ОТЗЫВ
члена диссертационного совета на диссертацию Сивацкого Александра Станиславовича на тему:
«Применение коник в теории квадратичных форм и центральных простых алгебр»,
представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Теория квадратичных форм — один из старейших и важнейших разделов арифметической геометрии и алгебры в целом; некоторые задачи из этой области восходят еще к античности. Тем не менее, эта область не утратила своей актуальности вплоть до сегодняшнего дня; с ней связаны ряд интересных и важных задач, и к ней применяются новейшие методы и теоремы современной алгебры. Отметим, в частности, доказательство гипотезы Милнора, полученное В. Воеводским при помощи революционных мотивных гомотопических методов, и позволившее Ж. Арасону и Р. Элману вывести ряд важных следствий о строении кольца Витта и свойствах форм Пфистера.

Другим важнейшим результатом в данной области является теорема Меркурьева-Суслина. Хотя она (наряду с гипотезой Милнора) и является частным случаем гипотезы Блоха-Като, которая также была доказана Воеводским, ее доказательство стало очень важным достижением, поскольку связало К-группы Милнора с группами Брауэра (и, соответственно и центральными простыми алгебрами — в т.ч., кватернионными), имеющим огромное значение для теории чисел и арифметической геометрии.

Диссертация А.С. Сивацкого посвящена ряду сложных вопросов, связанных с теорией квадратичных форм и центральными простыми алгебрами, в том числе, непревосходным расширениям полей, нестандартным триплетам кватернионных алгебр, нестандартным парам бикватернионных алгебр; также изучается важный комплекс Брауэра. Диссертант получил ряд важных результатов по этим темам. Отмечу также, что диссертант пользуется богатым инструментарием методов, а основные результаты диссертации были опубликованы в ведущих международных математических журналах.

Попробую кратко описать некоторые результаты диссертации. Были построены неразложимые центральные простые алгебр экспоненты 2 и индекса 2^n при $n \geq 3$, расщепляемые данным множеством из n квадратных корней. Были даны примеры триквадратичных расширений со сколь угодно большой третьей группой когомологий комплекса Брауэра. Были доказано, что расширение полей, степень которого 2^n, сильно превосходно (т. е., замена базы на него сохраняет важное условие превосходности) только в случае n=1. Были построены несвязанные нестандартные триплеты кватернионных алгебр (нестандартность означает, что группа Чжоу коразмерности 2 произведения соответствующих квадрик состоит из двух элементов). Было получено необходимое условие для стандартности связанного триплета кватернионных алгебр (связанность означает, что суммы по Брауэру для всех подмножеств этого триплета также

представляются кватернионными алгебрами). Также был получен критерий изотропности для некоторых квадратичных форм над полем рациональных функций от одной переменной.

Опишу также содержание диссертации по главам. Она состоит из введения, пяти глав, заключения и библиографии. Во введении диссертант напоминает историю предмета и формулирует основные результаты диссертации. В первой главе автор изучает неразложимые центральные простые алгебры экспоненты 2. В главе 2 рассматривается комплекс Брауэра для триквадратичных расширений полей. В третьей и четвертой главе изучается (сильная) превосходность расширений. Кроме того, в главе 4 изучается стандартность триплетов кватернионных алгебр и общие поля расщепления двух бикватернионных алгебр. В главе 5 рассматриваются задачи, касающиеся форм и алгебр над полями рациональных функций. В заключении приводится ряд интересных открытых вопросов, непосредственно связанных с данной диссертацией.

Таким образом в диссертации решены трудные актуальные задачи теорий квадратичных форм и центральных простых алгебр. Автор проявил высокую математическую культуру, включая всеобъемлющее знание своей области. Текст написан аккуратно и четко; он хорошо структурирован. Несколько незначительных опечаток не влияют на общее положительное впечатление от диссертации и не мешают пониманию основных результатов.

Все основные результаты работы являются новыми, получены автором самостоятельно и строго доказаны. Основные результаты диссертации были доложены на ведущих алгебраических семинарах и хорошо известны ведущим специалистам по данной тематике. Результаты настоящей работы рекомендуется положить в основу спецкурсов на математических факультетах МГУ, СПбГУ, НГУ и других университетов страны.

Исходя из вышесказанного, диссертация Сивацкого Александра Станиславовича на тему: «Применение коник в теории квадратичных форм и центральных простых алгебр» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 №11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Сивацкий Александр Станиславович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика. Пункты 9 и 11 указанного Порядка диссертантом не нарушены.

Член диссертационного совета, доктор физико-математических наук, профессор РАН, доцент Федерального государственного бюджетного образовательное учреждения высшего профессионального образования "Санкт-Петербургский государственный университет" Михаил Владимирович Бондарко

8 августа 2023