

## Отзыв

члена диссертационного совета Седакова Артема Александровича на диссертацию Чирковой Юлии Васильевны на тему «Сетевые игры: равновесное и оптимальное поведение», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.3. Теоретическая информатика, кибернетика

**Актуальность темы исследования.** В диссертации исследуются игровые задачи распределения совместно используемых ресурсов. Среди них можно выделить задачи выбора момента обращения к системе массового обслуживания, балансировки загрузки, покрытия, а также задачи оптимальной маршрутизации с неделимым и разделяемым трафиком, основанные на модели Вардропа. Такие задачи весьма популярны и актуальны при математическом моделировании транспортных, телекоммуникационных и информационных систем, поскольку в реальной жизни с ними сталкиваются операторы связи и пользователи их услуг, транспортные компании, менеджмент службы поддержки клиентов и пр. Понимание поведения отдельных конкурирующих пользователей системы может позволить менеджменту адаптироваться к ситуации и улучшить показатели системы.

**Научная новизна.** Полученные в диссертации результаты являются новыми и, безусловно, представляют научный интерес. В рассматриваемых задачах они касаются единственности равновесия по Нэшу, структуры стратегий, формирующих равновесие, поиска кооперативного поведения и сравнения его с поведением в равновесии по Нэшу. Последнее проводится путем анализа цены анархии или нахождения оценки ее верхней границы, что имеет важное значение в рассматриваемых классах задач.

**Степень достоверности.** Изложенные в диссертации теоретические результаты приводятся с полным и строгим доказательством. В случае необходимости приводятся ссылки на источники используемых утверждений. Исследование выполнено на высоком математическом уровне. Основные результаты диссертации опубликованы в профильных научных изданиях, в частности таких как «Математическая теория игр и ее приложения», «Управление большими системами», Automation and Remote Control, Optimization Letters. Основные результаты представлялись на международных научных конференциях высокого уровня, посвященных теории игр, дискретной математике, оптимизации и исследованию операций.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Диссертация имеет важное значение для развития методов распределения совместно используемых ресурсов. Результаты диссертации вносят вклад в понимание эгоистичного поведения пользователей системы массового обслуживания, при распределении между ними задач разного объема и разных скоростях обслуживания или при распределении ими трафика. Практическая значимость работы определяется областью применения исследуемых в диссертации прикладных моделей.

**Содержание работы.** Диссертация посвящена теоретико-игровому моделированию распределения совместно используемых ресурсов. Она состоит из введения, 14 глав, заключения и списка цитируемой литературы. Объем диссертации составляет 352 страницы.

В первой главе обсуждается выбор момента обращения к системе обслуживания со случайным доступом и потерями для разных схем доступа. Для системы с двумя серверами,

а также с фиксированным или случайным количеством игроков охарактеризовано единственное симметричное равновесие по Нэшу. В частности, доказываемое существование ненулевой вероятности обслуживания в начальный момент времени и наличие ненулевой плотности поступления, начиная с некоторого момента.

Во второй главе исследуется равновесие в системе обслуживания с одним сервером при вытеснении. Характеризуется единственное симметричное равновесие по Нэшу: существование ненулевой плотности поступления до некоторого момента времени и ненулевой вероятности загрузки в окончательный момент.

В третьей главе рассматривается модель обращения к системе обслуживания с одним сервером, допуская повторные вызовы. В рамках модели с двумя и тремя игроками структура равновесия совпадает со структурой, полученной в первой главе.

В четвертой главе исследуется теоретико-игровая модель выбора пользователем базовой станции с учетом ее расположения и уровня шума. Проанализировано влияние информированности о расположении игроков и проведено сравнение равновесий по Нэшу для разного уровня шума и правил подключения к базовой станции.

В пятой главе рассматривается рыночная модель выбора виртуальными операторами компаний на основе модели Хотеллинга, подразумевающая также выбор операторами цен на предоставляемые услуги. Модель учитывает уровень консервативности клиентов в части перехода от одного оператора к другому или уровень их недовольства обслуживанием. Получены равновесные и стационарные решения. Найдено максимальное количество шагов, при котором достигается стационарное состояние.

В шестой главе предлагается задача оптимальной маршрутизации неделимого трафика в сети с параллельными каналами. Получено полностью смешанное равновесие для двух видов затрат системы: линейных и квадратичных. Отдельно обсуждается эффект добавления нового канала в систему.

В седьмой и восьмой главах диссертации исследуется игра балансировки загрузки, в том числе с линейными экстерналиями, где каждый игрок нацелен на минимизацию задержки выполнения своей задачи. Сравнивая эгоистичное поведение игроков, которое может не существовать в чистых стратегиях, с кооперативным поведением, удается вычислить цену анархии (или ее верхнюю границу) и проанализировать ее поведение. Предложен численный метод нахождения цены анархии.

В девятой и десятой главах рассматриваются игры покрытия, в том числе с линейными экстерналиями, где необходимо минимизировать простой наименее занятого узла. Находится нижняя граница цены анархии, а в ряде случаев (например, для системы трех узлов) цена анархии вычисляется в явном виде. Там же предложен численный метод нахождения цены анархии.

В одиннадцатой главе обсуждается численный метод нахождения точного значения цены анархии, основанный на решении задач линейного программирования. Численный метод обобщается на системы, в которых количество вычислительных узлов превосходит три.

В двенадцатой главе рассматривается задача оптимальной маршрутизации с разделяемым трафиком, опираясь на модель Вардропа и ориентируясь на минимизацию задержки пересылаемого трафика. Предлагаются несколько вариантов функции задержки, для которых сделаны выводы о глобальной оптимальности, равновесии и верхней границе цены анархии.

В тринадцатой главе модель Вардропа с разделяемым трафиком и параллельными каналами анализируется при асимметрии информации: игрок знает тип своего трафика для отправки, но не знает типа трафика остальных игроков. Рассмотрены два типа равновесия (по Вардропу, которое всегда существует в рассматриваемой постановке, и байесовское равновесие по Вардропу) и установлена связь между ними. Показана также связь равновесия по Вардропу с потенциалом.

В четырнадцатой главе модель Вардропа с разделяемым трафиком и параллельными каналами анализируется с учетом экстерналий. Исследуется, при каких условиях в системе с несколькими параллельными каналами оптимальные значения экстерналий обеспечивают равенство цены анархии единице.

В диссертации нет существенных недостатков. Отмечу некоторые **замечания**:

1. Диссертация содержит 14 глав, часть из которых довольно небольшого объема. На мой взгляд, главы со схожей тематикой стоило укрупнить: например, игры балансировки (главы 7, 8 и 11), игры покрытия (главы 9 и 10), задачи оптимальной маршрутизации, основанные на модели Вардропа (главы 12–14). Первые три главы диссертации также касаются одной проблемы — проблемы выбора момента обращения к системе обслуживания.
2. В главе 3 рассматривается односерверная система массового обслуживания с возможностью повторных вызовов. Для случая двух и трех пользователей найдены их равновесные стратегии. В этой главе не обсуждается возможность масштабирования подхода на случай присутствия большего количества пользователей в системе и возникающая сложность поиска равновесия по Нэшу.
3. В главе 5 предлагается модель двустороннего рынка телекоммуникаций, в которой каждый покупатель (пользователь) может обращаться к услугами компании только через посредника — некоторого виртуального оператора. Есть примеры рынков, где пользователи могут взаимодействовать с компанией как напрямую, так и через посредника (реализация товара напрямую производителем или через ритейлера; подключение к оператору связи, имеющего свою сеть передачи данных, или к виртуальному оператору, не имеющего собственной сети, но обладающего доступом к сети партнера). Моделирование подобной ситуации сделало бы рассматриваемую в этой главе модель более общей и, возможно, привело бы к новым сетевым эффектам.
4. В лемме 6.2 приводится критерий единственности полностью смешанного равновесия по Нэшу в задаче оптимальной маршрутизации с неделимым трафиком, различными каналами и однородными пользователями. Он связывает одним неравенством количество пользователей, количество каналов, минимальную пропускную способность канала и общую пропускную способность системы. Что можно сказать о структуре равновесных по Нэшу стратегий при нарушении этого неравенства?
5. Ряд рассматриваемых в диссертации моделей предполагает однородность пользователей и, как следствие, их одинаковое поведение в системе массового обслуживания (например, в моделях выбора момента обращения к системе, представленных в главах 1–3). В подобных реальных системах массового обслуживания пользователи могут не быть однородными по своим параметрам и/или отношению к обслуживанию. Представляется интересным анализ моделей с гетерогенными пользователями,

но в то же время такое «усложнение» модели может привести к невозможности нахождения равновесного поведения в явном виде при сделанных допущениях.

- б. В тексте диссертации используются «оптимальные» и «равновесные» стратегии в одном контексте при эгоистичном поведении пользователей системы.

Отмеченные замечания не влияют на общее положительное впечатление о диссертации, которая, как было отмечено выше, выполнена на высоком математическом уровне. Частично замечания носят редакционный характер, при этом некоторые из них могут быть учтены и использованы автором диссертации в своих будущих исследованиях.

**Заключение.** Диссертация содержит результаты, совокупность которых может быть квалифицирована как научное достижение в области теоретико-игрового моделирования распределения совместно используемых ресурсов.

Диссертация Чирковой Юлии Васильевны на тему: «Сетевые игры: равновесное и оптимальное поведение» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Чиркова Юлия Васильевна заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.3. Теоретическая информатика, кибернетика. Нарушения пунктов 9 и 11 указанного Порядка в диссертации не обнаружены.

Член диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук,  
профессор Кафедры математической теории игр  
и статистических решений Санкт-Петербургского  
государственного университета

 А. А. Седаков

31 мая 2023 г.