

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета на диссертацию Мозоляко Павла Александровича на тему: “Дискретные модели граничного поведения гармонических функций” представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по научной специальности 1.1.1 - Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

В своей классической работе 1961 года Л. Карлесон описал класс мер на диске (ныне называемых мерами Карлесона) для которых оператор, действующий из пространства квадратично интегрируемых функций, относительно такой меры, в пространство Харди на диске будет ограниченным. Далее появился ряд работ, посвященных распространению данного результата на более сложные пространства. Как оказалось, даже для случая пространства Харди на бидиске ситуация становится значительно сложнее. В 2014 году N. Arcozzi, R. Rochberg, E. Sawyer, B.D. Wick теория была перенесена с непрерывного случая на дискретный (графы). В работе П.А. Мозоляко карлесоновое вложение переписано как вложение типа Харди на графе, обладающего структурой d -дерева. На таких графах для каждой вершины естественно рассматривать её последователей и предшественников, совсем как в теории ветвящихся случайных процессов. Кроме того, автором исследованы пространства роста и оценены вариации гармонических функций вблизи границы. Таким образом, диссертация посвящена актуальному направлению в современной математике и уходит своими корнями в работы классиков анализа. Все результаты являются новыми.

Диссертация имеет следующую структуру. Вначале автор использует функционально-аналитический подход, при котором происходит дискретизация структурных объектов пространства. Здесь доказаны теоремы типа вложения Харди. Далее рассматриваются дискретные модели отдельных элементов (функций) из изучаемых пространств. Графы здесь более не служат основным подлежащим пространством, и рассматриваются просто дискретные представления функций, например всплеск-разложение или пределы диадических мартингалов. Доказано, что гармонические функции раскладываются на так называемые пространства роста. Наконец, оставшаяся часть работы посвящена изучению таких свойств как свойство типа повторного логарифма для взвешенных усреднений гармонических функций и вариации гармонических функций вблизи границы.

Безусловно, вся диссертация представляет из себя единое целое, но хотелось бы отметить то, что больше всего пришлось по вкусу рецензенту. Это, прежде всего оценки оператора Харди, определенного на графе, и сопряженного к нему оператора. Хочется отметить Теорему 2.1.1, содержащую оценки различных констант вложения для случая, когда вес, заданный на графе имеет структуру произведения. В дальнейшем появляется условие на вес (2.12) на стр. 62, называемое автором the surrogate maximum principle. Если вес ему удовлетворяет, получается доказать Теоремы 2.4.1 и 2.5.1, также позволяющие связать различные константы вложения. В оставшейся части второй главы можно найти интересные контрпримеры, позволяющие почувствовать качество полученных оценок. В третьей главе, полученные во второй главе результаты применяются для получения оценок вложения типа Харди для непрерывного случая (полидиск). Так, для специального веса, удовлетворяющего условию (3.24) на стр. 99, доказывается Теорема 3.2.4, в которой устанавливаются необходимые и достаточные условия, при которых оператор вложения ограничен.

Перечисленных результатов уже достаточно, чтобы признать, что работа имеет уровень докторской диссертации. Тем не менее, следует отметить, что автор доказал целый ряд сильных результатов, среди которых разложение гармонических функций по классам роста в Теоремах 4.2.1 и 4.2.2, что позволило ему установить критерий гармоничности в Теореме 4.2.3. В пятой главе доказывается свойство типа закона повторного логарифма для взвешенных усреднений гармонических функций. В шестой главе вычисляются свойства функций из классов Гёлдера с коэффициентом a , $0 < a < 1$. Наконец, последняя, восьмая глава, посвящена оценке вариации гармонических функций вблизи границы.

С учетом всего вышесказанного полагаю:

Содержание диссертации Мозоляко Павла Александровича на тему: "Дискретные модели граничного поведения гармонических функций" соответствует специальности 1.1.1 - Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертация является научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение.

Нарушений пунктов 9, 11 Порядка присуждения Санкт-Петербургским государственным университетом ученой степени кандидата наук, ученой степени доктора наук соискателем ученой степени мною не установлено.

Диссертация соответствует критериям, которым должны отвечать диссертации на соискание ученой степени доктора наук, установленным приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете» и рекомендована к защите в СПбГУ.

Член Диссертационного совета

доктор физико-математических наук,
профессор, ведущий научный сотрудник

Математического института им. В.А. Стеклова

Российской Академии Наук



Амосов Григорий Геннадьевич

Дата

30/11/2023

Подпись Г.Г. Амосова подтверждаю

Ученый секретарь МИАН

