ОТЗЫВ

члена диссертационного совета Волкова Александра Евгеньевича на диссертацию Сергеевой Татьяны Сергеевны на тему «Фундаментальные периодические решения двумерной упругости при учете поверхностных и межфазных напряжений», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела.

Диссертация посвящена решению двумерных задач нахождения полей напряжений в композите, состоящем из двух полуплоскостей с различными механическими свойствами, которые создаются периодической системой краевых дислокаций или сосредоточенных сил, расположенной на прямой, параллельной границе раздела. Главное внимание уделено выявлению влияния на напряженное состояние поверхностных напряжений и поверхностного натяжения. **Актуальность и практическая значимость** данной темы исследований обусловлена необходимостью расчета напряжений и деформаций в композиционных наноразмерных и наноструктурированных объектах, к которым относятся кристаллы для электронных схем, ультрамелкозернистые и нанозернистые материалы. Поверхностные напряжения играют важную роль в процессах зарождения поверхностных микротрещин, поверхностного окисления и других поверхностных химических реакциях. Таким образом, расчет поверхностных напряжений и равновесных конфигураций приповерхностных дислокаций имеет также большое **фундаментально-научное значение**. Большое значение имеет также открывающаяся возможность использовать полученные решения как функции Грина для построения эффективных схем решения задач для полуплоскости методом граничных элементов и граничных интегральных уравнений. Важно отметить, что специфика полученных решений заключается в учете поверхностной упругой энергии твердого тела, т. е. поверхностных напряжений, которые в пределах нескольких десятков нанометров от поверхности вносят существенный вклад в общую упругую энергию приповерхностной зоны и всего наноматериала.

Новизна результатов состоит в том, что впервые получены решения для периодических систем дислокаций или сосредоточенных сил, учитывающие поверхностные напряжения в рамках полной модели Гертина – Мердока, а также ее упрощенных вариантов, которые (решения) в ряде частных случаев совпадают с решениями, полученными ранее другими авторами.

Среди других результатов работы, определяющих ее фундаментально-научное значение, следует отметить

1) учет поверхностных напряжений, который означает введение естественного размера в задачу механики, что позволяет рассчитать зависимость напряжений от абсолютного (в нанометрах) значения координаты, нормальной к свободной поверхности или границе раздела;
2) вычисление зависимостей напряжений от ориентации вектора Бюргерса по отношению к свободной границе или границе раздела фаз: фактически это означает возможность изучать зависимость свойств границы раздела от ее ориентации относительно кристаллической решетки;

3) получение аналитических выражений для напряжений, что улучшает возможности их использования для построения новых решений и сведению ряда задач к интегральным уравнениям.

Достоверность полученных результатов обеспечена использованием апробированной модели Гертина – Мердока и метода представления напряжений и перемещений через комплексные потенциалы, а также тщательностью проделанных расчетов, подробным анализом и сопоставлением решений для различных частных случаев.

Апробация. Диссертационное исследование доложено как на кафедре Вычислительных методов механики деформируемого твёрдого тела Санкт–Петербургского государственного университета и на ряде международных научных конференций, а результаты опубликованы в ведущих научных журналах.

Квалификация автора диссертации не вызывает сомнения. Она продемонстрировала владение основами теории упругости, теории поверхностных напряжений, методами комплексных потенциалов решения задач плоской деформации, основ теории дислокаций. Выполнен анализ и сравнение решений, полученных в рамках различных упрощенных моделей, что позволило установить степень влияния различных характеристик поверхностного слоя на формирование полей напряжений в композиционных материалах. Для расчета плоской деформации двухкомпонентного композита при учете межфазных напряжений применен оригинальный метод суперпозиции решений задач о деформации двух различных упругих полуплоскостей.

Замечания и вопросы (цитируемый текст выделен).

1. Функцией Грина (фундаментальным решением) называется отклик системы на действие единичной сосредоточенной силы. Поэтому, строго говоря, найденные зависимости для полей напряжений, созданных периодической системой дислокаций или сосредоточенных сил – это суперпозиции функций Грина.
2. С.20. «Что касается решений, полученных в работе [79] для одиночной силы и краевой дислокации в полуплоскости, то, как и решение [36], они не могут выступать в роли функций Грина, так как не представлены в виде явных аналитических зависимостей, выраженных через элементарные функции». Разве функция Грина обязательно должна быть выражена в виде явных аналитических зависимостей, выраженных через элементарные функции? Полученные в этой работе зависимости не выражены через элементарные функции, поскольку это ряды с коэффициентами, выраженными через квадратуры.
3. С.19. «Из-за отсутствия прямых экспериментальных исследований по определению упругих постоянных поверхности, все численные результаты решенных задач, учитывающих поверхностную упругость, основаны на данных компьютерного моделирования». Вопрос: верно, что эксперименты по измерению нанотвердости можно корректно описать только с учетом поверхностного натяжения?
4. Неясно, как может в бесконечно тонком поверхностном слое действовать напряжение σ^{S}_{tn}? Как при этом могут быть выполнены условия равновесия малого приповерхностного элемента?
5. Описание теории Гертина – Мердока недостаточно ясное.

а) Не описаны четко конфигурации до и после деформации (в силу чего непонятными становятся формулы (6), в которые входят l и R – никак не объясняемые «длина дуги недеформированной поверхности» и «локальный радиус закругления».

б) Не сказано, по каким координатам (до или после деформации) происходит дифференцирование посредством поверхностного градиента. Формула для него не приведена.

в) Сказано, что вводится «декартова система координат n, t, x_3» (с базисом $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{t}$, $\boldsymbol{k}$), При этом не описано, как из представления (4) вектора перемещения в этой декартовой системе координат выводятся формулы (5), (6), явно полученные дифференцированием в криволинейной системе координат.

г) Неясно, как в линейной теории малых деформаций, в которой не различаются отсчетная и текущая конфигурации, вводится 1-й тензор напряжений Пиолы – Кирхгофа, для определения которого используется теория конечных деформаций.

6) Имеется довольно много неудачных выражений и формулировок.

а) С.12. «В качестве функций Грина дислокации, в основном, используются для моделирования трещин и построения соответствующих интегральных уравнений». Дислокации – это не функции.

б) С.15-16. «на Рис. 0.2 они отмечены белыми стрелками, направление которых совпадает с направлением каждой дислокации». Направление дислокации перпендикулярно плоскости рисунка.

в) С.22. Опечатка: нужно ak , а не a_k.

г) С. 84. В диссертации написано: «Следует отметить, что в упрощенной модели Гертина–Мердока пренебрежение поверхностным натяжением σ_0 или проекцией тензора поверхностного градиента перемещений на нормаль $\boldsymbol{n}\ \nabla^s\boldsymbol{u}$ (в случае плоской поверхности — производной $\partial u_2/\partial x_1$)». Вопрос. Если поверхностный градиент определен формулой $\nabla^S = \nabla - \boldsymbol{n}(\partial/\partial n)$, то тогда получается, что $\boldsymbol{n}\ \nabla_s\boldsymbol{u} = 0$. Как тогда его можно учитывать?

д) С.32. «в безразмерной системе координат».

е) С.34 ,35. Рис. 1.2. «Нормализованное окружное напряжение на поверхности с вектором Бюргерса, параллельным оси x_1 (a) и x_2 (b), при периоде a = 3 нм.». Что такое «окружное напряжение» и «нормализованное окружное напряжение» в полуплоскости?

ж) С. 34. «Как видно из этих рисунков, увеличение периода a приводит к стабилизации разности максимумов σ_{11} в классическом и неклассическом решениях, и эта разница достигается в точке $x_1 = 0$ над ядром дислокации». Смысл предложения неясен.

з) С.40. Неудачные термины «сила скольжения», «сила переползания».

и) С.41. «заменим тензор напряжений в равенстве (1.31) его девиатором, чтобы учесть не упругое изменение объема тела». Как можно учесть неупругое изменение объема такой заменой?

к) «граничные условия сводятся к вспомогательной задаче».

Указанные замечания и вопросы не умаляют значимости полученных результатов и не снижают общей положительной оценки работы. Диссертация представляет собой законченное научное исследование, содержащее новые результаты, имеющие как практическое, так и фундаментально-научное значение.

Диссертация Сергеевой Татьяны Сергеевны на тему: «Фундаментальные периодические решения двумерной упругости при учете поверхностных и межфазных напряжений» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Сергеева Татьяна Сергеевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела. Нарушения пунктов 9 и 11 указанного Порядка в диссертации не обнаружены.

Член диссертационного совета

Доктор физ.-мат. наук, без звания,
профессор кафедры Теории упругости СПбГУ А.Е.Волков

Дата

05.05.2023