

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета Ровбы Евгения Алексеевича на диссертацию Улицкой Анастасии Юрьевны на тему «Точные неравенства теории приближения пространствами сдвигов», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертация А. Ю. Улицкой посвящена экстремальным задачам теории среднеквадратичных приближений. Проблемы, рассматриваемые в диссертации, относятся к классической тематике теории приближений. Задачи о точном приближении классов сверток восходят к работам Ж. Фавара, Н. И. Ахизера и М. Г. Крейна, а задачи о поперечниках – к работам А. Н. Колмогорова. В их решение внесли весомый вклад С. М. Никольский, Н. П. Корнейчук, А. А. Лигун, В. Ф. Бабенко, В. М. Тихомиров, Г. Г. Магарил-Ильяев, К. Ю. Осипенко и другие математики. Однако задачи об описании экстремальных подпространств, то есть подпространств, реализующих точные значения поперечников заданного класса функций, исследованы совсем мало. Обычно известно, что экстремальными являются пространства тригонометрических многочленов, целых функций экспоненциального типа или сплайнов. Пространства, порожденные равноотстоящими сдвигами одной функции (в диссертации они названы пространствами сдвигов), играют важную роль в гармоническом анализе, в том числе в связи с теорией всплесков. Их изучение активно продолжается в настоящее время. Поэтому тема диссертации актуальна.

Основные результаты диссертации состоят в следующем. Получено полное описание экстремальных подпространств сдвигов в задачах приближения классов сверток на периоде и на оси. Кроме того, предъявлено семейство экстремальных подпространств в задачах приближения соболевских классов функций, заданных на отрезке. Особо хочу отметить два достоинства диссертации: окончательность решений и высокую оригинальность как постановок задач, так и методов решения.

Диссертация состоит из списка обозначений, введения, трех глав, заключения и списка литературы. Во введении описаны постановки задач, приведена история вопросов и подробно сформулированы основные результаты диссертации.

Первая глава относится к приближению периодических функций. Известно, что поперечники классов сверток выражаются через коэффициенты Фурье ядер свертки и что линейные комбинации экспонент экстремальны. Диссертантка нашла необходимые и достаточные условия, связывающие ядро свертки и функцию, которая порождает пространство сдвигов, чтобы это пространство было экстремальным. Общая теорема дает полное решение этой задачи и включает все известные предыдущие результаты на эту тему как частные случаи. Затем из общей теоремы выводятся достаточные условия, которые легче проверять. Это позволило привести достаточно много примеров ядер и подпространств, удовлетворяющих условиям теоремы.

Метод доказательства основной теоремы весьма оригинален. Используя специально выбранный ортогональный базис в пространстве сдвигов и равенство Парсеваля, А. Ю. Улицкая записывает требуемое неравенство в терминах коэффициентов Фурье. После этого задача сводится к проверке неположительности собственных чисел некоторых операторов.

Вторая глава посвящена приближению соболевских классов функций, заданных на отрезке и удовлетворяющих граничным условиям нескольких типов. В работах М. Флоатера и Э. Санде были построены экстремальные подпространства сплайнов для этих классов функций. А. Ю. Улицкая нашла легко проверяемые достаточные условия экстремальности приближающих подпространств. Это позволило привести серию примеров экстремальных подпространств, в том числе сплайновых. И здесь результаты предшественников получаются как частные случаи, но кроме того найдены и другие экстремальные подпространства сплайнов.

Доказательство теорем второй главы основано на применении результатов первой. С помощью граничных условий и периодизации задачу на отрезке удалось свести к периодической задаче.

В третьей главе решаются задачи того же типа, что и в первой, но для функций с суммируемым квадратом на вещественной оси. Технически эта глава наиболее трудна. Рассматриваются классы функций, задаваемые в терминах преобразований Фурье с помощью мультипликаторов. А. Ю. Улицкая вычислила значения средних поперечников рассматриваемых классов. Эта теорема несколько обобщает известные результаты В. М. Тихомирова, Г. Г. Магарил-Ильяева и К. Ю. Осипенко о средних поперечниках соболевских классов и классов сверток. Как и в периодическом случае, диссертантка нашла критерий приближения заданного класса заданным подпространством сдвигов с точной константой, равной поперечнику. Тем самым получено описание экстремальных подпространств сдвигов. Экстремальность подпространств понимается в смысле средней размерности и средних поперечников. Ответ формулируется в терминах убывающей перестановки модуля мультипликатора. Затем приводятся легко проверяемые достаточные условия и примеры.

Для доказательства результатов третьей главы А. Ю. Улицкая развила технику, разработанную ей для периодического случая. При этом ей пришлось преодолеть неизбежные трудности, связанные с некоторым неудобством обращения с перестановками функций.

В заключении кратко перечислены основные результаты работы.

Диссертация написано ясно, хорошим русским языком, удобно структурирована и отлично оформлена. У меня нет серьезных замечаний к тексту диссертации. Формулировки основных теорем 1.1 и 3.1 весьма длинные и нелегки для понимания. Однако это объективно вызвано их общностью и окончательным характером результатов. Кроме того, последующий разбор следствий и частных случаев проясняет содержание.

Результаты диссертации опубликованы в пяти статьях в журналах, входящих в базу Scopus. Все полученные результаты являются новыми, они строго доказаны в диссертации.

Диссертация А. Ю. Улицкой является законченным научным исследованием. Она содержит решения новых актуальных задач и вносит существенный вклад в современную теорию приближений. При решении поставленных задач диссертантка продемонстрировала высокую технику владения используемым математическим аппаратом и широкое знакомство с научной литературой по теме диссертации.

Диссертация Улицкой Анастасии Юрьевны на тему: «Точные неравенства теории приближения пространствами сдвигов» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых

степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Улицкая Анастасия Юрьевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ. Нарушения пунктов 9 и 11 указанного Порядка в диссертации не обнаружены.

Член диссертационного совета

Доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой фундаментальной и
прикладной математики Гродненского
государственного университета
имени Янки Купалы
(г. Гродно, Республика Беларусь)



Ровба Евгений Алексеевич

09.10.2023