ОТЗЫВ

научного оппонента на диссертацию

Воронецкого Егора Юрьевича

"Младшая K-теория нечетных унитарных групп"

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 1.1.5 –

"Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика"

Представленная работа посвящена изучению своиств K_2-функтора для нечетной унитарной группы, а также широкому кругу связанных с этим задач структурной теории групп Шевалле над кольцами, теории алгебраических групп и алгебраической K-теории.

Сразу должен сказать, что диссертант поднимается на максимальный уровень общности в решении поставленных задач и поэтому полученные результаты и, особенно, разработанные методы могут быть специализированы по отношению к большому кругу конкретных групп и колец. Без всякого сомнения, построенная теория открывает важные перспективы в общем K-теоретическом аспекте и при надлежащей дальнейшей популяризации может стать рабочим инструментом для изучения самых различных структурных вопросов алгебраической K-теории. Уровень диссертации является необычайно высоким и я рассматриваю представленные в диссертациии результаты как своего рода трамплин для дальнейших многочисленных научных успехов.

Основные результаты работы изложены в нескольких важных статьях, связанных логикой развития теории. Так, например, работа "Centrality of K_2-functors revisited" посвящена центральности линейного $_2$-функтора для необязательно коммутативных колец, в то время как следующая работа "Centrality of odd unitary K_2-functor", составляющая ядро диссертации, заточена на изученнии разных проблем, связанных с центральностью K_2-функтора, смоделлированного на нечетных унитарных группах. Это большой класс групп, частным случаем которого являются классические группы.

Прежде всего остановимся кратко на общей картине происходяшего. Группа Стейнберга определяется как группа, заданная образующими и определяющими соотношениями, известными как соотношения Стейнберга. Она впервые была определена Стейнбергом и Милнором по отношению к специальной линейной группе над полем и практически сразу стала рассматриваться в контексте групп Шевалле. Фактически группа Стейнберга $St(\Phi, F)$ является универсальным центральным расширением односвязной группе Шевалле для любого поля F. М.Стейн определил группу Стейнберга в контексте групп Шевалле над кольцами, и, соответственно, определил $K_2(\Phi, R)$ как ядро накрытия $St(\Phi, R) \to G_{sc}(\Phi, R)$. Позднее K_2 для некоммутативных колец изучался Баком, Тангом и Лавреновым для унитарных групп Стейнберга. Для линейного K_2 центральность была получена ван дер Калленом еще в 77-м году. Следовательно общая проблема центральности стоит уже 45 лет.

№ 33-06-345 от 21.03.2023

Достаточно недавно, в замечательных работах Лавренова и Синчука центральность K_2 была установлена для $\Phi = C_l, D_l, E_l,\ l \geq 3$. Метод доказательства состоял в редукции к линейному случаю, или в конструкции симплектического аналога "другого представления"ван дер Каллена. Однако для доказательства центральности K_2 для систем $\Phi = B_l, F_4$, и тем самым, для доказательства центральности для всех групп Шевалле указанных методов оказалось недостаточно.

Именно в этом месте видна сила разработанной Воронецким абсолютно новой идеологии про-групп. Результаты последней главы дисертации - фактически основные результаты диссертации, позволили ему не только обобщить ван дер Калена - Туленбаева на широкий класс некоммутативных колец, но и доказать центральность K_2 для нечетной унитарной группы. Тем самым Воронецкий решил проблему центральности дла всех классических групп над коммутативными кольцами, в частности и для типа $\Phi = B_l$. В не вошедшей в дисертацию совместной работе Воронецкого-Лавренова-Синчука абсолютно тот же метод про-групп Воронецкого позволяет доказать центральность K_2-функтора для групп $St(F_4, R)$ над проивольным коммутативным кольцом и, тем самым, полностью решить простоявшую почти полвека проблему центральности K_2 для произвольной группы Шевалле над произвольным коммутативным кольцом (я опускаю случай малого ранга где Вендт построил контрпример). Как я уже отмечал вначале, все понятия и методы в работе Воронецкого даются в самом общем виде, и поэтому их применение к вышеуказанному сенсационному результату потребовало значительных усилий.

Я хочу завершить рецензию формальным перечнем полученных в диссертации результатов. В первой главе дается новая, самая общая конструкция унитарной группы, обобщающая конструкции Бака и Петрова. Несмотря на то, что эта конструкция чрезвычайно сложно строится, ее результатом является возможность сформулировать результаты Стейна о скрещенных модулях в общем виде. Во второй главе обсуждаются вариации и связи форменных алгебр с классическими редуктивными группами. Основной является третья глава. В ней вводится новый локализационный метод (метод про-групп) и доказывается основной результат диссертации: при естественных ограничениях нечетная унитарная группа Стейнберга является скрещенным модулем над унитарной группой. В более приземленных терминах это означает что соответствующая элементарная подгруппа нормальна во всей унитарной группе, функтор K_2 централен, и значит группа Стейнберга унитарной группы является ее центральным расширением. Наконец, все это верно для всех классических групп Шевалле.

Вся диссертация выполнена на крайне высоком уровне и содержит результаты, которые решают старые математические проблемы. Я предполагаю что развитый в диссертации формализм должен быть применен и к другим задачам в области структурной теории алгебраичесих групп и их K-теории.

Суммируя все вышесказанное, диссертация на тему «Надгруппы подсистемных подгрупп» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Воронецкий Егор

Юрьевич несомненно заслуживает присуждения ученой степени кандидата наук по научной специальности 1.1.5 – "Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика".

Евгений Плоткин
Член Диссертационного Совета
Профессор Университета Бар Илан,
Израиль

20.03.2023