

## **ОТЗЫВ**

члена диссертационного совета на диссертацию Чирковой Юлии Васильевны  
на тему "Сетевые игры: равновесное и оптимальное поведение",  
представленную на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук по специальности  
1.2.3 Теоретическая информатика, кибернетика

Сетевые игры - одно из востребованных и активно развивающихся в настоящее время направлений теории игр. Это обусловлено не только интенсивным развитием телекоммуникационных, транспортных и информационных технологий и внедрением их в повседневную жизнь. Сетевые теоретико-игровые модели позволяют описывать и анализировать конфликтное и кооперативное поведение участников ситуаций, где сеть описывает схему взаимодействия игроков как между собой, так и с объектами окружающей среды. В данной диссертационной работе строятся и исследуются сетевые модели применительно к задачам в области организации систем массового обслуживания, а также телекоммуникаций и транспорта. Важной частью исследования ряда предлагаемых моделей является нахождение и изучение изменения цены анархии - величины, которая позволяет численно оценивать характеристики эгоистичного поведения игроков в равновесии с оптимальным для системы кооперативным поведением. Другой особенностью данной работы является введение в ряд моделей экстерналий как инструмента влияния системы на равновесие как результат эгоистичного поведения игроков, и, следовательно, на значение цены анархии.

Первый ряд задач в диссертационной работе связан с анализом равновесий в системах массового обслуживания, где входной поток заявок определяется стратегиями конкурентных игроков, каждый из которых старается максимизировать свой выигрыш. Стратегии представляют собой функции распределения моментов времени отправки заявок в систему. Таким задачам посвящены первые три главы диссертации, где исследуются модели обращения игроков к следующим системам обслуживания: 2-серверной системе со случайным доступом к одному из серверов, одно-серверной системе с вытеснением заявок, одно-серверной системе с повторными вызовами. Для первых двух моделей доказано существование и единственность симметричного равновесия для случаев фиксированного и случайного числа игроков. Для модели с повторными вызовами исследованы случаи двух и трех игроков. В диссертации доказано, что в рассмотренных моделях равновесная стратегия имеет следующую структуру: на рабочем периоде есть интервал времени без поступления заявок, интервал со строго положительной плотностью распределения моментов обращения к системе, а также точкой - изолированный момент времени, в который игроки обращаются в систему с положительной вероятностью. Для исследуемых моделей получены системы уравнений, решение которых дает симметричные равновесные стратегии, и приведены численные примеры, подтверждающие полученные результаты. Также для моделей со случайным доступом и вытеснением приведено численное исследование зависимости цены анархии от числа игроков, показавшее, что с ростом числа игроков значение цены анархии сначала увеличивается, а затем медленно уменьшается, стремясь к единице.

В работе также исследуются теоретико-игровые модели поведения участников рынка телекоммуникационных услуг. Одна из таких моделей - задача выбора абонентами базовых станций для подключения связи. В диссертационной работе предлагается модель выбора станции на прямой, где на качество связи влияют как число игроков, выбравших данную станцию, так и расстояние до станции и уровень шума. Для случая двух игроков данная задача решается в виде биматричной игры в двух вариантах: с известным и неизвестным местонахождением оппонента. В диссертации в явном виде найдены чистые и смешанные равновесные стратегии, и области их существования. Для числа игроков больше двух в случае полной информации о расположении игроков предложена КР-подобная модель игры. Для случаев двух игроков проведены численные эксперименты, в которых выигрыши в равновесии сравниваются с выигрышами в случае простого выбора ближайшей базовой станции. Вторая задача - ценообразование и распределение виртуальных операторов между провайдерами на рынке телекоммуникационных услуг в виде повторяющейся двухшаговой игры. На первом шаге виртуальные операторы определяют вероятности выбора провайдеров, у которых они арендуют ресурс для реализации своего сервиса. На втором шаге они определяют цены на использование своего сервиса клиентами, которые распределяют свой выбор между операторами согласно спецификации Хотеллинга. В работе рассмотрены варианты, когда выбор клиентов ориентирован на компании или на операторов, для случаев двух и более операторов. Для таких игр найдены оптимальные стратегии операторов и условия, когда стратегии на первом шаге будут чистыми. Здесь важным результатом является доказанная в работе конечность повторяющейся двухшаговой игры, которая приходит в стационарное состояние не более чем за 3 повторения.

В работе уделено большое внимание задачам оптимальной маршрутизации с неделимым и разделяемым трафиком. В первую очередь это балансировка загрузки задачами вычислительных узлов на основе КР-модели, где эгоистичные игроки, владельцы задач, распределяют задачи по вычислительным узлам, минимизируя время выполнения задачи на выбранном узле. В игре баланса загрузки затраты системы определяются временем работы самого загруженного узла. Для такой модели в работе найдены в явном виде оценки и точные значения цены анархии для систем с тремя и  $N$  узлами, а также условия, при которых добавление в систему нового узла ведет к росту цены анархии. Для данной модели также предложена модификация с линейными экстерналиями - слагаемыми, введенными функции задержки на узлах и характеризующими влияние на каждый узел загрузок на остальных узлах. Доказано, что, хотя в общем случае модель с линейными экстерналиями может не иметь равновесия в чистых стратегиях, для случая двух узлов оно всегда имеется. Для этого случая найдено явное выражение для цены анархии и показано, что введение экстерналий позволяет уменьшить значение цены анархии. Аналогичным образом исследована игра покрытия вычислительных узлов, которая также строится на основе КР-модели, но выигрышем системы является время работы наименее загруженного узла. Для данной модели также найдены в явном виде оценки и точные значения цены анархии для случаев трех и более узлов, а также доказано, что введение экстерналий позволяет обеспечить конечность цены анархии, в то время как в модели без экстерналий она может быть бесконечной.

Так как явные выражения для цены анархии достаточно сложно получить даже для случая трех вычислительных узлов, для игр маршрутизации на основе КР-модели с линейными функциями задержек в диссертационной работе предложен обобщенный численный метод нахождения точного значения цены анархии для произвольного числа узлов, а также его адаптации для игр баланса и покрытия узлов с экстерналиями. Проведены численные эксперименты, подтверждающие корректность метода.

В диссертационной работе исследуется также распределение разделяемого трафика по параллельным путям на основе модели Вардропа. Для моделей с функциями задержки специального вида найдены равновесные решения и оценки цены анархии. Показано, что байесовская модель Вардропа, в которой игроки знают только свой тип отправляемого трафика, является потенциальной игрой.

В последней части диссертации рассматривается параллельная модель Вардропа с экстерналиями в применении к транспортной сети. В качестве трафика рассматривается единый транспортный поток, который считается произвольно разделяемым. Для задач распределения транспортных потоков по путям на основе модели Вардропа в диссертационной работе исследуются равновесия в сравнении с социальным оптимумом, и показывается, что введение экстерналий и управление ими может обеспечить оптимальность для системы эгоистичного поведения игроков. Экстерналии вводятся в линейные функции задержки вида BPR, отражая влияние на задержки каналов загрузок остальных каналов. В качестве затрат системы используется максимальная задержка среди всех каналов. В работе доказано, что для случая системы с параллельными каналами существуют такие значения экстерналий, что цена анархии равна 1, что означает оптимальность равновесия. Также для параллельной транспортной системы предложена процедура социализации поведения участников транспортного потока. Применение данной процедуры путем изменения значений экстерналий позволяет вынудить участников потока формировать равновесный профиль, который является для системы оптимальным. Более того, доказано, что применение данной процедуры не изменяет значение затрат системы.

Есть несколько замечаний по данной работе:

- 1) В диссертационной работе при исследовании представленных моделей автор, считая, что все игроки действуют одинаково, ограничивается нахождением только симметричных равновесий. Возможно, было бы интересно рассмотреть и несимметричные случаи.
- 2) Во второй главе, где решается задача выбора момента времени обращения к системе с вытеснением, лемма 2.2 касается только случая фиксированного числа игроков, поэтому ее было бы логично разместить в соответствующем разделе 2.3, как это сделано для случайного числа игроков. Кроме того, первое уравнение в доказательстве данной леммы содержит опечатку: в правой части вероятность  $r$  обращения в момент времени  $T$  должна умножаться на экспоненту. При этом результат получен верно. Еще одна опечатка в конце доказательства: производная положительна для  $r$  на интервале  $(0,1]$ . В рассуждениях сразу после леммы 2.2 также опечатка: величина  $t_e(1)$ , а не  $t_e(0)$  должна сравниваться с нулевым значением, так как 1 - максимально допустимое значение для вероятности  $r$ , от которой зависит возрастающее по  $r$  значение  $t_e(r)$ .

3) В задаче распределения виртуальных операторов между провайдерами учитываются только чистые стратегии и даются условия, когда существует равновесие в чистых стратегиях. Было бы полезно рассмотреть обратный случай и найти вид равновесий в смешанных стратегиях.

4) Описание численного метода нахождения цены анархии для игр баланса загрузки и покрытия без экстерналий является избыточным, так как это частные случаи вынесенного в отдельную главу обобщенного метода вычисления цены анархии для моделей с линейными задержками.

Указанные замечания не снижают общую высокую оценку обсуждаемой диссертации и являются рекомендациями для дальнейших исследований, либо носят технический характер. Полученные в диссертации результаты имеют важное теоретическое и прикладное значение. Диссертация Чирковой Юлии Васильевны на тему "Сетевые игры: равновесное и оптимальное поведение" соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Чиркова Юлия Васильевна заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.3 Теоретическая информатика, кибернетика. Нарушения пунктов 9 и 11 указанного Порядка в диссертации не обнаружены.

Член диссертационного совета

Доктор технических наук, профессор кафедры МТИСР  
факультета ПМ-ПУ

Санкт-Петербургского государственного университета



В.М. Буре

2023-05-22