

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Санкт-Петербургское отделение
Математического института им. В. А. Стеклова
Российской академии наук
(ПОМИ РАН)

Юридический адрес: 191023, САНКТ-ПЕТЕРБУРГ,
ВН. ТЕР. Г. МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ОКРУГ ДВОРЦОВЫЙ ОКРУГ,
УЛ. КАРАВАННАЯ, Д. 24-26 ЛИТЕРА А,
ПОМЕЩ. 3Н, 5Н, 7Н, 8Н, 9Н, 15Н, 17Н, 18Н, 19Н, 21Н, 22Н, 24Н.

Фактический адрес: 191023 Санкт-Петербург, наб. р. Фонтанки, д. 27
тел. (812) 312-40-58, факс (812) 310-53-77
e-mail: admin@pdmi.ras.ru

ИНН 7825351570 КПП 784101001

«10» ноября 2023 № 11102/33/02 -2151/245

УТВЕРЖДАЮ
Директор ПОМИ РАН
доктор физико-математических наук,
член корреспондент РАН
М.А. Всемиров



ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

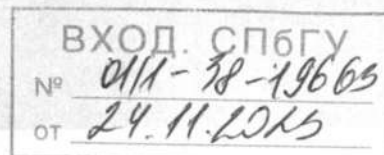
федерального государственного бюджетного учреждения науки
Санкт-Петербургского отделения Математического института им. В. А. Стеклова
Российской академии наук

о диссертации Мозоляко Павла Александровича

«Дискретные модели граничного поведение гармонических функций»,
представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических наук
по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертация посвящена единой тематике, связанной с изучением свойств гармонических функций и их граничного поведения. Главные методы исследований основаны на применении дискретных методов и моделей.

В диссертации изучаются следующие основные вопросы: описание мер Карлесона для пространств Харди–Соболева в полидиске, граничное поведение функций из пространств роста, нормальная вариация положительных гармонических функций вблизи границы.



Актуальность темы диссертационного исследования. Задачи о мерах, введённых Леннартом Карлесоном для пространств аналитических и гармонических функций, а также смежные вопросы об описании мер, реализующих следовые неравенства, исследовались многими выдающимися математиками. Отдельно отметим работы В.Г. Мазьи, Д. Люкинга, С.-Я.А. Чанг, Р. Феффермана, Э. Соьера, Р. Рохберга и Н. Аркоцци. В последние годы были обнаружены неожиданные эффекты, связанные с подобными задачами в полидиске при повышении размерности базового комплексного евклидова пространства. В непрерывном и в дискретном случае возникли новые открытые вопросы, которые сейчас привлекают большой интерес ведущих специалистов.

Второе направление исследований в диссертации — изучение свойств гармонических функций, удовлетворяющих условиям на рост около границы. Отметим, что гармонические и голоморфные пространства роста являются классическими объектами, свойства которых активно исследуются. Такие пространства часто ассоциируют с именем Б. Коренблюма, который использовал специальные пространства роста в рамках развития обобщённой теории Неванлинны. Актуальные исследования этих объектов с точки зрения теории банаховых пространств были проведены Х. Бонетом.

Третий набор вопросов, исследуемых в диссертации, связан с вариацией положительных гармонических функций в областях евклидова пространства вдоль нормали к границе. Этот объект хорошо известен и часто применяется в анализе. Отдельной мотивировкой для изучаемых вопросов является решение Ж. Бургейном известной задачи У. Рудина о радиальной вариации ограниченных голоморфных функций в круге.

Актуальность диссертационного исследования также подтверждается используемыми подходами, основанными на дискретных методах и моделях. Подобные методы были предложены относительно недавно, они получили свое развитие в значительной степени в прорывных работах Н.Г. Макарова о пространствах Блоха и свойствах гармонической меры. Затем подобные подходы применялись в разнообразных областях, в частности, в работах Р. Банюэлоза и Ч. Мура о вероятностном поведении гармонических функций, при построении теории всплесков, в диадической теории сингулярных интегральных операторов и в бурно развивающейся теории дискретных голоморфных функций, которая непосредственно связана с актуальными задачами статистической физики. В настоящее время теория дискретных гармонических функций и дискретных моделей — это активно развивающаяся область исследований.

Новизна исследования и основные результаты. Наиболее существенные новые научные результаты, полученные лично автором, перечислены ниже.

1. Получено описание мер Карлесона для весовых гармонических пространств Харди–Соболева на би- и три-диске для строго положительных весовых экспонент, не превосходящих единицы, в терминах соотношения между исследуемой мерой и мультипараметрической ёмкостью.

2. Дано описание следовых мер для дискретного весового оператора Харди на би- и три-дереве для случая весов типа произведения. Для такого описания использована дискретная мультипараметрическая ёмкость.
3. Получены описания исследуемых мер Карлесона в терминах соотношений массы в энергии меры.
4. Следовые меры для изучаемого дискретного весового оператора Харди охарактеризованы с помощью теста на характеристических функциях ячеек.
5. Получены оценки ёмкости множества исключительного потенциала для равновесных мер на би- и три-дереве.
6. Получены описания мер Карлесона для голоморфных пространств Харди–Соболева, которые близки к стандартному пространству Дирихле в полидиске из комплексного евклидова пространства размерности два или три.
7. Для весов, обладающих свойством удвоения, функции из гармонических пространств роста в полупространстве охарактеризованы в терминах коэффициентов всплеск-разложений.
8. Доказано многомерное обобщение теоремы Картрайт о двусторонней оценке на рост гармонической функции в шаре.
9. Доказан многомерный вариант теоремы Бургейна о сверхплотности множества точек конечной нормальной вариации для положительных гармонических функций в областях с достаточно гладкой границей.

Все указанные достижения, несомненно, являются значимыми для современного анализа. Все основные результаты диссертации изложены с полными и строгими доказательствами, своевременно опубликованы в ведущих российских изданиях и в таких авторитетных международных математических журналах, как “International Mathematics Research Notices”, “Journal of the London Mathematical Society”, “Mathematische Annalen” и “Revista Matematica Iberoamericana”.

Изложение материала. Общая организация диссертации достаточно логична. Имеющиеся незначительные опечатки не влияют на понимание текста и строгость рассуждений. В качестве недочёта отметим нестандартное использование в диссертации заглавных букв при ссылках и упоминании глав, теорем, следствий и т.д. Этот и подобные недостатки имеют чисто технический характер и не влияют на общее высокое качество диссертации.

Значимость для науки. Представленные автором результаты получены в рамках исследований в области фундаментальной математики. Основные положения и выводы диссертации, несомненно, имеют теоретическую ценность. Совокупность полученных в диссертацию результатов и развитые для их получения методы могут быть квалифицированы в качестве крупного достижения в гармоническом, комплексном и функциональном анализе.

Рекомендации по использованию. Полученные в диссертации результаты могут найти приложения в смежных разделах гармонического и комплексного анализа, в теории

потенциала на графах и в математической физике. Они могут быть использованы в исследованиях, проводимых в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Санкт-Петербургском отделении Математического института им. В.А. Стеклова РАН, Московском государственном университете, Санкт-Петербургском государственном университете, Сибирском федеральном университете. Ряд разделов диссертации может быть включен в специальные курсы, читаемые на математических и физических факультетах университетов.

Диссертационное исследование соответствует паспорту научной специальности 1.1.1. «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» согласно номенклатуре научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени (Приказ Минобрнауки России от 24.02.2021 №118).

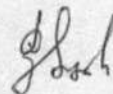
Диссертационное исследование Мозоляко Павла Александровича «Дискретные модели граничного поведения гармонических функций» отвечает всем требованиям пп. 9–14 «Положения о порядке присуждения учёных степеней», утверждённого Постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 года №842, а его автор Мозоляко Павел Александрович заслуживает присуждения учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв заслушан и одобрен на заседании лаборатории математического анализа Санкт-Петербургского отделения Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук 13 ноября 2023 года, протокол №7.

Ведущий научный сотрудник

Санкт-Петербургского отделения Математического института им. В. А. Стеклова
Российской академии наук,

доктор физико-математических наук,
профессор РАН



Е.С. Дубцов

*Подпись руки Дубцова
Евгения Сергеевича
удостоверено
виз. следствием
Скрипка В.Т.
20.11.2023*



От: Диссовет <dissovet@spbu.ru>
Отправлено: 22 ноября 2023 г. 9:09
Кому: spbu@spbu.ru
Тема: FW: ОТЗЫВ ведущей организации (ПОМИ РАН) на диссертацию Мозоляко П.А. (19.12.2023)
Вложения: ОтзывПОМИ_РАН_МозолякоПА20231120.pdf

Добрый день!

Прошу зарегистрировать поступившее письмо и связать с РК № 01/1-39-12201 от 21.09.2023.

С уважением,
ведущий специалист
Отдела по обеспечению деятельности диссертационных советов Карасева Ирина
(812) 363-61-14

-----Original Message-----

From: dubtsov@pdmi.ras.ru [mailto:dubtsov@pdmi.ras.ru]
Sent: Tuesday, November 21, 2023 9:35 PM
To: dissovet@spbu.ru
Cc: i.karaseva@spbu.ru
Subject: RE: ОТЗЫВ ведущей организации (ПОМИ РАН) на диссертацию Мозоляко П.А. (19.12.2023)

Уважаемые сотрудники
Отдела по обеспечению деятельности диссертационных советов Санкт-Петербургского государственного университета!

1) Высылаю pdf-скан утвержденного отзыва ведущей организации (ПОМИ РАН) на диссертацию Мозоляко П.А. (защита запланирована на 19.12.2023).

2) Оригинал отзыва (1 экз.) отправлен в СПбГУ (в Ваш Отдел) по почте канцелярией ПОМИ РАН.

С уважением,
ведущий научный сотрудник ПОМИ РАН
Е.С.Дубцов

