

ОТЗЫВ

председателя диссертационного совета на диссертацию Мозоляко Павла Александровича на тему: «Дискретные модели граничного поведения гармонических функций», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по научной специальности 1.1.1 Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертация П.А. Мозоляко посвящена современным направлениям в гармоническом анализе и теории потенциала. Диссертация состоит из введения, девяти глав и списка литературы, включающего 112 наименований.

Во введении, которое занимает 45 страниц, подробно описано обширное содержание последующих глав.

В первой главе развивается теория потенциала и определяется ёмкость множеств на частично упорядоченных графах. Устанавливаются свойства ёмкостей, определенных на подмножествах графов.

Вторая глава содержит большое количество технически сложных и важных результатов, относящихся к декартовым произведениям деревьев. В неё содержатся взаимные оценки констант, фигурирующих в различных теоремах вложения. Также в этой главе содержатся сложные контрпримеры, показывающие, что утверждения, справедливые для 1-дерева, не всегда выполняется для d -дерева при $d \geq 2$. Построение этих контрпримеров использует глубокие соображения теории потенциала на графах.

В третьей главе исследуются весовые пространства аналитических функций в полидиске, при этом применяется дискретизация полидиска и используются результаты второй главы о теории потенциала и ёмкости на графах. Таким методом доказывается эквивалентность теорем вложения для аналитических функций из определенных классов в полидиске и соответствующие дискретные аналоги. Оказывается также, что ёмкости множеств и их дискретных образов, определенные каждая в своем математическом контексте, эквивалентны. Как итог приложения результатов второй главы получают новые нетривиальные утверждения о теоремах вложения пространств аналитических или гармонических функций в полидиске D^d при $1 \leq d \leq 3$.

Четвертая глава посвящена оценке роста гармонических в полупространстве функций в терминах теории всплесков. При этом получается описание соответствующего весового класса гармонических функций в терминах качества разложения функции в ряды на параллельных гиперплоскостях по всплескам определенного вида.

Пятая глава посвящена трудной и важной теореме о повторном логарифме в оценке интеграла от гармонической функции с весовым условием на рост вблизи границы, которая удовлетворяет условия Липшица. Также в пятой главе построен принципиальный контрпример, показывающий, что оценка, использующая повторный логарифм веса, определяющего весовое пространство, не проходит для гармонических функций, в отличие от специального интеграла от них.

В шестой главе, используя мартингалы, автор строит новые нетривиальные примеры в классических гёльдеровских пространствах на прямой.

В седьмой главе изучаются весовые пространства гармонических функций в единичном шаре в R^d . П.А. Мозоляко получает новые сильные оценки функций в таких пространствах, преодолевая очень большие технические и идейные сложности.

Наиболее трудные доказательства всей диссертации содержатся в главе восемь. В ней получено существенное обобщение теоремы Бургейна о конечной длине образа радиуса при отображении ограниченной аналитической в единичном круге функцией для множества хаусдорфовой размерности единица. Доказательство этого более общего и более сильного результата для гармонических в R^d функции состоит из нескольких трудных шагов.

В девятой главе автор подводит итог своим исследованием, изложенным в предыдущих главах, и формулирует новые проблемы.

В работе П.А. Мозоляко решены важные проблемы математического анализа, разработаны новые подходы в изучении классических задач комплексного и гармонического анализа. Диссертация содержит существенный вклад в несколько современных разделов математического анализа.

С учетом всего вышесказанного полагаю:


Содержание диссертации Павла Александровича Мозоляко на тему: «Дискретные модели граничного поведения гармонических функций» соответствует специальности 1.1.1 Вещественный, комплексный и функциональный анализ;

Диссертация является научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение.

Нарушений пунктов 9, 11 Порядка присуждения Санкт-Петербургским государственным университетом ученой степени доктора наук соискателем ученой степени мною не установлено.

Диссертация соответствует критериям, которым должны отвечать диссертации на соискание ученой степени доктора наук, установленным приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете» и рекомендована к защите в СПбГУ.

Председатель диссертационного совета,
доктор физико-математических наук,
профессор, профессор кафедры
математического анализа СПбГУ

 Широков Н.А.

20.11.2023