

УТВЕРЖДАЮ:  
И.о. декана факультета математики  
и компьютерных наук СПбГУ  
Петров Виктор Александрович  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет»

Диссертация «Дискретные модели граничного поведения гармонических функций» выполнена Мозоляко Павлом Александровичем в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет».

По итогам обсуждения было принято следующее заключение (выписка из протокола заседания Лаборатории «Вероятностные методы в анализе» от 12.05.2023 № 1).

Актуальность темы диссертационного исследования подтверждается выбором вопросов, изучаемых в диссертации, посвященных изучению дискретных методов и моделей, возникающих в теории гармонических функций. Такие взаимосвязи стали рассматриваться относительно недавно, в значительной степени они получили свое развитие в связи с известными результатами Н.Г. Макарова о носителе гармонической меры и с построением теории всплесков. Затем подобные техники развивались в разных направлениях, в том числе в теории всплесков, диадической теории сингулярных интегральных операторов, теории вероятностей на графах, и в настоящее время теория дискретных гармонических функций и дискретных моделей представляет уже сформировавшуюся область исследований. В диссертации рассматриваются три вопроса граничного поведения гармонических функций, связанных с дискретными моделями: проблема описания карлесоновых мер для пространств Харди-Соболева в полидиске, граничное поведение функций из пространств роста, нормальная вариация положительных гармонических функций вблизи границы. Вопросы описания карлесоновых мер для пространств аналитических и гармонических функций, а также сходные вопросы описания мер, реализующих следовые неравенства, исследовались многими выдающимися математиками (отметим работы Л. Карлесона, В.Г. Мазьи, Д. Стегенги, С.-Я. А. Чанг, Р. Фейффермана, Э Сойера, Р. Рохберга, Н. Аркоцци, А. Вольберга, Ф. Назарова, С. Трейля и др.). Ввиду значительного (и хорошо известного исследователям) отличия между анализом на диске или шаре, и анализом на полидиске, при повышении размерности, как в непрерывном, так и в дискретном случае, возникают новые открытые задачи, которые сейчас привлекают большой интерес специалистов. Второе направление диссертации состоит в изучении поведения гармонических функций, подчиненных условию на рост функции (или ее модуля) около границы. Подобные классы функций составляют классический объект исследований, в том числе они возникают в связи с изучением обобщений теории Неванлинны. В третьем направлении изучалась вариация положительных гармонических функций в областях пространства вдоль нормали к границе. Этот объект хорошо известен в анализе, и служит удобным инструментом для определения и работы с различными пространствами гармонических и аналитических функций.

### **Наиболее существенные, полученные лично автором научные результаты:**

1. Получено описание карлесоновых мер для весовых гармонических пространств Харди-Соболева на би- и три-диске для значений весовых экспонент между нулем и единицей (не включая левый конец — пространства Харди), как в терминах



- подчинения меры соответствующей мультипараметрической емкости, так и в терминах соотношений массы и энергии меры
2. Получено подобное описание карлесоновых мер и для аналитических версий пространств, при условии, что весовые экспоненты лежат близко к точке  $(1,1,1)$ , т. е. к безвесовому пространству Дирихле на би- и три-диске.
  3. Дано описание следовых мер для дискретного весового оператора Харди на би- и три-дереве для случая весов типа произведения в терминах дискретной мультипараметрической емкости, а также и в терминах теста на характеристических функциях ячеек.
  4. Получены оценки емкости множества исключительного потенциала для равновесных мер на би- и три-дереве.
  5. Пространства роста гармонических функций в верхнем полупространстве (для весов с удвоением) описаны в терминах коэффициентов всплеск-разложения их граничных значений.
  6. Доказан многомерный вариант теоремы Картрайт о двусторонней оценке на рост гармонической функции в круге.
  7. Доказан многомерный вариант теоремы Бургейна о сверхплотности множества точек конечной нормальной вариации для положительных гармонических функций в областях с гладкой границей.

Все эти результаты являются новыми и значимыми для современного анализа и математической физики. Все основные результаты диссертации изложены с полными доказательствами и своевременно опубликованы в центральных российских и ведущих зарубежных математических журналах (отметим статьи в таких журналах как International Mathematics Research Notices, Bulletin of the London Mathematical Society, Mathematische Annalen, Revista Matematica Iberoamericana и др.). Совокупность полученных в диссертации результатов и развитые для их получения методы могут быть квалифицированы как крупное достижение в математическом анализе. Основные положения и выводы диссертации носят теоретический характер. Они могут быть использованы в исследованиях, проводимых в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Санкт-Петербургском отделении Математического института им. В.А. Стеклова РАН, Московском государственном университете, Санкт-Петербургском государственном университете. Ряд разделов диссертации может быть включен в специальные курсы, читаемые на математических факультетах университетов (и уже был включен в курс на летней школе в Кортоне, 2021 г.).

Диссертационное исследование Павла Александровича Мозоляко «Дискретные модели граничного поведения гармонических функций» соответствует паспорту научной специальности 1.1.1. «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» согласно номенклатуре научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени (Приказ Минобрнауки России от 24.02.2021 №118) и требованиям, установленным приказом «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете» от 19.11.2021 г. № 11181/1 Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения «Санкт-Петербургский государственный университет» и рекомендуется к защите на соискание ученой степени доктора физико-математических наук.

Научный руководитель Лаборатории  
«Вероятностные методы в анализе» факультета  
математики и компьютерных наук Федерального  
государственного бюджетного образовательного учреждения  
«Санкт-Петербургский государственный университет»,  
доктор физико-математических наук, профессор



Хеденмальм Пер Ян Хокан



ПОДПИСЬ РУКИ  
ДОСТОВЕРЯЮ

Хеденмальм П. Я. Х. 07.06.2023

НАЧАЛЬНИК УПРАВЛЕНИЯ КАДРОВ  
МОРОЗОВА С. В.

