочности материалов.

## **Глава 2. Эффекты динамического деформирования и разрушения в волновом поле Клейна – Гордона**

В современном мире каждый объект не существует обособленно, все элементы связаны между собой, поэтому приходится рассматривать взаимодействие элементов, моделировать контакт между телами. При расчетах важно предсказывать поведение взаимодействующих тел, исследовать результаты воздействия одного тела на другое. Особое место занимают задачи, связанные с взаимодействием тел с различными видами окружающей среды. Зачастую окружающая среда оказывает значительное воздействие на свойства контактирующих с этой средой тел.

Существует множество моделей, описывающих взаимодействие тел со средой, но расчет деформаций и напряжений при динамической нагрузке занимает особое место, так как при быстрых динамических нагрузках многие материалы демонстрируют неклассическое поведение. Также важно производить расчет критических напряжений для предотвращения незапланированного разрушения конструкций в динамических условиях эксплуатации.

Данная глава посвящена изучению эффектов, являющихся результатом динамического деформирования стержня, соприкасающегося с упругой окружающей средой. Для расчета напряжений и деформаций, возникающих в стержне, используется одномерная модель.

В данной главе рассмотрена упругая модель продольных колебаний стержня, окруженного упругой средой, при динамическом нагружении. Произведены численный и аналитический анализы деформаций и напряжений в стержне в

упругой окружающей среде, вычислены профили деформаций в конкретных сечениях стержня. Рассмотрено распространение волн в стержне конечной длины и отражение волн от свободной границы стержня. С использованием критерия инкубационного времени исследовано разрушение стержня конечной длины, окруженного упругой средой, показана возможность откольного разрушения. Построены кривая временной зависимости прочности, т.е. пороговой разрушающей амплитуды от длительности исходного импульса. Одним из важных и неожиданных результатов является немонотонный характер этой зависимости, что позволяет говорить о наличии оптимальных характеристик разрушающего импульсного воздействия.

Результаты, представленные в данной главе, опубликованы в работах [79], [107], [108], [109].

## 2.1 Продольные колебания стержня в упругой среде

Исследуем эффекты, связанные с динамическим деформированием и разрушением стержня, окруженного упругой средой. Рассмотрим одномерную модель стержня (рисунок 2.1), который совершает продольные колебания (колебания вдоль оси стержня). Предполагается, что силы, действующие на стержень со стороны окружающей среды, прямо пропорциональны перемещению. Кроме того, считается, что поперечное сечение стержня постоянно по всей длине.

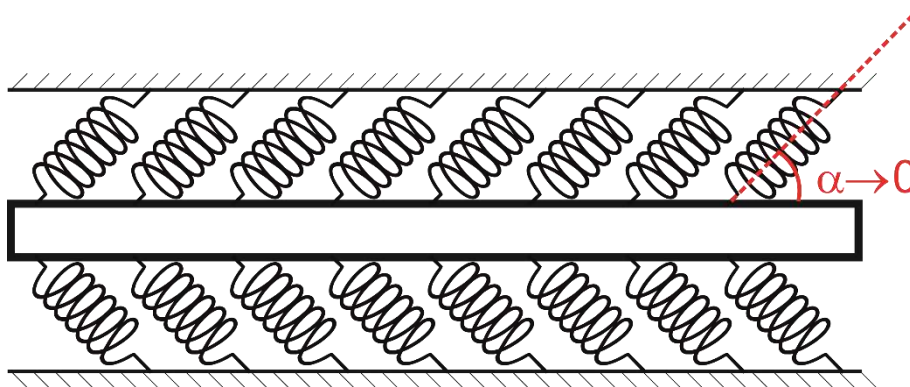


Рисунок 2.1. Элемент стержня в упругой среде

## Вывод уравнения продольных колебаний

Составим уравнение продольных колебаний стержня, окруженного упругой средой. Для вывода уравнения проведем рассуждения аналогичные описанным в работе Ю. Н. Работнова [112]. В работе [112] рассмотрен классический случай колебаний стержня, когда на стержень не действуют дополнительные силы сопротивления. Проведем аналогичный анализ, но с учетом сил сопротивления, действующих со стороны окружающей среды.

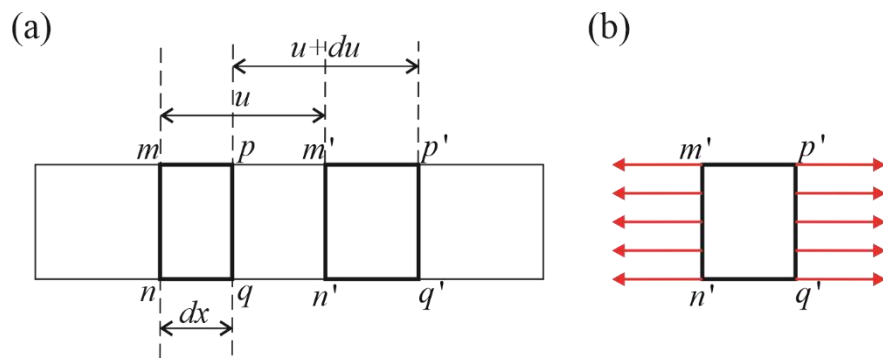


Рисунок 2.2. Элемент стержня (а), элемент стержня после деформации (б)

На рисунке 2.2, а показан элемент стержня, который в недеформируемом состоянии был заключен между сечениями  $mn$  и  $pq$  и имел координаты  $x$  и  $x + dx$  соответственно. Фиксируя момент времени  $t$ , когда сечение  $mn$  занимает положение  $m'n'$ , сечение  $pq$  – положение  $p'q'$ , обозначим перемещение левого сечения, первоначальная координата которого была  $x$ , через  $u$ . Смещение  $u$  является функцией двух переменных – времени  $t$  и координаты в недеформированном состоянии  $x$ , поэтому смещение сечения с координатой  $x + dx$  будет  $u + \frac{\partial u}{\partial x} dx$ . На рисунке 2.2, б изображен элемент  $m'n'p'q'$  отдельно.

Обозначим напряжение, действующее в сечении  $m'n'$  через  $\sigma$ , тогда напряжение, действующее в сечении  $p'q'$ , будет  $\sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx$ . Вдоль всего элемента будет действовать сила сопротивления равная  $-kuP_0 dx$ , где  $k$  – коэффициент

пропорциональности сил сопротивления,  $P_0$  – периметр стержня. Предполагается, что стержень окружает упругая среда, поэтому силы сопротивления действуют на поверхности стержня. Таким образом, при расчете силы сопротивления в каждом сечении стержня, нужно учитывать периметр данного сечения. Так как в данной работе рассматривается одномерная модель, считается, что стержень имеет одинаковое сечение по всей длине, и что форма сечения не изменяется с течением времени.

Составим уравнение движения элемента  $m'n'p'q'$

$$\rho S dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = S \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx - k P_0 u dx, \quad (2.1)$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения стержня.

Подставляя в уравнение (2.1) закон Гука  $\sigma = E \frac{\partial u}{\partial x}$ , получим следующее соотношение

$$\rho S dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = SE \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx - k P_0 u dx. \quad (2.2)$$

Поделим уравнение (2.2) на множитель  $\rho S dx$ , тогда получается уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b^2 u = 0, \quad (2.3)$$

где  $a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ ,  $b = \sqrt{\frac{k P_0}{\rho S}}$ .

Дифференциальное уравнение (2.3), описывающее продольные колебания стержня, находящегося в упругой окружающей среде, оказывается известным уравнением Клейна – Гордона (обобщенным волновым уравнением). Уравнение Клейна – Гордона является релятивистской версией уравнения Шрёдингера и используется для описания быстро движущихся частиц, имеющих массу. В то же время это уравнение находит своё применение в механике деформируемого твёрдого тела.

## Решение уравнения Клейна – Гордона

Как было отмечено ранее, целью данной главы является изучение распространения волн в стержне конечной длины, помещенном в упругую среду. Но для решения этой задачи сначала следует рассмотреть вспомогательную задачу о продольных колебаниях полубесконечного стержня в упругой окружающей среде.

Согласно [110] уравнение Клейна – Гордона относится к уравнениям гиперболического типа, поэтому для того, чтобы задача была полной необходимо, чтобы было поставлено два начальных условия. Предполагается, что в начальный момент времени перемещение и производная по времени от перемещения равняются нулю. Таким образом, до начала действия внешней силы в стержне отсутствовали колебания. Кроме того, будем считать, что нагрузка, прикладываемая к стержню, может быть описана дельта-функцией Дирака. Так как стержень во вспомогательной задаче считается полубесконечным, после удара волны будут распространяться по стержню и не будут возвращаться из бесконечности.

Математически можно описать данную задачу следующим образом (предполагая, что  $\rho = 1 \text{ кг/м}^3$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b^2 u = 0 \\ u|_{t=0} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\frac{1}{a^2} \delta(t). \end{array} \right. \quad (2.4)$$

Решением задачи (2.4) согласно [111] будет следующая функция

$$u_0 = \frac{1}{a} H\left(t - \frac{x}{a}\right) J_0\left(b\sqrt{t^2 - \frac{x^2}{a^2}}\right), \quad (2.5)$$

где  $H(z)$  – единичная функция Хевисайда,  $J_0(z)$  – функция Бесселя нулевого порядка. Выражение (2.5) является фундаментальным решением уравнения Клейна – Гордона.

Используя закон Гука, зная перемещения, можно посчитать соответствующие напряжения, возникающие в полубесконечном стержне:

$$\begin{aligned}\sigma_0(x,t) &= E \frac{\partial u}{\partial x} = \\ &= -\frac{E}{a^2} \delta\left(t - \frac{x}{a}\right) + \frac{E}{a} H\left(t - \frac{x}{a}\right) J_1\left(b\sqrt{t^2 - \frac{x^2}{a^2}}\right) \frac{bx}{a^2 \sqrt{t^2 - \frac{x^2}{a^2}}} = \\ &= g_0(x,t) + h_0(x,t),\end{aligned}\quad (2.6)$$

$$\text{где } g_0(x,t) = -\frac{E}{a^2} \delta\left(t - \frac{x}{a}\right), \quad h_0(x,t) = \frac{E}{a} H\left(t - \frac{x}{a}\right) J_1\left(b\sqrt{t^2 - \frac{x^2}{a^2}}\right) \frac{bx}{a^2 \sqrt{t^2 - \frac{x^2}{a^2}}},$$

$J_1(z)$  – функция Бесселя первого порядка.

Так как известно фундаментальное решение уравнения Клейна – Гордона, то по формуле Дюамеля найдем решение уравнения с другими граничными условиями. Решим задачу, когда к концу полубесконечного стержня приложена произвольная сила  $f(t)$ . В данном случае система уравнений принимает следующий вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b^2 u = 0 \\ u|_{t=0} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\frac{1}{a^2} f(t) \end{array} \right., \quad (2.7)$$

где  $f(t)$  – произвольная функция. Решением задачи (2.7) по формуле Дюамеля будет следующее выражение для перемещений

$$u(x,t) = \int_0^t u_0(x,t-s) f(s) ds. \quad (2.8)$$

Предполагается, что деформации в стержне являются упругими, аналогично предыдущему случаю применим закон Гука и найдем соответствующие напряжения, возникающие в стержне при воздействии произвольной силы  $f(t)$

$$\sigma(x,t) = -\frac{E}{a^2} f\left(t - \frac{x}{a}\right) + \int_0^t h_0(x,t-s) f(s) ds. \quad (2.9)$$

Рассмотренные выше вспомогательные задачи позволяют решить задачу о нахождении деформаций и напряжений в стержне конечной длины, окруженном упругой окружающей средой, при действии импульсных нагрузок. На рисунке 2.3 изображена модель конечного стержня. Как и ранее предполагается, что все поперечные сечения стержня имеют одинаковую форму и подвергаются одинаковым воздействиям со стороны окружающей среды, таким образом, рассмотрим одномерную задачу о продольных колебаниях.

Пусть длина стержня равна  $l$ . Направим ось  $Ox$  вдоль оси стержня, за начало координат возьмем левый конец стержня. Предположим, что к левому концу стержня приложена произвольная динамическая сила  $f(t)$ , а второй конец стержня является свободным от напряжений.

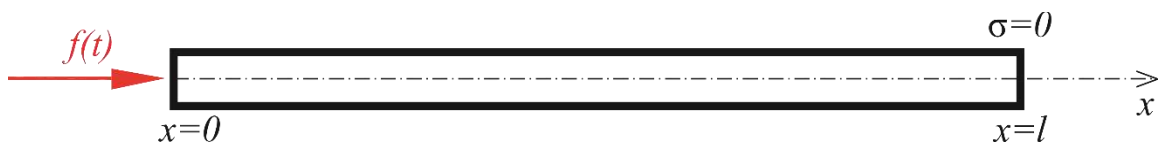


Рисунок 2.3. Модель стержня конечной длины



Математически данная задача в перемещениях записывается в следующем виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b^2 u = 0 \\ u|_{t=0} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\frac{1}{a^2} f(t) \\ \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0 \end{array} \right. . \quad (2.10)$$

Последнее условие – условие свободного конца, т.е. рассматривается задача об отражении волны от свободной границы стержня.

При решении задачи (2.10) и последующем вычислении по закону Гука напряжений, получается, что напряжения, возникающие в стержне, равняются сумме двух волн прямой и отраженной и выражаются формулой

$$\sigma(x, t) = \sigma_-(x, t) + \sigma_+(x, t). \quad (2.11)$$

При действии сжимающей силы  $f(t)$  по стержню будет сначала идти прямая волна сжатия, выраженная следующей формулой

$$\sigma_-(x, t) = -\frac{E}{a^2} f\left(t - \frac{x}{a}\right) + \int_0^t h_0(x, t-s) f(s) ds, \quad (2.12)$$

$$\text{где } h_0(x, t) = \frac{E}{a^3} H\left(t - \frac{x}{a}\right) J_1\left(b\sqrt{t^2 - \frac{x^2}{a^2}}\right) \frac{bx}{\sqrt{t^2 - \frac{x^2}{a^2}}}.$$

Как только прямая волна достигнет свободного края стержня, она отразится от него и поменяет свой знак на противоположный. Изначально сжимающая волна после отражения станет волной растяжения

$$\sigma_+(x, t) = +\frac{E}{a^2} f\left(t - \frac{2l-x}{a}\right) - \int_0^t h_1(x, t-s) f(s) ds, \quad (2.13)$$

$$\text{где } h_1(x, t) = \frac{E}{a^3} H\left(t - \frac{2l-x}{a}\right) J_1\left(b\sqrt{t^2 - \frac{(2l-x)^2}{a^2}}\right) \frac{b(2l-x)}{\sqrt{t^2 - \frac{(2l-x)^2}{a^2}}}.$$

Из полученного решения видно, что при отражении волны от свободного края стержня исходные сжимающие напряжения становятся растягивающими, так как исходный импульс меняет свой знак с отрицательного на положительный. Многие материалы имеют высокий предел прочности на сжатие, т.е. выдерживают высокие сжимающие напряжения, но легко разрушаются при действии растягивающих нагрузок. Поэтому при отражении волны от свободного края стержня возможно откольное разрушение. Одним из примеров материала, обладающего такими свойствами, является бетон.

## 2.2 Примеры действия ударной силы на стержень

Рассмотрим примеры распространения волн по всей длине стержня, когда к одному из концов стержня длиной  $l$  приложена сила  $f(t)$  вида

$$f(t) = \begin{cases} P \sin\left(\frac{\pi t}{t_0}\right), & 0 \leq t \leq t_0 \\ 0, & t \geq t_0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

где  $P$  – амплитуда приложенной нагрузки. График силы  $f(t)$ , показан на рисунке 2.4.

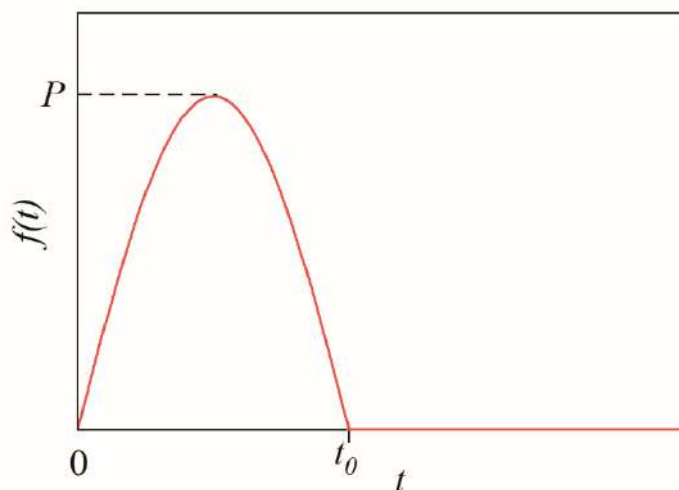


Рисунок 2.4. График силы  $f(t)$ , приложенной к одному из концов стержня

Классический случай распространения волн (импульс треугольной формы) по полубесконечному стержню и отражения от свободной от напряжений границы стержня при отсутствии дополнительной окружающей среды был рассмотрен в [55], [60]. В данном случае коэффициент сопротивления среды  $b = 0$ , и уравнение, описывающее продольные колебания стержня, превращается из уравнения Клейна – Гордона (2.3) в обычное волновое уравнение.

В данном случае при распространении волны по стержню импульс не меняет свою форму, при отражении импульса от свободного края стержня форма импульса также не меняется, однако меняется знак, изначально сжимающая волна превращается в волну растяжения.

Рассмотрим волны в стержне конечной длины, находящемся в упругой окружающей среде. Пусть на стержень действует такая же сила  $f(t)$ , как и в предыдущем случае, выражаемая формулой (2.14). В зависимости от длительности внешнего импульса и от коэффициента сопротивления среды  $b$  продольные колебания, возникающие в стержне, демонстрируют различный характер. Можно выделить три варианта распространения волн. Для определенности будем считать, что скорость распространения волн в стержне  $a = 1$  м/с, модуль Юнга  $E = 1$  Па, длина стержня  $l = 50$  м.

1. При сравнительно больших значениях длительности  $t_0$  и небольшом значении  $b$  (например, при  $t_0 = 10$  с,  $b = 0.1$  с<sup>-1</sup>) волна в стержне будет распространяться так, как показано на рисунке 2.5. Из результатов численных экспериментов видно, что после приложения внешней нагрузки волна сжатия начинает распространяться по стержню (рисунок 2.5, а). Еще при прямом прохождении волны сзади начинает образовываться растягивающий «хвост» (рисунок 2.5, б).

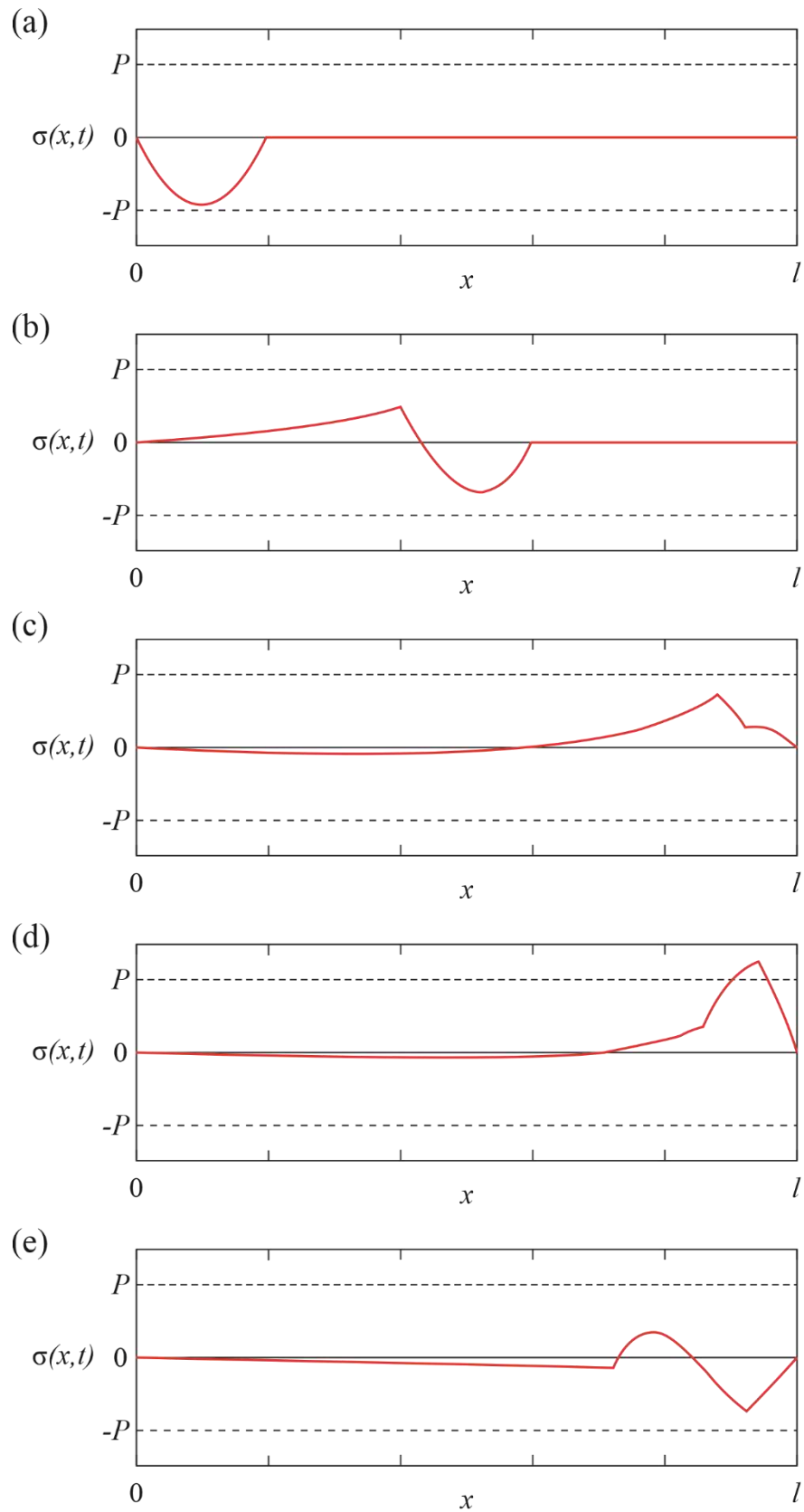


Рисунок 2.5. Распространение волны в стержне при  $t_0 = 10$  с,  $b = 0.1$  с $^{-1}$

Волна достигает свободную границу стержня и отражается от него (рисунок 2.5, с, d), при отражении исходная волна сжатия превращается в волну растяжения и складывается с растягивающим «хвостом». Амплитуда суммарного растягивающего напряжения в результате получается по модулю больше амплитуды исходного сжимающего импульса (рисунок 2.5, e). Именно в данной ситуации велика вероятность откольного разрушения, так как, воздействуя на стержень нагрузкой изначально меньшей, чем предел прочности материала, после интерференции прямой и отраженной от свободного края стержня волн могут получиться растягивающие напряжения, превышающие предел прочности.

2. Рассмотрим случай, когда длительность исходного импульса  $t_0 = 38$  с, а коэффициент сопротивления среды  $b = 0.5$  с<sup>-1</sup>.

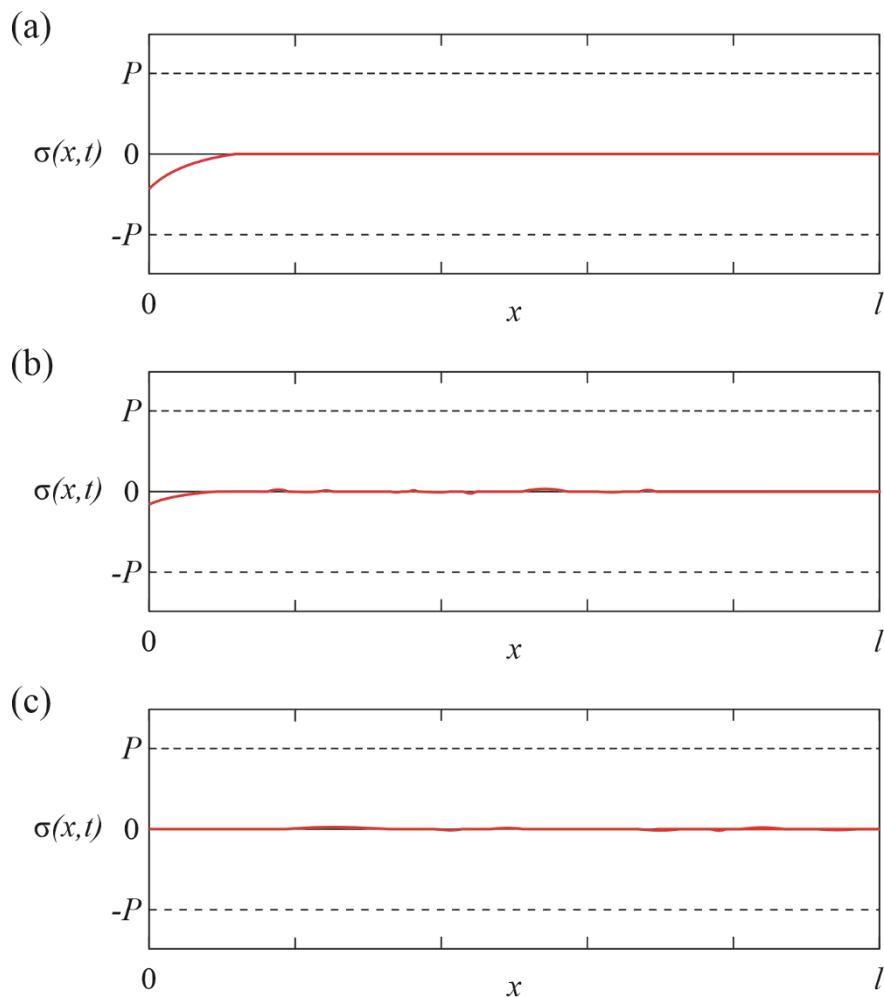


Рисунок 2.6. Распространение волны в стержне при  $t_0 = 38$  с,  $b = 0.5$  с<sup>-1</sup>

В данном случае сначала по стержню распространяется сжимающая волна (рисунок 2.6, а, б), но затем исходный импульс практически полностью гасится средой (рисунок 2.6, с). Таким образом, при нагрузках с достаточно большой длительностью воздействия окружающая среда оказывает демпфирующее воздействие. Поэтому стержень, погруженный в среду с коэффициентом сопротивления  $b \geq 0.5 \text{ с}^{-1}$ , может выдерживать высокие нагрузки, так как среда гасит, возникающие колебания.

3. Пусть длительность импульса  $t_0 = 3 \text{ с}$ , а коэффициент сопротивления среды  $b = 0.5 \text{ с}^{-1}$ .

К концу стержня приложена аналогичная предыдущим случаям сила, но с меньшей длительностью (рисунок 2.7, а). Из-за того, что коэффициент сопротивления среды  $b$  больше по сравнению с первым случаем, среда оказывает более значительное влияние на распространение волн в стержне. Исходный импульс разбивается на множество сжимающих и растягивающих волн, таким образом, в данном случае мы наблюдаем явление дисперсии (рисунок 2.7, б, с, д). Дисперсией называется зависимость скорости от длины волны и, как следствие, искажение формы исходного импульса [112].

Расчеты показывают, что в зависимости от значения коэффициента сопротивления среды  $b$  и длительности ударного импульса наблюдается различный характер распространения волн. Таким образом, окружающая среда может выступать как в роли демпфера и гасить колебания, так и, наоборот, усиливать возникающие возмущения. Данные эффекты демонстрируют, что среда оказывает значительное влияние на волновые процессы в стержне. В отличие от случая, когда окружающая среда отсутствует, при наличии сил сопротивления, действующих на стержень со стороны среды, при распространении волн исходный импульс не сохраняет свою форму.

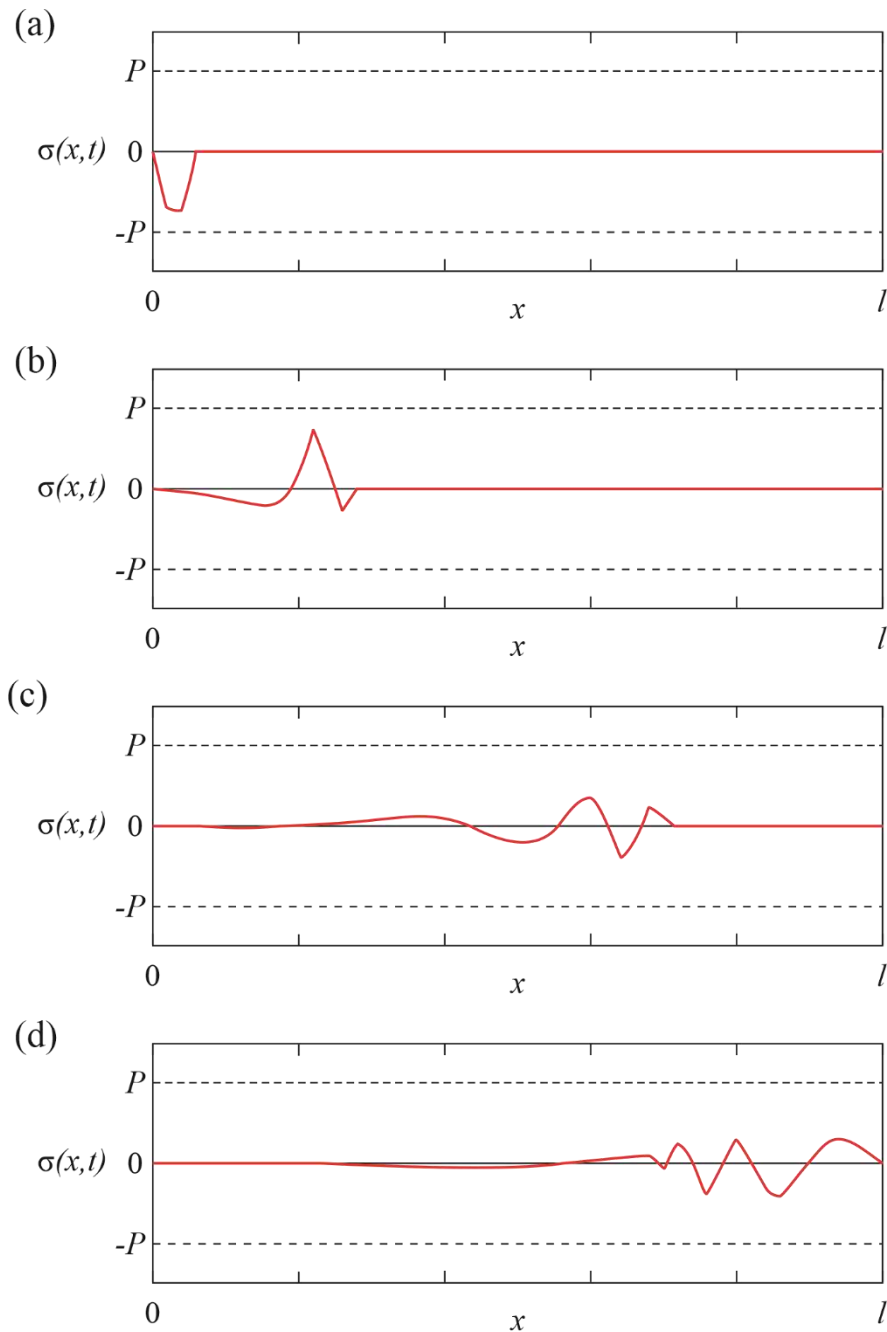


Рисунок 2.7. Распространение волны в стержне при  $t_0 = 3$  с,  $b = 0.5$  с $^{-1}$

Эти уникальные свойства можно объяснить, если рассмотреть дисперсионное соотношение уравнения Клейна – Гордона (2.3). Как известно, дисперсионное соотношение в теории волн – это связь частоты и волнового вектора. Для вывода этого соотношения подставим в уравнение (2.3)  $u = e^{ikx} e^{i\omega t}$ , где  $k$  – волновое число,  $\omega$  – частота. Тогда получается следующее выражение

$$\omega(k) = \pm \sqrt{a^2 k^2 + b^2} \quad (2.15)$$

График зависимости частоты от волнового числа показан ниже на рисунке 2.8.

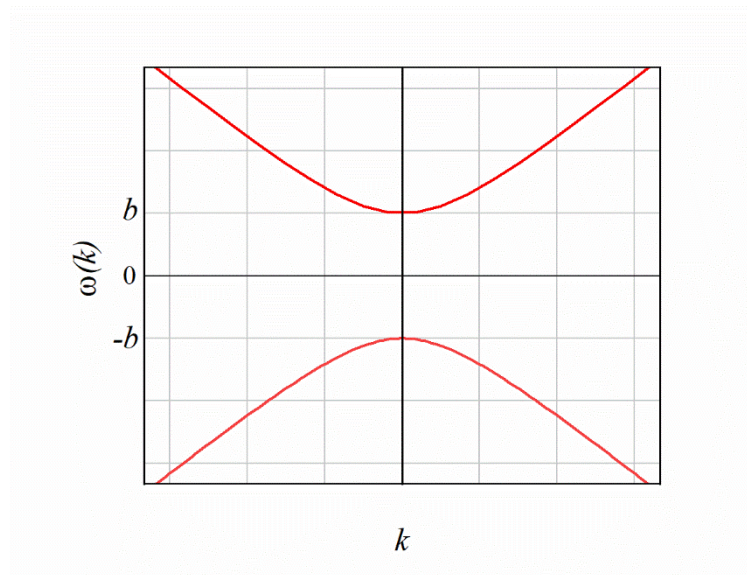


Рисунок 2.8. График зависимости частоты от волнового числа

Оказывается, что отношение частоты колебаний  $\omega$  к волновому числу  $k$  не является постоянной величиной, из этого следует, что имеет место дисперсия волн. Кроме того, из равенства (2.15) получается, что волновое число связано с частотой по следующей формуле

$$k = \pm \frac{1}{a} \sqrt{\omega^2 - b^2}. \quad (2.16)$$

При выполнении обратного преобразования Фурье получается следующий интеграл

$$u(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u^F(k, t) e^{ikx} e^{i\omega t} dk. \quad (2.17)$$

Из формулы (2.16) следует, что при  $\omega < b$ , то есть при маленьких значениях  $\omega$  (т. е. при больших значениях длительности действующей силы  $t_0$ )  $k$  будет комплексным числом, а значит по формуле (2.17) перемещения, следовательно, и напряжения будут стремительно убывать. Это наблюдается в рассмотренном случае 2. При больших значениях  $\omega$  ( $\omega > b$ ), т.е. при маленьких значениях длительности  $t_0$  по формуле (2.17) мы будем наблюдать колебания, как в случае 3.



### 2.3 Разрушение в волновом поле Клейна – Гордона

Перед вводом любой конструкции в эксплуатацию необходимо исследовать ее прочностные характеристики и изучить возможные варианты разрушения для обеспечения безопасности. Рассмотрим возможные сценарии разрушения стержня конечной длины, находящегося в упругой окружающей среде.

Как было описано ранее, при действии сжимающей силы вида (2.14) по стержню будет сначала идти прямая волна сжатия, при достижении свободного края стержня она отражается от него и становится волной растяжения. Изначально сжимающая волна после отражения превращается в растягивающую волну. Результирующее напряжение равняется сумме прямой и отраженной волн.

Обычно именно при отражении волны от свободного от напряжений края стержня, когда исходные сжимающие напряжения становятся растягивающими, происходит откольное разрушение стержня [113]. Но согласно расчетам, при наличии другого материала вокруг стержня уже при прохождении волны по стержню в прямом направлении возникают растягивающие напряжения, которые могут приводить к разрушению стержня. Поэтому стержни в различных средах могут разрушаться не только в результате отражения волн от свободного края (откольное разрушение), но и в результате распространения прямой исходно сжимающей волны.

Вычислим пороговые импульсы, а именно пороговые амплитуды, возмущающей стержень силы, при которой происходит разрушение стержня. Пороговыми импульсами называются такие импульсы, которые при фиксированной длительности имеют наименьшую разрушающую амплитуду [114].

Для исследования зависимости пороговой амплитуды от длительности воздействия используем критерий инкубационного времени для предсказания условий инициирования хрупкого разрушения стержня под действием приложенной динамической ударной нагрузки [56], [57], [58]. Предполагается, что исследуемый стержень не имеет начальных дефектов, поэтому согласно [56] возможно применение критерия инкубационного времени разрушения.

В данном случае критерий записывается в следующем виде

$$\int_{t-\tau}^t \sigma(s) ds \leq \sigma_c \tau, \quad (2.18)$$

где  $\tau$  – инкубационное время, соответствующее образцу,  $\sigma_c$  – критическое значение напряжения в образце (это заданные величины, определяемые экспериментально для каждого материала).

Для оценки порогового значения амплитуды возмущающей силы  $P^*$ , воспользуемся критерием инкубационного времени разрушения (2.18). Введем

безразмерные величины:  $T = \frac{t}{\tau}, T_0 = \frac{t_0}{\tau}, X = \frac{x}{\tau a}, L = \frac{l}{\tau a}$ , тогда критерий

инкубационного времени разрушения примет вид:  $\int_{T-1}^T \sigma(s) ds \leq \sigma_c$ .

Результаты расчета зависимости пороговых амплитуд разрушения  $P^*$  от  $T_0$  (длительности нагружающего импульса) при действии силы вида (2.14) для случаев  $b=0 \text{ с}^{-1}$ ,  $b=0.1 \text{ с}^{-1}$ ,  $b=0.5 \text{ с}^{-1}$  представлены на рисунке 2.9. Случай  $b=0 \text{ с}^{-1}$  соответствует классическому случаю разрушения стержня в отсутствие дополнительных сил сопротивления со стороны среды, в данном случае наблюдается монотонная зависимость пороговой амплитуды от длительности, которая является типичной для динамического разрушения материалов.

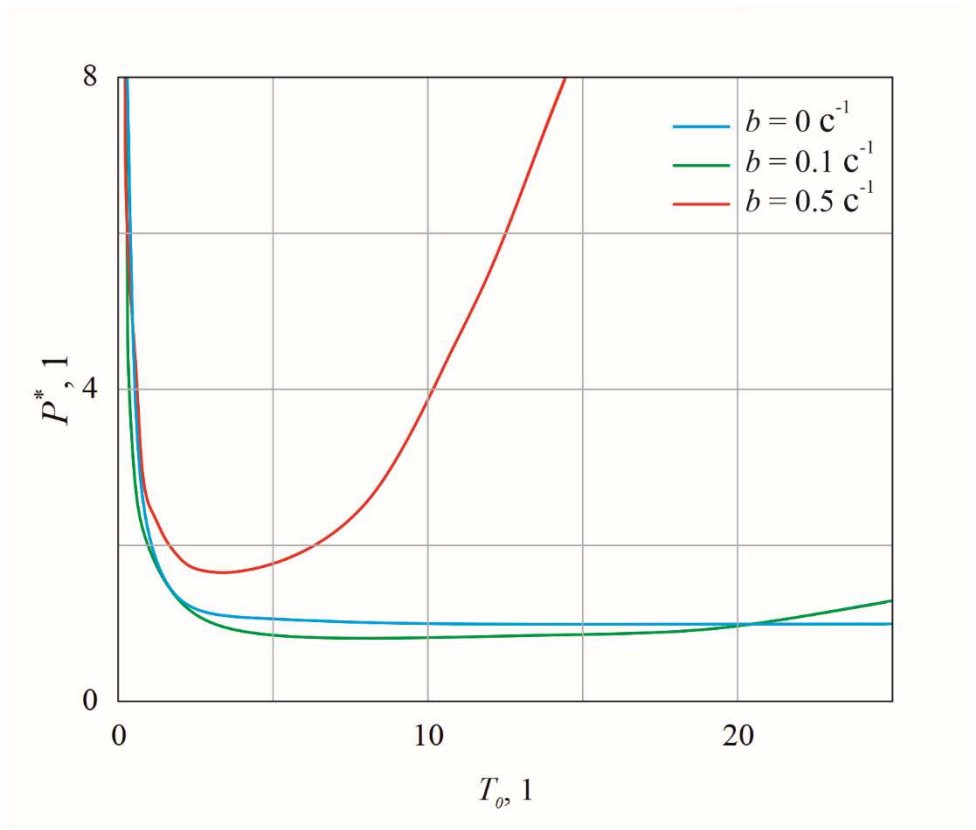


Рисунок 2.9. Зависимость пороговой амплитуды от длительности воздействия

Наибольшее напряжение в стержне при  $b = 0.1 \text{ с}^{-1}$  возникает после сложения прямой и отраженной волн, т. е. происходит откольное разрушение. На рисунке 2.9 видно, что кривая зависимости пороговой амплитуды от длительности воздействия при небольшом коэффициенте сопротивления ( $b = 0.1 \text{ с}^{-1}$ ) схожа с кривой при  $b = 0 \text{ с}^{-1}$ , при отсутствии действия сил сопротивления на стержень (классический случай). Классический случай распространения треугольной симметричной волны в стержне при отсутствии дополнительных воздействий со стороны среды был рассмотрен Ю. В. Петровым [115]. Однако в отличие от классического случая, при  $b = 0.1 \text{ с}^{-1}$  график зависимости  $P^*$  от  $T_0$  немонотонен, имеет точку минимума, а, следовательно, возможен оптимальный режим импульсного воздействия, при котором разрушение стержня произойдет при воздействии с наименьшей амплитудой. Таким образом, импульсы с амплитудами, которые не являлись бы разрушающими при отсутствии дополнительных сил, действующих на стержень со стороны среды, могут вызвать разрушение в стержне при наличии упругой среды.

При увеличении коэффициента сопротивления среды до  $b = 0.5 \text{ с}^{-1}$  максимальное растягивающее напряжение в стержне возникает еще при прохождении прямой волны до отражения от свободной границы стержня. Аналогично предыдущему случаю кривая прочности (рисунок 2.9) имеет точку минимума, следовательно, опять существует оптимальный режим воздействия. Немонотонный характер кривой обусловлен тем, что разрушение происходит в разные моменты времени. Оказывается, что при коротких импульсах разрушение в стержне происходит еще при прямом прохождении волны по стержню, а при увеличении длительности воздействия наблюдается откольное разрушение стержня.

Стоит отметить, что, как показано ранее, среда может, как оказывать демпфирующее влияние на распространение волн в стержне и делать конструкцию более прочной, так и вызывать разрушение стержня, усиливая исходный импульс. Поэтому изучение прочностных характеристик и расчет напряжений и деформаций при динамических нагрузках в стержнях, находящихся в различных окружающих средах, имеют существенную практическую значимость.

## 2.4 Сравнение с экспериментальными результатами

Для предотвращения разрушения, возникающего в стержне, нужно проводить численные и экспериментальные исследования по изучению прочностных характеристик материалов. Большое количество результатов было получено при исследовании материалов, на которые не действует дополнительная окружающая среда. На данный момент известно не много экспериментальных данных, описывающих деформации, возникающие в стержнях, погруженных в какие-либо окружающие среды.

Например, проведен ряд экспериментов по измерению профиля деформаций в стержне при динамическом воздействии (Смирнов И. В., 2020). Стержень сделан из ПММА (оргстекло). Рассмотрено два случая. Первый – при отсутствии действия сил сопротивления на стержень со стороны окружающей среды (рисунок 2.10, а).

Второй – когда вокруг стержня находится силикон (рисунок 2.10, b). Размер стержня из оргстекла, в котором замерялся профиль деформации, 10x10x400 мм.

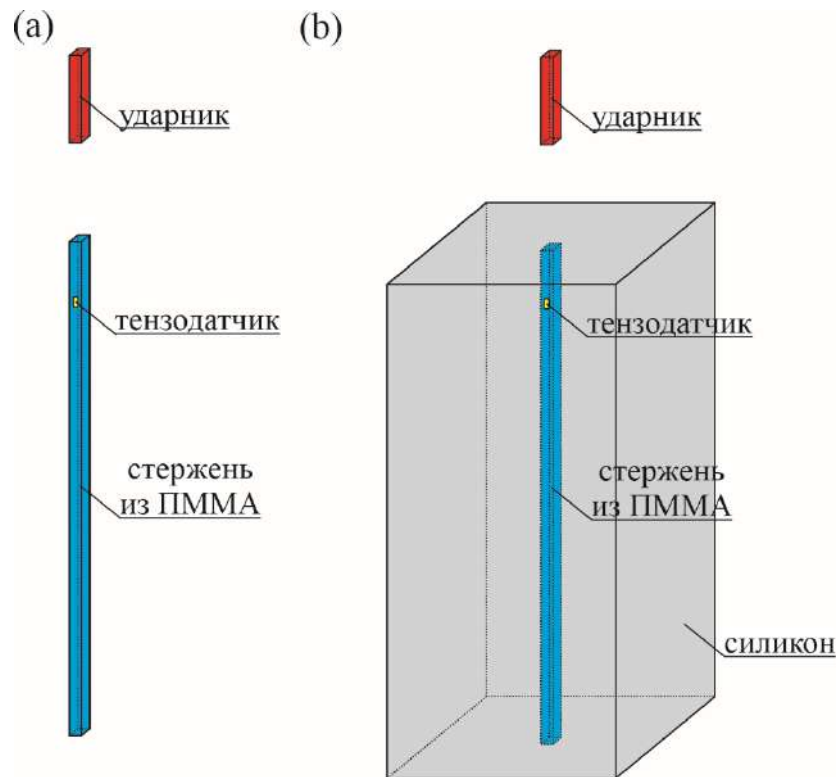


Рисунок 2.10. Схема проведения эксперимента (Смирнов И. В., 2020)

В ходе эксперимента ударник, сделанный, как и стержень, из ПММА, под действием силы тяжести падал на стержень, вызывая распространение волн в стержне. На стержне на расстоянии 5 см от края, к которому приложена сила, располагался тензодатчик, при помощи которого были произведены замеры профиля деформаций в стержне.

График приближения исходного импульса, взятого для расчетов показан на рисунке 2.11. Приложенный импульс имеет «хвост», такая форма исходного воздействия выбрана с целью учесть отражение волнового пакета от боковых поверхностей стержня в реальном эксперименте. Так как согласно [116], чтобы использовать одномерную модель для описания на самом деле трехмерного

объекта при динамическом нагружении, зачастую нужно учитывать влияние границ стержня на волновые процессы, протекающие в нем.

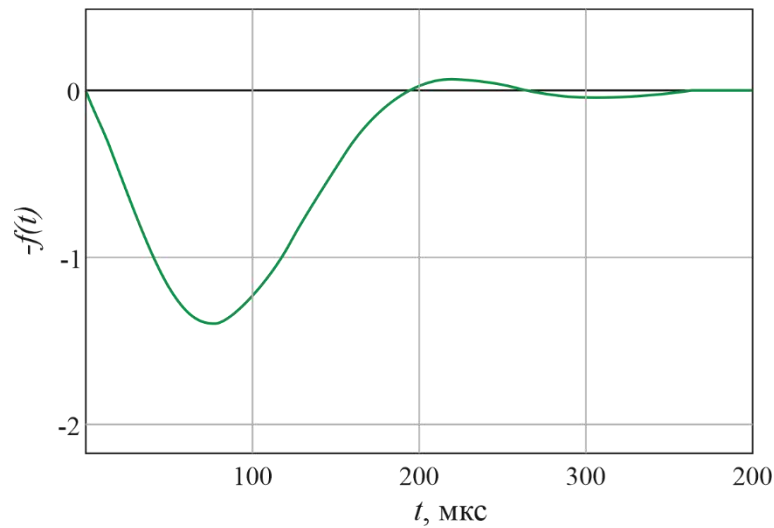


Рисунок 2.11. Импульс, воздействующий на стержень

Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными, полученными в условиях отсутствия дополнительной окружающей среды показаны на рисунке 2.12. Показаны теоретический и экспериментальный профили деформации (зеленая и черная линии соответственно), возникающие в стержне на расстоянии 5 см от края стержня, к которому приложена сила.

Согласно экспериментальным результатам отчетливо наблюдаются продольные колебания в стержне, исходный импульс незначительно гасится, после нескольких переотражений от свободных концов стержня. При сравнении экспериментальных данных с аналитическим решением, полученным ранее, оказывается, что при отсутствии окружающей среды наблюдается практически полное совпадение расчетов и экспериментальных данных. Но построенная в ходе работы, модель не учитывает затухания, возникающие в стержне со временем, однако полностью совпадает по периодам колебаний.

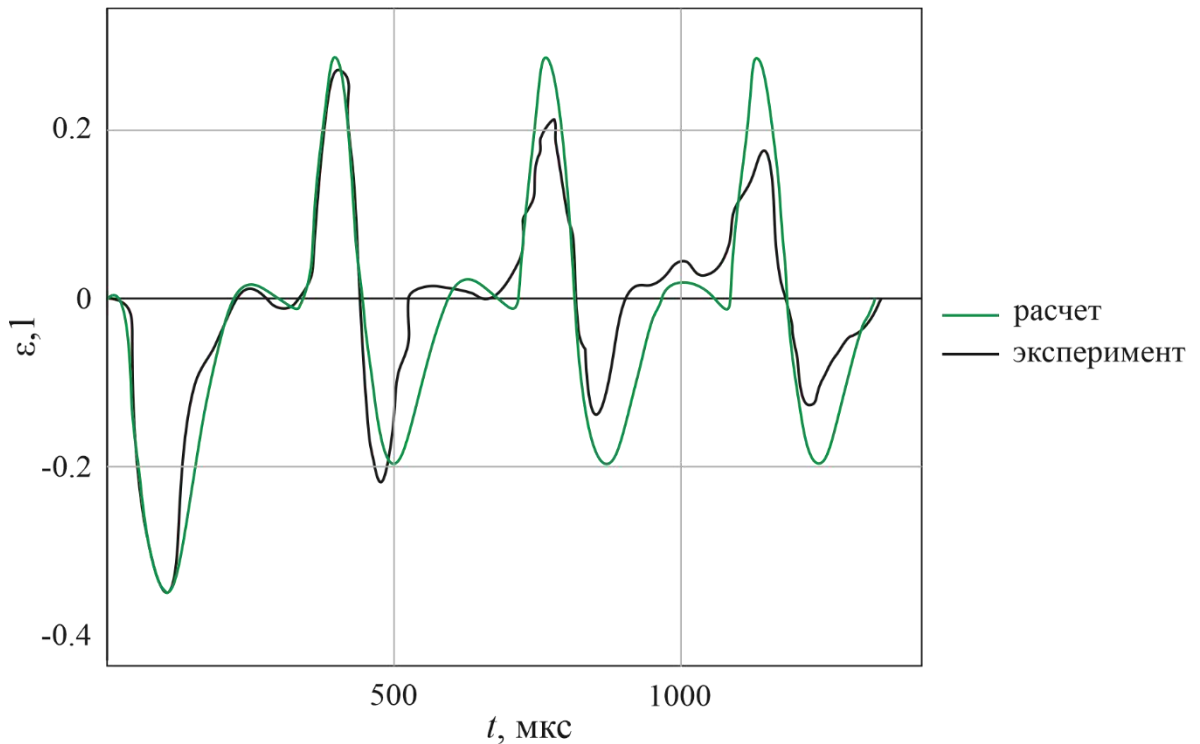


Рисунок 2.12. Профили деформации в стержне рядом (5 см) с местом удара при отсутствии среды (экспериментальные данные (Смирнов И. В., 2020) и теоретический расчет)

На рисунке 2.13 показаны аналитический расчет и результаты эксперимента деформаций в сечении стержня, погруженного в силикон, так же находящемся на расстоянии 5 см от края, к которому приложено внешнее воздействие. Волна, образующаяся в стержне, после нескольких колебаний стремительно гасится средой, что подтверждает сильное влияние окружающей среды на деформации, возникающие в стержнях.

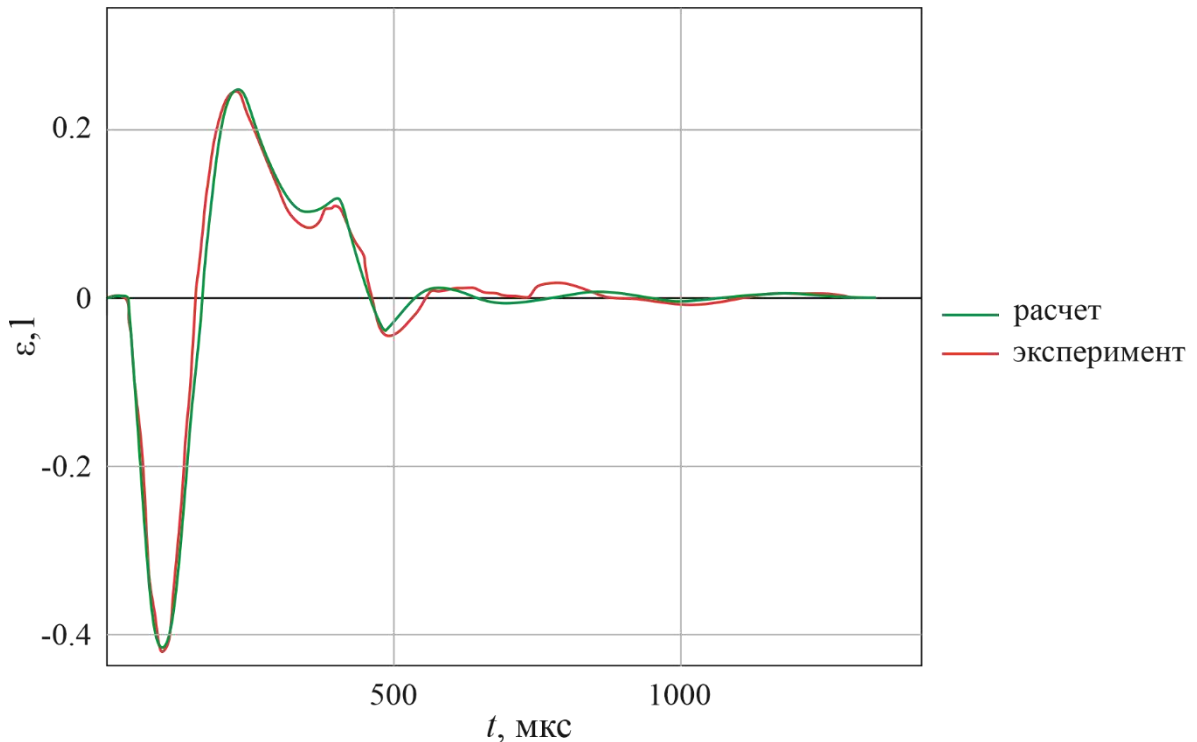


Рисунок. 2.13. Профили деформации в стержне рядом (5 см) с местом удара при наличии окружающей среды (экспериментальные данные (Смирнов И. В., 2020) и теоретический расчет)

После анализа влияния окружающей среды на волны, распространяющиеся в стержне, была высказана гипотеза, что среда так сильно оказывает воздействие на деформации в стержне, что волна гасится еще до того, как она достигнет свободной границы стержня, именно на это и указывают экспериментальные данные. Поэтому, если считать, что волна не отражается от свободного края стержня, можно получить наилучшее соответствие эксперимента и расчетов при коэффициенте сопротивления среды  $b = 0.02 \text{ с}^{-1}$ .

Полученные результаты демонстрируют применимость построенной модели продольных колебаний в стержне, погруженном в упругую окружающую среду. Поскольку наблюдается качественное соответствие теоретического расчета с экспериментальными данными.



## 2.5 Выводы к главе 2

Изучены эффекты динамического деформирования и разрушения стержня в упругой среде. Проведены исследования деформаций и напряжений, возникающих при продольных колебаниях стержня при динамической нагрузке. Рассмотрено распространение и отражение волн в стержне конечной длины. Изучено воздействие упругой среды на процесс разрушения стержня, показана возможность разрушения в результате откола.

Построена математическая модель для описания указанных процессов. Полученное уравнение продольных колебаний стержня оказалось известным уравнением Клейна – Гордона. Найдено аналитическое решение данной задачи. Построены графики распространения волн в стержне при различных значениях коэффициента сопротивления среды. При низких значениях коэффициента сопротивления среды  $b = 0.1 \text{ с}^{-1}$ , напряжение в стержне по модулю увеличивается после отражения волны от свободного края стержня по сравнению с исходной нагрузкой, таким образом, в этом случае возможно откольное разрушение стержня в результате интерференции прямой и отраженной волн. При изменении характеристик окружающей среды, приводящих к увеличению коэффициента сопротивления среды ( $b \approx 0.5 \text{ с}^{-1}$ ), характер распространения волн зависит от длительности воздействия исходного импульса. При коротких импульсах наблюдаются колебания в стержне, и волновой пакет распадается на множество сжимающих и растягивающих волн, таким образом, проявляется дисперсия волн. При более длительных воздействиях волны полностью гасятся средой, т. е. окружающая среда выступает в роли демпфера.

Изучено разрушение стержня при динамическом воздействии с применением критерия инкубационного времени разрушения. Выявлено, что разрушение стержня может происходить как при прямом прохождении волны по стержню, так и в результате откола. Построены кривые временной зависимости прочности, показано, что они могут иметь немонотонный характер, что позволяет говорить о

наличии оптимальных характеристик вызывающего откол ударно-импульсного воздействия.

Произведено сравнение результатов теоретического расчета с экспериментальными результатами. Показано что построенная в данной работе модель распространения волн в стержне позволяет качественно описывать волновые процессы продольных колебаний как в случае наличия упругой окружающей среды, так и при отсутствии дополнительной внешней среды.

Множество конструкций, состоящих из стержней, находятся в различных средах, поэтому построение моделей, описывающих напряжения и деформации в стержнях при импульсных нагрузках, представляет особый интерес с практической и научной точки зрения. Правильно подбирая материалы, из которых состоят стержни, и, учитывая влияние среды, в которой эти стержни будут испытывать нагрузки, можно добиться либо эффективного разрушения данных стержней, либо наоборот упрочнения конструкции.

## **Глава 3. Влияние внешних факторов на динамическую трещиностойкость материалов**

Известные экспериментальные данные по изучению влияния дополнительных внешних факторов на динамическую трещиностойкость материалов анализируются на основе критерия инкубационного времени разрушения. Исследованы зависимости трещиностойкости от скорости интенсивности напряжений для гидростатически сжатых и предварительно термически обработанных образцов гранита, а также для термически обработанных баритового и стандартного цементного растворов. На основе экспериментальных данных произведена оценка значений инкубационных времен. Обсуждается эффект инверсии трещиностойкости, состоящий в том, что при сравнении двух образцов материала, обработанных при различных температурах, один образец может обладать меньшей вязкостью разрушения при квазистатических нагрузках, но будет иметь большее значения той же характеристики по сравнению со вторым образцом в динамике, т.е. при высокоскоростном воздействии.

Результаты, представленные в данной главе, опубликованы в статьях [117], [118].

### **3.1 Расчет динамической вязкости разрушения**

Структурно-временной подход позволяет описывать процессы разрушения в широком спектре динамических задач, в том числе и для задач распространения трещин [119].

Критерий инкубационного времени разрушения, применяемый для определения динамической вязкости разрушения принимает следующий вид [66]

$$\frac{1}{\tau_K} \int_{t-\tau_K}^t K_I(t') dt' \leq K_{Ic}, \quad (3.1)$$

где  $K_{Ic}$  – статический предел коэффициента интенсивности напряжений моды I разрушения,  $\tau_K$  – инкубационное время разрушения, соответствующее предельному условию на вязкость разрушения.

Коэффициент интенсивности напряжений  $K_{Ic}$  при статическом внешнем воздействии является характеристикой материала, эта величина определяет количество энергии, необходимое для возникновения новых поверхностей в материале. В статическом случае если в области разрушения коэффициент интенсивности напряжений достигает значения  $K_{Ic}$ , то происходит возникновение и распространение трещины в материале до тех пор, пока значение  $K_I$  не станет меньше  $K_{Ic}$  [120]. Выполнение равенства в выражении (3.1) определяет условие инициирования продвижения трещины в среде с трещиной как для статических, так и для динамических нагрузок.

Одним из возможных испытаний для определения динамической вязкости разрушения материалов является эксперимент по динамическому разрушению полукруглого образца гранита с надрезом (рисунок 3.1, а) с использованием системы разрезных стержней Гопкинсона [121]. При данной форме образца разрушение происходит по моде I: берега трещины перемещаются перпендикулярно плоскости распространения трещины в образце.

В рассматриваемых в данной работе экспериментальных результатах динамический коэффициент интенсивности напряжений определяется как максимальное значение коэффициента интенсивности напряжений в образце за всю историю нагружения. При рассмотрении зависимости внешней силы от времени в данных экспериментах существует временной диапазон, на котором внешняя сила воздействия изменяется по линейному закону. Кроме того, считается, что разрушение материала также происходит на этапе возрастания силы. Поэтому

для расчетов в данной работе предполагается, что внешняя сила может быть определена следующей формулой:

$$P(t) = \dot{P}tH(t), \quad (3.2)$$

где  $\dot{P}$  – скорость возрастания силы,  $H(t)$  – функция Хевисайда.

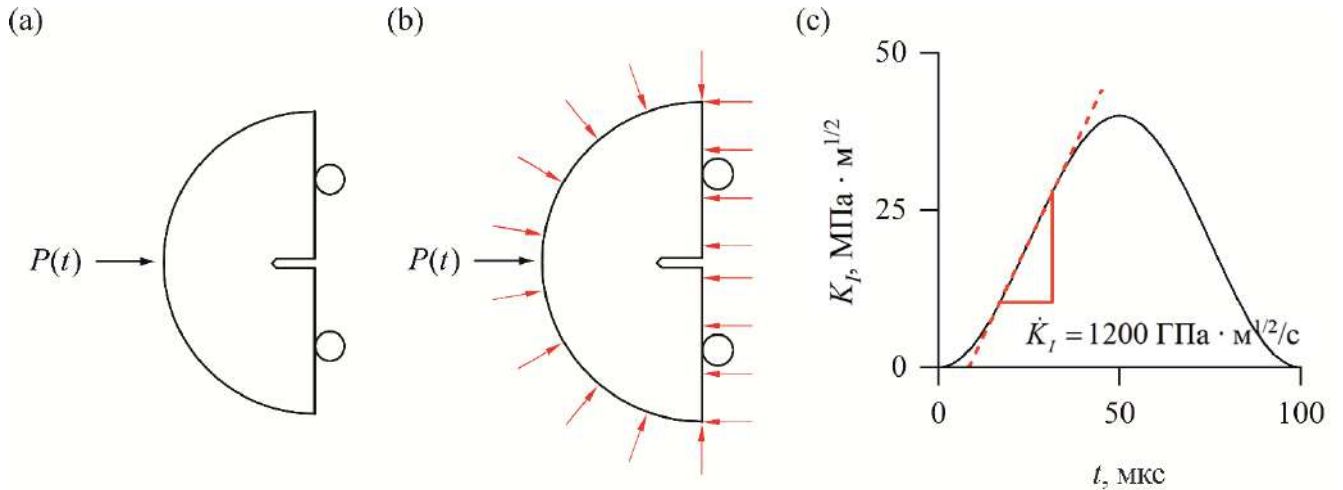


Рисунок 3.1. Схема эксперимента для определения вязкости разрушения (а), схема эксперимента для определения вязкости разрушения при наличии гидростатического давления (б), определение скорости интенсивности напряжений (с)

В экспериментальных исследованиях по динамическому разрушению полукруглого образца с надрезом коэффициент интенсивности напряжений согласно [121] выражается следующей формулой

$$K_I(t) = \frac{P(t)S}{BR^{3/2}} Y\left(\frac{a}{R}\right), \quad (3.3)$$

где  $P(t)$  – внешняя сила,  $R$  – радиус образца,  $B$  – толщина образца,  $S$  – расстояние между опорными штифтами,  $Y(a/R)$  – безразмерная функция, зависящая от геометрических параметров, которая может быть получена численно, например, в пакете прикладных программ ANSYS [121], [122] (например, при  $a/R = 0.5$   $Y(a/R) = 0.5037 + 3.4409a/R - 8.0792(a/R)^2 + 16.489(a/R)^3$ ). Получается, что в данных экспериментах связь между коэффициентом интенсивности напряжений и внешней динамической силой, действующей на образец, является линейной,

коэффициент пропорциональности зависит от геометрии образца и расстояния между опорными штифтами. Соответственно для расчетов, учитывая выражение динамической силы (3.2), коэффициент интенсивности напряжений вычисляется по формуле:

$$K_I(t) = \dot{K}_I t H(t) \quad (3.4)$$

где  $\dot{K}_I$  – скорость интенсивности напряжений.

Скорость интенсивности напряжений в экспериментальных исследованиях равняется тангенсу угла наклона касательной к линейному участку графика изменения во времени коэффициента интенсивности напряжений (рисунок 3.1, с).

Применяя критерий инкубационного времени разрушения (3.1) для нахождения зависимостей динамического коэффициента интенсивности напряжений  $K_{Id}$  от скорости изменения вязкости разрушения  $\dot{K}_I$ , получаем:

$$K_{Id}(\dot{K}_I) = \begin{cases} K_{Ic} + \frac{\tau_K}{2} \dot{K}_I, & \frac{K_{Ic}}{\dot{K}_I} \geq \frac{\tau_K}{2}, \\ \sqrt{2K_{Ic}\tau_K \dot{K}_I}, & \frac{K_{Ic}}{\dot{K}_I} < \frac{\tau_K}{2}. \end{cases} \quad (3.5)$$

Для построения теоретических зависимостей (3.5) необходимо знать инкубационное время и статическую вязкость разрушения. Инкубационное время вычисляется методом наименьших квадратов на основании результатов эксперимента по динамическому разрушению образцов [123], значение статической вязкости разрушения считается свойством материала и также определяется из известных экспериментальных данных.

### 3.2 Динамическая трещиностойкость термически обработанного гранита

В настоящее время добывающая промышленность быстро развивается, поэтому работы по разработке месторождений, добыче полезных ископаемых проводятся на большой глубине. Горные породы в естественных условиях находятся под

воздействием статического гидростатического давления. С ростом глубины залегания породы уровень гидростатического давления возрастает и оказывает все большее влияние на прочностные характеристики горных пород. Кроме того, породы подвергаются динамическому разрушению, вызванному импульсными нагрузками такими как взрывы и сейсмическая активность.

Статическая трещиностойкость и прочность горных пород хорошо изучена. Данные характеристики, как правило, увеличиваются с увеличением гидростатического давления [101], [102]. Однако особый интерес представляет динамический отклик горных пород при различных гидростатических давлениях, поскольку понимание механизмов разрушения горных пород является ключевым аспектом для решения множества задач, возникающих в современной механике горных пород и геотехнике. Динамические нагрузки, вызывающие разрушение и дробление горных пород, представляют собой сущность многих промышленных процессов при добыче и дальнейшей обработке полезных ископаемых. В связи с этим, важно уметь предсказывать разрушение материалов, обусловленное динамическими воздействиями при добыче полезных ископаемых и взрывных работах [120].

Разрушение горных пород происходит в результате совместного воздействия накопленной энергии деформации и внешнего динамического возмущения [124]. Также на характер разрушения влияет множество факторов, таких как температура [16], давление [106], водонасыщенность [20], анизотропия материала [125] и внутренние напряжения [126]. С увеличением глубины подземной разработки стало ясно, что механические свойства массива горных пород зависят не только от динамической нагрузки и гидростатического давления, но и от температуры [97], [98]. Кроме того, с развитием геотермальной энергетики количество получаемой геотермальной энергии увеличивается, поскольку геотермальная энергия является экологически чистым, возобновляемым источником энергии. С развитием атомной промышленности производится захоронение радиоактивных отходов. Данные процессы требуют понимания механизмов динамической прочности и трещиностойкости горных пород, предварительно подвергнутых термической

обработке [97]. В связи с этим, необходима оценка возможности возникновения и распространения динамически неустойчивых разрушений, а также выявление взрывоопасных участков. Требуется учет температурно-скоростных характеристик механизма разрушения горных пород.

Согласно экспериментальным исследованиям классическая теория прочности неприменима для определения динамической трещиностойкости материала, поскольку разрушение материалов при высокоскоростных нагрузках отличается от случая статического воздействия [127], [128], [129], [130], [131]. Кроме того, воздействие различных внешних факторов, таких как гидростатическое давление [106], влагонасыщенность [1], [61], температура [16], оказывает значительное влияние на динамическую вязкость разрушения горных пород. Значение динамической вязкости разрушения зависит от истории нагружения, в то время как статическая вязкость разрушения считается постоянной величиной и характеристикой материала. При изменении длительности нагрузки, формы профиля нагружающего импульса, геометрии образца и способа приложения нагрузки меняются скоростные зависимости динамической трещиностойкости материала.

С использованием критерия инкубационного времени в работах [68], [119] на основе экспериментальных результатов показано, что динамическая вязкость разрушения не является свойством материала. Кроме того, показано, что структурно-временная теория позволяет описывать эффекты свойственные процессам динамического разрушения, например, зависимость вязкости разрушения от времени разрушения, а также нестабильное поведение скоростных зависимостей прочности. Использование критерия инкубационного времени является перспективным подходом для решения задач разрушения в широком диапазоне скоростей нагружения.

Рассмотрим экспериментальные результаты [16] по динамическому разрушению полукруглого образца гранита с надрезом (рисунок 3.1, а). В [16] изучено изменение зависимости динамической трещиностойкости от скорости нагружения при растяжении гранита в результате предварительного воздействия температуры.



Разрушение гранита происходит по моде I с использованием системы разрезных стержней Гопкинсона.

В работе [16] для подготовки к динамическим испытаниям сначала образцы постепенно нагревали до фиксированной температуры, затем некоторое время температура поддерживалась постоянной для равномерного прогрева образцов. После этого образцы остужались в естественных условиях при комнатной температуре (25 °С) до комнатной температуры 25 °С. Далее данные образцы подвергались динамическим воздействиям с разными скоростями нагружения.

Значения статической вязкости разрушения гранита после предварительной обработки различными температурами были изучены в работе [4]. Было показано, что статическая вязкость разрушения уменьшается с увеличением температуры. Основываясь на экспериментальных данных [4], для расчета были получены следующие значения статической вязкости разрушения (таблица 3.1). На основе результатов [16] вычислены значения инкубационных времен для гранита (таблица 3.1).

T (°C)	25	100	250	450	600	850
$K_{Ic}$ (МПа · м <sup>1/2</sup> )	0.482	0.434	0.3376	0.2272	0.1488	0.1036
$\tau_K$ (мкс)	340	253	376	379	457	605

Таблица 3.1. Значения статической вязкости разрушения и инкубационного времени разрушения гранита, соответствующие различным уровням температур

Зависимости динамической вязкости разрушения от скорости интенсивности напряжений (3.5), построенные по результатам эксперимента [16], показаны на рисунке 3.2. В [16] проведены испытания образцов гранита при ударных нагрузках (рисунок 3.1, а) при предварительном нагреве образцов до температуры 25 °С, 100 °С, 250 °С, 450 °С, 600 °С, 850 °С.

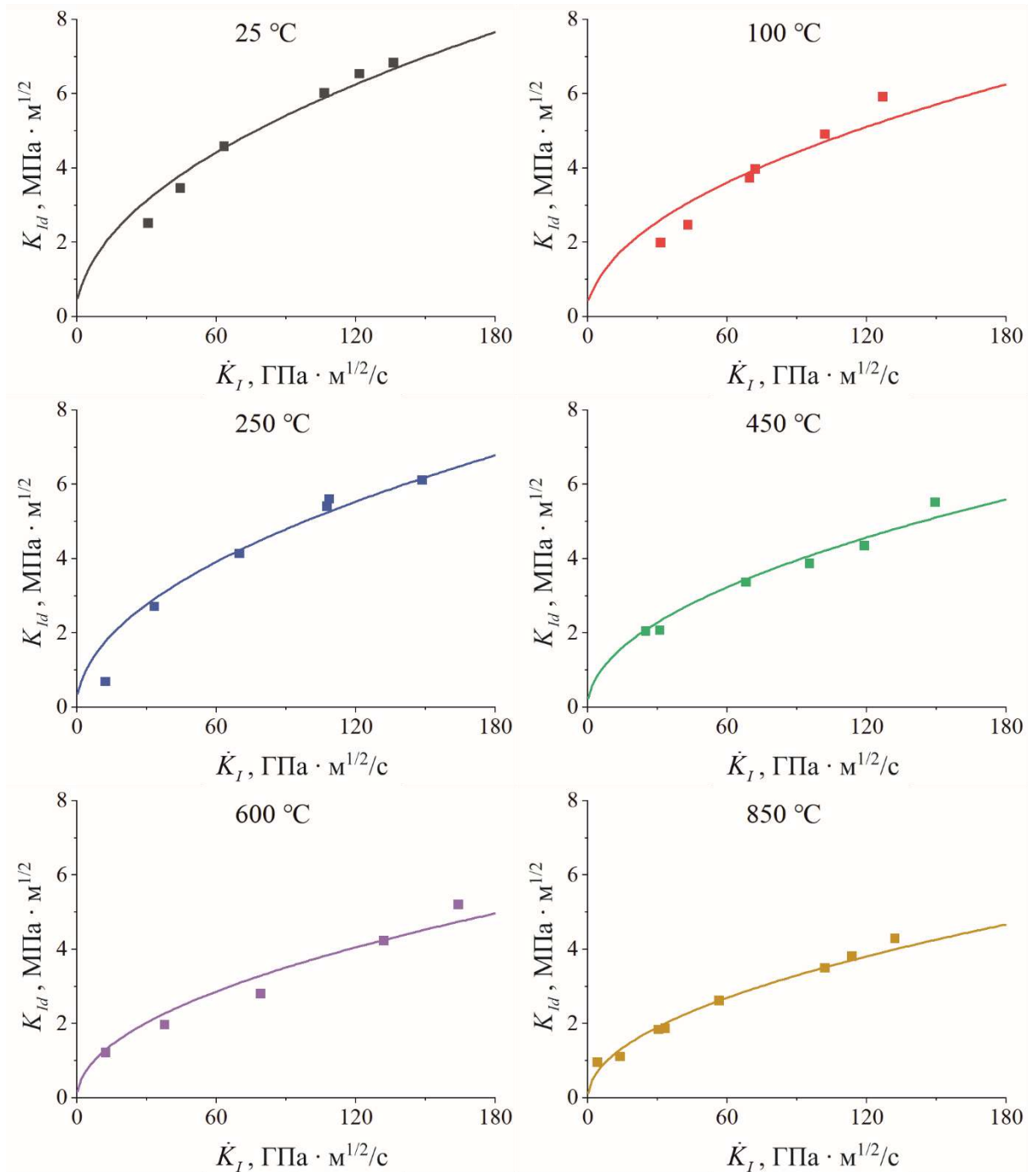


Рисунок 3.2. Скоростные зависимости динамической трещиностойкости гранита, рассчитанные при различных температурах, экспериментальные данные[16]

Наблюдается качественное соответствие экспериментальных данных с расчетными кривыми (3.5). При увеличении скорости интенсивности напряжений для всех значений температур происходит рост динамической вязкости

разрушения, причем чем выше температура, тем меньше увеличение динамической вязкости разрушения при возрастании скорости интенсивности напряжений. При увеличении температуры нагревания наблюдается небольшое снижение динамической вязкости разрушения, причем чем больше скорость нагружения, тем заметнее становится влияние температуры.

### 3.3 Эффект инверсии вязкости разрушения гранита

Согласно теоретическим расчетам (3.5), сделанным на основе экспериментальных данных [16], получается, что кривые скоростных зависимостей трещиностойкости гранита, подвергнутого предварительному нагреву до 100 °С и 250 °С пересекаются при скорости нагружения равной 1.46449 ГПа · м<sup>1/2</sup>с<sup>-1</sup> (рисунок 3.3). Из этого можно сделать вывод, что при медленных нагрузках наибольшей вязкостью разрушения обладает гранит, обработанный при температуре 100°С, а при высокоскоростных нагрузках – гранит, обработанный при температуре 250°С, т. е. наблюдается инверсия трещиностойкости.

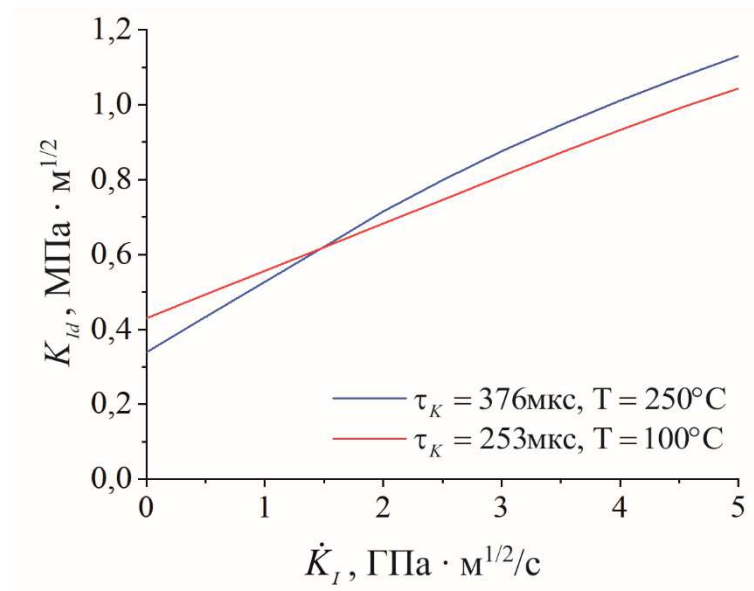


Рисунок 3.3. Инверсия кривых динамической вязкости разрушения гранита

Данный пример показывает, что при расчетах трещиностойкости материалов и выборе на этой основе материала, обладающего большей несущей способностью, нельзя ориентироваться только на значения статической вязкости разрушения, необходимо учитывать реакцию материала и на динамические нагрузки. Таким образом, критерий инкубационного времени (3.1) может быть использован для этих целей, поскольку он позволяет дать единое описание динамического разрушения материала для медленных и быстрых скоростных диапазонов.

### **3.4 Влияние гидростатического давления на трещиностойкость гранита**

В данном разделе динамическое разрушение горных пород при наличии внешнего гидростатического давления анализируется с применением структурно-временного подхода. Вычислены скоростные зависимости трещиностойкости гранита при действии различных уровней гидростатического давления.

Рассмотрим результаты эксперимента, представленные в работе [106], в которой рассматривается динамическое разрушение горных пород, а именно, лаврентьевского гранита, находящегося под действием статического гидростатического давления. В работе проводится ряд экспериментов по динамическому разрушению полукруглых образцов гранита с надрезом (рисунок 3.1, b) с использованием системы разрезных стержней Гопкинсона для измерения динамической трещиностойкости при растяжении горных пород при пяти различных уровнях гидростатического давления (0 МПа, 5 МПа, 10 МПа, 15 МПа, 20 МПа). В эксперименте реализуется разрушение материала по моде I. Для реализации гидростатического давления к системе разрезных стержней Гопкинсона были добавлены две камеры, первая оказывает боковое ограничивающее давление на образец, вторая обеспечивает осевое давление на стержни и образец.

Предельное значение коэффициента интенсивности напряжений для случая статической нагрузки  $K_{Ic}$  согласно [106] равняется  $1.5 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$ . Значения

инкубационного времени вычисляются на основе результатов эксперимента [106].

Скоростные зависимости динамической трещиностойкости (3.5) гранита при гидростатических давлениях равных 0 МПа, 5 МПа, 10 МПа, 15 МПа, 20 МПа, построенные на основе результатов эксперимента [106], показаны на рисунке 3.4.

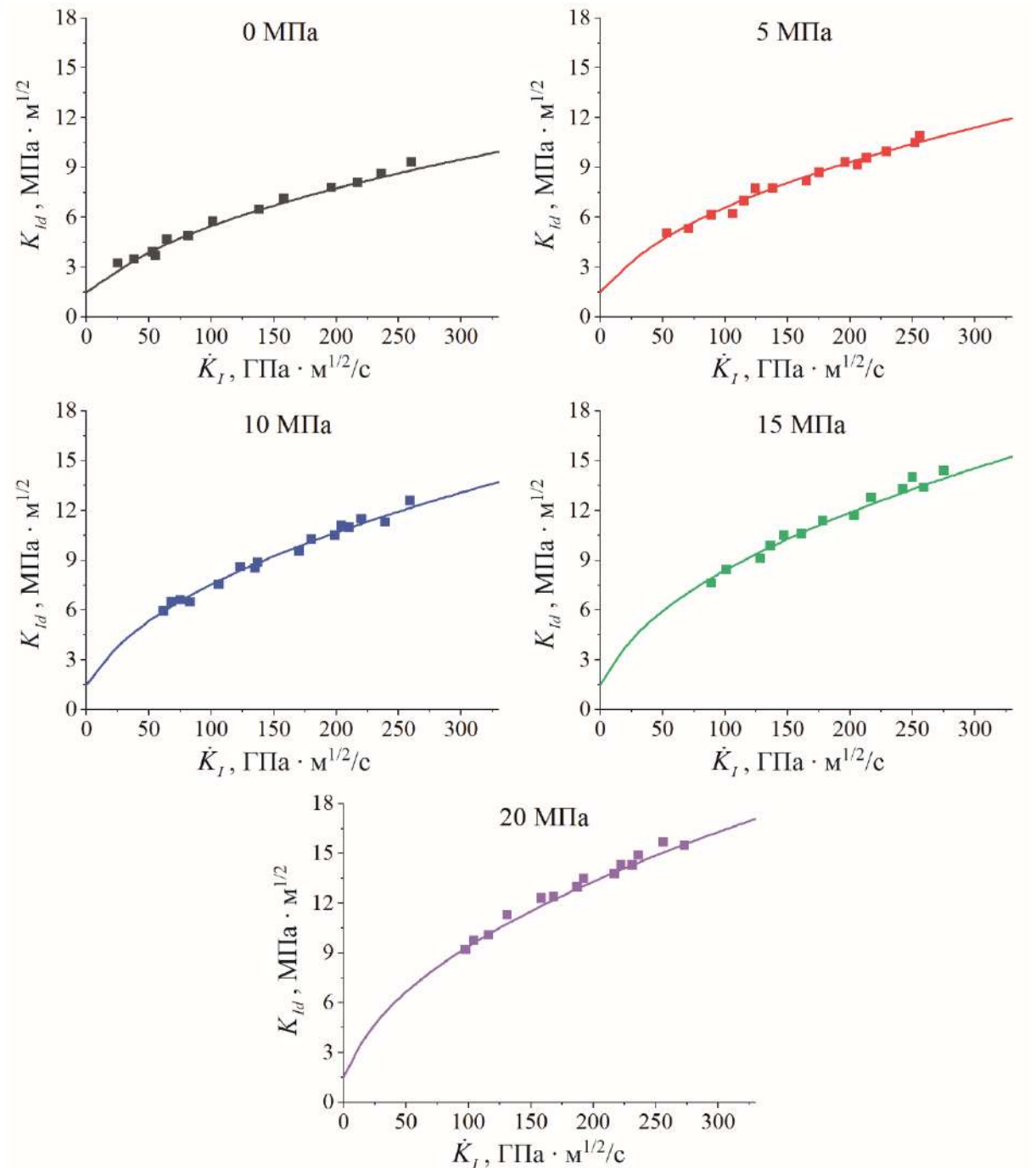


Рисунок 3.4. Скоростные зависимости трещиностойкости гранита, рассчитанные для различных уровней гидростатического давления, экспериментальные данные [106]

Получено качественное соответствие теоретического расчета с экспериментом. Результаты показывают, что с ростом уровня гидростатического давления увеличивается значение динамической вязкости разрушения для всех скоростей нагружения. Это объясняется закрытием микротрещин в горных породах. Кроме того, динамическая вязкость разрушения для всех уровней гидростатического давления увеличивается при увеличении скорости нагружения. Чем выше скорость воздействия, тем большее влияние оказывает гидростатическое давление на трещиностойкость гранита. С ростом гидростатического давления наблюдается рост значения инкубационного времени разрушения.

### **3.5 Динамическая трещиностойкость цементных растворов**

Цемент является одним из основных составляющих материалов, используемых в строительстве. С использованием цемента изготавливаются бетон, строительный кладочный раствор, штукатурка, стяжка. На сегодняшний день цемент и бетон являются наиболее используемыми материалами для строительства во всем мире. Цемент вместе с железобетоном составляет более половины всех изготавливаемых человечеством материалов [132]. От физико-механических свойств цементного раствора напрямую зависит безопасность использования конструкций, зданий и сооружений, поэтому изучение прочностных характеристик цементных растворов является важнейшей задачей.

В результате различных внешних воздействий как техногенного, так и природного характера здания и сооружения подвергаются действию высоких температур. Термическая обработка происходит при пожарах, а также в процессах добычи геотермальной энергии и захоронении радиоактивных отходов. Кроме того, на критически важные конструкции действуют высокоскоростные нагрузки взрывы и удары, вызванные авариями, терактами, землетрясениями, добывающими работами. Таким образом, здания и сооружения (туннели, шахты, ядерные реакторы) подвергаются совместному действию температуры и ударных нагрузок.

В связи с этим построение математических моделей, позволяющих рассчитывать значения динамической прочности и динамической трещиностойкости строительных материалов, необходимо для определения несущей способности конструкций, а также для восстановления конструкций, поврежденных под действием высоких температур.

Рассмотрим эффект влияния предварительной температурной обработки на динамическую трещиностойкость двух цементных растворов (с примесью сульфата бария и без примесей), используя экспериментальные данные [99]. Первый раствор состоит из песка, цемента, воды и сульфата бария с массовыми долями 0.62, 0.25, 0.07 и 0.06 соответственно, второй состоит только из песка, цемента и воды с массовыми долями 0.48, 0.37 и 0.15. В работе [99] с использованием разрезных стержней Гопкинсона произведены испытания по динамическому разрушению полукруглых образцов с вырезом (рисунок 3.1, а) для определения динамической трещиностойкости. Образцы подвергаются предварительному нагреву до температур 150 °С, 250 °С, 350 °С, 450 °С и 600 °С, после этого проводятся испытания при температуре 25 °С.

На рисунке 3.5 представлено сравнение теоретического расчета динамической вязкости разрушения баритового цементного раствора и цементного раствора без примесей (3.5) с экспериментальными результатами, представленными в работе [99]. Инкубационное время вычисляется на основе результатов эксперимента [99], статический предел коэффициента интенсивности напряжений определен в работе [99] (таблица 3.2).

Полученные расчетные данные качественно описывают тенденции изменения вязкости разрушения при варьировании скорости нагружения, а также позволяют учитывать влияние предварительной температурной обработки. Оба раствора показывают схожую реакцию на увеличение скорости нагружения и рост предварительной температурной обработки. Динамическая вязкость разрушения растет с увеличением скорости нагружения при всех значениях температурной обработки. Динамическая вязкость разрушения баритового цементного раствора выше, по сравнению с цементным раствором без примесей при одинаковых

значениях температурной обработки для всех значений скорости нагружения, причем чем выше скорость нагружения, тем значительнее становится разница между значениями динамической вязкости разрушения. С ростом значения температуры предварительной обработки растворов наблюдается снижение вязкости разрушения для обоих растворов.

	T, °C	25	150	250	350	450	600
m1	$\tau_K$ , мкс	94	93	116	126	117	128
	$K_{Ic}$ , МПа · м <sup>1/2</sup>	1.11	0.94	0.78	0.67	0.48	0.36
m2	$\tau_K$ , мкс	95	106	103	125	134	153
	$K_{Ic}$ , МПа · м <sup>1/2</sup>	0.92	0.7	0.6	0.51	0.4	0.23

Таблица 3.2. Сводная таблица значений статического предела коэффициента интенсивности напряжений и инкубационного времени разрушения для цементных растворов (m1 – баритовый цементный раствор, m2 – обычный цементный раствор)



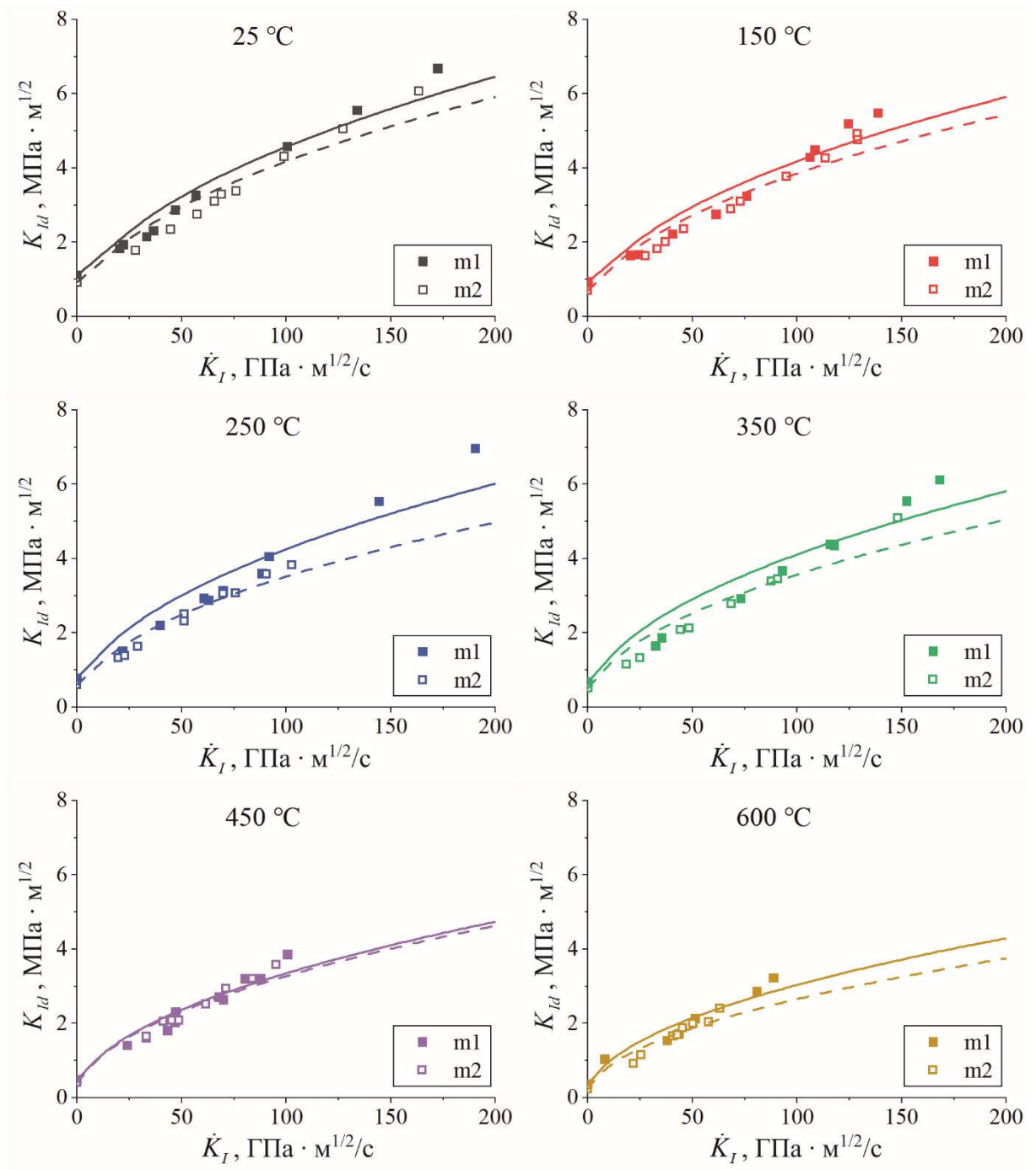


Рисунок 3.5. Скоростные зависимости динамической вязкости разрушения цементных растворов при различных температурах (сплошная линия – расчет для баритового цементного раствора, пунктирные линии – расчет для обычного цементного раствора), экспериментальные данные [99] (m1 – баритовый цементный раствор, m2 – обычный цементный раствор)

Наблюдается эффект инверсии вязкости разрушения (рисунок 3.6) при сравнении растворов, предварительно нагретых до различных температур.

Вязкость разрушения одного раствора, обработанного при одной температуре, выше чем у второго раствора, обработанного при другой температуре, при медленных нагрузках, в то же время для динамических нагрузок большую вязкость разрушения демонстрирует второй раствор. Точка пересечения скоростных зависимостей вязкости разрушения является точкой инверсии трещиностойкости. Сводная таблица сравнения динамической и статической трещиностойкости растворов, обработанных при различных температурах приведена в таблице 3.3.

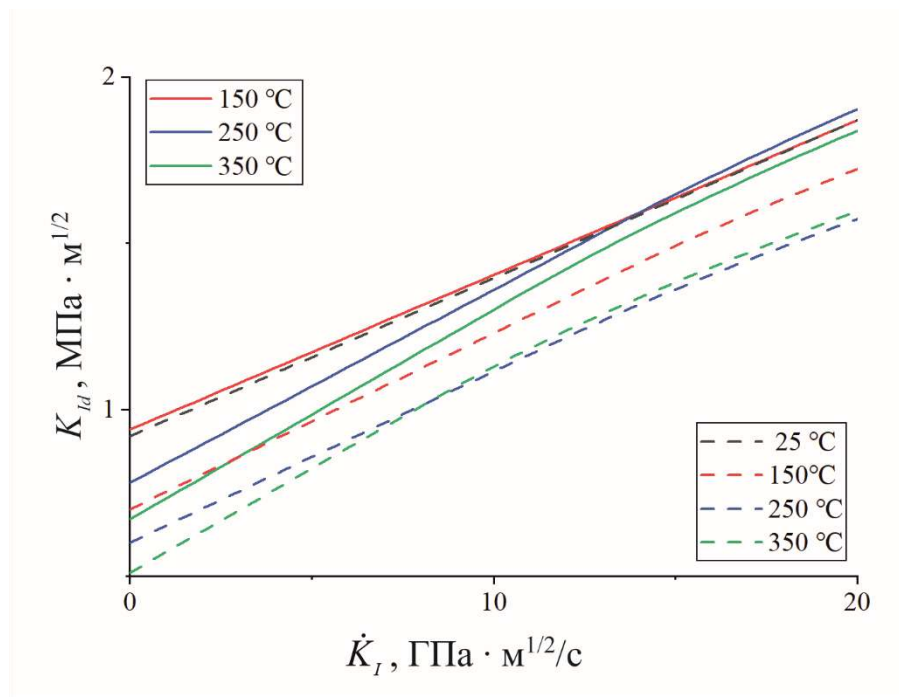


Рисунок 3.6. Инверсия кривых динамической вязкости разрушения цементных растворов (сплошные линии – баритовый цементный раствор, пунктирные линии – обычный цементный раствор)

Стоит отметить, что один и тот же цементный раствор, обработанный при разных температурах, демонстрирует эффект инверсии трещиностойкости. Например, при скорости интенсивности напряжений меньшей  $14.8 \text{ ГПа} \cdot \text{м}^{1/2}/\text{с}$  большей трещиностойкостью обладает баритовый цементный раствор, обработанный при температуре  $150 \text{ }^\circ\text{C}$ , по сравнению с баритовым цементным раствором, обработанным при температуре  $250 \text{ }^\circ\text{C}$ . Когда скорость интенсивности напряжений становится выше  $14.8 \text{ ГПа} \cdot \text{м}^{1/2}/\text{с}$  большая трещиностойкость соответствует баритовому цементному раствору, обработанному при температуре  $250 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Цементный раствор, обладающий большей трещиностойкостью при медленных нагрузках, температура обработки	Цементный раствор, обладающий большей трещиностойкостью при высокоскоростных нагрузках, температура обработки	Скорость интенсивности напряжений, при которой происходит инверсия трещиностойкости
m1, 150 °C	m1, 250 °C	14.8 ГПа · м <sup>1/2</sup> /с
m2, 25 °C	m1, 250 °C	13.3 ГПа · м <sup>1/2</sup> /с
m2, 150 °C	m1, 350 °C	3.1 ГПа · м <sup>1/2</sup> /с
m2, 250 °C	m2, 350 °C	8.4 ГПа · м <sup>1/2</sup> /с

Таблица 3.3. Сравнительная характеристика трещиностойкости цементных растворов (m1 – баритовый цементный раствор, m2 – обычный цементный раствор)

### 3.6 Гидростатическое давление и инкубационное время

Указанные результаты расчетов динамической трещиностойкости гранита при разном гидростатическом давлении показывают, что инкубационное время увеличивается с ростом давления. На рисунке 3.7 показан график зависимости инкубационного времени от гидростатического давления. Увеличение инкубационного времени с ростом гидростатического давления носит линейный характер и может быть выражено следующей формулой

$$\tau_K = \tau_{Kp0} + kp, \quad (3.6)$$

где  $\tau_{Kp0}$  – значение инкубационного времени при отсутствии гидростатического давления (для гранита  $\tau_{Kp0} = 97$  мкс),  $k$  – коэффициент пропорциональности (для гранита  $k = 9.6$  мкс/МПа),  $p$  – значение гидростатического давления.

В таблице 3.4 представлены значения инкубационного времени для гранита с ростом гидростатического давления.

Гранит	$p$ , МПа	0	5	10	15	20
	$\tau_K$ , мкс	100	145	190	235	295

Таблица 3.4. Сводная таблица значений гидростатического давления и инкубационного времени для гранита

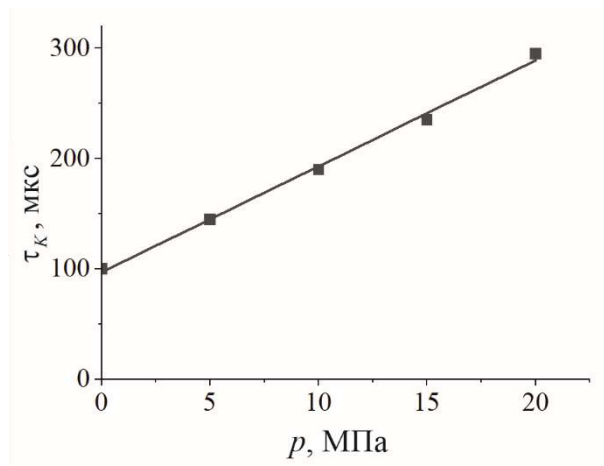


Рисунок 3.7. Зависимость инкубационного времени от гидростатического давления

Полученные результаты подтверждают гипотезу, выдвинутую в статье [61], о том, что разница инкубационных времен у породы с разной степенью насыщенности вызывается различным уровнем гидростатического давления, возникающего при быстром ударном воздействии. Давление замедляет инкубационный процесс микро-растрескивания, следовательно, характерное время релаксации возрастает. Влагонасыщенные горные породы имеют более высокую плотность по сравнению со сухими породами, что приводит к увеличению предела прочности и инкубационного времени разрушения.

### 3.7 Связь между температурой и инкубационным временем

Согласно вычислениям выявлено, что с ростом температуры предварительного нагрева инкубационное время гранита увеличивается (рисунок 3.8, а). Зависимость инкубационного времени от температуры в первом приближении имеет линейный характер и может быть записана в виде:

$$\tau_K = \tau_{KT0} + kT, \quad (3.7)$$

где  $\tau_{KT0}$  – инкубационное время при нулевой температуре (для гранита  $\tau_{KT0} = 269$  мкс),  $k$  – коэффициент пропорциональности (для гранита  $k = 0.35$  мкс/°C),  $T$  – температура предварительного воздействия.

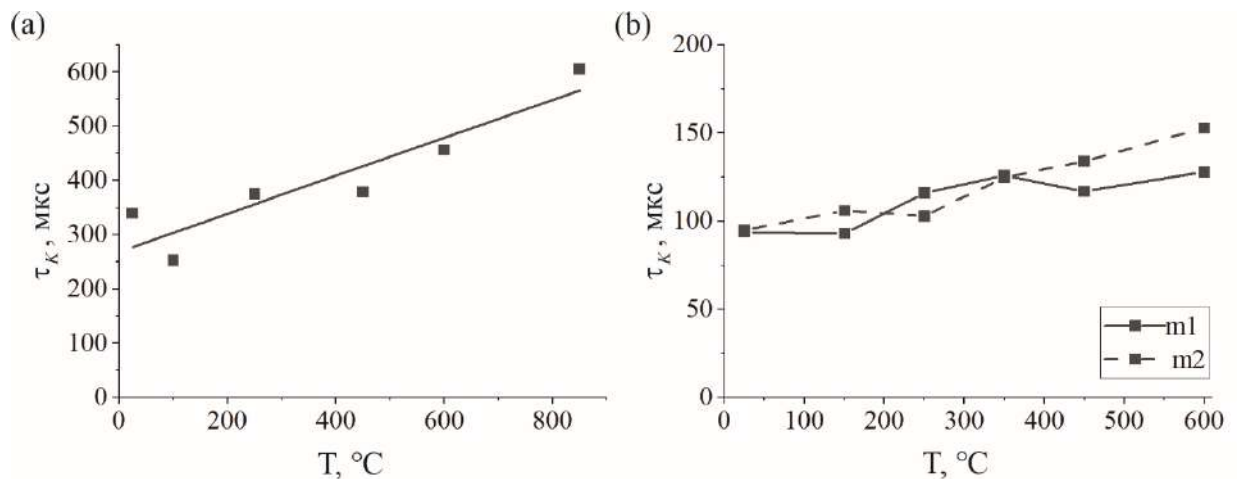


Рисунок 3.8. Зависимость инкубационного времени от температуры для гранита (а) и для цементных растворов (b) (m1 – баритовый цементный раствор, m2 – обычный цементный раствор)

На рисунке 3.8, b показаны графики зависимости инкубационного времени разрушения для обычного и баритового цементных растворов от температуры предварительного воздействия. Инкубационное время разрушения  $\tau_K$ , соответствующее условию для определения динамической трещиностойкости, для цементного раствора с примесью сульфата бария в среднем ниже инкубационного времени разрушения для цементного раствора без примесей при одинаковых

температурах обработки. Зависимость инкубационного времени разрушения от температуры предварительного нагрева для цементного раствора с примесью сульфата бария и для обычного цементного раствора носит схожий характер. Инкубационное время разрушения  $\tau_k$  в среднем возрастает с ростом температуры.

### 3.8 Выводы к главе 3

С использованием структурно-временного подхода, основанного на понятии инкубационного времени разрушения, были построены теоретические скоростные зависимости динамической трещиностойкости гранита и цементных растворов (баритового и обычного) с учетом влияния предварительного воздействия температуры. При увеличении скорости нагружения значения динамической вязкости разрушения термически обработанных цементных растворов и гранита возрастает.

Динамическая вязкость разрушения рассмотренных материалов уменьшается с ростом температуры предварительной обработки. Динамическая вязкость разрушения баритового цементного раствора выше, чем у раствора без примесей для всех значений температурной обработки. Инкубационное время линейно увеличивается при возрастании температуры. Обсуждается эффект инверсии трещиностойкости материала при переходе от медленных нагружений к высокоскоростным (в зависимости от скорости нагружения образец материала может быть более прочным при квазистатических нагрузках и в то же время менее прочным при ударных нагрузках по сравнению со вторым образцом).

Найдена зависимость динамической вязкости разрушения от скорости интенсивности напряжений для гранита при различных уровнях гидростатического давления. С ростом скорости внешнего воздействия происходит увеличение прочностных характеристик гранита для всех значений гидростатического давления. При увеличении гидростатического давления наблюдается рост динамической трещиностойкости гранита. Установлена линейная возрастающая зависимость между инкубационным временем и внешним гидростатическим

давлением.

Благодаря хорошему соответствию теоретического расчета экспериментальным данным, можно сделать вывод о возможности применения критерия инкубационного времени при предсказании разрушения материала при динамических нагрузках. Таким образом, для описания скоростных зависимостей вязкости разрушения материалов при различных температурах предварительной обработки и при действии гидростатического давления достаточно двух констант материала, предложенных в структурно-временном подходе: статическая вязкость разрушения и инкубационное время. Полученные результаты показывают эффективность структурно-временного подхода для прогнозирования скоростных эффектов динамического разрушения при наличии дополнительных внешних воздействий.

## **Глава 4. Влияние внешних факторов на динамическую прочность при сжатии материалов**

Известные экспериментальные данные по изучению влияния дополнительных внешних факторов на динамическое разрушение песчаника и цементных растворов анализируются на основе критерия инкубационного времени разрушения. Получены зависимости прочности на сжатие от скорости нагружения для гидростатически сжатых и предварительно термически обработанных образцов песчаника, а также для стандартного цементного раствора и раствора с примесью сульфата бария подвергнутых предварительной термической обработке. Установлена связь между инкубационным временем и внешним гидростатическим давлением. Оценено влияние предварительной термической обработки на динамическую прочность на сжатие материалов, вычислены значения инкубационного времени для каждой температуры предварительной обработки. Обсуждается эффект инверсии прочности на сжатие.

Результаты, представленные в данной главе, опубликованы в статьях [118], [133].

### **4.1 Расчет динамической прочности на сжатие**

Критерий инкубационного времени разрушения, используемый для нахождения динамической прочности материала на сжатие, выражается следующей формулой:

$$\frac{1}{\tau_{\sigma}} \int_{t-\tau_{\sigma}}^t \sigma(s) ds \leq \sigma_c, \quad (4.1)$$



где  $\sigma_c$  – статический предел прочности на сжатие,  $\tau_c$  – инкубационное время разрушения, соответствующее условию на сжатие. Разрушение наступает в момент времени  $t_*$ , в который достигается знак равенства в соотношении (4.1).

Предел прочности на сжатие при статическом нагружении  $\sigma_c$  является постоянной материала, эта величина определяет значение напряжения в образце, при достижении которого начинается разрушение материала в случае статических нагрузок. Выполнение равенства в выражении (4.1) определяет условие начала распространения разрушения для всего диапазона скоростных воздействий.

В данной главе рассматриваются известные экспериментальные данные по определению динамической прочности на сжатие материалов [16], [134]. Эксперименты проводятся с использованием системы разрезных стержней Гопкинсона по разрушению цилиндрических образцов (рисунок 4.1, а) с разными скоростями нагружения.

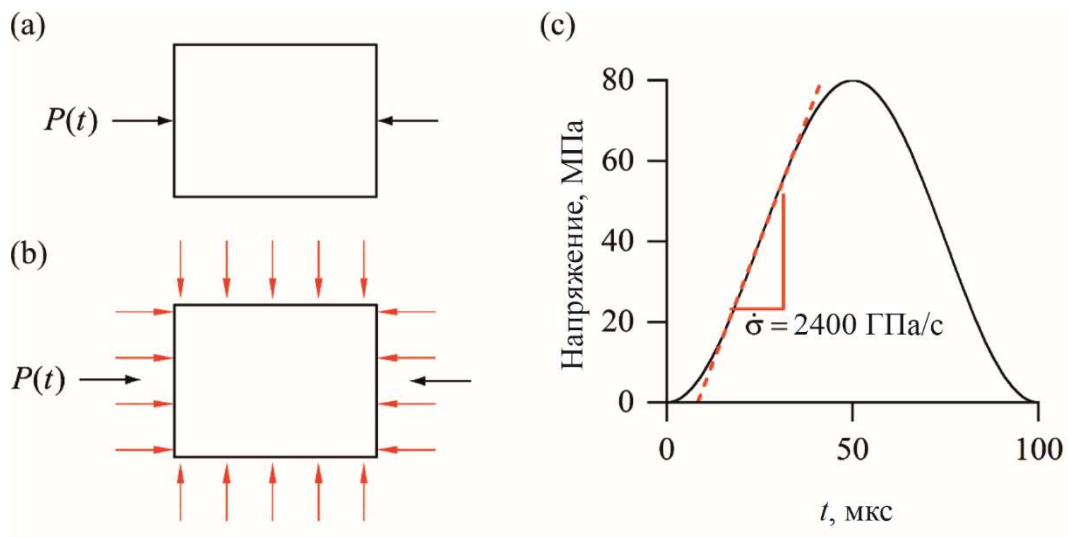


Рисунок 4.1. Схема эксперимента для определения динамической прочности на сжатие цилиндрического образца (а), схема эксперимента для определения динамической прочности на сжатие цилиндрического образца при наличии гидростатического давления (б), определение скорости изменения напряжений (с)

В данных экспериментах [100], [134] напряжения в образце, линейно зависят от времени на некотором интервале нагружения, разрушение происходит в процессе роста напряжений. Таким образом, зависимость напряжений от времени для

расчетов выражается следующей формулой  $\sigma(t) = \dot{\sigma}tH(t)$ , где  $\dot{\sigma}$  – скорость возрастания напряжений,  $H(t)$  – функция Хевисайда. Скорость изменения напряжений равняется тангенсу угла наклона касательной к линейному участку графика зависимости напряжения от времени (рисунок 4.1, с).

Применяя критерий инкубационного времени разрушения (4.1), получаем зависимости динамической прочности на сжатие  $\sigma_d$  от скорости возрастания напряжений  $\dot{\sigma}$ :

$$\sigma_d(\dot{\sigma}) = \begin{cases} \sigma_c + \frac{\tau_\sigma}{2} \dot{\sigma}, & \frac{\sigma_c}{\dot{\sigma}} \geq \frac{\tau_\sigma}{2}, \\ \sqrt{2\sigma_c \tau_\sigma \dot{\sigma}}, & \frac{\sigma_c}{\dot{\sigma}} < \frac{\tau_\sigma}{2}. \end{cases} \quad (4.2)$$

Для построения теоретических зависимостей (4.2) инкубационное время вычисляется методом наименьших квадратов на основе результатов эксперимента, статическая вязкость разрушения является свойством материала и также берется из известных экспериментальных данных.

## 4.2 Прочность на сжатие термически обработанного песчаника

Рассмотрим экспериментальные результаты [134] по динамическому разрушению предварительно нагретых образцов песчаника. В работе [134] рассматривается изменение скоростных зависимостей динамической прочности при сжатии песчаника в результате предварительной термической обработки. В работе [134] для подготовки к динамическим испытаниям сначала образцы постепенно нагревали до фиксированной температуры (250 °С, 450 °С и 600 °С), затем некоторое время температура поддерживалась постоянной для равномерного прогрева образцов. После этого остужались в естественных условиях, испытания проводились при комнатной температуре с использованием разрезных стержней Гопкинсона.

Статические прочностные характеристики материалов после предварительной термической обработки, как правило, снижаются с ростом температуры обработки

[17], [96], [135]. Основываясь на экспериментальных данных [134], для расчета были взяты следующие значения статического предела прочности на сжатие песчаника (таблица 4.1). Значения инкубационных времен, вычисленные по данным [134], также представлены в таблице 4.4.

Т, °С	25	250	450	600
$\sigma_c$ , МПа	30.5	30	29	28.5
$\tau_\sigma$ , мкс	45	37	46	36

Таблица 4.1. Значения статического предела прочности на сжатие и инкубационного времени разрушения песчаника, соответствующие различным уровням температур, вычисленные по экспериментальным данным [134]

На рисунке 4.2. показаны графики зависимости динамической прочности на сжатие от скорости нагружения, вычисленные по экспериментальным данным [134]. Результаты, полученные согласно расчетной формуле (4.2), качественно совпадают с экспериментальными результатами. При увеличении скорости нагружения для всех значений температур происходит рост динамической прочности на сжатие, причем чем выше температура, тем увеличение динамической прочности на сжатие при возрастании скорости нагружения становится меньше. Прочностные свойства термически обработанного образца песчаника ниже по сравнению с образцом, не подвергавшимся воздействию температуры. Наименьшей прочностью на сжатие для всего диапазона скоростных воздействий обладает образец, термически обработанный при температуре 600 °С.

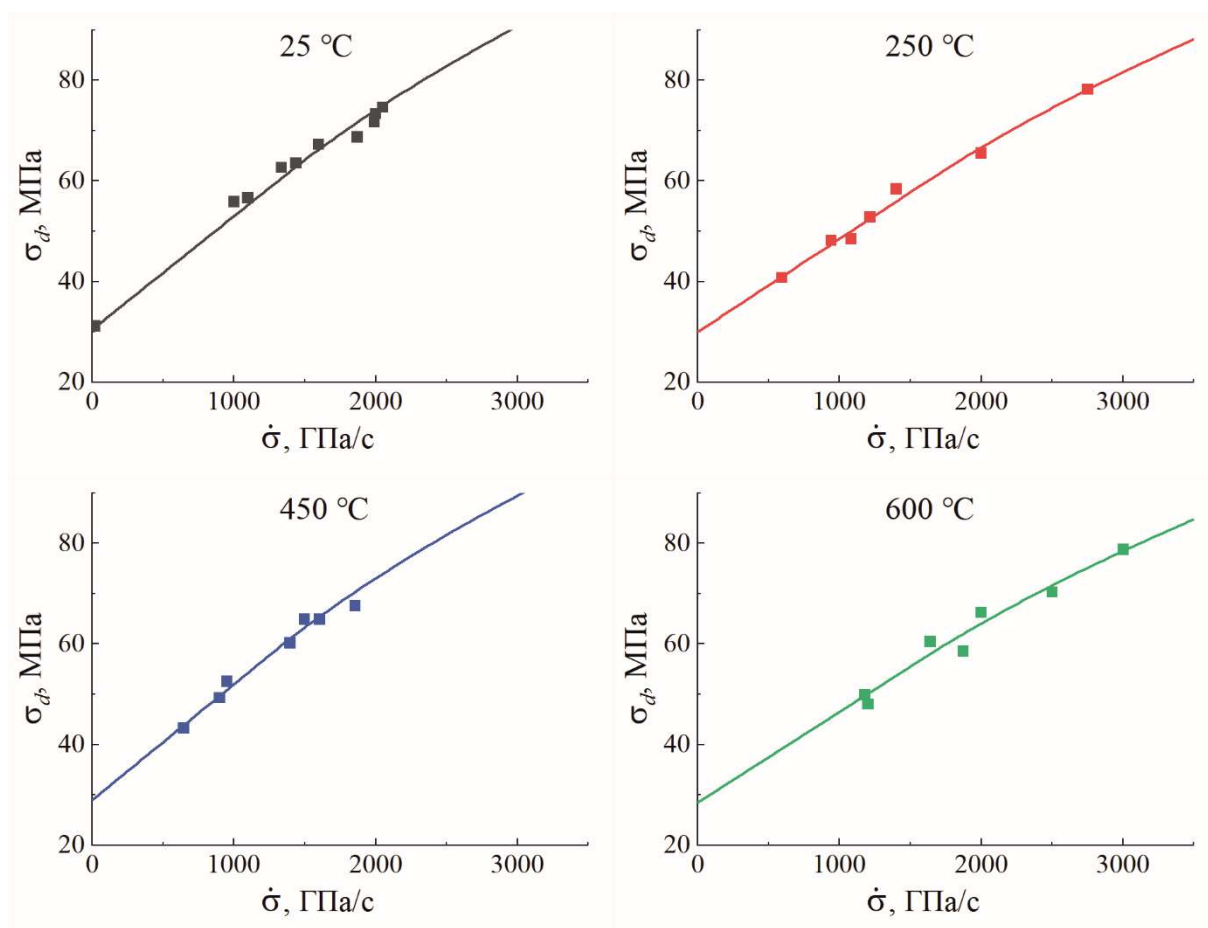


Рисунок 4.2. Зависимости динамической прочности на сжатие от скорости нагружения для песчаника, рассчитанные при различных температурах, экспериментальные данные [134]

Согласно теоретическим расчетам (4.2), сделанным на основе [134], получается, что кривые скоростных зависимостей прочности на сжатие песчаника, предварительно нагретого до температур 250 °C и 450 °C пересекаются при скорости нагружения 222.22 ГПа/с (рисунок 4.3). При небольших скоростях нагружения наибольшей прочностью на сжатие обладает песчаник, обработанный при температуре 250 °C, а при динамических нагрузках – песчаник, обработанный при температуре 450 °C, т. е. наблюдается инверсия прочности на сжатие.

Хорошее соответствие теоретического расчета (4.2) экспериментальным данным подтверждает возможность использования критерия инкубационного времени при

прогнозировании динамического разрушения с учетом влияния термической обработки.

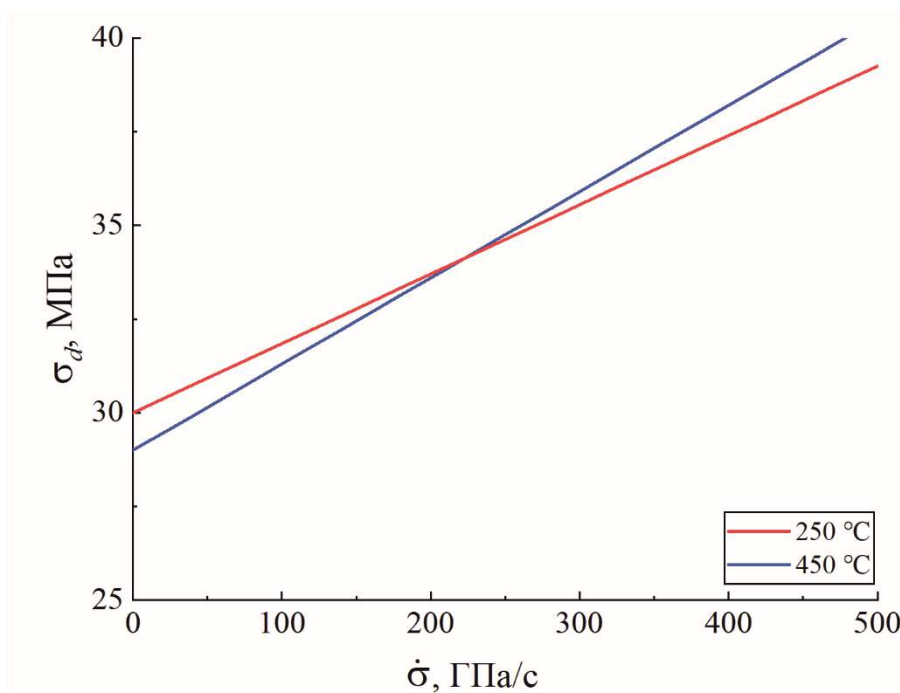


Рисунок 4.3. Инверсия скоростных зависимостей прочности на сжатие песчаника

Полученные результаты показывают, что эффект инверсии прочности может проявляться и при сжатии материалов. В связи с этим для определения прочностных характеристик материалов важно рассматривать возможность разрушения материала как для квазистатических, так и для высокоскоростных нагрузок (для всего диапазона скоростей нагружения).

### 4.3 Динамическая прочность на сжатие цементных растворов

Рассмотрим динамическую прочность на сжатие двух отличающихся по составу цементных растворов (баритового и стандартного) на основе экспериментальных данных, представленных в [100]. Составы растворов идентичны представленным в разделе 3.5.

Для определения динамической прочности на сжатие в работе [100] используется система разрезных стержней Гопкинсона. Перед испытаниями

цилиндрические образцы цементного раствора подвергаются предварительному нагреву до температуры 150 °С, 250 °С, 350 °С, 450 °С, 600 °С и 850 °С, затем эксперименты на динамическое разрушение происходят при комнатной температуре 25 °С. Схема эксперимента для определения динамической прочности на сжатие цилиндрического образца цементного раствора представлена на рисунке 4.1, а. Испытания проводились при нагружении с различными скоростями. В таблице 4.2 представлены значения  $\sigma_c$  и  $\tau_{\sigma}$ , определенные по экспериментальным данным [100].

	T, °C	25	150	250	350	450	600	850
m1	$\tau_{\sigma}$ , мкс	42	38	42	39	44	41	62
	$\sigma_c$ , МПа	61.41	56.19	46.34	40.55	32.44	25.49	7.72
m2	$\tau_{\sigma}$ , мкс	52	49	51	49	51	45	69
	$\sigma_c$ , МПа	40.12	37.12	31.56	28.1	22.09	18.78	6.46

Таблица 4.2 Таблица значений статического предела прочности на сжатие и инкубационного времени разрушения для баритового (m1) и обычного (m2) цементных растворов

На рисунках 4.4 и 4.5 показаны скоростные зависимости прочности на сжатие баритового и обычного цементных растворов при различных температурах предварительного воздействия. Теоретические кривые качественно соответствуют экспериментальным результатам [100]. Полученные результаты показывают, что с ростом температуры предварительной обработки наблюдается снижение прочности на сжатие для обоих цементных растворов. Для всех температур прочность на сжатие увеличивается с ростом скорости нагружения. Баритовый цементный раствор обладает большей прочностью на сжатие по сравнению с обычным цементным раствором при равных значениях температуры предварительной обработки, причем чем выше температура предварительной

обработки, тем меньше становится разница прочности на сжатие между двумя цементными растворами.

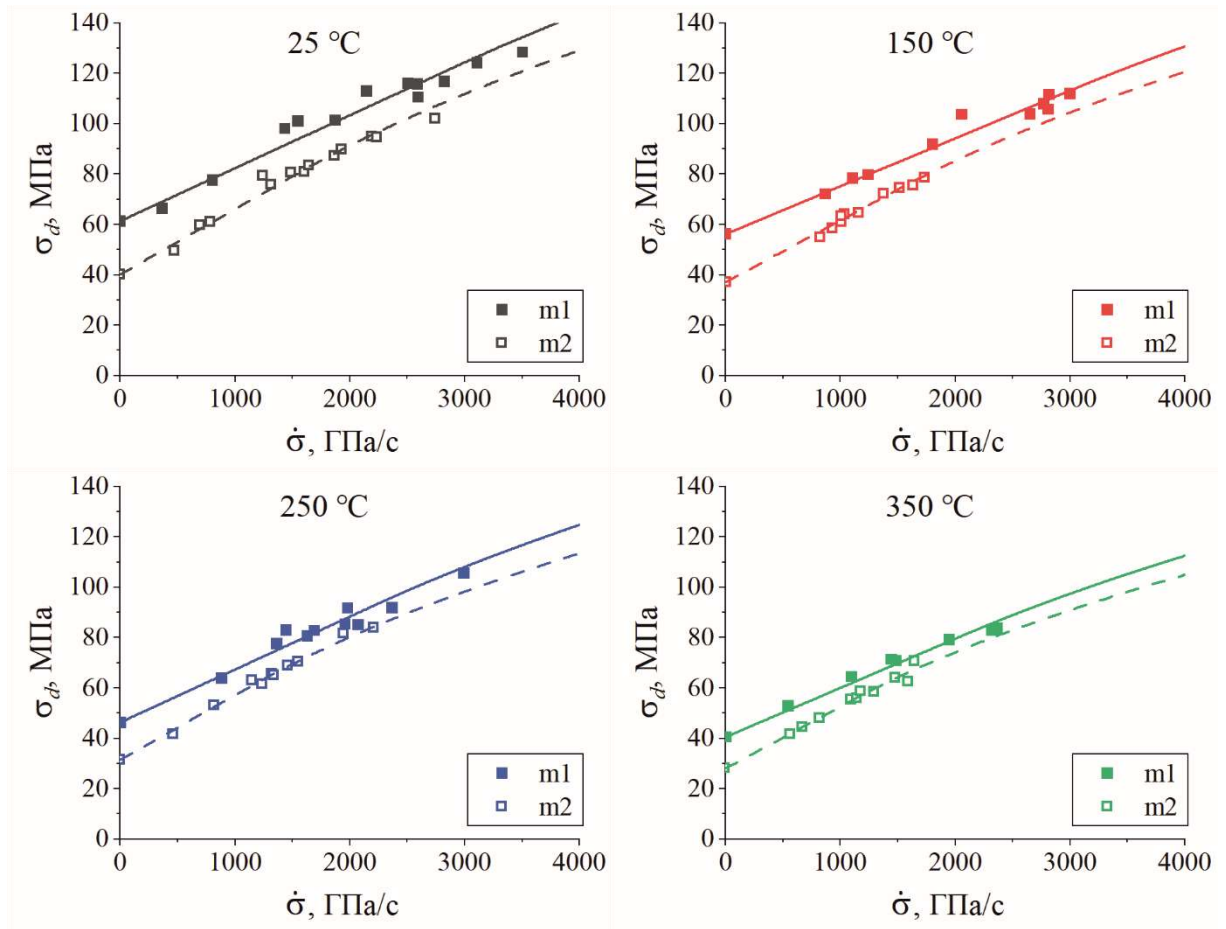


Рисунок 4.4. Скоростные зависимости динамической прочности на сжатие цементных растворов при температурах 25–350 °С (сплошные линии – расчет для баритового цементного раствора, пунктирные линии – расчет для обычного цементного раствора), экспериментальные данные [100] (m1 – баритовый цементный раствор, m2 – обычный цементный раствор)

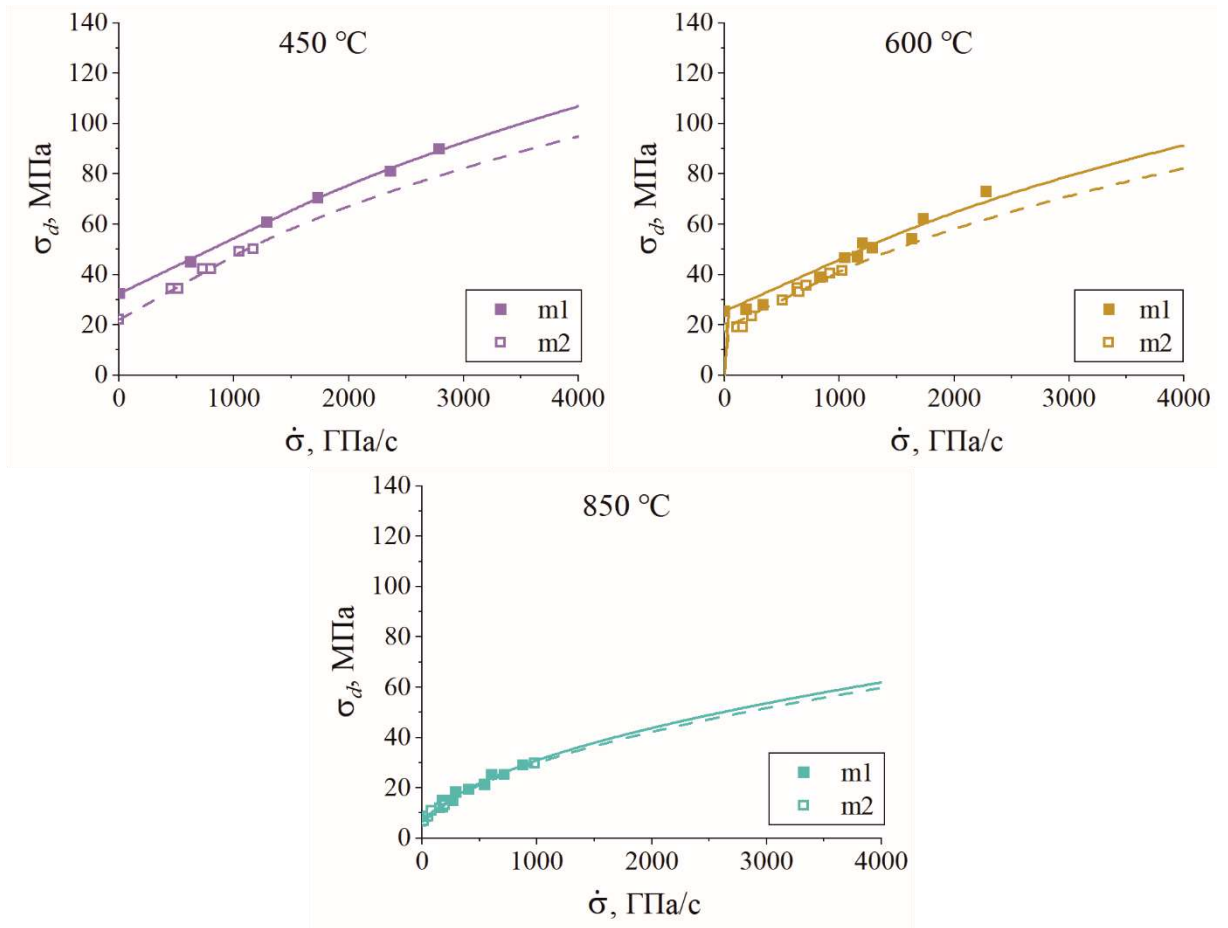


Рисунок 4.5. Скоростные зависимости динамической прочности на сжатие цементных растворов при температурах 450–850 °С (сплошные линии – расчет для баритового цементного раствора, пунктирные линии – расчет для обычного цементного раствора), экспериментальные данные [100] (m1 – баритовый цементный раствор, m2 – обычный цементный раствор)

При сравнении двух растворов наблюдается эффект инверсии прочности на сжатие (рисунок 4.6). При различных значениях температуры предварительной обработки баритовый цементный раствор обладает большей прочностью на сжатие при внешних воздействиях с небольшой скоростью нагружения, однако становится менее прочным при высокоскоростных воздействиях по сравнению с обычным цементным раствором. Точка пересечения скоростных кривых прочности на сжатие на рисунке 4.6 соответствует переходной скорости нагружения, при которой происходит инверсия прочности на сжатие. В таблице 4.3 представлена



сравнительная характеристика прочностных свойств двух цементных растворов, обработанных при различных температурах.

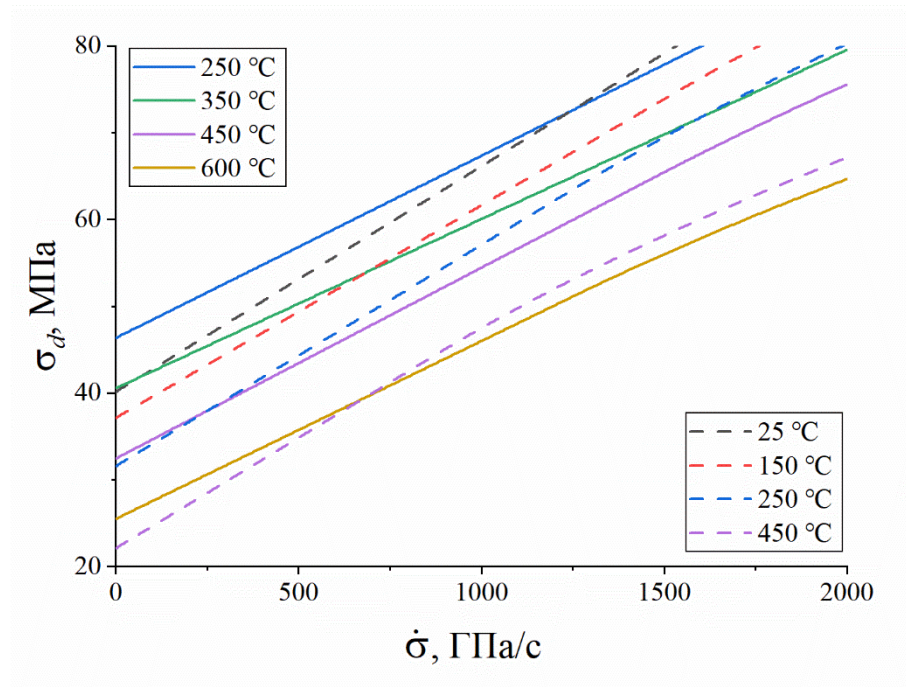


Рисунок 4.6. Инверсия кривых динамической прочности на сжатие цементных растворов (сплошные линии – баритовый цементный раствор, пунктирные линии – обычный цементный раствор)

Цементный раствор, обладающий большей прочностью на сжатие при медленных нагрузках, температура обработки	Цементный раствор, обладающий большей прочностью на сжатие при высокоскоростных нагрузках, температура обработки	Скорость нагружения, при которой происходит инверсия прочности на сжатие
m1, 250 °C	m2, 25 °C	1216 ГПа/с
m1, 350 °C	m2, 25 °C	67 ГПа/с
m1, 350 °C	m2, 150 °C	714 ГПа/с
m1, 350 °C	m2, 250 °C	1481 ГПа/с
m1, 450 °C	m2, 250 °C	233 ГПа/с
m1, 600 °C	m2, 450 °C	667 ГПа/с

Таблица 4.3. Сравнительная характеристика прочности на сжатие двух цементных растворов (m1 – баритовый цементный раствор, m2 – обычный цементный раствор)

#### 4.4 Влияние гидростатического давления на динамическую прочность на сжатие

В работе [136] произведены испытания образцов песчаника на определение динамической прочности на сжатие, находящихся под действием гидростатического давления (рисунок 4.1, b). Эксперименты проводятся с использованием системы разрезных стержней Гопкинсона, модифицированной двумя ограничивающими системами (осевая и радиальная). Осевая система используется для обеспечения предварительной нагрузки в осевом направлении, а радиальная для приложения бокового ограничивающего давления на образец. Разные скорости динамического нагружения достигаются изменением давления

пневматической пушки и расположением ударника в камере выстрела.

Испытания проводятся на образцах песчаника при четырех гидростатических давлениях 0 МПа, 7 МПа, 14 МПа, 21 МПа и 28 МПа. После приложения гидростатического давления на образец начинает действовать динамическая нагрузка, скорость нагружения находится в диапазоне 1000–5000 ГПа/с. Падающие, переданные и отраженные сигналы деформации контролируются тензометрическими датчиками, установленными на прямом и передающем стержнях. Считается, что при проведении эксперимента выполняется одномерная волновая теория. При выводе основных соотношений метода разрезных стержней Гопкинсона предполагается, что ввиду очень малой длины образца по сравнению с длиной нагружающего импульса в образце в течение испытания реализуется одноосное напряженное состояние с равномерным распределением напряжений и деформаций по его длине.

Основываясь на данных экспериментальных результатах [136] по изучению динамического разрушения песчаника при сжимающем воздействии при различных гидростатических давлениях, произведены теоретические расчеты по вычислению зависимости динамической прочности песчаника от скорости нагружения с применением критерия инкубационного времени разрушения (4.1). Предел прочности на сжатие для случая статических нагрузок согласно [136] равняется 70 МПа. Инкубационное время аналогично предыдущему примеру определяется методом наименьших квадратов по результатам экспериментов [136].

График зависимости динамической прочности на сжатие от величины скорости нагружения при различных гидростатических давлениях (0 МПа, 7 МПа, 14 МПа, 21 МПа и 28 МПа) в сравнении с экспериментальными данными показан на рисунке 4.7. Теоретический расчет качественно соответствует результатам эксперимента. При небольших гидростатических давлениях (0 МПа, 7 МПа) наблюдается точное совпадение теоретического расчета и экспериментальных данных. С ростом гидростатического давления отклонение экспериментальных данных от значений, полученных при теоретическом расчете составляет не более 20% (при гидростатическом давлении 28 МПа).

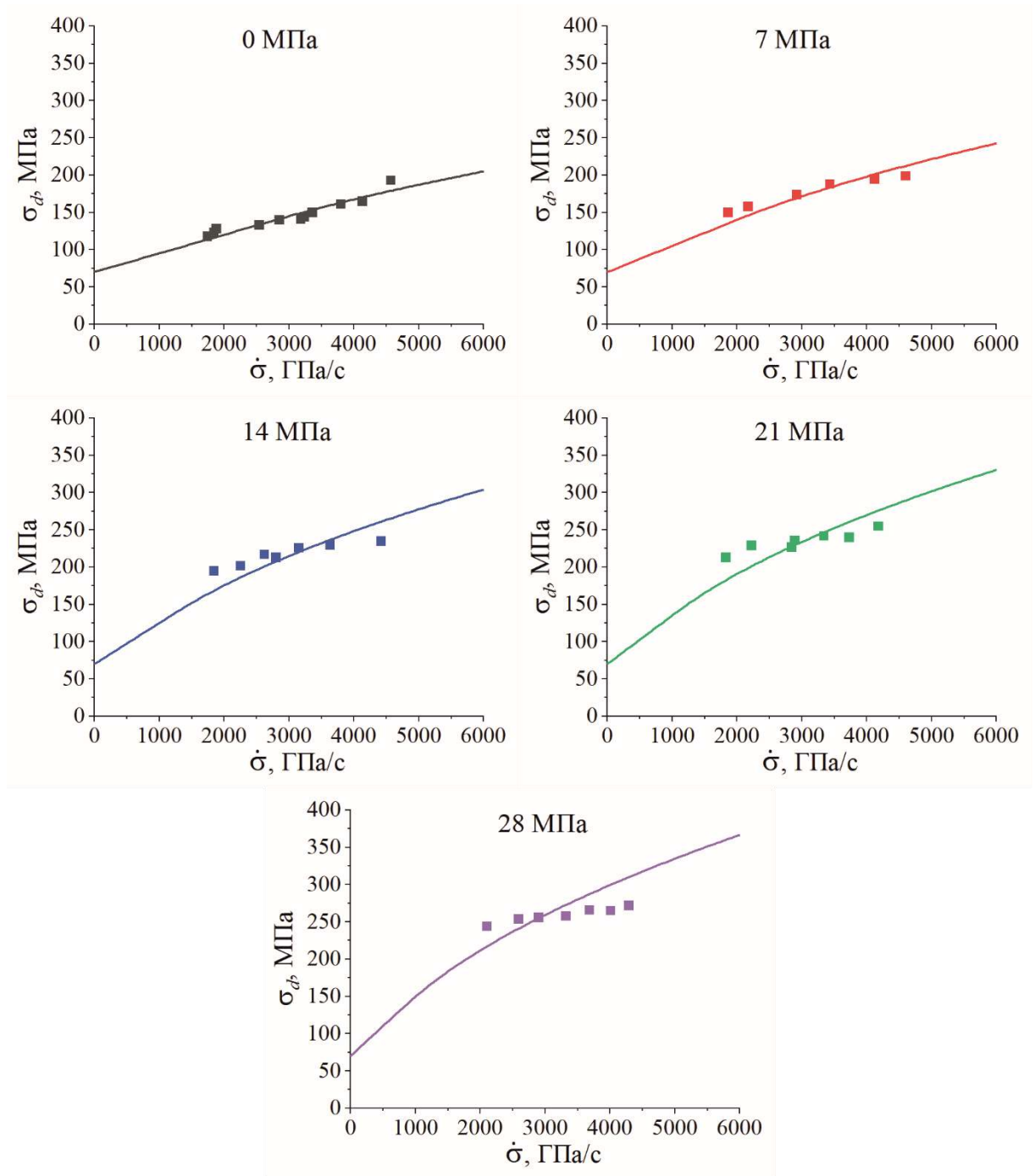


Рисунок 4.7. Зависимость динамической прочности на сжатие от скорости нагружения для песчаника при различных гидростатических давлениях, экспериментальные данные [136]

Результаты теоретического расчета могут быть уточнены при проведении дополнительных испытаний на определение статического предела прочности на сжатие гидростатически сжатых образцов песчаника. Для всех уровней гидростатического давления наблюдается увеличение прочности на сжатие с

ростом скорости нагружения. Кроме того, чем выше гидростатическое давление, тем выше динамическая прочность на сжатие и выше значение инкубационного времени. Это объясняется закрытием микротрещин в горных породах.

Полученные результаты показывают, что для качественного описания скоростных зависимостей прочности на сжатие при дополнительных внешних воздействиях (гидростатическое давление, температура) достаточно двух параметров: инкубационное время и статический предел прочности на сжатие.

#### 4.5 Влияние внешних факторов на инкубационное время

По результатам расчета получено, что с увеличением температуры значение инкубационного времени незначительно снижается (рисунок 4.8, а). Инкубационное время песчаника слабо изменяется под воздействием температурной обработки. В первом приближении можно считать, что зависимость инкубационного времени от температуры для песчаника имеет линейный характер и может быть записана в виде:

$$\tau_{\sigma} = \tau_{\sigma T_0} + kT, \quad (4.3)$$

где  $\tau_{\sigma T_0}$  – значение инкубационного времени при нулевой температуре (для песчаника  $\tau_{\sigma T_0} = 44$  мкс),  $k$  – коэффициент пропорциональности (для песчаника  $k = -0.0088$  мкс/°C),  $T$  – температура обработки материала.

На рисунке 4.8, б представлена зависимость инкубационного времени разрушения от температуры предварительной обработки для двух цементных растворов. Инкубационное время для испытаний на прочность на сжатие для цементного раствора с примесью сульфата бария в среднем ниже, инкубационного времени разрушения для цементного раствора без примесей при одинаковых температурах обработки. Зависимость инкубационного времени разрушения от температуры предварительного нагрева для цементного раствора с примесью сульфата бария и для обычного цементного раствора носит схожий характер. При термической обработке обоих растворов в диапазоне температур от 150 °C до

600 °С инкубационное время, соответствующее условию для определения прочности на сжатие  $\tau_{\sigma}$ , практически не изменяется, его значение незначительно отличается от значения инкубационного времени термически необработанного цементного раствора. При нагреве образцов до температуры 850 °С значение инкубационного времени разрушения  $\tau_{\sigma}$  стремительно возрастает для обоих растворов. При сравнении полученных результатов с результатами, представленными в главе 3, оказывается, что инкубационное время, соответствующее условию для определения вязкости разрушения  $\tau_K$ , примерно в два раза выше инкубационного времени, соответствующему условию для определения прочности на сжатие  $\tau_{\sigma}$ , как для баритового цементного раствора, так и для цементного раствора без примесей.

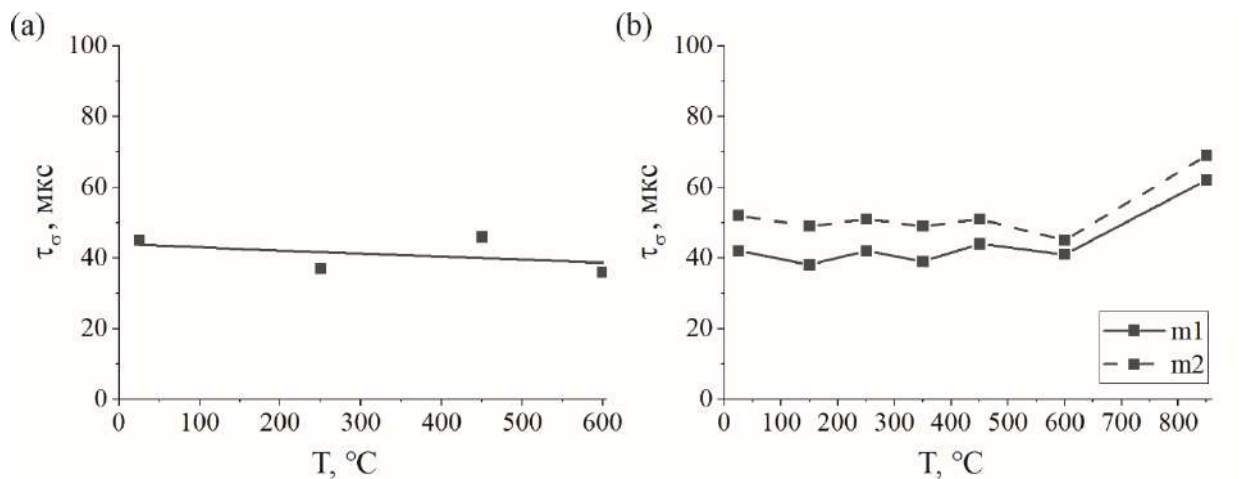


Рисунок 4.8. Зависимость инкубационного времени от температуры для песчаника (a) и для цементных растворов (b) (m1 – баритовый цементный раствор, m2 – обычный цементный раствор)

В результате представленных выше расчетов динамической прочности на сжатие песчаника при различных уровнях гидростатического давления получается, что инкубационное время растет с ростом значения гидростатического давления (таблица 4.4). Гидростатическое давление замедляет инкубационный процесс микрорастрескивания, следовательно, характерное время релаксации для

песчаника увеличивается. На рисунке 4.9 показан график зависимости инкубационного времени от гидростатического давления. Увеличение инкубационного времени с ростом гидростатического давления носит линейный характер и может быть выражено следующей формулой

$$\tau_{\sigma} = \tau_{\sigma p0} + kp, \quad (4.4)$$

где  $\tau_{\sigma p0}$  – значение инкубационного времени при отсутствии гидростатического давления (для песчаника  $\tau_{\sigma p0} = 48$  мкс),  $k$  – коэффициент пропорциональности (для песчаника  $k = 4$  мкс/МПа),  $p$  – значение гидростатического давления. В таблице 4.4 представлены значения инкубационного времени с ростом гидростатического давления для песчаника.

$p$ , МПа	0	7	14	21	28
$\tau_{\sigma}$ , мкс	50	70	110	130	160

Таблица 4.4. Сводная таблица значений гидростатического давления и инкубационного времени для песчаника.

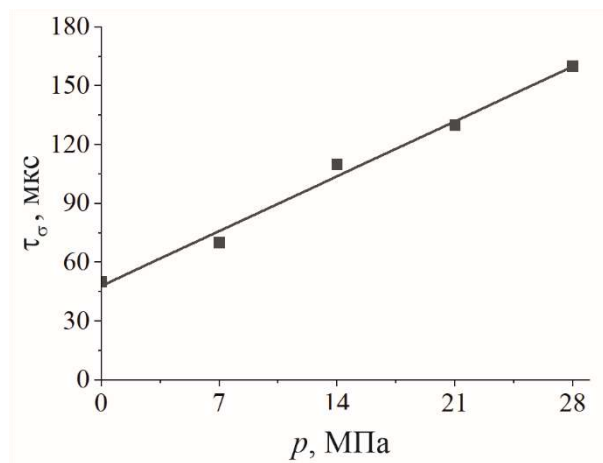


Рисунок 4.9. Зависимость инкубационного времени от гидростатического давления для песчаника

## 4.6 Выводы к главе 4

Исследовано влияние термической обработки и гидростатического давления на прочностные свойства материалов на примере песчаника и цементных растворов. Построены скоростные зависимости динамической прочности на сжатие с учетом влияния внешних факторов.

Выявлено, что динамическая прочность на сжатие материалов уменьшается при предварительном воздействии высоких температур. Инкубационное время практически не изменяется при изменении температуры предварительной обработки в диапазоне температур (0 °С – 600 °С). Однако при дальнейшем нагреве образцов наблюдается быстрый рост инкубационного времени разрушения для цементных растворов. С ростом гидростатического давления показан эффект упрочнения песчаника для всех значений скоростей внешнего воздействия. Инкубационное время в исследуемом диапазоне линейно увеличивается при увеличении гидростатического давления.

Динамическая прочность на сжатие баритового цементного раствора оказывается выше, чем у раствора без примесей для всех значений температурной обработки. С ростом температуры прочностные свойства обоих растворов снижаются. При увеличении скорости нагружения значения динамической прочности термически обработанных цементных растворов возрастают.

Исследован эффект инверсии прочности на сжатие, согласно которому при сравнении двух образцов материала, обработанных при различных температурах, в зависимости от скорости нагружения один материал может быть более прочным при квазистатических нагрузках и в то же время менее прочным при ударных нагрузках.

Произведено исследование влияния скорости нагружения на динамическую прочность образца горной породы с пятью уровнями гидростатического давления. Результаты показывают, что динамическая прочность горных пород демонстрирует сходную реакцию на скорость нагружения при различных гидростатических давлениях, показывая тенденцию увеличения с ростом скорости



нагружения.

Показано, что для описания процессов разрушения с учетом влияния дополнительных внешних факторов достаточно двух констант материала, предлагаемых в данной работе, а именно инкубационного времени и статического предела прочности на сжатие. Полученные результаты, верифицированные экспериментальными данными, показывают эффективность примененного подхода для прогнозирования динамического разрушения горных пород.

## Заключение

В диссертационной работе проведено исследование влияния внешних температурных и силовых факторов на прочностные характеристики материалов при высокоскоростных нагрузках. Показано, что для предсказания разрушения материалов в результате действия динамических нагрузок и дополнительных внешних факторов может быть эффективно использован структурно-временной подход, основанный на понятии инкубационного времени разрушения.

Основные результаты работы заключаются в следующем:

1. Произведено моделирование распространения и отражения волн в стержне, окруженном упругой средой. Рассмотрен случай, когда стержень также, как и среда, демонстрирует упругое поведение. Продольные колебания стержня описываются известным уравнением Клейна – Гордона. Показано, что в зависимости от значения коэффициента сопротивления упругой среды распространение волн в стержне имеет различных характер. Когда коэффициент сопротивления среды имеет невысокое значение, при отражении от свободного края стержня может наблюдаться эффект увеличения амплитуды растяжения по сравнению с абсолютной величиной исходного импульса, усиливающий возможность откольного разрушения среды. С ростом коэффициента сопротивления среды длительность внешнего воздействия становится определяющим фактором характера распространения волн. При быстрых воздействиях наблюдается дисперсия волн, при более медленных воздействиях среда практически полностью демпфирует колебания.

2. На основе структурно-временного подхода и критерия инкубационного времени произведен расчет разрушающих пороговых амплитуд взаимодействующего с упругой средой стержня. Выявлено, что в зависимости от характеристик внешнего воздействия и окружающей среды хрупкое разрушение может происходить как в результате откола, вызванного переотражением волн, так и до достижения волной свободного края стержня. Показано наличие оптимальных длительностей воздействия, приводящих к разрушению стержня при пороговом нагружении. Также выявлено, что существуют значения длительностей, которые не будут вызывать разрушение стержня.
3. Проведено сравнение и показано качественное соответствие результатов моделирования распространения волн в стержне, который находится в упругой среде, с экспериментальными данными распространения волн в стержне из оргстекла (ПММА), погруженном в силикон.
4. На основе структурно-временного подхода исследовано изменение вязкости разрушения гранита и цементных растворов (баритового и стандартного) и прочности на сжатие песчаника и цементных растворов при динамических нагрузках в результате действия предварительной термической обработки. Показано, что с ростом температуры обработки динамическая вязкость разрушения и прочность на сжатие имеют тенденцию к уменьшению. Выявлен эффект инверсии трещиностойкости как для гранита, так и для цементных растворов при переходе от квазистатических нагрузок к быстрым воздействиям и эффект инверсии прочности на сжатие для цементных растворов. Найдена линейная зависимость инкубационного времени от температуры обработки в рассмотренном диапазоне температур предварительного нагрева для песчаника и гранита.
5. Изучено влияние гидростатического давления на динамическую прочность на сжатие песчаника и динамическую вязкость разрушения гранита. С ростом гидростатического давления наблюдается увеличение динамической прочности на сжатие песчаника и динамической вязкости разрушения

гранита. При увеличении скорости нагружающей силы происходит рост вязкости разрушения гранита и прочности на сжатие песчаника для всех значений гидростатического давления. Показано, что в исследованном диапазоне зависимость инкубационного времени разрушения от гидростатического давления имеет линейный характер, причем чем больше гидростатическое давление, тем больше значение инкубационного времени разрушения. Обсуждена связь между гидростатическим давлением и влагонасыщенностью.

6. Показано, что структурно-временной подход может быть успешно применен для описания динамического разрушения материалов при наличии дополнительных внешних факторов. Из проведенных исследований следует, что при определении прочностных характеристик материалов с учетом влияния температурной обработки и гидростатического давления во многих случаях достаточно знания двух параметров: статического предела прочности (трещиностойкости) и инкубационного времени. Полученные теоретические расчеты верифицированы известными экспериментальными данными.

## Список литературы

1. Zhang, Q. B. Quasi-static and dynamic fracture behaviour of rock materials: phenomena and mechanisms / Q. B. Zhang, J. Zhao // *International Journal of Fracture*. – 2014. – Vol. 189. – Quasi-static and dynamic fracture behaviour of rock materials. – № 1. – P. 1-32.
2. Zhang, Q. B. A Review of Dynamic Experimental Techniques and Mechanical Behaviour of Rock Materials / Q. B. Zhang, J. Zhao // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. – 2014. – Vol. 47. – № 4. – P. 1411-1478.
3. Blake, O. O. The role of fractures, effective pressure and loading on the difference between the static and dynamic Poisson's ratio and Young's modulus of Westerly granite / O. O. Blake, D. R. Faulkner, D. J. Tatham // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – 2019. – Vol. 116. – P. 87-98.
4. Static and Dynamic Mechanical Properties of Granite from Various Burial Depths / P. Kang, L. Zhaopeng, Z. Quanle [et al.] // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. – 2019. – Vol. 52. – № 10. – P. 3545-3566.
5. A review of mixed mode I-II fracture criteria and their applications in brittle or quasi-brittle fracture analysis / W. Hua, J. Li, Z. Zhu [et al.] // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. – 2023. – Vol. 124. – P. 103741.
6. Zhurkov, S. N. Principles of the kinetic approach of fracture prediction / S. N. Zhurkov, V. S. Kuksenko, V. A. Petrov // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. – 1984. – Vol. 1. – № 3. – P. 271-274.

7. Structural Transformations in Aluminum Cylindrical Shells under Dynamic Loading / A. V. Koval', I. G. Shirinkina, A. N. Petrova [et al.] // *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. – 2019. – Vol. 55. – № 4. – P. 447-455.
8. Kachanov, L. M. Time to failure under creep condition / L. M. Kachanov // *Izvestia Akademii Nauk, SSSR, Tech. Nauk*. – 1958. – № 8. – P. 26-31.
9. Работнов, Ю. Н. О механизме длительного разрушения / Ю. Н. Работнов // *Вопросы прочности материалов и конструкций*. М.: Издательство АН СССР. – 1959. – С. 5-7.
10. Lemaitre, J. A continuous damage mechanics model for ductile fracture / J. Lemaitre // *Journal of Engineering Materials and Technology*. – 1985. – Vol. 107. – № 1. – P. 83-89.
11. Lemaitre, J. *Mechanics of Solid Materials* / J. Lemaitre, J.-L. Chaboche. – Cambridge: Cambridge University Press, 1990. – 556 p.
12. Singh, U. K. A continuum damage model for simulation of the progressive failure of brittle rocks / U. K. Singh, P. J. Digby // *International Journal of Solids and Structures*. – 1989. – Vol. 25. – № 6. – P. 647-663.
13. Оценка выброса радионуклидов при аварии на АЭС «Фукусима-1» (Япония) 15 марта 2011 г / Р. В. Арутюнян, Л. А. Большов, Д. А. Припачкин [и др.] // *Атомная энергия*. – 2012. – Т. 112. – № 3. – С. 159-163.
14. Свалова, В. Б. Землетрясения в Турции и Сирии 2023 года и геодинамика Кавказско-Анатолийского региона / В. Б. Свалова // *Известия высших учебных заведений. Геология и разведка*. – 2023. – Т. 3. – С. 28-41.
15. Study on size effect of rock dynamic strength and strain rate sensitivity / L. Hong, X. B. Li, C. D. Ma [et al.] // *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*. – 2008. – Vol. 27. – № 3. – P. 526-533.
16. Effect of Thermal Treatment on the Dynamic Fracture Toughness of Laurentian Granite / T. Yin, X. Li, K. Xia, S. Huang // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. – 2012. – Vol. 45. – № 6. – P. 1087-1094.

17. Effects of high temperatures on dynamic rock fracture / Z. X. Zhang, J. Yu, S. Q. Kou, P.-A. Lindqvist // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2001. – Vol. 38. – № 2. – P. 211-225.
18. Kawakita, M. The dynamic fracture properties of rocks under confining pressure / M. Kawakita, S. Kinoshita // Memoirs of the Faculty of Engineering, Hokkaido University. – 1981. – Vol. 15. – № 4. – P. 467-478.
19. Dynamic mode II fracture toughness of rocks subjected to confining pressure / W. Yao, Y. Xu, K. Xia, S. Wang // Rock Mechanics and Rock Engineering. – 2020. – Vol. 53. – P. 569-586.
20. Water saturation effects on dynamic fracture behavior of sandstone / Z. Zhou, X. Cai, D. Ma [et al.] // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2019. – Vol. 114. – P. 46-61.
21. Effect of the strain rate and water saturation for the dynamic tensile strength of rocks / Y. Ogata, W. Jung, S. Kubota, Y. Wada // Materials Science Forum. – Trans Tech Publ, 2004. – Vol. 465. – P. 361-366.
22. Петров, Ю. В. Критерий инкубационного времени и импульсная прочность сплошных сред: разрушение, кавитация, электрический пробой / Ю. В. Петров // Доклады Академии наук. – 2004. – Т. 395. – № 5. – С. 621-625.
23. Николаева, Е. А. Основы механики разрушения / Е. А. Николаева. – Пермь: Издательство Пермского государственного технического университета, 2010. – 103 с.
24. Морозов, Н. Ф. Проблемы динамики разрушения твердых тел / Н. Ф. Морозов, Ю. В. Петров. – СПб: Издательство СПбГУ, 1997. – 132 с.
25. Ramesh, K. T. High rates and impact experiments: In: Sharpe, W. (eds) / K. T. Ramesh. – Handbook of experimental solid mechanics. – Boston: Springer, 2008. – 1096 p.
26. Review of experimental techniques for high rate deformation and shock studies / J. E. Field, tS M. Walley, W. G. Proud [et al.] // International journal of impact engineering. – 2004. – Vol. 30. – № 7. – P. 725-775.

27. Full-field measurement and fracture characterisations of rocks under dynamic loads using high-speed three-dimensional digital image correlation / H. Z. Xing, Q. B. Zhang, D. Ruan [et al.] // *International Journal of Impact Engineering*. – 2018. – Vol. 113. – P. 61-72.
28. Lambert, D. E. Strain rate effects on dynamic fracture and strength / D. E. Lambert, C. A. Ross // *International Journal of Impact Engineering*. – 2000. – Vol. 24. – № 10. – P. 985-998.
29. Zang, A. Rock Fracture Criteria / A. Zang, O. Stephansson // *Stress Field of the Earth's Crust*. – Dordrecht: Springer Netherlands, 2010. – P. 37-62.
30. Прочность и разрушение при кратковременных нагрузках / Х. Рахматуллин, Е. Шемякин, Ю. Демьянов, А. Звягин. – М.: Университетская книга, 2008. – 618 с.
31. Временные закономерности процесса разрушения металлов при интенсивных нагрузках / Н. А. Златин, С. М. Мочалов, Г. С. Пугачев, А. М. Брагов // *Физика твердого тела*. – 1974. – Т. 16. – № 6. – С. 1752-1755.
32. Albertini, C. Study of the mechanical properties of plain concrete under dynamic loading / C. Albertini, E. Cadoni, K. Labibes // *Experimental Mechanics*. – 1999. – Vol. 39. – P. 137-141.
33. Cho, S. H. Strain-rate dependency of the dynamic tensile strength of rock / S. H. Cho, Y. Ogata, K. Kaneko // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – 2003. – Vol. 40. – № 5. – P. 763-777.
34. Li, Q. M. About the dynamic strength enhancement of concrete-like materials in a split Hopkinson pressure bar test / Q. M. Li, H. Meng // *International Journal of Solids and Structures*. – 2003. – Vol. 40. – № 2. – P. 343-360.
35. Zhao, J. Applicability of Mohr–Coulomb and Hoek–Brown strength criteria to the dynamic strength of brittle rock / J. Zhao // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – 2000. – Vol. 37. – № 7. – P. 1115-1121.
36. Zhao, Y.-P. Suggestion of a new criterion of dynamic fracture initiation / Y.-P. Zhao // *International Journal of Fracture*. – 1995. – Vol. 71. – P. R77-R78.
37. Ravi-Chandar, K. Dynamic fracture / K. Ravi-Chandar. – Elsevier, 2004. – 264 p.



38. Tuler, F. R. A criterion for the time dependence of dynamic fracture / F. R. Tuler, B. M. Butcher // *International Journal of Fracture Mechanics*. – 1968. – Vol. 4. – № 4. – P. 431-437.
39. Журков, С. Н. Временная зависимость прочности чистых материалов / С. Н. Журков, Э. Е. Томашевский // *Некоторые проблемы прочности твердого тела*. – М.; Л. – 1959. – С. 68-75.
40. Златин, Н. А. О задержанном разрушении хрупких тел / Н. А. Златин, Н. Н. Песчанская, Г. С. Пугачев // *Журнал технической физики*. – 1986. – Т. 56. – № 2. – С. 403-406.
41. Homma, H. Response of cracks in structural materials to short pulse loads / H. Homma, D. A. Shockey, Y. Murayama // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 1983. – Vol. 31. – № 3. – P. 261-279.
42. Short-pulse fracture mechanics / D. A. Shockey, D. C. Erlich, J. F. Kalthoff, H. Homma // *Engineering Fracture Mechanics*. – 1986. – Vol. 23. – № 1. – P. 311-319.
43. Study on the dynamic fracture properties and size effect of concrete based on DIC technology / H. Lian, X. Sun, Z. Yu [et al.] // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2022. – Vol. 274. – P. 108789.
44. Нейбер, Г. Концентрация напряжений / Г. Нейбер. – М., Л.: ОГИЗ, 1947. – 204 с.
45. Новожилов, В. В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности / В. В. Новожилов // *Прикладная математика и механика*. – 1969. – Т. 33. – № 2. – С. 212-222.
46. Новожилов, В. В. К основам теории равновесных трещин в упругих телах / В. В. Новожилов // *Прикладная математика и механика*. – 1969. – Т. 33. – № 5. – С. 797-812.
47. Neuber, H. Theory of notch stresses: principles for exact calculation of strength with reference to structural form and material. *Theory of notch stresses* / H. Neuber. – USAEC Office of Technical Information, 1961. – 293 p.
48. Кошелев, А. И. Механика деформируемого твердого тела / А. И. Кошелев, М. А. Нарбут. – СПб: Издательство СПбГУ, 2002. – 287 с.

49. Никифоровский, В. С. Динамическое разрушение твердых тел / В. С. Никифоровский, Е. И. Шемякин. – Новосибирск: Наука, 1979. – 272 с.
50. Nikiforovskii, V. S. Kinetic nature of the brittle fracture of solid bodies / V. S. Nikiforovskii // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 1977. – Vol. 17. – № 5. – P. 721-726.
51. Работнов, Ю. Н. Элементы наследственной механики твердых тел / Ю. Н. Работнов. – М.: Наука, 1977. – 384 с.
52. Goldsmith, W. Static and dynamic fracture strength of Barre granite / W. Goldsmith, J. L. Sackman, C. Ewerts // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. – 1976. – Т. 13. – № 11. – С. 303-309.
53. Static and dynamic fracture behavior of rock-concrete bi-material disc with different interface crack inclinations / K. Liu, T. Guo, J. Yang, S. Ma // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 2023. – Vol. 123. – P. 103659.
54. Morozov, N. F. Incubation time based testing of materials: 6th EUROMECH Solid Mechanics Conference / N. F. Morozov, Y. V. Petrov // European Journal of Mechanics - A/Solids. – 2006. – Vol. 25. – № 4. – P. 670-676.
55. Smirnov, V. Incubation time approach in rock fracture dynamics / V. Smirnov, Y. V. Petrov, V. Bratov // Science China Physics, Mechanics and Astronomy. – 2012. – Vol. 55. – № 1. – P. 78-85.
56. Petrov, Y. V. On “quantum” nature of dynamic fracture of brittle solids / Y. V. Petrov // On “quantum” nature of dynamic fracture of brittle solids. – 1991. – Vol. 321. – № 1. – P. 66-68.
57. Petrov, Y. V. Quantum analogy in the mechanics of fracture of solids / Y. V. Petrov // Quantum analogy in the mechanics of fracture of solids. – 1996. – Vol. 38. – № 11. – P. 18476-1850.
58. Petrov, Yu. V. Dependence of the dynamic strength on loading rate / Yu. V. Petrov, A. A. Utkin // Soviet Materials Science. – 1989. – Vol. 25. – № 2. – P. 153-156.
59. Petrov, Y. V. On the Modeling of Fracture of Brittle Solids / Y. V. Petrov, N. F. Morozov // Journal of Applied Mechanics. – 1994. – Vol. 61. – № 3. – P. 710-712.

60. Smirnov, V. I. Effect of pulse shape on spall strength / V. I. Smirnov, Y. V. Petrov // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. – 2018. – Vol. 59. – № 2. – P. 303-309.
61. Selyutina, N. S. Fracture of saturated concrete and rocks under dynamic loading / N. S. Selyutina, Yu. V. Petrov // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2020. – Vol. 225. – P. 106265.
62. Pulse loading of rocks / Y. V. Petrov, V. I. Smirnov, S. I. Krivosheev [и др.] // *Extreme strength of materials and structures. Detonation. Shock waves. Proc. of the International conference VII Khariton's topical scientific readings (March 14–18, 2005)*. Abstracts. Sarov. – 2005. – С. 189-190.
63. Evaluation of fracture incubation time from quasistatic tensile strength experiment / N. A. Kazarinov, V. A. Bratov, Y. V. Petrov, G. D. Fedorovsky // *Materials Physics and Mechanics*. – 2014. – Т. 19. – № 1. – С. 16-24.
64. Morozov, N. Dynamics of fracture / N. Morozov, Y. Petrov. – Springer. – Berlin-Heidelberg-New York, 2000. – 98 с.
65. Thermal effect in dynamic yielding and fracture of metals and alloys / A. A. Gruzdkov, E. V. Sitnikova, N. F. Morozov, Y. V. Petrov // *Mathematics and Mechanics of Solids*. – 2009. – Vol. 14. – № 1-2. – P. 72-87.
66. Bratov, V. Application of incubation time approach to simulate dynamic crack propagation / V. Bratov, Y. Petrov // *International Journal of Fracture*. – 2007. – Vol. 146. – № 1-2. – P. 53-60.
67. Petrov, Y. V. Temperature dependence of spall strength and the effect of anomalous melting temperatures in shock-wave loading / Y. V. Petrov, Y. V. Sitnikova // *Technical physics*. – 2005. – Т. 50. – С. 1034-1037.
68. Multi-scale dynamic fracture model for quasi-brittle materials / Y. V. Petrov, B. L. Karihaloo, V. V. Bratov, A. M. Bragov // *International Journal of Engineering Science*. – 2012. – Vol. 61. – P. 3-9.
69. Petrov, Y. V. Structural-temporal theory of fracture as a multiscale process / Y. V. Petrov, A. A. Gruzdkov, V. A. Bratov // *Physical Mesomechanics*. – 2012. – Т. 15. – С. 232-237.

70. Светлицкий, В. А. Механика стержней: Учеб. для вузов. В 2-х частях. Ч. 2. Динамика / В. А. Светлицкий. – М.: Высшая школа, 1987. – 304 с.
71. Слепян, Л. И. Нестационарные упругие волны / Л. И. Слепян. – Л.: Судостроение, 1972. – 376 с.
72. Никитин, Л. В. Статика и динамика твердых тел с внешним сухим трением / Л. В. Никитин. – М.: Московский Лицей, 1998.
73. Akulenko, L. D. The oscillations of a rod in an inhomogeneous elastic medium / L. D. Akulenko, S. V. Nesterov // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. – 2012. – Vol. 76. – № 3. – P. 337-341.
74. Филиппов, А. Н. Распространение продольных упругих волн в стержне, окруженном средой типа Винклера / А. Н. Филиппов // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. – 1983. – № 1. – С. 74-78.
75. Experimental-theoretical analysis of nonstationary interaction of deformable impactors with soil / V. G. Bazhenov, V. L. Kotov, S. V. Krylov [et al.] // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2001. – Vol. 42. – № 6. – P. 1083-1089.
76. Kanel', G. I. Shock waves in solid state physics / G. I. Kanel'. – Boca Raton: CRC Press, 2019. – 224 p.
77. Volkov, G. A. On some principal features of data processing of spall fracture tests / G. A. Volkov, Yu. V. Petrov, A. A. Utkin // Physics of the Solid State. – 2017. – Vol. 59. – № 2. – P. 310-315.
78. Беллендир, Э. Н. Экспериментальное исследование хрупкого разрушения твердых тел в волне растягивающих напряжений: Дисс. канд. физ.-мат. наук. / Э. Н. Беллендир. – СПб: ФТИ им. АФ Иоффе АН СССР, 1990. – 160 с.
79. Игушева, Л. А. Динамическое разрушение стержня в волновом поле Клейна—Гордона / Л. А. Игушева // Труды семинара "Компьютерные методы в механике сплошной среды". 2018-2019 гг. – 2019. – С. 21-38.
80. Effect of NaCl-SDS compound solution on the wettability and functional groups of coal / N. Guanhua, S. Qian, X. Meng [et al.] // Fuel. – 2019. – Vol. 257. – P. 116077.
81. Influence of moisture on crack propagation in coal and its failure modes / Q. Yao, T. Chen, C. Tang [et al.] // Engineering Geology. – 2019. – Vol. 258. – P. 105156.

82. Effect of loading frequency on the deformation behaviours of sandstones subjected to cyclic loads and its underlying mechanism / K. Peng, J. Zhou, Q. Zou, X. Song // *International Journal of Fatigue*. – 2020. – Vol. 131. – P. 105349.
83. Effect of slot inclination angle and borehole-slot ratio on mechanical property of pre-cracked coal: implications for ECBM recovery using hydraulic slotting / Q. Zou, H. Liu, Z. Cheng [et al.] // *Natural Resources Research*. – 2020. – Vol. 29. – P. 1705-1729.
84. Wang, C. On the I-II mixed mode fracture of granite using four-point bend specimen / C. Wang, Z. M. Zhu, H. J. Liu // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2016. – Vol. 39. – № 10. – P. 1193-1203.
85. A peak-strength strain energy storage index for rock burst proneness of rock materials / F. Gong, J. Yan, X. Li, S. Luo // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – 2019. – Vol. 117. – P. 76-89.
86. Study of mixed-mode I/II fractures using single cleavage semicircle compression specimens under impacting loads / M. Wang, Z. Zhu, Y. Dong, L. Zhou // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2017. – Vol. 177. – P. 33-44.
87. Chen, J. Designing multi-well layout for enhanced geothermal system to better exploit hot dry rock geothermal energy / J. Chen, F. Jiang // *Renewable Energy*. – 2015. – Vol. 74. – P. 37-48.
88. Modelling of thermal rock mass properties at the potential sites of a Swedish nuclear waste repository / J. Sundberg, P.-E. Back, R. Christiansson [et al.] // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – 2009. – Vol. 46. – № 6. – P. 1042-1054.
89. Ozguven, A. Effects of high temperature on physico-mechanical properties of Turkish natural building stones / A. Ozguven, Y. Ozcelik // *Engineering Geology*. – 2014. – Vol. 183. – P. 127-136.
90. Effects of thermal treatment on tensile strength of Laurentian granite using Brazilian test / T. Yin, X. Li, W. Cao, K. Xia // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. – 2015. – Vol. 48. – P. 2213-2223.

91. Effect of varied durations of thermal treatment on the tensile strength of red sandstone / N. N. Sirdesai, T. N. Singh, P. G. Ranjith, R. Singh // *Rock mechanics and rock engineering*. – 2017. – Vol. 50. – P. 205-213.
92. Effects of temperature on mechanical properties of granite under different fracture modes / P. Kang, L. Hong, Y. Fazhi [et al.] // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2020. – Vol. 226. – P. 106838.
93. The influence of temperature on mode I fracture toughness and fracture characteristics of sandstone / G. Feng, Y. Kang, T. Meng [et al.] // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. – 2017. – Vol. 50. – P. 2007-2019.
94. Experimental study on the variation of physical and mechanical properties of rock after high temperature treatment / W. Zhang, Q. Sun, S. Hao [et al.] // *Applied Thermal Engineering*. – 2016. – Vol. 98. – P. 1297-1304.
95. The effect of high temperature on tensile strength of sandstone / C. Lü, Q. Sun, W. Zhang [et al.] // *Applied Thermal Engineering*. – 2017. – Vol. 111. – P. 573-579.
96. Fracture toughness measurements on igneous rocks using a high-pressure, high-temperature rock fracture mechanics cell: Parameterisation and Modelling of Lava Flows / M. R. Balme, V. Rocchi, C. Jones [et al.] // *Journal of Volcanology and Geothermal Research*. – 2004. – Vol. 132. – № 2. – P. 159-172.
97. Effect of thermal treatment on the mode I fracture toughness of granite under dynamic and static coupling load / T. Yin, L. Bai, X. Li [et al.] // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2018. – Vol. 199. – P. 143-158.
98. Effects of Thermal Damage on Strain Burst Mechanism for Brittle Rocks Under True-Triaxial Loading Conditions / S. Akdag, M. Karakus, A. Taheri [et al.] // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. – 2018. – Vol. 51. – № 6. – P. 1657-1682.
99. Quantification of thermally induced damage and its effect on dynamic fracture toughness of two mortars / W. Yao, Y. Xu, H.-W. Liu, K. Xia // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2017. – Vol. 169. – P. 74-88.
100. Thermal degradation of dynamic compressive strength for two mortars / W. Yao, H.-W. Liu, Y. Xu [et al.] // *Construction and Building Materials*. – 2017. – Vol. 136. – P. 139-152.

101. Schmidt, R. A. Effect of confining pressure on fracture toughness of Indiana limestone / R. A. Schmidt, C. W. Huddle // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. – 1977. – Vol. 14. – № 5. – P. 289-293.
102. Al-Shayea, N. A. Effects of confining pressure and temperature on mixed-mode (I–II) fracture toughness of a limestone rock / N. A. Al-Shayea, K. Khan, S. N. Abduljawwad // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – 2000. – Vol. 37. – № 4. – P. 629-643.
103. Li, H. B. Triaxial compression tests on a granite at different strain rates and confining pressures / H. B. Li, J. Zhao, T. J. Li // *International journal of rock mechanics and mining sciences*. – 1999. – Vol. 36. – № 8. – P. 1057-1063.
104. Haimson, B. True triaxial stresses and the brittle fracture of rock / B. Haimson // *Pure and Applied Geophysics*. – 2006. – Vol. 163. – P. 1101-1130.
105. Dynamic mechanical responses and failure characteristics of fractured rocks with hydrostatic confining pressures: An experimental study / W. You, F. Dai, Y. Liu, Y. Li // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. – 2022. – Vol. 122. – P. 103570.
106. Yao, W. Dynamic Fracture Test of Laurentian Granite Subjected to Hydrostatic Pressure / W. Yao, K. Xia, T. Zhang // *Experimental Mechanics*. – 2019. – Vol. 59. – № 2. – P. 245-250.
107. Игушева, Л. А. Анализ откольного разрушения в волновом поле Клейна-Гордона / Л. А. Игушева // *XLIV Гагаринские чтения*. – 2018. – С. 385-386.
108. Игушева, Л. А. Ударно-волновое деформирование и разрушение стержня, взаимодействующего со средой / Л. А. Игушева, Ю. В. Петров // *Комплексная безопасность и физическая защита. Труды VII Мемориального семинара профессора Б.Е. Гельфанда XIV Международной научно-практической конференции*. – 2018. – С. 361-376.
109. Igusheva, L. Effects of dynamic deformation and fracture in the Klein–Gordon stress field / L. Igusheva, Y. Petrov // *Procedia Structural Integrity*. – 2020. – Vol. 28. – P. 1303-1309.
110. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики. – изд. 4-е / В. С. Владимиров. – М.: Наука, 1981. – 512 с.

111. Полянин, А. Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики / А. Д. Полянин. – М.: Физматлит, 2001. – 576 с.
112. Работнов, Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. Учеб. пособие для вузов / Ю. Н. Работнов. – М.: Наука, 1988. – 712 с.
113. Spall Fracture: Shock Wave and High Pressure Phenomena / T. Antoun, D. R. Curran, S. V. Razorenov, [et al.]. – New York: Springer-Verlag, 2003. – 404 p.
114. Smirnov, V. I. On the threshold force pulses for spall fracture of materials / V. I. Smirnov // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2006. – Vol. 47. – № 5. – P. 696-703.
115. Petrov, Y. V. Structural-temporal approach to modeling of fracture dynamics in brittle media / Y. V. Petrov // Rock Dynamics and Applications – State of the Art. – London: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2013. – P. 101-110.
116. Братов, В. А. Исследование влияния поперечного размера стержня квадратного сечения на искажение формы приложенного к одному из его концов динамического импульса сжатия / В. А. Братов, Ю. В. Петров // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. – 2004. – № 2. – С. 86-90.
117. Игушева, Л. А. Влияние предварительной термической обработки на трещиностойкость горных пород / Л. А. Игушева // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2024. – Т. 21. – № 1. – С. 26-33.
118. Игушева, Л. А. Влияние предварительной термической обработки на динамические прочностные характеристики цементных растворов / Л. А. Игушева, Ю. В. Петров // Физика твердого тела. – 2024. – Т. 66. – № 3. – С. 481-489.
119. Bratov, V. Incubation time fracture criterion for FEM simulations / V. Bratov // Acta Mechanica Sinica. – 2011. – Vol. 27. – № 4. – P. 541-549.
120. Guo, H. Rock fracture-toughness determination by the Brazilian test / H. Guo, N. I. Aziz, L. C. Schmidt // Engineering Geology. – 1993. – Vol. 33. – № 3. – P. 177-188.



121. Suggested methods for determining the dynamic strength parameters and mode-I fracture toughness of rock materials / Y. X. Zhou, K. Xia, X. B. Li [et al.] // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – 2012. – Vol. 49. – P. 105-112.
122. Dai, F. A Semi-Circular Bend Technique for Determining Dynamic Fracture Toughness / F. Dai, R. Chen, K. Xia // *Experimental Mechanics*. – 2010. – Vol. 50. – № 6. – P. 783-791.
123. Селютина, Н. С. Динамическая деформация и разрушение материалов на основе релаксационных моделей необратимого деформирования: диссертация доктора физико-математических наук / Н. С. Селютина. – ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет»: СПбГУ, 2023. – 466 с.
124. Rock burst prediction based on in-situ stress and energy accumulation theory / S.-J. Miao, M.-F. Cai, Q.-F. Guo, Z.-J. Huang // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – 2016. – Vol. 83. – P. 86-94.
125. Anisotropic influence of fracture toughness on loading rate dependency for granitic rocks / S.-W. Oh, G.-J. Min, S.-W. Park [et al.] // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2019. – Vol. 221. – P. 106677.
126. Helbert, A. L. The influence of internal stresses on the fracture toughness of  $\alpha/\beta$  titanium alloys / A. L. Helbert, X. Feaugas, M. Clavel // *Metallurgical and Materials Transactions A*. – 1999. – Vol. 30. – № 11. – P. 2853-2863.
127. Lindholm, U. S. Some experiments with the split hopkinson pressure bar\* / U. S. Lindholm // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 1964. – Vol. 12. – № 5. – P. 317-335.
128. Djapic Oosterkamp, L. High strain rate properties of selected aluminium alloys / L. Djapic Oosterkamp, A. Ivankovic, G. Venizelos // *Materials Science and Engineering: A*. – 2000. – Vol. 278. – № 1. – P. 225-235.
129. Lee, O. S. Dynamic material property characterization by using split Hopkinson pressure bar (SHPB) technique / O. S. Lee, M. S. Kim // *Nuclear Engineering and Design*. – 2003. – Vol. 226. – № 2. – P. 119-125.

130. Dynamic property evaluation of aluminum alloy 2519A by split Hopkinson pressure bar / X. Zhang, H. Li, H. Li [et al.] // Transactions of Nonferrous Metals Society of China. – 2008. – Vol. 18. – № 1. – P. 1-5.
131. Sakino, K. Strain rate dependence of dynamic flow stress of 2017 aluminum alloy at very high strain rates / K. Sakino // International Journal of Modern Physics B. – 2008. – Vol. 22. – № 09n11. – P. 1209-1214.
132. Scrivener, K. L. Options for the future of cement / K. L. Scrivener // The Indian Concrete Journal. – 2014. – Vol. 88. – № 7. – P. 11-21.
133. Игушева, Л. А. Динамическая прочность на сжатие термически обработанного песчаника / Л. А. Игушева // Процессы в геосредах. – 2024. – № 1 (39). – С. 2400-2405.
134. Huang, S. Effect of heat-treatment on the dynamic compressive strength of Longyou sandstone / S. Huang, K. Xia // Engineering Geology. – 2015. – Vol. 191. – P. 1-7.
135. Nasser, M. H. B. Coupled evolutions of fracture toughness and elastic wave velocities at high crack density in thermally treated Westerly granite / M. H. B. Nasser, A. Schubnel, R. P. Young // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2007. – Vol. 44. – № 4. – P. 601-616.
136. Dynamic response and failure mechanism of hydrostatically pressurized rocks subjected to high loading rate impacting / H. Du, F. Dai, Y. Liu [et al.] // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. – 2020. – Vol. 129. – P. 105927.