

Дата: 30.05.2023

ОТЗЫВ

на диссертационную работу Смирнова Сергея Николаевича
«Гарантированный детерминистский подход
к математическому моделированию финансовых рынков»,
представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук
по специальности 1.2.2. — математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

На сайте СПбГУ я ознакомился с диссертационной работой С.Н. Смирнова. У меня достаточно хорошее представление об исследованиях Смирнова С.Н., который многократно выступал с докладами по тематике диссертационной работы на семинарах в Центральном экономико-математическом институте (ЦЭМИ РАН): в 2011 г на семинаре «Математическая экономика» под руководством В. И. Данилова и В. М. Полтеровича; в 2011, 2018 и 2022 гг. на семинаре «Вероятностные проблемы управления и стохастические модели в экономике, финансах и страховании» под руководством В. И. Аркина, Т. А. Белкиной и Э. Л. Пресмана.

В последние годы Смирновым С.Н. опубликован цикл работ по новому направлению финансовой математики (формально относящемуся к робастному моделированию, интенсивно развивающемуся в работах ряда авторов, начиная с 2015 года), в основе которых лежит предложенный автором гарантированный детерминистский подход к моделированию финансовых рынков с дискретным временем и торговыми ограничениями. В отличие от работ по робастному моделированию, гарантированный детерминистский подход носит теоретико-игровой характер и является одной из возможных формализаций неопределенности движения рыночных цен, приспособленной для решения задач суперхеджирования и маржирования. Это позволяет решать соответствующую задачу ценообразования опционов и строить хеджирующую стратегию, удовлетворяющую заданным торговым ограничениям, опираясь на теоретико-игровые методы, а также на выпуклый и многозначный анализ, в качестве основного математического инструментария.

Данный подход применяется автором для решения задачи суперхеджирования опционов (одна из важнейших в современных математических финансах и основная в диссертации), а также задачи маржирования портфеля из опционов и фьючерсов. Отправной точкой исследований являются уравнения Беллмана–Айзекса, имеющие непосредственную экономическую интерпретацию и справедливые при более общих условиях, чем при традиционном стохастическом подходе – в частности, изначально не требуется условий безарбитражности. Однако, разумеется, условия безарбитражности важны для того, чтобы модель имела экономический смысл. Для гарантированной детерминистской постановки задачи, в соответствии с экономической интерпретацией, найдены релевантные условия безарбитражности и их геометрические критерии.

Благодаря теоретико-игровому подходу задача суперхеджирования возникает новый для математических финансов объект — смешанные стратегии «рынка» в многошаговой игре (с нулевой суммой) против «хеджера», продавца опциона (использующего чистые стратегии). Оказывается, что при весьма общих условиях, включая определенную формализацию безарбитражности, на каждом шаге игры имеет место игровое равновесие, что позволяет отделить задачу ценообразования от задачи хеджирования и получить ряд важных результатов, в том числе касающихся свойств наиболее неблагоприятных смешанных стратегий «рынка».

Особый интерес представляет введенное Смирновым С.Н. понятие структурной устойчивости модели финансового рынка – в данном контексте, это означает сохранение конкретного свойства безарбитражности при малых возмущениях динамики рынка. Оказалось, что структурная устойчивость принципиально важна для свойства непрерывности решений

уравнений Беллмана–Айзекса, а также близости приближенного решения к исходному при аппроксимации модели рынка с целью получения численного решения. Более того, подход, предложенный Смирновым С.Н., позволяет получать конструктивные оценки модуля непрерывности решений уравнений Беллмана–Айзекса, а также оценки погрешности аппроксимации модели рынка для широкого класса торговых ограничений.

Автор вводит условие согласованности подходов и показывает, что при выполнении этого условия гарантированный детерминистский подход применительно к задаче суперхеджирования является более чувствительным, чем традиционный, поскольку ориентирован на более широкий класс сценариев движения цен. Поэтому цена суперхеджирования для гарантированного детерминистского подхода не меньше, чем для вероятностного. Однако для случая отсутствия торговых ограничений доказано, что если выполняются условия, обеспечивающие непрерывность решений уравнений Беллмана–Айзекса, то вероятностный подход дает решение задачи ценообразования для суперхеджирования, совпадающее (почти наверное) с решением, полученным при помощи гарантированного детерминистского подхода.

Насколько мне известно, предложенный автором численный метод является первым, предназначенным для решения задачи суперхеджирования. Метод использует аппроксимацию динамики рынка посредством близкой модели, для которой решение задачи ценообразования на первом этапе сводится к одной из основных задач вычислительной геометрии, состоящей в построении многогранника, являющегося выпуклой оболочкой заданного конечного множества точек, а на втором этапе — к стандартной задаче максимизации вогнутой функции на выпуклом множестве. Численные эксперименты, проведенные с использованием разработанного комплекса программ, для конкретного выбора моделей рынка, торговых ограничений и опционов типа Rainbow подтверждают работоспособность численного метода.

В диссертации имеются опечатки:

1) на стр. 44, первый абзац, а также на стр. 83 в сноске 20 имеется некорректные ссылки. По смыслу текста, в обоих случаях это должна быть ссылка на формулу (1.2.11).

2) на стр 59, в сноске 30 в тексте “опорная функция множества неотрицательна тогда и только тогда, когда точка 0 принадлежит замыканию этого множества” поле слова “замыканию” пропущены слова “выпуклой оболочки” этого множества. То, что это опечатка (а не ошибка), ясно из основного текста в Замечании 2.2.5.

Считаю, что на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение. Рекомендую присуждение Смирнову С. Н. ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2.

Доктор физико-математических наук

Главный научный сотрудник ЦЭМИ РАН
(сайт института <http://www.cemi.rssi.ru/>)

Адрес электронной почты: presman@cemi.rssi.ru

 Пресман Эрнст Львович

Подпись *Пресмана Э.Л.* ЗАБЕРЯЮ
Зав. ОК *Морозов С.Е.*

