

## ОТЗЫВ

от члена диссертационного совета Новиковой Натальи Михайловны на диссертацию Смирнова Сергея Николаевича на тему «Гарантированный детерминистский подход к математическому моделированию финансовых рынков», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертационная работа Смирнова С.Н. посвящена весьма **актуальной проблеме** – построению системы математических моделей для анализа финансовых рынков (с целью оптимизации принятия решений при участии в них), основанного не на традиционном вероятностном, а на детерминистском подходе, поскольку только такой подход позволяет гарантировать результат. В качестве одного из примеров автором рассмотрен финансовый инструмент типа «американский опцион», требования по погашению которого могут возникнуть в произвольный момент времени. Основная изучаемая в диссертации задача – суперхеджирования (т.е. **гарантированного** обеспечения выплат по обязательствам). Эта задача исследуется для динамической модели с дискретным временем. Хеджер (продавец опциона) управляет портфелем (покупает/продает входящие в портфель активы в рамках торговых ограничений) по принципу самофинансирования в условиях неопределенности будущих цен. Считается лишь, что изменения цен подчинены ограничениям, которые в работе задаются в каждый момент времени  $t$  компактными множествами, зависящими от предыстории цен (и не зависящими от стратегии хеджера по управлению активами). Задача для математика в том чтобы найти минимальную исходную цену продажи опциона (премию), гарантирующую выполнение требований, и хеджирующую стратегию. В своей работе Смирнов С.Н. показал, что критерием, который хеджер должен минимизировать в каждый текущий момент  $t$  до окончания срока действия контракта, является стоимость (в текущих ценах) нового портфеля при условии гарантий дальнейших выплат. Аналогичный пошаговый критерий введен для заявленной в целях диссертации второй содержательной задачи – маржирования. Для нее таким критерием будет депозитная маржа.

В отличие от большого количества вероятностных моделей, для вычисления различных характеристик которых имеется множество разнообразных методов, гарантированный (иначе, минимаксный) подход потребовал и разработки новых вычислительных схем, и создания нового программного обеспечения. Для обоснования предлагаемых численных методов решения поставленных оптимизационных задач автору понадобилось доказать достаточно тонкие свойства динамических процессов, соответствующих построенным моделям. Отмечу: свойство липшицевости решений уравнения Беллмана-Айзекса (причем с оценкой константы Липшица для ряда случаев), существование измеримого селектора во множестве наихудших траекторий рынка, несколько результатов о полунепрерывности сверху многозначных отображений, необходимой для аппроксимации в хаусдорфовой метрике, получение оценок порога структурной устойчивости для моделей финансовых рынков и другие. Всё это обуславливает **научную новизну** диссертации Смирнова С.Н., а также вносит важный вклад в развитие математического аппарата теории динамических систем вообще и теории их устойчивости, в частности, и допускает применение не только для финансовых рынков.

Гарантированный детерминистский подход, приведший автора к минимаксным задачам, не мог не вызвать у него интереса к исследованию игровых постановок в смысле условий существования седловых точек (равенства максимина и минимакса), которое заметно упрощает поиск минимакса, в первую очередь, численный. Смирнов С.Н. предложил и рассмотрел интересную конструкцию, соответствующую использованию «рынком» (как игроком-природой) смешанных стратегий. Притом, если бы у рынка не было ограничений, наилучшие смешанные стратегии совпали бы с чистыми, но ограничения накладывают определенную специфику. Диссертант доказал теорему о конечном носителе наименее благоприятных смешанных стратегий рынка, что дает возможность (при выполнении условий теоремы) свести задачу суперхеджирования к задаче хеджирования и применять известную для последних задач технику.

Основные прикладные результаты получены в диссертации для моделей финансовых рынков в предположении их безарбитражности. Автор классифицирует виды арбитража и останавливается на наиболее слабом условии – отсутствия гарантированного арбитража с неограниченной прибылью, но при сохранении этого условия для малых возмущений динамики рынка, т.е. на робастной форме условия безарбитражности рынка. Модели с таким свойством названы в работе структурно устойчивыми. Смирнов С.Н. показывает, что при детерминистском подходе правильно ограничиваться структурно устойчивыми моделями, а это существенно облегчает их исследование. Дальнейшее сужение класса моделей финансовых рынков автор связывает с непрерывным характером зависимости от предыстории (в смысле наличия соответствующего селектора или феллеровского свойства для переходного ядра) и называет реалистичностью модели. Установлена взаимосвязь между структурной устойчивостью и реалистичностью моделей финансовых рынков.

Отдельная глава диссертации Смирнова С.Н. отведена соотношению оценок, полученных гарантированным детерминистским и вероятностным подходами к постановке задачи п.н. гарантированного хеджирования без торговых ограничений. Доказано, что в условиях структурной устойчивости (с некоторыми предположениями о непрерывности) значения, найденные с помощью обоих подходов, совпадают.

Что касается численных методов, то, на мой взгляд, они даны излишне схематично (по сравнению с остальной частью работы). Понятно, что в предыдущих главах представлен основной задел, включая условия, позволяющие по отдельности решать задачи оценки стоимости опциона и поиска оптимальной стратегии хеджера. Однако можно было бы ожидать и более подробного описания, и большего числа тестовых примеров, особенно с учетом наличия работающего комплекса программ.

В качестве другого недостатка диссертации Смирнова С.Н. приходится упомянуть про опечатки, причем не только при согласовании окончаний по числу, роду и падежу, но и в формулах. В частности, появление знака интеграла вместо внутренности ( $\int$ ) – на стр. 261 и 278, повтор половины п.3 с дублированием сноски и формулы – на стр.155-156. Кроме того, укажу на неточность терминов: на стр. 298 сказано примально-дуальный алгоритм вместо прямо-двойственного, на стр. 17 в п.7) заявлены «Эффективные» вычислительные методы, хотя под эффективностью методов обычно понимается их полиномиальность.

Тем не менее, указанные недостатки не снижают общей положительной оценки работы Смирнова С.Н. Все сформулированные в его диссертации научные положения, выводы и рекомендации являются строго обоснованными, теоремы и предложения снабжены не только доказательствами, но и библиографическими ссылками, а также сопровождаются содержательным комментарием с описанием развилок и экскурсами в историю. Богатый и полный обзор литературы дополняет выгодное впечатление от диссертационной работы в целом. Достоверность полученных результатов не вызывает сомнений в силу качества их апробации – уровня публикаций автора и широты участия в конференциях, семинарах и других научных мероприятиях. Часть материала вошла в лекционный курс по финансовой математике, разработанный комплекс программ используется в качестве компьютерного практикума к курсу.

Представленную в диссертации совокупность теоретических положений, основанных на выполненных автором исследованиях, безусловно можно квалифицировать как научное достижение.

Подводя итог, заключаю, что диссертационная работа Смирнова Сергея Николаевича на тему: «Гарантированный детерминистский подход к математическому моделированию финансовых рынков» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», а соискатель Смирнов Сергей Николаевич заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Нарушения пунктов 9 и 11 указанного Порядка в диссертации не обнаружены.

Член диссертационного совета

Д.ф.-м.н. (по специальности «Теоретические основы математического моделирования, численные методы и комплексы программ»), профессор,  
в.н.с. ФИЦ ИУ РАН

  
Новикова Н.М.

Дата 05 июня 2023г.

Подпись Новикова Н.М. заверяю:  
Начальник отдела кадров  
Петрова  
06 06  
Отдел кадров  
П.А. Петрова  
2023г.  
Государственное учреждение  
«Информатика и управление»  
Федерального исследовательского центра  
«Информатика и управление»  
Российской академии наук