UNIVERSITY OF CALIFORNIA, LOS ANGELES

BERKELEY · DAVIS · IRVINE · LOS ANGELES · MERCED · RIVERSIDE · SAN DIEGO · SAN FRANCISCO SANTA BARBARA · SANTA CRUZ

MATHEMATICS DEPARTMENT
LOS ANGELES, CALIFORNIA 90095-1555

Phone: (310) 825-5012
Email:
merkurev@math.ucla.edu
6 августа 2023 г.

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета на диссертацию Сивацкого Александра Станиславовича на тему: “Применение коник в теории квадратичных форм и центральных простых алгебр”, представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

В диссертационной работе Сивацкого изучаются такие классические объекты как центральные простые алгебры, алгебры с инволюциями, квадратичные формы, а также ассоциированные с ними геометрические объекты (конические кривые) методами теории когомологий Галуа, алгебраической K-теории и алгебраической теории квадратичных форм.

На первый взгляд, диссертация Сивацкого представляет собой несвязное объединение нескольких эссе на различные темы. На самом деле это не так. У каждого классического объекта (равно как и у группы автоморфизмов этого объекта) имеется набор “критических” простых чисел. Почти все указанные выше объекты имеют только одно критическое простое число 2. Например, любая анизотропная квадратичная форма становится изотропной над квадратичным расширением, но всегда анизотропна над расширением нечетной степени. Таким образом, можно сказать, что в диссертации Сивацкого изучаются классические объекты с критическим числом 2.

Известно как ведут себя алгебраические структуры с критическим числом 2 при квадратичных расширениях основного поля. Аналогичные результаты сохраняются в случае биквадратичных расширений. Оказывается, что

№ 33-06-889 от 09.08.2023

в большинстве случаев ситуация кардинально меняется при переходе к n-квадратичным расширениям при $n > 2$. Либо результаты становятся не верны или существенно усложняются. Диссертация Сивацкого во многом посвящена изучению этого “фазового перехода” $2 \mapsto 3$.

Следующие результаты диссертации Сивацкого мне представляются наиболее важными.

1. Известно, что центральные простые алгебры экспоненты 2 над полем когомологической размерности 2 (или степени 4 и экспоненты 2 над произвольным полем) являются разложимыми. Сивацкий показывает, что ситуация кардинально меняется над полями когомологической размерности 3 (и больше): он строит пример неразложимой алгебры стенени степени 8 и экспоненты 2 над таким полем.

2. Для n-квадратичного расширения полей имеется комплекс групп, содержащий мультипликативные группы и группы Брауэра всех подрасширений. Известно, что такой комплекс является ацикличным, если $n \leq 2$ и не является ацикличным, если $n > 2$. Сивацкий строит примеры 3-квадратичных расширений полей, для которых группы гомологий указанного комплекса сколь угодно большие.

3. Если Q_1 и Q_2 - кватернионные алгебры, такие что тензорное произведение $Q_1 \otimes Q_2$ не является телом, то Q_1 и Q_2 имеют общее квадратичное поле расщепления. Сивацкий вводит понятие стандартной тройки (Q_1, Q_2, Q_3), обобщающие эту ситуацию и доказывает, что тройка кватернионных алгебр (Q_1, Q_2, Q_3) стандартна тогда и только тогда, когда группа Чжоу $CH^2(X_1 \times X_2 \times X_3)$, где X_i - коника алгебры Q_i, не имеет кручения. Отметим, что группа $CH^2(X_1 \times X_2 \times X_3)$ в общем случае имеет кручение.

4. Сивацкий показывает, что свойство алгебры быть неразложимой, а также свойство квадратичной формы быть превосходной, может быть сформулировано как некоторое свойство алгебры или формы над полем рациональных функций.

В своих исследованиях Сивацкий использует мощные инструменты теории простых алгебр, теории когомологий Галуа, алгебраической теории квадратичных форм и, в некоторой степени, теории алгебраических циклов.

Результаты диссертации полностью опубликованы. Основные результаты данной работы являются новыми и были представлены на многочисленных международных конференциях. Александр Станиславович является

одним из общепризнанных лидеров в области исследования классических объектов с критическим простым числом 2, а в области построения контрпримеров не имеет себе равных.

Я рекомендую Александру Станиславовичу в дальнейших исследованиях использовать современные методы обобщенных теорий когомологий, таких как мотивные когомологии, K-теория Моравы, теория алгебраических кобордизмов.

Диссертация Сивацкого Александра Станиславовича на тему: “Применение коник в теории квадратичных форм и центральных простых алгебр” соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 N 11181/1 “О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете”, соискатель Сивацкий Александр Станиславович полностью заслуживает присуждения ученой степени доктора наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика. Нарушения пунктов 9 и 11 указанного Порядка в диссертации не установлены.

Член диссертационного совета,
доктор физико-математических
наук, профессор
Калифорнийского Университета в
Лос Анджелесе

Меркурьев Александр Сергеевич
6 августа 2023 г.