

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета Пыркина Антона Александровича на диссертацию **Алисейко Алексея Николаевича** на тему «Математические методы анализа и синтеза систем с запаздывающим аргументом», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика.

Актуальность. Работа посвящена анализу устойчивости по Ляпунову управляемых и неуправляемых динамических систем с последействием. Тема является актуальной, поскольку запаздывание появляется при моделировании явлений с отсроченным эффектом последействия влияния предыдущего состояния системы на состояние в текущий момент времени, а также в управляемых системах обычно присутствует запаздывание в канале обратной связи. Во многих случаях математическая модель таких динамических систем описывается системами дифференциально-разностных уравнений запаздывающего типа.

Автор диссертационной работы исследовал класс непростых дифференциально-разностных систем с распределенным запаздыванием. Основной путь заключался в приведении рассматриваемых систем к системам с одним запаздыванием. Основным методом анализа управляемых систем с запаздыванием в канале обратной связи заключался в построении функционалов полного типа и дальнейшей экспоненциальной оценке поведения решений замкнутой системы. Для систем с кусочно-постоянным ядром А.Н. Алисейко разработал конструктивный метод нахождения матриц Ляпунова.

Структура диссертации. Диссертация содержит введение, шесть глав, заключение, список литературы и два приложения. Объем работы составляет 234 страницы, список литературы включает в себя 69 источников.

Во введении излагается достаточно полная история развития дифференциально-разностных систем уравнений со ссылками на источники и обосновывается актуальность дальнейшего развития теории таких систем, в том числе, и систем с распределенным последействием. Формулируются цели и задачи исследования, а также полученные результаты.

В первой главе вводятся основные понятия для систем с запаздывающим аргументом, и излагается метод функционалов Ляпунова-Красовского полного типа для анализа устойчивости рассматриваемых систем. Кроме того, приводится метод построения матрицы Ляпунова для систем с одним сосредоточенным запаздыванием.

Во второй главе исследуется проблема нахождения матриц Ляпунова для систем с распределенным запаздыванием и экспоненциальным ядром. Для этого строится вспомогательная система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений без

запаздывания с новыми граничными условиями и доказывается теорема об эквивалентности существования и единственности решения данной системы уравнений и матрицы Ляпунова для исходной системы с распределенным запаздыванием.

В третьей главе автор предлагает метод введения дополнительных переменных с целью нахождения матриц Ляпунова для систем с экспоненциальным ядром. Данный подход упрощает алгоритм построения матрицы Ляпунова, но приводит к системе большей размерности с одним сосредоточенным запаздыванием. Проводится исследование дополнительных свойств этих систем при предположении о выполнении условия Ляпунова и при наличии экспоненциальной устойчивости исходной системы. В конце главы приведен пример возможного нарушения эквивалентности этих систем.

В четвертой главе рассматриваются линейные управляемые системы с запаздыванием в управлении. В случае полной управляемости предлагается функционал Ляпунова-Красовского для экспоненциальной оценки решения. Приводится иллюстративный пример.

Пятая глава посвящена анализу систем с распределенным запаздыванием и кусочно-постоянным ядром. Рассматривается введенная ранее вспомогательная граничная задача с целью построения матрицы Ляпунова. Доказывается соответствующая теорема о единственности решения вспомогательной системы, если существует единственная матрица Ляпунова. Завершающий пример иллюстрирует возможность нахождения критического запаздывания.

В шестой главе анализируется проблема непрерывной зависимости матрицы Ляпунова от правой части системы уравнений с запаздыванием.

Основные научные результаты:

1. Построение функционалов Ляпунова-Красовского полного типа для полностью управляемых систем с запаздыванием в управлении и экспоненциальная оценка поведения решений стабилизированных систем.
2. Конструктивный метод приближенного построения матриц Ляпунова для произвольных линейных стационарных систем запаздывающего типа.
3. Конечный метод нахождения матриц Ляпунова для систем запаздывающего типа с распределенным запаздыванием в случае экспоненциального ядра или кусочно-постоянного ядра.
4. Метод анализа устойчивости систем с распределенным запаздыванием путем сведения к системам с одним запаздыванием.

Обоснованность научных результатов. Достоверность результатов обеспечивается корректностью поставленной задачи и правильным использованием научных методов для обоснования результата. Приведенные выводы были апробированы во время выступлений

на нескольких международных научных конференциях; при авторстве или соавторстве Алисейко А.Н. опубликовано 5 научных статей по теме диссертации. Основные результаты подробно проиллюстрированы на примерах, а код программ размещен в открытом доступе.

Замечания и вопросы.

1. В главе 4 рассмотрен случай полной управляемости системы (4.1) и построена экспоненциальная оценка поведения решений. Насколько далека построенная оценка решений от истинного значения?
2. В главе 6 рассмотрена непрерывная зависимость матрицы Ляпунова, а, следовательно, и функционала Ляпунова-Красовского, от правых частей системы. Можно ли сформулировать достаточные условия робастности системы, основанные на результатах этой главы?

Заключение. Диссертация Алисейко Алексея Николаевича на тему: «Математические методы анализа и синтеза систем с запаздывающим аргументом» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель **Алисейко Алексей Николаевич** заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика. Нарушения пунктов 9 и 11 указанного Порядка в диссертации не обнаружены.

Член диссертационного совета

Доктор технических наук, профессор,
Профессор факультета систем управления
и робототехники, Университет ИТМО


Пыркин Антон Александрович

197101, г. Санкт-Петербург, Кронверкский проспект, д.49А, Университет ИТМО
Контактный телефон: +7 (911) 819-69-01, e-mail: pyrkin@itmo.ru

25 августа 2023 г.

Подпись и реквизиты Пыркина Антона Александровича заверяю:

НАЧАЛЬНИК ОМДО
ШИПИК В.А.

