

Отзыв на диссертацию
Павла Александровича Мозоляка
“Дискретные модели граничного поведения гармонических функций”,
представленную на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Диссертация Павла Александровича Мозоляка относится к классическим темам гармонического анализа — дискретным аппроксимациям и граничному поведению гармонических (или аналитических) функций. Задачи, связанные с дискретными гармоническими функциями, возникают в самых разных дисциплинах — от методов вычислений до теории графов. Этой темой давно занимаются самые лучшие аналитики — от Карлесона до Бургейна, — вместе с тем, её ни в коей мере нельзя считать закрытой или исчерпанной.

В этой важной области Павлу Александровичу удалось получить ряд ярких результатов, вошедших в диссертацию.

Диссертация начинается с обстоятельного введения, в котором описывается её содержание. В главе 1 вводится основная дискретная модель на конечных и бесконечных графах; В главе 2 доказываются фундаментальные неравенства между ёмкостями, константами Карлесона и др. Глава 3 посвящена доказательству непрерывных результатов в полидиске с помощью полученных ранее дискретных утверждений. В главах 4-7 дискретная модель несколько меняется. Изучаются пространства роста и разделённые разности гёльдеровых функций. В главе 8 изучаются так называемые точки Бургейна положительно гармонической функции: доказывається, что их «везде много».

Работа в целом позволяет говорить о её авторе как о тонком и оригинальном аналитике с хорошим вкусом и большой технической силой.

Мне особенно понравились вариант принципа максимума для функций на дереве (теорема I.3), закон повторного логарифма для взвешенных усреднений (теорема I.14), далёкое обобщение теоремы Картрайт о том, что односторонняя оценка роста влечёт двустороннюю (теорема I.18), сверхплотность точек Бургейна положительной гармонической функции (теорема I.22).

О качестве результатов свидетельствует и то, что они опубликованы в хороших журналах, в том числе таких престижных как IMRN и Math. Annalen.

Как и всякий крупный математический текст, работа не лишена ряда мелких недостатков, часть из которых перечислю.

Терминология, используемая автором, спорна. Так, неудачной представляется идея называть ориентированным ациклическим графом частично упорядоченное множество (с дополнительным требованием): это стандартное понятие, которое широко используется, и оно не предполагает транзитивности соответствующего бинарного отношения. Называть

d -деревом произведение деревьев, то есть граф с циклами, я бы тоже не стал: слово «дерево» слишком связано в сознании математиков с отсутствием циклов.

Доказательства изложены иногда чересчур сжато. Например, в доказательстве леммы 4.1.1 следовало бы сказать, что мы интегрируем разные оценки на g в шаре радиуса R и в его дополнении: это сэкономило бы читателю пару минут, а пара минут не бывает лишней.

В определении ядра (стр. 13) непонятно, что такое x и y , а также в каком порядке они указываются в списке аргументов g (кажется, этот порядок сразу же изменяется на обратный).

Фамилии авторов, в честь которых называются объекты, автор пишет через дефис («пространства Харди-Соболева», «результаты Чанг-Феффермана»), будто это двойные фамилии.

Пунктуация, используемая в диссертации, выглядит как случайная смесь русской и английской пунктуаций.

Эти замечания не влияют на общее положительное и убедительное впечатление от работы.

Считаю, что диссертация удовлетворяет всем требованиям СПбГУ к докторским диссертациям по математике, установленным Приказом от 19.11.2021 №11181/1 «О порядке присуждения учёных степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», а её автор Павел Александрович Мозоляко безусловно заслуживает присуждения ему учёной степени. Нарушения пунктов 9 и 11 указанного порядка в диссертации не обнаружены.

доктор физико-математических наук
профессор СПбГУ

Ф. В. Петров 

6 декабря 2023 г.,
Санкт-Петербург