

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета Дубцова Евгения Сергеевича на диссертацию Улицкой Анастасии Юрьевны на тему «Точные неравенства теории приближения пространствами сдвигов», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертация посвящена единой тематике, связанной с установлением точных неравенств для среднеквадратичного приближения с помощью пространств сдвигов $S_{B,n,m}$, их аналогов и модификаций. Общая организация изложения весьма логична: после основных обозначений и введения в первой главе получены базовые результаты, которые представляют самостоятельный интерес, а также используются в других главах диссертации. В первой главе приближаемыми объектами являются периодические свёртки с заданным ядром. Во второй главе приближаемые функции заданы на интервале и удовлетворяют определённым граничным условиям на концах этого интервала. В заключительной третьей главе рассматриваются задачи аппроксимации в пространстве L^2 на прямой \mathbf{R} . Перейдем теперь к более подробному обсуждению полученных результатов по главам.

Первая глава диссертации посвящена точным оценкам среднеквадратичных приближений для классов периодических свёрток. Пусть n — натуральное число и B — 2π -периодическая функция, суммируемая на интервале $[-\pi, \pi]$. По определению пространство сдвигов $S_{B,n}$ состоит из функций s , заданных на вещественной прямой \mathbf{R} и представимых в виде

$$s(x) = \sum_{j=0}^{2n-1} \beta_j B\left(x - \frac{j\pi}{n}\right).$$

Подпространство $S_{B,n}^\times$ пространства $S_{B,n}$ задаётся естественным условием на коэффициенты β_j . После этого вводятся пространства $S_{B,n,m}$ и их модификации. В первой главе классический точный результат о приближении тригонометрическими многочленами распространяется на следующую весьма общую задачу аппроксимации: с помощью пространств сдвига приближаются функции f , задаваемые равенством

$$f = G * \varphi + g,$$

где g — функция специального вида, а G и φ — 2π -периодические функции из L_2 и L_1 , соответственно, на интервале $[-\pi, \pi]$.

Основным результатом первой главы является теорема 1, которая в рамках рассматриваемой задачи даёт критерий экстремальности пространства $S_{B,n,m}^\times$. Условие, достаточное для выполнения основного технического предположения в теореме 1, получено в теореме 3. В главе 1 также доказаны аналогичные теоремы для пространства $S_{B,n,m}$, разобраны важные частные случаи и приведены явные примеры. Отметим, что известные неравенства о приближении функций из классов Соболева сплайнами являются частными случаями результатов, представленных в первой главе.

Во второй главе диссертации найдена целая совокупность экстремальных приближающих подпространств для классов дифференцируемых функций, заданных на отрезке и

удовлетворяющих определённым граничным условиям. В частности, доказана экстремальность пространств сплайнов с равноотстоящими узлами различного вида. Основной техникой приём, используемый во второй главе, заключается в сведении исходного вопроса к периодической задаче и применении результатов главы 1. Результаты второй главы подчёркивают актуальность решаемых задач, так как доказанные в диссертации теоремы обобщают недавние важные результаты Флоатера и Санде, опубликованные в 2018 году.

Третья глава посвящена точным неравенствам для оценки наилучшего среднеквадратичного приближения классов свёрток пространствами сдвигов на оси. Концептуально постановка вопросов в этой главе схожа с первой главой, но рассматриваются задачи о приближении в пространстве $L^2(\mathbf{R})$. Таким образом, в третьей главе доказаны точные неравенства для приближения классов свёрток пространствами сдвигов на оси. Заключительная часть третьей главы посвящена средним поперечникам. В теореме 3 вычислен средний поперечник рассматриваемого класса F_Y^1 . С помощью этой теоремы доказано следствие 9 о точности основного неравенства из теоремы 1 третьей главы в смысле средних поперечников.

Как отмечалось выше, общая организация диссертации весьма логична, материал излагается достаточно аккуратно. Некоторые недочёты, которые носят чисто технический характер, перечислены ниже.

- Нумерацию утверждений в диссертации нельзя назвать удачной. Во введении использованы естественные обозначения, в которых присутствует номер главы и порядковый номер. Однако теоремы, следствия и леммы нумеруются в каждой главе заново, без указания номера главы. Это затрудняет навигацию по тексту и приводит к неверным ссылкам. Например, в самом начале раздела 2.4 на странице 48 дана ссылка на следствие 1.8 из главы 1, которое в соответствующей главе является следствием 8.

- В диссертации имеется незначительное количество опечаток, например, на последней строке страницы 18 присутствует лишний предлог «в». Отметим также, при переносах формул знаки равенства или неравенства повторяются (см., например, страницы 54, 57 и 59), что обычно не принято в математических текстах.

- Иногда перед обозначениями рассматриваемых объектов отсутствуют соответствующие существительные, что может затруднить однозначное толкование текста. В частности, присутствуют выражения вида « X — подпространство Y », которые следует понимать как « X — подпространство пространства Y » (например, на строке 3 страницы 47).

- Для удобства читателя на странице 74 полезно напомнить определение целой функции конечной степени.

Несомненно, перечисленные недочёты не влияют на строгость представленных в диссертации рассуждений. Все утверждения, сформулированные в диссертации, математически строго доказаны.

В диссертации получен ряд новых результатов, которые представляют несомненный интерес для специалистов по теории приближений и в смежных областях.

Диссертация Улицкой Анастасии Юрьевны на тему: «Точные неравенства теории приближения пространствами сдвигов» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Улицкая Анастасия Юрьевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ. Нарушения пунктов 9 и 11 указанного Порядка в диссертации не обнаружены.

Член диссертационного совета

Доктор физико-математических наук,
профессор РАН, ведущий научный сотрудник
Санкт-Петербургского отделения
Математического института им. В. А. Стеклова
Российской академии наук



Е.С.Дубцов

2 октября 2023 г.

Горниш руки
Урамоверло
Помощник
Физик



Евгений Сергеевич

кадров
02.10.2023