

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Селютина Нина Сергеевна

**Динамическая деформация и разрушение материалов на основе
релаксационных моделей необратимого деформирования**

Научная специальность

1.1.8. Механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Научный консультант –

чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор

Петров Юрий Викторович

Санкт-Петербург 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	6
Глава 1. Динамические эффекты прочностных характеристик при хрупком разрушении под влиянием гетерогенности структуры	43
1.1. Структурно-временной критерий разрушения	45
1.2. Расчетная схема прочности в широком диапазоне скоростей деформации.....	47
1.3. Инвариантность параметров критерия инкубационного времени к истории нагружения.....	50
1.4. Эффект инверсии прочности как следствие скоростной чувствительности материала.....	56
1.5. Разрушение образцов бетона и горных пород при динамическом нагружении под влиянием воды в образце.....	61
1.5.1. Прочность бетона и его параметры ($\alpha\sigma$, $\tau\sigma$).....	62
1.5.2 Прочность горных пород и их параметры ($\alpha\sigma$, $\tau\sigma$).....	72
1.6. Прочность армированного бетона под действием динамических нагрузок.....	77
1.7. Влияние массовой доли льда на скоростную зависимость прочности при динамическом разрушении мерзлого грунта	89
1.8. Расчетная схема скоростных зависимостей вязкости разрушения для испытаний на трехточечный изгиб.....	93
1.9. Расчетная схема скоростных зависимостей работы разрушения для испытаний на трехточечный изгиб.....	96
1.10. Скоростные зависимости динамической вязкости разрушения и энергии разрушения горных пород	98
1.11. Выводы к главе 1	102

Глава 2. Динамические модели пластичности	105
2.1. Прогнозирование динамического предела текучести металлов с помощью двух структурно-временных параметров.....	107
2.1.1. Структурно-временной подход текучести	108
2.1.2. Интерпретация инверсии пределов текучести в условиях динамики	110
2.1.3. Влияние структуры материала на скоростные зависимости предела текучести	114
2.2. Проблема моделирования динамического предела текучести с помощью численных моделей	119
2.2.1. Определение параметров численных моделей через два структурно-временных параметра, инвариантных истории нагружения	120
2.2.2. Сравнительный анализ скоростных зависимостей предела текучести по моделям Купера-Саймондса, Джонсона-Кука и структурно-временного подхода	122
2.3. Релаксационная модель пластичности для гомогенных материалов	131
2.3.1. Общая формулировка	131
2.3.2. Технические аспекты прогнозирования параметров α_Y , τ_Y , β для прогнозирования деформационных зависимостей.....	133
2.3.3. Эффект зуба текучести на примере сталей	138
2.4. Сравнение деформационных откликов по релаксационной модели пластичности с известными численными моделями.....	141
2.4.1. Сравнение с модифицированными моделями Джонсона-Кука ...	144
2.4.2. С расширенной моделью Русинька-Клепачко (Rusinek-Klepaczko)	149

2.5. Выводы к главе 2	153
Глава 3. Эффекты необратимого деформирования для гомогенных материалов	156
3.1. Примеры 6 откликов деформационных зависимостей для одного материала с изменяющейся скоростью деформации	157
3.2. Примеры 3 откликов деформационных зависимостей для различных материалов с изменяющейся скоростью деформации	163
3.2.1. Эффект зуба текучести при изменяющихся температурах и фиксированной скорости деформации	164
3.2.2. Влияние содержания магния на деформационные зависимости Al-Mg	166
3.2.3. Эффект предварительной обработки	167
3.3. Выводы к главе 3	169
Глава 4. Релаксационная модель пластичности для циклических нагрузок. Аналитическое моделирование процесса накопления деформаций при циклических нагрузках	171
4.1. Формулировка модели	173
4.2 Эффект стабилизации с конечной упругой стадией деформирования	175
4.2.1. Пример на стали DP500	175
4.2.2. Структурно-временные эффекты малоциклового деформирования на стали 50	178
4.3. Эффект стабилизации петли гистерезиса. Эксперимент по эффекту стабилизации при мягком (при постоянном напряжении) и жестком циклам (при постоянной деформации)	180
4.3.1. Подробности эксперимента	180

4.3.2. Результаты экспериментов.....	182
4.3.3. Сравнение теории и экспериментов.....	184
4.4. Выводы к главе 4.....	187
Глава 5. Многостадийность необратимого деформирования композитных слоистых материалов (ламинатов)	190
5.1. Релаксационная модель необратимого деформирования и разрушения для гетерогенных материалов	191
5.1.1. Формулировка модели.....	191
5.1.2 Реологическая модель необратимого деформирования многослойного композита	194
5.2 Динамическая деформация металлических композитов	197
5.3 Выводы к главе 5.....	208
Заключение	211
Список литературы	219

Введение

При динамических воздействиях прочностные свойства материала обладают нестабильностью, выражающуюся в том, что базовые характеристики прочности, трещиностойкости очень сильно зависят от способа и истории воздействия. В частности, эти характеристики прочности, трещиностойкости на самом деле не являются свойствами материала, так как обладают сильно выраженной нестабильностью и могут качественно изменяться в зависимости от скоростных и иных режимов воздействия. В настоящий момент продолжается активное накопление экспериментальной базы динамических свойств материалов и развитие эффективных методов для решения динамических задач.

В рамках принципа предельного напряжения предполагается существование линейно-пропорциональной зависимости между динамической и статической прочностью. Характерная для динамики нестабильность или зависимость прочностных характеристик от скорости нагрузки, ставит под большие сомнения как теории, основанные на существовании принципа предельного напряжения в динамике, так и теории, связанные с созданием таблицы некоторых коэффициентов пропорциональности для широкого диапазона скоростей деформации и опирающиеся только на статическую прочность без использования новых параметров. Например, коэффициент динамического увеличения («dynamic increase factor» - DIF), часто вводимый в литературе и равный отношению

динамического напряжения при текущей скорости нагрузки к статической прочности. Применение метода оценки скоростной чувствительности материала на основе DIF осуществляется с помощью аппроксимации экспериментальных данных различными эмпирическими (полиномиальными, логарифмическими) функциями, параметры которых зависят от скорости деформации. Многообразие выбора эмпирических функций, построенных для экспериментальных данных динамической прочности и скорости деформации из разных литературных источников для одного и того же материала, может ограничивать эффективность подобранной эмпирической функции в рамках одного материала, так и в определенном диапазоне скоростей деформаций: $\dot{\varepsilon} \leq 10 \text{ с}^{-1}$ для бетона [1]; $1 \leq \dot{\varepsilon} \leq 1000 \text{ с}^{-1}$ для гранита, туфа, известняка [2]; $10^{-4} \leq \dot{\varepsilon} \leq 1 \text{ с}^{-1}$ для песчаника [3] и $60 \leq \dot{\varepsilon} \leq 263 \text{ с}^{-1}$ [4] для известняка. В инженерной практике, в частности в авиастроении, используют допустимый коэффициент пропорциональности (коэффициент запаса) при экстремальных воздействиях до некоторого фиксированного предельного значения, определяемого затратными натурными испытаниями. Теоретический анализ зависимости прочности различных материалов от скорости нагружения на основе расширяющейся экспериментальной базы материалов (горных пород, металлов, полимеров, композитных материалов, наноматериалов) может выявлять противоречия применения одних и тех же рассуждений по статической и динамической прочности при сравнении двух материалов. К примеру, армирование бетона повышает статическую прочность [5–7], но как показывают динамические эксперименты, армирование бетона может как повышать, так и снижать динамическую прочность при различных типах армирования [8,9]. Так же добавление более крупнозернистого агрегата вместо мелкозернистого уменьшает статическую прочность бетона и увеличивает его динамическую прочность. Таким образом, инженерные и эмпирические перечисленные подходы не могут вполне учитывать скоростную чувствительность материала при кратковременных нагрузках.

Предпринятые попытки создания адекватных динамических моделей можно классифицировать на: 1) эмпирические подходы на основе DIF и параметрами, зависящими от скорости деформации [1–4]; 2) модели Джонсона-Кука, Зерилли-Армстронга и их модификаций с большим числом эмпирических параметров, часть из которых зависит от скорости деформации; 3) интегральные критерии Кэмбелла, Тулера-Бутчера, Никифоровского-Шемякина, ограниченные только действием динамических нагрузок и не учитывающие статических нагрузок; 4) микроструктурные динамические модели дислокации А.Е. Майера, зернограничного проскальзывания, Livermore multiscale model [10,11]; 5) структурно-временной подход, разрабатываемый Ю.В. Петровым и сотрудниками его научной группы. Последний названный подход является единственной феноменологической моделью среди перечисленных, что позволяет развивать и применять его для описания различных экстремальных состояний в задачах хрупкого разрушения (Ю.В. Петров, Н.Ф. Морозов, А.А. Уткин), прогнозирования момента начала текучести (А.А. Груздков, Ю.В. Петров), кинетической интерпретации инкубационных процессов (А.В. Каштанов, Ю.В. Петров), распространения трещин (В.А. Братов, Н.А. Казаринов, А.А. Уткин, Ю.В. Петров), кавитации (Г.А. Волков, Ю.В. Петров) и ультразвука (Г.А. Волков, Ю.В. Петров).

В условиях динамики важно выбирать напрямую измеряемые параметры, характеризующие тип нагружения. Например, использование параметра скорости деформации, измеряемого тангенсом угла наклона линейной функции по временной зависимости деформации в момент нагрузки, затрудняет правильность интерпретации эффектов динамики разрушения при коротко импульсных испытаниях в условиях откола. Временная форма волны импульса (треугольная, трапециевидная и др.) в опытах по отколу в каждом эксперименте может быть разной. Определение скорости деформации для произвольных импульсов, подобных тем, что используются в испытаниях на

разрезном стержне Гопкинсона, здесь не могут быть применены из-за сильного влияния скорости деформации при испытаниях с линейным нагружением материала на разрезных стержнях Гопкинсона достаточно спорны, так как отложенная линейная функция может иметь различные временные точки отсчета нагрузки материала. Амплитуда и длительность нагружаемого импульса можно назвать измеряемыми характеристиками в отличие от скорости деформации. Стоит отметить, что время разрушения является еще одной измеряемой характеристикой при высокоскоростных испытаниях (легко газовые пушки, тест Тейлора), определяющей момент разрушения.

Временная шкала в классической теории пластичности не рассматривалась как количественная характеристика процесса деформирования материала [12], и производная деформации по времени или скорость деформации являлась единственным параметром, характеризующий процесс деформирования. При динамических моделях параметр скорость деформации является косвенно определяемой характеристикой по линейной временной зависимости деформаций до момента начала текучести. Одним из наиболее часто используемых подходов в вычислительной механике разрушения является подход, основанный на модели Джонсона-Кука [13]. Существует множество расширенных моделей [14–17], развивающих модель Джонсона-Кука [13], в которой лучшее соответствие экспериментальным зависимостям предела текучести от скорости деформации, чем в предыдущих усовершенствованных моделях [18–22], обеспечивается за счет использования новых эмпирических параметров. Некоторые эмпирические параметры являются параметрами, в основном связанными с конкретной скоростью деформации. Таким образом, говорить о независимости эмпирических параметров от скорости деформации — большая проблема. Отсутствие физического смысла эмпирических параметров приводит к ограничению

применения модели самым широким спектром откликов материалов на быстрое и медленное динамическое нагружение.

Появление зуба текучести указывает на доминирующую роль временного процесса до начала пластической деформации. В случае зуба текучести, начало процесса текучести можно определить по двум критическим напряжениям, называемые «верхний предел текучести» и «нижний предел текучести». Часто аномальное возрастание пикового напряжения, сопровождающееся последующим спадом напряжений, игнорируется многими существующими моделями динамической пластичности. Вероятно, это связано с тем, что мы получаем одинаковые зависимости предела текучести от скорости деформации для каждого временного воздействия. Модели, основанные на теории дислокаций, учитывают учитывать степень верхнего предела текучести и стадию падения напряжения до установления равномерного выхода, но не оценивают скорость деформации зависимость от материала [23]. Поэтому для разработки модели для описания широкого диапазона нагрузок необходимо учитывать как структурные, так и временные особенности пластического процесса деформирования твердых тел.

Наличие некоторого релаксационного периода, объясняющего нестабильность деформационных диаграмм материала при фиксированной скорости нагрузки, может появляться при варьировании температуры. При высокоскоростном деформировании и при постоянной температуре появление зуба текучести связано с резким увеличением числа дислокаций в начале пластического течения [24]. На примере алюминиевого сплава 2519 А, наблюдается эффект зуба текучести на высоких скоростях деформации как при низких температурах $-90-0^{\circ}\text{C}$ [25], так и при температурах $150-450^{\circ}\text{C}$ [26,27], близких к температуре плавления металла 542°C . Природа пластичности наблюдаемого пика напряжений в этих двух случаях отличается: в первом – замедление процесса движения дислокаций при

понижении температуры за счет блокировки примесных атомов внедрения, во втором – ускорение процесса движения дислокаций из-за термической активации заторможенных барьеров дислокаций и преодоления ими этих барьеров. С одной стороны, в работе [27] полученный эффект зуба текучести при температуре 150-450°C и дальнейший процесс размягчения материала связывают с процессом динамической рекристаллизации. С другой стороны, в [25,26] показан только процесс размягчения материала. Различные причины появления зуба текучести на высоких скоростях деформации и температуре приводят к затруднению в создании единого подхода, способного прогнозировать деформационные зависимости вне зависимости от выбора скоростного и температурного режима нагружения.

При высокоскоростном и температурном деформировании вся динамическая зависимость напряжение-деформация так же, как динамический предел текучести не является свойством материала, в отличие от деформационной зависимости при медленном статическом воздействии. Подобный способ разработки моделей приводит к тому, что эмпирические параметры моделей принимают различные значения в зависимости от скоростного или температурного режима деформирования [28]. Таким образом, верифицируемые ими деформационные зависимости становятся свойством материала. Необходимо использовать модель с инвариантными характеристиками к параметрам нагружения, обеспечивая определение предельных характеристик с деформационной зависимости материала как параметров процесса.

Для численного моделирования нелинейного начального деформирования слоистых металлокомпозитных конструкций под действием статических нагрузок используются два типа теорий. Первый тип [29,30] рассматривает композит как совокупность двух однородных материалов, и путем смешения деформационных зависимостей хрупких полимерных слоев и

пластичных металлических слоев моделируется полная деформационная зависимость композита. В классической теории ламинатов [31–33] (второй по распространенности тип) деформация композита определяется через плоское напряженное состояние, а зависимость деформации рассчитывается по закону Гука путем создания жесткости матрица композита. Оба типа теорий применимы к многослойным композитам с полимерной или металлической матрицей, но не используются при моделировании статического разрушения бетонных композитов с различными типами заполнителей [34–36]. Используя метод конечных элементов без критериев разрушения, можно смоделировать начальную деформационную реакцию композита [37]. Многостадийный процесс разрушения композита при статических нагрузках может быть предсказан различными нелинейными моделями разрушения [38–40]. Определив состояние контакта между слоями, можно смоделировать деформацию композита до разрушения методом конечных элементов [41,42].

Многостадийность процесса разрушения многослойных металлокомпозитов приводит к тому, что зависимости деформирования при динамических нагрузках для металлокомпозитов могут отличаться от типичных деформационных зависимостей для однородных материалов [43,44]. Одновременное деформирование пластичного и хрупкого материала усложняет подготовительный процесс разрушения и возникают новые типы диаграмм деформирования как при статическом, так и при динамическом нагружении в зависимости от сочетания материалов в композите [45–48]. Появление фактора времени при необратимой деформации композита при динамических нагрузках требует расширения типовых критериев упругости пластических материалов [49–51], а также введения новых характеристик, учитывающих временные или скоростные характеристики деформации материалов.

Перечисленные выше исследования показывают невозможность использования какого-либо единого подхода к прогнозированию деформации многослойных композитов. При изучении композиционных материалов при динамических нагрузках добавляются новые трудности, связанные с зависимостью реакции материала от приложенной скорости нагружения и вообще от истории нагружения. Для однородных материалов также нет единого подхода к расчету деформации материала под действием динамической нагрузки, так как существует множество различных структурных моделей. Основная трудность использования динамических моделей для однородных материалов заключается в привязке к модели для одного материала и применимости модели в определенном диапазоне скоростей деформации. Несомненно, интегральный подход Тулера и Бутчера [52] показывает хороший результат [53], но при использовании этой модели отсутствует понимание в определении стабильных параметров материала, отвечающих за динамический отклик материала. Таким образом, разработка единой динамической модели деформирования многослойных композитов остается актуальной задачей на сегодняшний день.

Актуальность темы заключается в необходимости формулировки прогностических моделей деформирования и разрушения материалов при экстремальных воздействиях, которые в настоящее время все чаще используются в современных технологических процессах.

В данной работе мы решаем эту проблему за счет явного учета релаксационных процессов при формулировке моделей необратимого деформирования, способных прогнозировать целый спектр принципиальных динамических эффектов (например, при разрушении, пластическом деформировании, циклическом деформировании) и различных видов неустойчивого (немонотонного) поведения механических характеристик

материалов на базе физически обоснованных и измеряемых параметров материала.

Предлагаемая в работе релаксационная модель пластичности, как одна из таких моделей необратимого деформирования с явным учетом релаксационного процесса, является единственной феноменологической моделью, объясняющей динамические эффекты пластического деформирования и описывающей реакцию материала на статические и динамические нагрузки в рамках одного подхода. Главной особенностью предлагаемого релаксационного подхода является учет динамического и временного характера процесса пластического деформирования, когда процесс релаксации после того, как приложенные напряжения начинают превышать величину предела текучести материала, рассматривается в шкале реального времени, и считается связанным с движением дефектов. На основе предположения о релаксации поля напряжений на стадии пластического деформирования дается способ расчета действующих напряжений в образце при пластическом деформировании (феноменологическая деформационная кривая). В рамках релаксационной модели пластичности деформационная кривая материала определяется не как функция материала, что является **особенно актуальным**, а как функция процесса деформирования, что позволяет прогнозировать ее в широком интервале нагрузок, одновременно рассматривая как квазистатические, так и динамические воздействия.

Сходные идеи о влиянии способа и условий пластического деформирования материала высказывались Е.В. Ломакиным, А.А. Ильюшиным, М.М. Кришталом, Х.А. Рахматулиным, Ю.И. Кадашевичем. В исследованиях Е.В. Ломакина, в частности, было доказано, что традиционные диаграммы деформирования не являются функцией материала и зависят от способов статического воздействия. Сформулированная Ильюшиным А.А. теория упругопластических процессов, повлияла на развитие

экспериментальной пластичности и даже на изменение идеологии экспериментальных исследований. В многочисленных экспериментальных исследованиях М.М. Криштала был проведен анализ природы неустойчивости и неоднородности пластической деформации. Развивая представления о взаимосвязи уравнений теории течения с теориями без поверхности текучести, Ю.И. Кадашевичем и С.П. Помыткиным было сделано обобщение ряда классических теорий течения и некоторых вариантов эндохронной теории Валаниса, где процесс пластичности рассматривался как временной без введения площадки текучести, и сделаны попытки интерпретировать наблюдаемые динамические эффекты пластичности.

Рассматривая различные случаи неустойчивости зависимостей напряженно-деформированного состояния при изменении условий нагружения, можно выделить две группы поведения кривых деформации в зависимости от наличия эффекта падения текучести с выраженным пиковым напряжением. Появление падения текучести указывает на доминирующую роль временных процессов перед началом пластической деформации. Этот эффект наблюдается в нитевидных кристаллах меди, кадмия, серебра, стали, цинка и фторида лития при скоростях деформации 10^{-5} – 10^{-2} с⁻¹ [23,54]. Эффект можно интерпретировать с помощью дислокационной модели пластичности. Здесь деформация считалась квазистатической, несмотря на зависимость кривой деформации от скорости нагружения. Наличие падения текучести металлов регистрируется при скоростях деформации примерно 10^2 – 10^3 с⁻¹ [55] и при скоростях деформации 10^{-2} – 10^1 с⁻¹ [56]. Модели, основанные на теории дислокаций, учитывают достижение максимального напряжения и стадию падения напряжения до достижения однородной текучести, но не оценивают зависимость материала от скорости деформации [23]. Поэтому при разработке модели для широкого диапазона нагрузок необходимо учитывать как структурные, так и временные особенности процесса пластического деформирования твердых тел. Временной масштаб в классической теории

пластичности не рассматривается как количественная характеристика процесса деформации [12], а скорость деформации была единственным параметром процесса. Стоит отметить, что в современной инженерной практике нет принципиального подхода, способного описывать одновременно оба типа зависимостей напряжения от деформации в широком диапазоне внешних нагрузок.

Несмотря на рассмотрение процесса пластичности как временного в известных разработанных теориях пластичности, важной особенностью настоящей релаксационной теории пластичности является выделение временного параметра как самостоятельного свойства материала. Независимое от процесса деформации и размеров образца характерное время релаксации напряжений было унаследовано из структурно-временного подхода. Характерное время релаксации для образцов с различной структурой является независимым параметром от скорости деформации, что отличает его от большинства предлагаемых моделей пластичности в литературе.

При высокоскоростном и температурном деформировании вся динамическая зависимость напряжение-деформация так же, как динамический предел текучести не является свойством материала, в отличие от деформационной зависимости при медленном статическом воздействии. Подобный способ разработки моделей приводит к тому, что эмпирические параметры моделей принимают различные значения в зависимости от скоростного или температурного режима деформирования [28]. Таким образом, верифицируемые ими деформационные зависимости становятся свойством материала. Необходимо использовать модель с инвариантными характеристиками к параметрам нагружения, обеспечивая определение предельных характеристик с деформационной зависимости материала как параметров процесса.

В этой работе представлены результаты по разработке инновационных релаксационных моделей необратимого деформирования с явным учетом протекающих процессов релаксации, способных прогнозировать различные эффекты необратимого деформирования гомогенных материалов различных временных, скоростных, циклических и температурных режимах. В отличие от структурно-временного подхода, являющегося основой для формулировки релаксационной модели пластичности, в которой явно вводится функция релаксации, и моделирующий скоростную зависимость предельных прочностных характеристик материала, предлагаемая модель прогнозирует процесс необратимого деформирования и восстанавливает деформационную зависимость при различных условиях нагрузки. Предлагаемая модель также, как и структурно-временной подход, использует инвариантные параметры к истории нагружения и выявляет различные временные эффекты пластического деформирования на деформационной зависимости, не описываемые существующими конституционными моделями. Кроме того показано, что релаксационная модель пластичности может быть использована при циклическом деформировании, и в частности, при моделировании эффектов малоциклового деформирования. Совокупность релаксационной модели пластичности и структурно-временного подхода позволило разработать релаксационную модель необратимого деформирования для гетерогенных материалов (слоистых композитов), которая способна прогнозировать много стадийность необратимого процесса деформации композитов при различных скоростях деформации на основе анализа конкурирующих релаксационных процессов, связанных разрушением хрупких слоев композита и пластическим деформированием металлических слоев композита.

Целью работы является разработка ряда релаксационных моделей необратимого деформирования гомогенных и гетерогенных материалов на основе одной идеи – явного учета процесса релаксации (введение

характерного времени релаксации, функции релаксации), а также провести на основе одной идеи исследования ряда механических эффектов механики разрушения, механики пластичности на деформационных зависимостях различных материалов и выявить закономерностей влияния структурно-временных характеристик материала на деформационный отклик гомогенных и гетерогенных материалов в различных квазистатических, динамических и циклических режимах.

Для достижения поставленной цели в работе решаются следующие **задачи**:

- Исследовать ряд возникающих динамических эффектов хрупкого разрушения на скоростных зависимостях прочности, вязкости разрушения, энергии разрушения природных и конструкционных материалов. Обосновать различие в процессах разрушения при статических и динамических нагрузках для структурно отличающихся материалов с помощью определяемых изменений инкубационного времени материала, характеризующего скоростную чувствительность материала к нагрузке;
- Разработать релаксационную модель пластичности как обобщение структурно-временного критерия текучести для прогнозирования деформационных зависимостей при разных скоростях деформации, которая помимо группы монотонных диаграмм, различающихся только пределом текучести, прогнозирует группу из трех немонотонных диаграмм с появляющимся или исчезающим эффектом резкого сброса напряжений после достижения предела текучести (эффект «зуба текучести»).
- Исследовать работоспособность релаксационной модели пластичности с другими моделями в диапазоне нагрузок в широком диапазоне скоростей деформации. Построить аналитические выражения между

параметрами релаксационной модели пластичности и известными эмпирическими моделями;

- Разработать прогностическую модель циклического и монотонного деформирования металлов с учетом их структурно-временных особенностей на основе релаксационной модели пластичности. Обосновать эффект стабилизации накопленной пластической деформации для сталей, подверженных различным обработкам (термическим, деформационно-термическим) и обладающих различной структурой, при циклическом симметричном деформировании с помощью расчета структурно-временных характеристик рассматриваемых сталей;
- Исследовать деформационный отклик волокнистых металлических композитов в зависимости от скорости деформации и составляющих компонентов композита с помощью расширенной релаксационной модели пластичности.

Научная новизна

В представленной работе рассмотрены различные механические эффекты, связанные с экстремальными состояниями. Впервые проводится идея явного учета процессов релаксации (к примеру, связанных с процессами разрушения, пластического деформирования) была использована для прогнозирования необратимых деформационных зависимостей гомогенных и гетерогенных материалов при однократных, циклических, температурных нагрузках.

1. Дано объяснение динамическим эффектам прочности двух структурно различных материалов, задаваемых процентным содержанием воды в образце или типом армирования, на основе силового структурно-временного критерия разрушения. Впервые установлены влияния: 1) водонасыщенности структурно различных бетонов и горных пород, 2)

соотношения воды к цементной пасте бетонов, 3) массовой доли льда мерзлого грунта, 4) материала и формы армирующего волокна фибробетонов – на инкубационное время разрушения, характеризующего скоростную чувствительность материала.

2. Впервые обнаружено отсутствие влияния длины разреза образца горной породы на его инкубационное время в испытаниях на трехточечный изгиб. Впервые выявлены различия в определении инкубационного времени по силовому и энергетическому критериям инкубационного времени на основе испытаний на трехточечный изгиб.
3. Впервые предложена релаксационная модель пластичности для прогнозирования монотонных и немонотонных деформационных зависимостей гомогенного материала при различных скоростях деформации.
4. Впервые установлены схемы определения параметров релаксационной модели пластичности по деформационным зависимостям материала. Впервые установлены типы деформационных реакций материала на нагрузку, обусловленные различными скоростями деформирования, температурами, размерами зерен, которые может моделировать релаксационная модель пластичности.
5. Показано, что предлагаемая релаксационная модель пластичности для гомогенных материалов в широком диапазоне скоростей деформации основана на использовании инвариантных параметров модели к истории нагружения материала. Впервые обосновано отсутствие полной инвариантности параметров других динамических моделей пластичности к истории нагружения материала.
6. Впервые предложена модель циклического деформирования для прогнозирования эффектов стабилизации пластической деформации (по конечной упругой стадией деформирования или по петле гистерезиса) и полной деформационной зависимости, на основе релаксационной

модели пластичности, дополненной условием разгрузки. Впервые установлены характерные времена релаксации процесса циклического деформирования для марки стали 50, подвергнутой термической обработке и комбинированной деформационно-термической обработке.

7. Выполнено экспериментальное и теоретическое исследование эффекта стабилизации для марки стали 45. Впервые показано, что предлагаемая модель циклического деформирования в режиме малоциклового усталости для марки стали 45 успешно прогнозирует процесс деформирования и эффект стабилизации пластической деформации.
8. Впервые разработана релаксационная модель необратимого деформирования и разрушения для гетерогенных материалов. На примере металлических композитов-ламинатов показано, что разработанная модель прогнозирует многостадийность необратимого деформационного процесса при различных соотношениях толщин металлических и полимерных слоев ламината и учитывает возникающую не монотонность процесса деформирования, как при статических, так и при динамических нагрузках.

Теоретическая и практическая значимость полученных результатов состоит в разработке новых релаксационных моделей необратимого деформирования с явным учетом протекающих процессов релаксации. Проведенная верификация предлагаемых моделей показывает, что полученные модели удовлетворяют существующим статическим представлениям и принципам механики разрушения и пластичности, а также наблюдаемые динамические особенности необратимого деформирования, для которых на данный момент не существует единой теории для описания динамических эффектов. В частности:

1. Обоснована необходимость определения параметра скоростной чувствительности материалов для выявления оптимальной гетерогенной

структуры бетона (процентное содержание водонасыщенности, армирование), горной породы (процентное содержание водонасыщенности) и мерзлого грунта (массовая доля льда, температура) для оценки его прочности при высокоскоростном воздействии. Предлагаемый подход инкубационного времени может быть применен в инженерной практике и может быть использован при разработке стандартов для динамических испытаний бетона.

2. Установлены оценки фиксированных констант гомогенных материалов различной структуры, связанных со скоростной чувствительностью, амплитудной чувствительностью и со степенью упрочнения β , позволяет автоматически строить теоретические деформационные кривые, с изменяющимся пределом текучести и пиками («зуб текучести»), обеспечивая прогноз соответствующих режимов нагружения, для которых эти явления возникают.

3. Показано, что небольшое количество параметров и их инвариантность к скорости деформации в отличие от других подходов обеспечивает эффективность и практическую ценность предлагаемой релаксационной модели пластичности.

4. Полученные результаты по стали показывают, что параметр временной чувствительности материала, вводимый в релаксационной модели пластичности, может служить хорошей характеристикой для сравнения различных обработок материала, существенно изменяющих его структуру. Полученная модель может быть использована для расчета цикла, при котором образец уже не накапливает новой пластической деформации, после чего материал, не разрушаясь, в течение достаточно длительного времени может деформироваться упруго.

5. Результаты исследований необратимого деформирования композитов-ламинатов на основе релаксационной модели для гетерогенных материалов

позволяет учитывать эффекты перехода от статического к динамическому нагружению, при которых динамические предельные характеристики предела текучести металла и прочности хрупких материалов будут иметь определяющий характер в зависимости от истории нагрузки. Предлагаемая модель одновременно учитывает несколько различных подготовительных процессов необратимого деформирования, которые задаются характерными временами разрушения полимерных материалов, характерными временами релаксации металлического материала, входящего в состав композита, и характерное время композита. Следовательно, возникающие конкурирующие процессы, такие как вязко-хрупкий переход, фазовый переход и переходные процессы в композите при разных скоростях удара и материалах разной структуры, могут быть описаны с помощью единого набора характерных времен композита и его компонентов. Основные идеи подхода инкубационного времени и релаксационной пластичности могут служить эффективным инструментом при разработке новых экспериментальных эталонов и соответствующих численных схем, учитывающих неустойчивое поведение диаграмм деформирования в композиционных материалах и их различных компонентах.

Положения выносимые на защиту

- Анализ скоростных зависимостей прочности горных пород, бетона, мерзлого грунта и определение для перечисленных материалов режимов деформирования, при которых один из двух структурно различных материалов будет иметь большее значение прочности, по большему значению параметра скоростной чувствительности материала;
- Определение скоростных зависимостей вязкости разрушения и энергии деформации горных пород при испытаниях на трехточечный изгиб и результаты исследований влияния длины дефекта в образце

и процентного содержания водонасыщенности горных пород на их скоростную чувствительность при испытаниях на трехточечный изгиб;

- Результаты исследования скоростных зависимостей и характерного времени релаксации для стали и ряда алюминиевых сплавов;
- Определение эффектов необратимого деформирования для гомогенных материалов на основе разработанной релаксационной модели пластичности с инвариантными параметрами по отношению к истории деформирования, как феноменологической модели, позволяющей в рамках единого подхода получать любой набор деформационных кривых, как монотонных, с изменяющимся пределом текучести, так и немонотонных, с появляющимся и изменяющимся эффектом резкого сброса напряжений после начала текучести;
- Сравнительный анализ скоростных зависимостей и деформационных откликов материала, прогнозируемых предлагаемой релаксационной моделью пластичности и другими динамическими моделями пластичности Джонсона-Кука, Зерилли-Армстронга, Русинека-Клепачко и их модификаций;
- Результаты исследований эффектов стабилизации пластической деформации с конечной упругой стадией деформирования и на петле гистерезиса в испытаниях на малоцикловую усталость на марках стали 50 и стали 45, соответственно, на основе предлагаемой релаксационной модели пластичности для циклического деформирования;
- Анализ многостадийности статических и динамических деформационных зависимостей композитов-ламинатов различной толщины и составляющих материалов с эффектом сброса

напряжений на основе разработанной релаксационной модели пластичности для гетерогенных материалов.

Достоверность полученных результатов обеспечена согласием экспериментальных данных и теоретических зависимостей, современных методов исследований, воспроизводимостью результатов, соответствием выявленных эффектов и их объяснения с помощью физических представлений, принципов динамической механики разрушения и пластичности.

Структура и объем диссертации

Диссертация, насчитывающая 244 страницы, состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы из 221 наименований и содержит 85 рисунков и 30 таблиц.

В **первой главе** с использованием структурно-временного подхода исследуются скоростные зависимости динамической прочности горных пород и бетона в широком диапазоне скоростей деформации. Нестабильность значений предельных критических напряжений в горных породах и бетоне, характерная для динамики, объясняется на основе идеи инкубационного времени. Реализация идеи заключается в необходимости введения характеристики материала – инкубационного времени разрушения, рассматриваемого как константа материала, которая зависит от масштаба, и является первичной мерой реакции материалов, подвергающихся динамической нагрузке. Проводится сравнение и обсуждение временных зависимостей (прочность – скорость деформации; амплитуда импульса – длительность импульса; максимальное напряжение – длительность импульса) откольной прочности при коротких импульсных нагрузках и высокоскоростном нагружении сухого и насыщенного бетона. Дается объяснение явлению большего предела прочности бетона и горных пород с

наибольшим процентном содержания воды в образце при динамическом нагружении. Показано, что критерии разрушения, предполагающие только линейную зависимость деформации от времени, могут давать неоднозначные результаты при применении для других форм импульса. Применение этих критериев к случаю коротких импульсных нагрузок свидетельствует о том, что они не приспособлены для оценки пороговых параметров нагрузки в случае нелинейной истории нагружения. Напротив, доказано, что структурно-временная модель разрушения с инкубационным временем, основанная на использовании набора параметров материала, инвариантных к истории нагружения, применима для широкого диапазона типов и форм импульсов нагрузки.

Скоростные зависимости фибробетона при увеличении процентного содержания стального спирального волокна оцениваются по критерию инкубационного времени. Эффект более значительного увеличения прочности при динамическом нагружении при увеличении процентного содержания спирального волокна, чем при статическом, обосновывается изменением значений инкубационного времени фибробетонов. Приведено численное моделирование динамической прочности при различном процентном содержании спиральных волокон. Уменьшение динамической прочности стальных и углепластиковых бетонов интерпретируется изменением характеристики инкубационного времени. Приведено влияние формы волокна на чувствительность стальных и синтетических железобетонов к скорости деформации. Показано, что параметр инкубационного времени можно считать удобным инструментом для оценки влияния волокна на динамическую прочность фибробетонов.

Также динамическое разрушение горных пород рассматривается с точки зрения силового и энергетического предельных критериев, сформулированных на основе концепций структурно-временного подхода.

Для каждого предельного критерия, задаваемого в различный момент времени разрушения, рассчитывается инкубационное время как ключевая постоянная характеристика материала предлагаемого подхода, зависящая от масштаба и являющаяся основной мерой реакции материалов. На базе представленных в литературе экспериментальных данных на трехточечный изгиб рассматриваются скоростные зависимости вязкости разрушения горных пород при изменяющейся длине разреза в образце и работы разрушения. На примере динамического разрушения угля и гранита показано, что определяемое по силовому критерию инкубационное время не зависит от длины разреза образца. Проведено сравнение инкубационных времен мрамора, полученных по скоростным зависимостям вязкости разрушения и работы разрушения.

Во **второй главе** на основе критерия инкубационного времени текучести и эмпирических моделей Джонсона-Кука и Купера-Саймондса исследуется поведение предела текучести стали и ряда алюминиевых сплавов в широком диапазоне скоростей деформации. В работе выведены выражения для параметров эмпирических моделей через характеристики критерия инкубационного времени текучести и получено удовлетворительное соответствие при их сравнении с экспериментальными данными. Показано, что параметры эмпирических моделей могут зависеть от некоторой скорости деформации. Независимость характеристик критерия инкубационного времени текучести от истории нагружения и их связь со структурно-временными особенностями процесса пластического деформирования дает преимущество подхода, базирующегося на понятии инкубационного времени, относительно эмпирических моделей, а также эффективную и удобную формулу для определения предела текучести в более широком диапазоне скоростей деформаций.

Анализ пластического деформирования металлов и полиметилметакрилата под действием динамической нагрузки проводится на основе релаксационной

модели пластического деформирования. Инвариантность параметров релаксационной модели пластичности по отношению к истории деформирования позволяет в рамках единого подхода получать любой набор деформационных кривых, как монотонных, с изменяющимся пределом текучести, так и немонотонных, с появляющимся и изменяющимся зубом текучести, как это наблюдается в эксперименте. Подробно рассмотрены технические аспекты прогнозирования трех параметров релаксационной модели пластичности и их влияние на релаксационную модель пластического деформирования. Увеличение предела текучести совместно с эффектом упрочнения при высокоскоростном и статическом деформировании высокопрочной стали 2.3Ni-1.3Cr также моделируется на основе релаксационной модели. На примере стали DP600 и нанокристаллического никеля показано, что релаксационная модель пластичности позволяет прогнозировать плавный переход к стадии пластического деформирования при медленных квазистатических воздействиях $\sim 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ и появление зуба текучести на скоростях деформации $500\text{-}6000 \text{ с}^{-1}$. Также показано, что развитый подход позволяет моделировать аналогичные эффекты и при высокоскоростном деформировании полиметилметакрилата. Таким образом, на примере конкретных материалов продемонстрировано, что на основе инвариантных от истории деформирования параметров релаксационной модели пластичности, можно эффективно прогнозировать деформационные зависимости исследованных материалов в широком диапазоне скоростей деформации $10^{-4}\text{-}10^4 \text{ с}^{-1}$.

На основе предлагаемой релаксационной модели и известных динамических моделей пластичности исследуется влияние скорости деформации на нестабильность откликов металлов к динамической нагрузке в диапазоне скоростей деформации $0.001\text{-}10000 \text{ с}^{-1}$. Инвариантность параметров релаксационной модели пластичности по отношению к истории деформирования делает возможным в рамках единого подхода моделировать

широкий спектр деформационных кривых, как монотонных, с изменяющимся пределом текучести, так и немонотонных, с появляющимся и изменяющимся зубом текучести, как это наблюдается в эксперименте. Построены определяющие соотношения эмпирических параметров для некоторых динамических моделей пластичности на основе параметров релаксационной модели пластичности. Показано, что параметры эмпирических моделей могут зависеть от некоторой скорости деформации. Получено, что при прогнозировании деформационных зависимостей металлов релаксационная модель пластичности, базирующаяся на понятии инкубационного времени, в сравнении с известными динамическими моделями пластичности является наиболее эффективной в более широком диапазоне скоростей деформации. Показано, что улучшенная модель Джонсона-Кука (Johnson-Cook model) и модель Русинека-Клепачко (Rusinek-Klepaczko model) не учитывают явление падения текучести, наблюдаемое в мягких сталях и алюминиевом сплаве 7075-T6. Таким образом, релаксационная модель пластичности является эффективным и удобным инструментом для расчета некоторых основных эффектов динамической пластичности, возникающих в широком диапазоне скоростей деформации.

В третьей главе для прогнозирования появления и исчезновения эффектов падения текучести (эффект «зуба текучести») с учетом различных динамических, температурных или других факторов рассматривается широкий спектр начальной пластической стадии диаграмм деформации однородных материалов. По сравнению с неизменными квазистатическими диаграммами напряжение-деформация классифицированы динамические изменения диаграмм напряжение-деформация в зависимости от истории нагружения. Помимо группы монотонных диаграмм, различающихся только пределом текучести, на основе релаксационной модели пластичности прогнозируется группа из трех немонотонных диаграмм, с появлением или исчезновением эффекта падения текучести при разных скоростях деформации.

Показано, что в отличие от классических моделей динамической пластичности, способных строить только первый набор диаграмм, релаксационная модель пластичности позволяет прогнозировать любой набор деформаций. Деформационные кривые строятся на основе минимального числа параметров, инвариантных к скорости деформации и вообще к истории нагружения. На основе экспериментальных данных из литературы прогнозируются динамические зависимости деформации с возникающим падением текучести при фиксированной скорости деформации для различных металлов. Выявлены сходные динамические эффекты на диаграммах деформирования материалов с различной чувствительностью к скорости деформации и структурно-временными параметрами.

В **четвертой** главе предлагаемая аналитическая модель (структурно-временная модель циклического нагружения) основана на оценке структурно-временных характеристик на начальной стадии текучести (Раздел 2.1) [57,58] и релаксационной модели пластичности (Раздел 2.3) [59–61]. Эффективное прогнозирование деформационного поведения дает возможность разработать структурную модель циклической деформации при произвольном законе деформирования в конкретном цикле.

Прогнозирование деформационных характеристик способных к циклической стабилизации материалов проводится с помощью аналитической релаксационной модели пластичности, модифицированной применительно к циклическому деформированию и базирующейся на идее определения структурно-временных и релаксационных характеристик материала. Показано, что разработанная ранее для однократного нагружения релаксационная модель пластического деформирования способна прогнозировать процесс быстрого затухания пластических деформаций (эффект стабилизации). Наблюдается хорошее согласие результатов феноменологической модели с экспериментальными данными на примере

стали DP 500, а также на примере подвергнутой термической обработке и комбинированной деформационно-термической обработке стали 50 при односторонней циклической деформации. Дается сравнение оценок характерного времени структурированной и наноструктурированной стали 50. Показано, что показатель временной чувствительности материала, представленный в релаксационной модели пластичности, может учитывать способ обработки материала.

Рассмотрена приспособляемость стали 45 к малоцикловой деформации от 100 до 1000 циклов при различных постоянных амплитудах, характеризующаяся эффектом стабилизации пластической деформации. Сталь С45Е широко используется для изготовления валов и характеризуется превосходной прочностью. В настоящей работе экспериментально исследуется явление стабилизации пластической деформации при жестком нагружении в зависимости от амплитуды и скорости нагружения. В данном исследовании предложенная структурно-временная модель циклической деформации одновременно предсказала зависимость напряжения от деформации и эффект стабилизации пластической деформации на основе ширины гистерезиса. Используя петлю гистерезиса на каждом цикле, вычисляем накопленные повреждения в материале при стабилизации пластической деформации. Эксперименты показывают, что диапазон циклов стабильной пластической деформации уменьшается с увеличением амплитуды и скорости деформации. Предлагаемая модель учитывает историю деформирования, экспериментальные данные малоциклового деформирования стали 45 и наличие установленного эффекта стабилизации.

В **пятой главе** обсуждается временной характер процесса деформирования различных композитных слоистых материалов, или ламинатов, металлических многослойных композитов, усиленных полимерными волоконно-эпоксидными слоями, и их компонентов при статических и динамических

нагрузках. Целью исследования является разработка и проверка предложенной в этой главе инновационной релаксационной модели пластичности гетерогенных материалов, сформулированной ранее для гомогенных материалов (Раздел 2.3.1). Предложенная модель релаксации слоистых композитов позволяет эффективно описывать необратимую деформацию композита и далее исследовать до момента разрушения. Кроме того, разработанный подход позволяет учитывать эффекты перехода от статического к динамическому нагружению, при которых динамические предельные характеристики предела текучести металла и прочности хрупких материалов будут иметь определяющий характер в зависимости от истории нагружения. Верификация модели приведена на примере металлопластиков с различным соотношением толщины слоя металла и полимера: алюминиевого композита, армированного стекловолокном, титанового композита, армированного стекловолокном, алюминиевого композита, армированного углеродным волокном, алюминиевого композита, армированного кевларовым волокном. Показано, что различные кривые деформации металлокомпозитов в зависимости от скорости деформации, заканчивающиеся хрупким разрушением полимерных слоев или продолжающейся необратимой деформацией остающихся неразрушенными слоев металла с разрушенными полимерными (волокнистыми/эпоксидными) слоями, можно прогнозировать в широком диапазоне скоростей деформации на основе релаксационной модели пластичности, обобщенной для гетерогенных материалов. Исходя из тех же структурно-временных параметров для композитов $Ti/GFRP(0/90/90/0)/Ti$ и $Ti/GFRP(0/90)/Ti/GFRP(90/0)/Ti$ и полимерных слоев, одно- моделируется стадийное и двухстадийное падение напряжения при необратимом деформировании композита при статическом и динамическом нагружении. Изменение многостадийности разрушения металлокомпозитов, армированных стекловолокном, при динамическом нагружении по сравнению со статическим объясняется разными характерными временами разрушения

15400 с и 100 с полимера (волокно/эпоксид) и 1 мс и 8.4 мс металлических слоев. На примере композитов с различной толщиной слоев наличие упругопластической деформации композита после разрушения полимерных слоев интерпретируется различными значениями характерных времен релаксации для полимерного (волокно/эпоксидное) и металлического слоев.

Методология и методы исследования

В данной работе используется разработанная релаксационная модель пластичности для гомогенных материалов, базирующаяся на структурно-временном подходе. Структурно-временной подход впервые был разработан и эффективно использован для описания временных эффектов роста трещин в динамике разрушения. В дальнейшем, критерий был применен к объяснению временных эффектов предела текучести, и процесс релаксации напряжений сдвига рассматривался как временной процесс, связанный с движением дефектов. Обобщение структурно-временного подхода до модели необратимого деформирования, называемой релаксационной моделью пластичности, позволило прогнозировать широкий спектр наблюдаемых экспериментально деформационных зависимостей. Главным преимуществом релаксационной модели пластичности является использование структурно-временных параметров. В отличие от классических представлений теории пластичности, в отклике материала на приложенную нагрузку принципиальным считается временной фактор. На основе феноменологической релаксационной модели пластичности были развиты: 1) релаксационная модель пластичности с температурными зависимостями структурно-временных параметров; 2) релаксационная модель пластичности для циклического деформирования; 3) релаксационная модель пластичности для ламинатов-композитов.

Таким образом, феноменологическая модель с инвариантными параметрами к истории нагружения позволяет применять ее к различным

задачам, изучающим закономерности влияния структурно-временных характеристик материала на деформационный отклик гомогенных и гетерогенных материалов в различных квазистатических, динамических, температурных и циклических режимах.

Апробация работы

Результаты диссертационной работы были представлены и обсуждены на следующих международных и российских научных конференциях, семинарах и съездах:

- XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механике (Казань, 2015);
- XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механике (Уфа, 2019);
- Международный научный симпозиум по проблемам механики деформируемых тел, посвящённый 110-летию со дня рождения А.А. Ильюшина (Москва, 2021)
- XXVII Всероссийская конференция с участием зарубежных ученых по численным методам решения задач теории упругости и пластичности, посвященная 100-летию со дня рождения Н.Н. Яненко (Красноярск, 2021)
- The 7th International Conference on Crack Paths (Online, 2021)
- 1st Virtual European Conference on Fracture – VECF1 (Online, 2020)
- Advanced Problems in Mechanics 2020 – Online (Online, 2020)
- XV International Conference on Computational Plasticity. Fundamentals and Applications (Barcelona, 2019)
- XLVII International Summer School. Conference Advanced Problems in Mechanics (St. Petersburg, 2019)

- 22nd European Conference on Fracture. Loading and Environment effects on Structural Integrity (Belgrade, 2018);
- 2nd International Conference on Structural Integrity and Durability Fatigue and Fracture – Experiments, Theory and Applications (Dubrovnik, 2018)
- 26th International Conference on Metallurgy and materials – METAL 2017 (Brno, 2017)
- XXVII International Conference “Mathematical and Computer Simulation in Mechanics of Solids and Structures” MCM 2017 Fundamentals of static and dynamic fracture (St. Petersburg, 2017)
- Conference proceedings XXI Convegno Italiano di Meccanica Computazionale (Lucca, 2016)
- 21th European Conference on Fracture (Catania, 2016);
- 11th International DYMAT Conference (Lugano, 2015);
- Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред имени И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского (Москва, 2018, 2019)
- Всероссийская конференция молодых ученых-механиков (Сочи, 2017)
- XXVI Международная конференция «Математическое и компьютерное моделирование в механике деформируемых сред и конструкций» (Санкт-Петербург, 2015);
- XXII Петербургские чтения по проблемам прочности (Санкт-Петербург, 2016);
- LVII Международная конференция «Актуальные проблемы прочности» (Севастополь, 2016);
- XVIII Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (Алушта, 2013);
- Первый Международный научно-практический семинар «Системы комплексной безопасности и физической защиты» (Санкт-Петербург, 2013);

- Девятая научно-практическая конференция «Проблемы обеспечения взрывоопасности и противодействия терроризму» (Санкт-Петербург, 2014);
- Пятая международная научно-техническая конференция «Проблемы динамики и прочности в турбомашиностроении» (Киев, 2014);
- VIII Всероссийская конференция по механике деформируемого твердого тела (Чебоксары, 2014);
- X Всероссийская научно-практическая конференция «Проблемы обеспечения взрывоопасности и противодействия терроризму» (Санкт-Петербург, 2015);
- научный совет РАН по горению и взрыву в Санкт-Петербургском Научном центре РАН (март 2016);
- семинар кафедры теории упругости математико-механического факультета СПбГУ.

Поддержка

Часть диссертационной работы была выполнена при поддержке 7 грантов под личным руководством автора, из которых 3 гранта РФФИ (17-71-10061, 19-71-00093, 21-71-00046), 2 гранта РФФИ (16-31-00254, 21-51-53008 (международный)) и 2 гранта Президента РФ для молодых кандидатов наук (МК-449.2019.1; МК-78.2021.1.1). Остальная часть результатов была выполнена при поддержке грантов РФФИ (14-01-00814, 14-01-31510, 16-51-53077, 17-01-00618, 17-01-20300, 18-51-80008, 20-01-00291), РФФИ №17-11-01053 и 22-11-00091, СПбГУ (6.38.243.2014; 6.39.319.2014), Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (мегагрант № 220–5156–2191) и фондом Марии Кюри TAMER №610547 в роли исполнителя.

Благодарности

Выражаю сердечную благодарность член-корреспонденту РАН Юрию Викторовичу Петрову за руководство, помощь и поддержку, без которой эта работа не была бы написана. Также автор выражает благодарности И.В. Смирнову за помощь в проведении эксперимента по циклическому деформированию стали 45.

Публикации

По теме диссертации опубликовано 39 статей в международных журналах, 30 из которых входит в базу данных Scopus и Web of Science, и 1 коллективная монография.

Личный вклад

Материалы диссертации являются обобщением работ автора по данному направлению и отражают его личный вклад в решаемую проблему. Все результаты, приведенные в диссертации, получены либо самим автором, либо при его непосредственном участии. Автору принадлежат идеи при определении цели и задач работы, выполнение расчетов по предлагаемым моделям. Автор непосредственно проводил анализ и интерпретацию полученных результатов, формулировал положения, выносимые на защиту, и основные выводы. Все публикации были подготовлены при непосредственном участии автора.

Диссертационная работа является развитием направления, сформулированного на начальном этапе научным консультантом работы профессором СПбГУ, член-корр. РАН, доктором физико-математических наук Ю.В. Петровым. Совместно с ним проводилось обсуждение основных результатов и выводов работы.

Публикации основных результатов***Scopus и Web of Science***

- 1) Selyutina N. Temperature relaxation model of plasticity for metals under dynamic loading // *Mechanics of Materials*. 2020. V. 150. p. 103589.
- 2) Selyutina N. Prediction of the temperature-time effects of irreversible deformation for 2519A aluminum alloy // *Physical Mesomechanics*. 2020. V. 23. N. 6. P. 487 – 493.
- 3) Selyutina N.S. Influence of Mg and Cu on the dynamic yield stress of aluminium alloys // *Materials Physics and Mechanics*. 2021. V. 47. P. 408– 415.
- 4) Selyutina N., Petrov Y., Parameswaran V., Sharma A. Influence of dynamic loads on the fracture of brittle layers of a multilayer composite // *Journal of Dynamic Behavior of Materials*. 2022. Vol. 8. No. 1. pp. 155–158.
- 5) Selyutina N.S., Petrov Y.V. Structural-Temporal Peculiarities of Dynamic Deformation of Layered Materials // *Materials*. 2022. V. 15. p. 4271.
- 6) Selyutina N.S., Petrov Y.V. Effect of plastic strain stabilization under low-cycle deformation // *Physical Mesomechanics*. 2020. V. 23. N. 5. P. 384–389.
- 7) Selyutina N.S., Petrov Y.V. Fracture of saturated concrete and rocks under dynamic loading // *Engineering Fracture Mechanics*. 2020. V. 225. p. 106265.
- 8) Selyutina N., Borodin E., Petrov Y. Dynamical models of plasticity with nonmonotonic deformation curves for nanomaterials // *Metals*. 2022. V. 12. N. 11. p. 1835.
- 9) Selyutina N.S., Smirnov I.V., Petrov Yu.V. Stabilisation effect of strain hysteresis loop for steel 45 // *International Journal of Fatigue*. 2021. V. 145. p. 106133.
- 10) Selyutina N., Borodin E.N., Petrov Y., Mayer A.E. The definition of characteristic times of plastic relaxation by dislocation slip and grain

- boundary sliding in copper and nickel // *International Journal of Plasticity*. 2016. V. 82. P. 97–111.
- 11) Selyutina N.S., Petrov Yu. Instabilities of dynamic strain diagrams predicted by the relaxation model of plasticity // *Journal of Dynamic Behavior of Materials*. 2022. V. 8. N. 2. P. 304–315.
 - 12) Selyutina N.S., Petrov Y.V. Prediction of the Dynamic Yield Strength of Metals Using Two Structural-Temporal Parameters // *Physics of the Solid State*. 2018. V. 60. N. 2. P. 244 – 249.
 - 13) Selyutina N.S., Petrov Yu.V. Comparative analysis of dynamic plasticity models // *Reviews on Advanced Materials Science*. 2018. V. 57. N. 2. P. 199–211.
 - 14) Selyutina N.S., Petrov Y.V., Parameswaran V., Sharma A.P. The strain-rate sensitivity of irreversible deformation of the metallic multilayer composite GLARE // *Doklady Physics*. 2019. V. 64. N. 8. P. 340 – 343.
 - 15) Selyutina, N.S., Petrov Y.V. Modeling the time effects of irreversible deformation based on the relaxation plasticity model // *Physics of the Solid State*. 2019. V. 61. N. 6. P. 935–940.
 - 16) Balandin V.V., Selyutina, N.S., Petrov, Y.V. Effect of the mass fraction of ice on the strain rate dependence of strength under dynamic fracture of frozen soil // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2019. V. 60. N. 3. P. 533–538.
 - 17) Selyutina N.S., Borodin E.N., Petrov Y.V. Structural–temporal Peculiarities of Dynamic Deformation of Nanostructured and Nanoscaled Metals // *Physics of the Solid State*. 2018. V. 60. N. 9. P. 1813–1820.
 - 18) Borodin, E.N., Gruzdkov A.A., Mayer A.E., Selyutina N.S. Physical nature of strain rate sensitivity of metals and alloys at high strain rates // *Journal of Physics: Conference Series*. 2018. V. 991. N. 1. p. 012012.

- 19) Petrov Y.V., Selyutina N.S. Prediction of the effect of plastic-strain stabilization under cyclic deformation based on the structural–temporal approach // *Doklady Physics*. 2017. V. 62. N. 10. P. 475–477.
- 20) Selyutina N.S., Petrov Y.V. Structural and temporal features of high-rate deformation of metals // *Doklady Physics*. 2017. V. 62. N. 2. P. 102–105.
- 21) Selyutina N., Petrov Y. Structural-temporal features of high-rate deformation of high strength steels // *METAL 2017 - 26th International Conference on Metallurgy and Materials, Conference Proceedings*. 2017. V. 2017-January. P. 623–628.
- 22) Selyutina N.S., Petrov Y.V. Temporal nature of plasticity in the design of materials // *15th International Conference on Computational Plasticity. Fundamentals and Applications, COMPLAS 2019*. 2019. P. 395–401.
- 23) Borodin E.N., Selyutina N.S., Petrov Y.V. Determining characteristic plastic-relaxation times using micro- and nanocrystalline nickel as an example // *Doklady physics*. 2016. V. 61. N. 3. P. 143–146.
- 24) Borordin E.N., Selyutina N.S., Petrov Yu.V., Mayer A.E. Dependence of relaxation times on the material microstructure for different mechanisms of plasticity // *Materials Physics and Mechanics*. 2016. V. 26. N. 1. P. 42–44.
- 25) Petrov Y., Selyutina N. Scale and size effects in dynamic fracture of concretes and rocks // *EPJ Web of Conferences*. 2015. V. 94. p. 04005.
- 26) Petrov, Y. Borodin E., Cadoni E., Selyutina N. Relaxation model for dynamic plastic deformation of materials // *EPJ Web of conference*. 2015. V. 94. p. 04039.
- 27) Petrov Y., Selyutina N. Dynamic behaviour of concrete and mortar at high strain rates // *Materials Physics and Mechanics*. 2013. V. 18. N. 2. P. 101 – 107.
- 28) Petrov Y., Smirnov I., Evstifeev A., Selyutina N. Temporal peculiarities of brittle fracture of rocks and concrete // *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2013. V. 24. P. 112 – 118.

- 29) Selyutina, N.S. Strain Rate Dependences of Dynamic Fracture Toughness and Fracture Energy of Rocks // *Physical Mesomechanics*. 2022. V. 25. N. 4. P.366 – 372.
- 30) Selyutina N., Smirnov I. Dynamic fractures of concrete made of recycled aggregate or reinforced with fibres // *Mechanics of materials*. 2023. V. 179. p. 104613.

Монография

- 31) Норель Б.К. Петров Ю.В., Селютина Н.С. Энергетические и временные характеристики предельного состояния горных пород. Спб.: Издательство Санкт-Петербургского университета, 2018. 132с.

Публикации в других изданиях

- 32) Selyutina N. Dynamic deformation of fiber-metal laminates depending on its metal thickness // *Procedia Structural Integrity*. 2020. V. 28. P. 1310– 1314.
- 33) Selyutina N., Smirnov I., Petrov Y. Low-cycle deformation of steel C45E under rigid loading // *Procedia Structural Integrity*. 2022. V. 39. P. 157– 160.
- 34) Selyutina N.S., Petrov Yu.V. Temporal effects of dynamic yielding under high-rate loading // *Procedia Structural Integrity*. 2018. V. 13. P. 700– 704.
- 35) Selyutina N.S., Petrov Yu.V. The water-saturation effect for concretes and rocks subjected to high strain rates // *Procedia Structural Integrity*. 2018. V. 13. P. 705–709.
- 36) Selyutina N.S., Petrov Y.V. The definition of flow stress under dynamic loading based on relaxation model of plasticity // *Procedia Structural Integrity*. 2017. V. 6. P. 77–82.

- 37) Petrov Y.V., Selyutina N.S. On the temporal peculiarities of stabilization effect under cyclic deformation for steel // *Procedia Structural Integrity*. 2017. V. 6. P. 265–268.
- 38) Martemyanov A., Selyutina N.S., Katorina A. Incubation time criterion analysis of rock materials under dynamic loadings // *Procedia Structural Integrity*. 2017. N. 6. P. 77–82.
- 39) Selyutina N., Petrov Y. The dynamic strength of concrete and macroscopic temporal parameter characterized in fracture process // *Procedia Structural Integrity*. 2016. V. 2. P. 438 – 445.
- 40) Selyutina, N. Structural-temporal peculiarities of dynamic deformation of rock // *Procedia Structural Integrity*. 2022. V. 42. P. 420–424.

Глава 1. Динамические эффекты прочностных характеристик при хрупком разрушении под влиянием гетерогенности структуры

В этой главе с использованием структурно-временного подхода исследуются скоростные зависимости динамической прочности горных пород и бетонов в широком диапазоне скоростей деформации. Идея инкубационного времени разрушения материала, рассматриваемого как константа материала, зависящая от масштаба, и как первичная мера реакции материалов, подвергающихся динамической нагрузке, была применена для объяснения нестабильности значений предельных критических напряжений в горных породах и бетонах. Проводится сравнение и обсуждение временных зависимостей (прочность – скорость деформации; амплитуда импульса – длительность импульса; максимальное напряжение – длительность импульса) откольной прочности при коротких импульсных нагрузках и высокоскоростном нагружении сухого и насыщенного бетона. Дается объяснение явлению большего предела прочности бетона и горных пород с наибольшим процентном содержанием воды в образце при динамическом нагружении. Показано, что критерии разрушения, предполагающие только линейную зависимость деформации от времени, могут давать неоднозначные результаты при применении для других форм импульса. Применение этих критериев к случаю коротких импульсных нагрузок свидетельствует о том, что они не приспособлены для оценки пороговых параметров нагрузки в случае нелинейной истории нагружения. Напротив, доказано, что структурно-временная модель разрушения с инкубационным временем, основанная на

наборе параметров материала, инвариантных к истории нагружения, применима для широкого диапазона типов и форм импульсов нагрузки.

Временные зависимости фибробетона при увеличении процентного содержания стального спирального волокна оцениваются по критерию инкубационного времени. Вычисляя единственный дополнительный параметр инкубационного времени, отвечающий за подготовительные процессы разрушения и инвариантную историю нагружения для динамических и статических испытаний, можно построить зависимость критического напряжения от скорости деформации для каждого фибробетона. Эффект более значительного увеличения прочности при динамическом нагружении при увеличении процентного содержания спирального волокна, чем при статическом, обосновывается изменением значений инкубационного времени фибробетонов. Приведено численное моделирование динамической прочности при различном процентном содержании спиральных волокон. Уменьшение динамической прочности стальных и углепластиковых бетонов интерпретируется изменением характеристики инкубационного времени. Приведено влияние формы волокна на чувствительность стальных и синтетических железобетонов к скорости деформации. Показано, что параметр инкубационного времени можно считать удобным инструментом для оценки влияния волокна на динамическую прочность фибробетонов.

Также динамическое разрушение горных пород рассматривается с точки зрения силового и энергетического предельных критериев, сформулированных на основе концепций структурно-временного подхода. Для каждого предельного критерия, задаваемого в различный момент времени разрушения, рассчитывается инкубационное время как ключевая постоянная характеристика материала предлагаемого подхода, зависящая от масштаба и являющаяся основной мерой реакции материалов. На базе представленных в литературе экспериментальных данных на трехточечный изгиб

рассматриваются скоростные зависимости вязкости разрушения горных пород при изменяющейся длине разреза в образце и работы разрушения. На примере динамического разрушения угля и гранита показано, что определяемое по силовому критерию инкубационное время не зависит от длины разреза образца. Проведено сравнение инкубационных времен мрамора, полученных по скоростным зависимостям вязкости разрушения и работы разрушения.

Показано, что идея явного учета релаксации в процессах разрушения с помощью введения инкубационного времени – характерного времени релаксации, которое в случае разрушения связано с процессом микрорастрескивания перед макроразрушением, позволяет прогнозировать скоростные зависимости прочности, вязкости разрушения, работы разрушения, а также ряд возникающих эффектов конкуренции прочностных характеристик горных пород и бетонов под влиянием водонасыщенности, массовой доли льда, армирования, наполнителя.

Результаты, представленные в главе 1, опубликованы в работах [62–73].

1.1. Структурно-временной критерий разрушения

Изначально критерий инкубационного времени или структурно-временной подход разрушения [62,74–80] может быть записан в общей форме:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \left(\frac{F(t')}{F_c} \right)^\alpha dt' \leq 1 \quad (1)$$

где τ – параметр скоростной чувствительности материала или инкубационное время – характерное времени релаксации, которое в случае разрушения связано с процессом микрорастрескивания перед макроразрушением t – время, $F(t)$ – временная зависимость локального силового поля, создающего

разрушение среды, F_c – предельное значение локального силового поля при статической нагрузке, α – параметр амплитудной чувствительности материала. Время разрушения t^* соответствует условию достижения равенства в (1), то есть, когда левая часть неравенства (1) становится равна 1. Параметр τ связан с динамикой подготавливающего разрыв релаксационного процесса. Параметр α характеризует чувствительность к уровню напряженности силового поля, вызывающего разрушение.

Главной особенностью подхода является введение инкубационного времени как свойства материала. Его природа обусловлена подготовительными релаксационными процессами развития микродефектов в структуре материала, связанных с микро-растрескиванием. Ключевая роль τ при интерпретации процесса разрушения, протекающего на различных скоростях внешнего нагружения, подробно описана в работе [62].

Критерий разрушения (1) предполагает наличие инкубационного периода, предваряющего макроскопический разрыв образца. Инкубационный процесс является важным фактором разрушения при медленных, так и быстрых воздействиях. При быстром способе нагружения это приводит к возникновению ряда специфических для динамического разрушения эффектов. К числу таких эффектов может быть отнесена известная скоростная (временная) зависимость прочности. В качестве простейшей интерпретации рассмотрим пример проявления инкубационного периода при медленном линейном нагружении ($t^* \gg \tau$): $\sigma(t) = \dot{\sigma} t H(t)$, где $\dot{\sigma} = \text{const}$ и $H(t)$ – функция Хевисайда. Подставив $F(t) = \sigma(t)$ в (1), можно вычислить время до разрушения $t^* = \sigma_c / \dot{\sigma} + 0.5 \tau$ и значение критического напряжения в момент разрушения $\sigma^* = \sigma(t^*) = \sigma_c + \dot{\sigma} (\tau / 2)$, где $\sigma_c = F_c$ — табличное значение статической прочности материала. В случае очень медленного роста напряжения $(\dot{\sigma} \tau) / \sigma_c \ll 1$ предельное напряжение мало отличается от статической прочности $\sigma^* \approx \sigma_c$. Полученные выражения показывают, что

согласно (1) материал остается неповрежденным в момент достижения предела статической прочности $t_c = \sigma_c / \dot{\sigma}$. Принципиально важно, что до начала макроскопического разрушения материала в структуре материала развиваются подготовительные процессы, характеризующийся временным периодом τ (рис. 1).

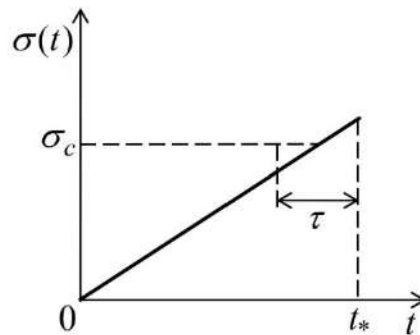


Рис. 1. Временная зависимость напряжений при медленном линейном нагружении.

Структурно-временной подход (1) может применяться как для задач распространения трещин (Раздел 1.8), так и для задач разрушения изначально неповрежденных сред (Раздел 1.2), не содержащих априори заложенных макротрещин или острых зазубрин.

1.2. Расчетная схема прочности в широком диапазоне скоростей деформации

Для расчета динамической прочности материала в широком диапазоне скоростей деформации в качестве силовой характеристики будем использовать макроскопическую характеристику прочности материала. Прочность материала в случае хрупкого разрушения для изначально неповрежденных сред по критерию инкубационного времени определяется в следующей форме [75,80–83]:

$$\frac{1}{\tau_\sigma} \int_{t-\tau_\sigma}^t \left(\frac{\Sigma(t')}{\sigma_*} \right)^{\alpha_\sigma} dt' \leq 1 \quad (2)$$

где τ_σ – инкубационное время, связанное с периодом подготовки материала к разрушению и характеризующее скоростную чувствительность материала; $\sigma(t)$ – временная зависимость роста среднего сжимающего (или растягивающего) напряжения в образце; σ_* – статический предел прочности материала; α_σ – параметр, характеризующий чувствительность материала к уровню интенсивности (амплитуде) силового поля, приводящего к разрушению.

Наборы структурно-временных параметров τ_σ и α_σ для случая растягивающих и сжимающих нагрузок определяются по двум независимым формулировкам критерия (2) для случая растяжения и сжатия. В первом случае σ_* является статической прочностью при растяжении, во втором случае – при сжатии.

Построим расчетную схему определения предельного роста локальных напряжений при сжатии или растяжении на основе силового критерия (2) для бездефектных образцов с линейной зависимостью $\sigma(t)$. Момент разрушения можно определить из условия равенства (2). На практике динамическая прочность оценивается максимальным значением локальных напряжений, при которых материал не имеет разрушения. В данной работе предлагается считать динамическую прочность образца как параметр процесса, а в качестве постоянной материала – независимый от истории нагружения параметр инкубационного времени.

Предполагаем, что до момента хрупкого разрушения (максимальная величина напряжений) рост деформаций $\varepsilon(t)$ в материале описывается линейной функцией по времени $\varepsilon(t) = \dot{\varepsilon}tH(t)$, где $\dot{\varepsilon}$ – скорость деформации, $H(t)$ – функция Хэвисайда. Изменение локальных напряжений в материале

определяем законом Гука $\Sigma(t)=E\varepsilon(t)$, где E – модуль Юнга. Таким образом, временная зависимость локальных напряжений выражается как:

$$\sigma(t) = E\dot{\varepsilon}tH(t) = \dot{\sigma}tH(t), \quad (3)$$

где $\dot{\sigma}$ – скорость нагрузки материала.

Решение (3) зависит от отношения инкубационного времени и времени процесса разрушения: $0 < t_* < \tau_\sigma$ и $t_* \geq \tau_\sigma$. Допустимо провести условное разделение воздействий на квазистатические, когда время процесса t_* сравнимо или выше инкубационного времени ($t_* \geq \tau_\sigma$), и динамические, когда время нагрузки материала меньше, чем инкубационное время ($t_* < \tau_\sigma$).

Локальные напряжения в момент разрушения t_* определяются предельным напряжением $\sigma_{cr} = \Sigma(t_*)$. В случае $\alpha_\sigma = 1$ в явной форме задается зависимость предела прочности от скорости деформации:

$$\sigma_{cr}(\dot{\varepsilon}) = \begin{cases} \sqrt{2\sigma_c E \dot{\varepsilon} \tau_\sigma}, & t_* < \tau_\sigma \\ \sigma_* + \frac{1}{2} E \dot{\varepsilon} \tau_\sigma, & t_* \geq \tau_\sigma \end{cases} \quad (4)$$

или от скорости нагружения:

$$\sigma_{cr}(\dot{\sigma}) = \begin{cases} \sqrt{2\sigma_c \dot{\sigma} \tau_\sigma}, & t_* < \tau_\sigma \\ \sigma_* + \frac{1}{2} \dot{\sigma} \tau_\sigma, & t_* \geq \tau_\sigma \end{cases} \quad (4')$$

Полученная зависимость (4) условно разделена на поведение предела прочности при квазистатических воздействиях (нижняя часть выражения), и динамических (верхняя часть выражения).

Полученная расчетная схема (4) описывает поведение материала при медленных и быстрых воздействиях в рамках одного подхода. В качестве необходимых констант для расчета используются предел прочности и модуль Юнга, определяемые из стандартных статических испытаний. Для большинства материалов при применении критерия (3) параметр чувствительности материала к амплитуде силового поля предполагается равным единице ($\alpha_\sigma = 1$), при этом феноменологический параметр

инкубационного времени, как отмечено выше, имеет физический смысл времени релаксации, связанный с ростом микродефектов. Для расчета инкубационного времени необходимо рассмотреть экспериментальные данные (скорость деформации, предел прочности) и методом наименьших квадратов по верхней части выражения (4) оценить инкубационное время. Обладая набором параметров σ_* , E , τ_σ , α_σ можно построить нелинейную зависимость предела прочности от скорости деформации при динамических нагрузках (помимо линейной зависимости – при статических нагрузках).

1.3. Инвариантность параметров критерия инкубационного времени к истории нагружения

Для экспериментов по динамической прочности материалов, необходимо использовать некоторый универсальный параметр, характеризующий историю нагружения. Поскольку критерии разрушения, основанные на скорости деформации, не инвариантны по отношению к истории нагружения, скорость деформации затруднительно использовать в качестве параметра истории нагружения. Применение линейной зависимости напряжения от времени $\Sigma(t) = E \dot{\epsilon} t H(t)$ в откольных экспериментах и использование скорости деформации в качестве параметра истории нагружения затруднено, поскольку определение события разрушения в откольных экспериментах [84–86] зависит от двух экспериментально измеренных параметров история нагрузки: амплитуда и длительность импульса. Динамические эффекты, наблюдаемые в процессе разрушения, обусловлены наличием пороговой длительности импульса, меньше которой происходит разрушение при напряжениях, значительно превышающих статическую прочность. Эффект динамической ветви зависимости предельной силы от времени разрушения наглядно показывает, что уменьшение длительности импульса приводит к росту амплитуды импульса. Если

длительность импульса больше порогового значения, то будет наблюдаться слабая зависимость длительности импульса от пороговой амплитуды импульса (стадия стабилизации). Регистрация разрушения по пороговым импульсам имеет решающее значение. Исследователи часто регистрируют событие разрушения при максимуме амплитуды импульса нагрузки для импульсов, демонстрирующих почти линейную стадию роста. Для произвольных импульсов это не так, так как эти импульсы, вообще говоря, не являются пороговыми и в этом случае прочность материала формально не связана с явлением «динамической ветви». Однако прочность материала часто оценивают с учетом линейной зависимости напряжения от времени. Построенная теоретическая зависимость (4) является следствием только явления «динамической ветви». Значения скорости деформации зависят от формы импульса, и временные зависимости для каждого случая разные. Таким образом, величина скорости деформации зависит от времени. В этом разделе будет показано, что оценка предельного напряжения как максимума линейно растущих локальных напряжений по скорости деформации может привести к ошибкам, если рассматривать импульсы произвольной формы. Оценка прочности материала не должна зависеть от формы импульса, поэтому скорость деформации нельзя рассматривать как универсальный параметр, определяющий историю нагружения. Вместо скорости деформации предлагается использование длительности импульса, поскольку длительность импульса является независимой характеристикой истории нагружения. Кроме того, длительность импульса измеряется непосредственно из эксперимента по сравнению со скоростью деформации. Рассмотрим сжимающую треугольную симметричную волну, бегущую по полубесконечному стержню:

$$\sigma_-(x, t) = -P_0 \left[\frac{ct + x}{ct_0} (H(ct + x) - H(ct + x - ct_0)) + \left(2 - \frac{ct + x}{ct_0} \right) (H(ct + x - ct_0) - H(ct + x - 2ct_0)) \right] \quad (5)$$

где P_0 является амплитуда импульса, $2t_0$ является длительность импульса и c является скорость звука. Волна отражается от свободного конца ($x=0$) стержня, и сжатие переходит в растяжение:

$$\sigma_+(x, t) = P_0 \left[\frac{ct - x}{ct_0} (H(ct - x) - H(ct - x - ct_0)) + \left(2 - \frac{ct - x}{ct_0} \right) (H(ct - x - ct_0) - H(ct - x - 2ct_0)) \right] \quad (6)$$

Результирующее напряжение в стержне определяется выражением: $\sigma(x, t) = \sigma_-(x, t) + \sigma_+(x, t)$. Максимальное растягивающее напряжение сначала возникает в точке $x_0 = ct_0/2$. Пороговую (минимальную) амплитуду P_* , приводящую к разрушению стержня, можно найти, используя критерий разрушения (2) при $\alpha_\sigma = 1$ для любой заданной длительности t_0 :

$$\max_{\theta} \int_{\theta-1}^{\theta} \sigma(s) ds = \sigma_* \quad (7)$$

где $\theta = t/\tau$ является безразмерное время.

Критерий инкубационного времени может предсказать поведение материала, подвергнутого нагрузочным импульсам различной формы, поскольку он инвариантен к истории нагружения. В [85,86] теоретическая зависимость амплитуды порогового импульса от длительности импульса была рассчитана для симметричных треугольных импульсов с использованием критерия (2) с $\alpha_\sigma = 1$:

$$P_{cr}(t_0) = \begin{cases} \frac{\sigma_*}{1 - \frac{\tau_\sigma}{3t_0}}, & t_0 \geq \frac{2}{3}\tau_\sigma \\ \frac{4\tau_\sigma}{3t_0}\sigma_*, & t_0 < \frac{2}{3}\tau_\sigma \end{cases} \quad (8)$$

В работах [84,86] получена теоретическая зависимость пороговой амплитуды напряжения от длительности импульса для правой треугольной формы импульса:

$$P_{cr}(t_0) = \begin{cases} \frac{\sigma_*}{1 - \frac{1}{2} \frac{\tau_\sigma}{t_0}}, & t_0 \geq \tau_\sigma \\ 2\sigma_* \frac{\tau_\sigma}{t_0}, & t_0 < \tau_\sigma \end{cases} \quad (9)$$

Зависимость (9) аналогична формуле (4), переформулированной для случая зависимости от времени разрушения ($\dot{\varepsilon} = \sigma_{cr}/(Et_*)$):

$$\sigma_{cr}(t_*) = \begin{cases} \frac{\sigma_*}{1 - \frac{1}{2} \frac{\tau_\sigma}{t_*}}, & t_* \geq \tau_\sigma \\ 2\sigma_* \frac{\tau_\sigma}{t_*}, & t_* < \tau_\sigma \end{cases} \quad (10)$$

В работе [87] влияние влажности на откольную прочность микробетона было исследовано с использованием разрезного прижимного стержня Гопкинсона. На рис. 2 показана теоретическая зависимость предела прочности от скорости деформации с линейным законом деформации (4). Расчеты основаны на экспериментальных данных в работе [87]. Инкубационный период для насыщенного бетона ($\sigma_* = 4$ МПа; $\tau_\sigma = 66$ мкс) выше, чем для сухого бетона ($t_0/2$). Напряжения разрушения насыщенного бетона выше скорости деформации выше, чем у сухого бетона при более высоких скоростях деформации в отличие от наибольшей статической прочности сухого бетона. Рассматривая откольное напряжение как сумму бегущей и отражающей волн для симметричного импульса для симметричного треугольного импульса [85,86], аналогично экспериментальным измерениям в работе [87] мы предполагаем, что амплитуда импульса фиксируется не в конечном импульсе, а в точке достижения максимума напряжения в момент времени. Таким образом, временная зависимость непороговой амплитуды импульса ($\sigma(x, t) = \sigma_-(x, t) + \sigma_+(x, t)$) от времени определяется условием:

$$\int_{\frac{3t_0}{2\tau_\sigma} - 1}^{\frac{3t_0}{2\tau_\sigma}} \sigma(s) ds = \sigma_* \quad (11)$$

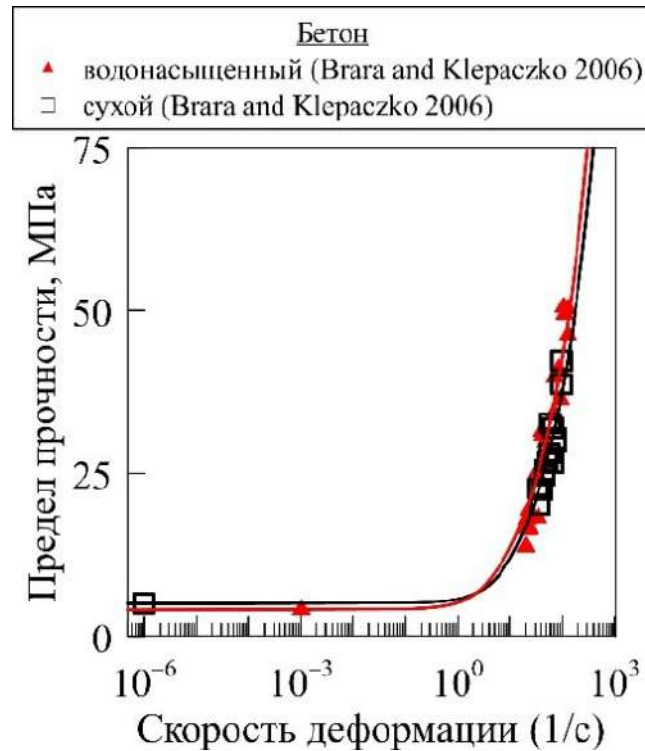


Рис. 2. Откольная прочность насыщенного ($\tau_\sigma=66$ мкс) и сухого ($\tau_\sigma=46$ мкс) микробетона [87] в зависимости от скорости деформации, построенная по уравнению (4).

Сравнение предела прочности бетона по уравнению (11) и уравнение (10) представлено на рис. 3. Предельное напряжение насыщенного бетона по уравнению (10) для длительности импульса ~ 100 мкс меньше, чем является самым высоким (рис. 3). Противоположное поведение наблюдается применительно к статической прочности. Обратите внимание, что оценка предельного напряжения с использованием уравнения (11) не дает пересечения по рассматриваемым длительностям импульсов. Инкубационные времена для сухих и насыщенных бетонов, рассчитанные по уравнению (11) (только длительность импульса) в четыре раза меньше рассчитанных по формуле (10) (только скорость деформации). Теоретически полученный предел прочности с использованием уравнения (10) оказывается самым высоким. Таким образом, использование линейной зависимости деформации

от времени для произвольного импульса приводит к повышенным значениям прочности.

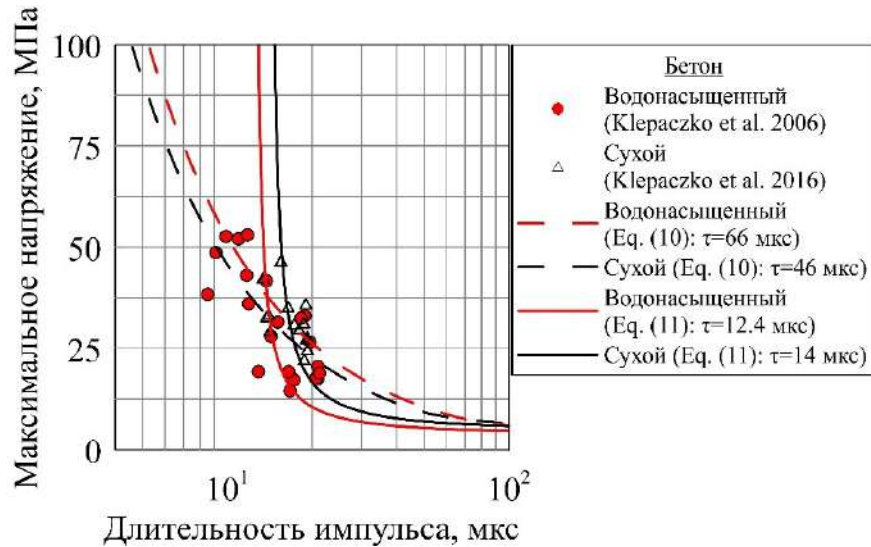


Рис. 3. Вычисление откольной прочности для водонасыщенного и сухого микробетона [87] как зависимость длительности импульса, построенного по линейной зависимости деформации по времени (10) и симметричного треугольного импульса (11).

Однако этой ошибки можно избежать, используя критерий инкубационного времени. В [86] обсуждалось отличие поведения пороговой амплитуды импульса рельсовой стали 700 [88] с симметричной треугольной формой (сплошная кривая) и импульса правильной треугольной формы (пунктирная кривая) (рис. 4). Время разрушения для правой треугольной формы импульса выше, чем значение для симметричного треугольного импульса. Разница между двумя формами импульсов (симметричной и правой) уменьшается независимо от временной формы импульса, если длительность импульса уменьшается. Анализ близкого расположения сплошной и пунктирной линий позволяет подтвердить главное преимущество использования критерия инкубационного времени – параметр инкубационного времени является инвариантной характеристикой, зависящей только от прочностных свойств материала. Как показано на рис. 6, предельное

напряжение на штрихпунктирной кривой, рассчитанной по (11) значительно больше, чем на других кривых. Это показывает, что особенно важно исследовать пороговые амплитуды импульсов.

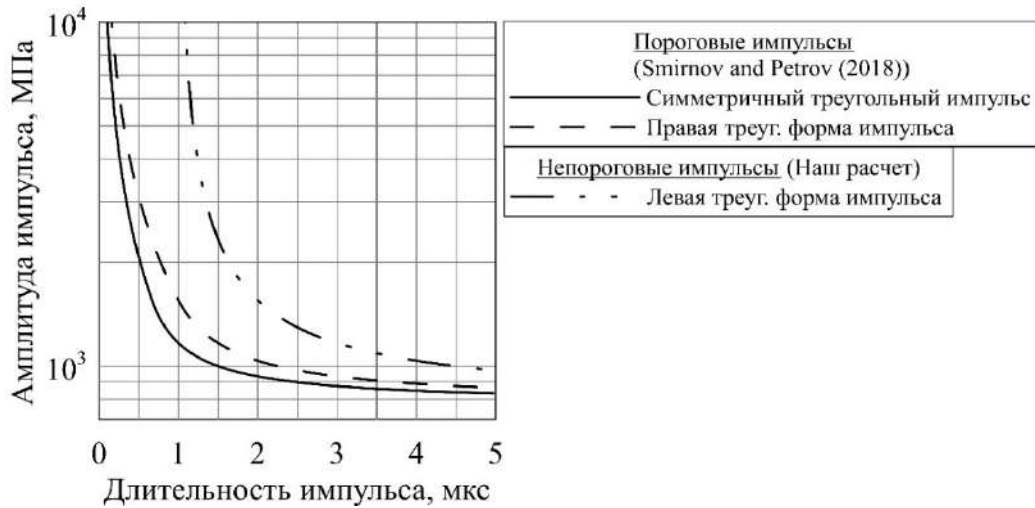


Рис. 4. Временная зависимость пороговой амплитуды для рельсовой стали 700 [88] для симметричного треугольного импульса (8), правого треугольного импульса (9) и зависимость непороговой амплитуды для рельсовой стали 700 [88] на основе критерия инкубационного времени, обсуждаемого в [86].

Несмотря на недостатки линейного подхода (4) или (10), анализ большинства экспериментальных данных проводится в терминах скоростей деформации. Таким образом, поведение прочности материала часто ограничивается неопределенным понятием скорости деформации, которое используется в данной работе, в основном, только для случая линейной зависимости деформации от времени.

1.4. Эффект инверсии прочности как следствие скоростной чувствительности материала

Анализ положения статической прочности и динамической прочности на зависимостях прочности от скорости деформации обнаруживает эффект инверсии прочности двух материалов – изменение доминирующей роли вида

прочности при смене вида нагрузки (статики на динамику и наоборот): материал, имевший более низкую прочность в сравнении с другим материалом при квазистатических испытаниях может иметь большую прочность при динамическом нагружении, а материал, обладающий меньшей динамической прочностью, может иметь большую статическую прочность в сравнении с другим материалом [73].

Рассмотрим поведение предельного напряжения гранита, подвергнутого растягивающим испытаниям на стержнях Гопкинсона [89] при скоростях деформации 10^0 – 10^1 с^{-1} , откольные испытания [90] и статические эксперименты [90] порядка 10^{-3} с^{-1} . На рис. 5 показаны зависимости предельного растягивающего напряжения для сухого и водонасыщенного гранита от скорости деформации, рассчитанной по критерию разрушения (2). Сравним значения предела прочности гранита в различных диапазонах скоростей деформации в зависимости от уровня водонасыщенности (рис. 5). Большая статическая прочность у сухого гранита. В диапазоне скоростей деформации 10^0 – 10^1 с^{-1} предельное напряжение для водоненасыщенных образцов гранита больше, чем для водонасыщенных образцов гранита. Уменьшение статической прочности водонасыщенных материалов можно объяснить присутствием воды в образце, ускоряющим микрорастрескивание, тем самым процессы разрушения протекают значительно быстрее по сравнению с разрушением материалов с нормальным коэффициентом насыщения. Процесс микрорастрескивания связан с действием гидростатического давления на образец, подвергаемый статической нагрузки (10^{-3} с^{-1}). В диапазоне скоростей деформации 10^1 – 10^2 с^{-1} предельное напряжение для влажного гранита намного больше сухого. Противоположный эффект поведения предельных напряжений сухого и насыщенного гранита можно объяснить наличием временных особенностей процесса разрушения, характеризующихся параметрами критерия инкубационного времени (2). Инкубационное время влажного гранита ($\tau=21.5$ мкс; $\alpha=1$) немного больше,

чем сухого гранита ($\tau=11.8$ мкс; $\alpha=1$). Большое инкубационное время объясняется большим доминирующим влиянием инкубационного процесса на материал, подвергнутого динамической нагрузке. Таким образом, анализ значений инкубационного времени может выявить тот материал, который в фиксируемом диапазоне нагрузок будет иметь большие значения предельных напряжений.

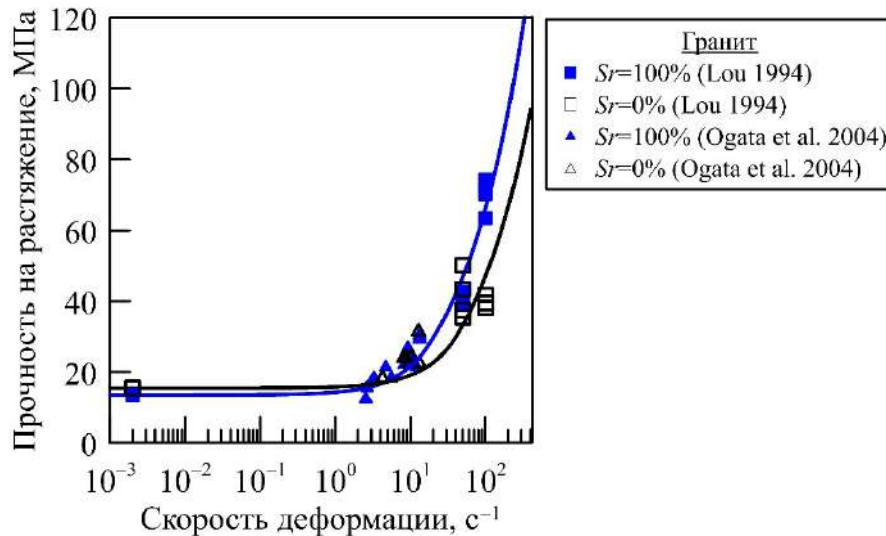


Рис. 5. Эффект конкуренции динамической и статической прочности водонасыщенным и водоненасыщенным гранитом [89,90].

Рассмотрим влияние наполнителя на прочностные свойства бетона на основе экспериментальных данных [91] и установим причины наблюдаемого эффекта инверсии прочности на примере агрегатного бетона и строительного раствора, используя критерий инкубационного времени (2). В работе [91] были проведены статические и динамические испытания на двух бетонах: агрегатный бетон и бетон с наполнителем (доля агрегатного бетона 42%). Дефектная структура для образцов, сделанных из бетона с наполнителем по сравнению с агрегатным бетоном, отличалась более дефектной структурой и максимальным агрегатным размером бетона 9.5 мм. В работе [91] было проведено три вида экспериментов на сжатие: квазистатические (для двух материалов), на стержнях Гопкинсона (10^2 – 10^4 с⁻¹) (на образцах бетона с

заполнителем) и на легкогазовых пушках с ударами образцов агрегатного бетона и бетона с наполнителем об основание (10^5 с^{-1}). Инкубационное время было оценено по экспериментальным данным бетона с наполнителем на стержнях Гопкинсона по критерию разрушения (2) и равнялось 6.5 мкс. Предполагаем, что оба материала характеризуются одинаковым инкубационным временем, в связи с использованием в них одинаковой структуры основной компоненты (строительный раствор) в образцах. Зависимости средней прочности на сжатие от скорости деформации по общим прочностным свойствам двух материалов (Таблица 1) представлена на Рис. 6, вычисленные по критерию инкубационного времени (2).

Таблица 1. Сравнение свойств агрегатного бетона и бетона с наполнителем по экспериментальным данным [91] и их динамической прочности.

Материал	Агрегатный бетон	Бетон с наполнителем
Плотность, кг/м ³	2600	2100
Коэффициент Пуассона	0.29	0.2
Модуль Юнга, ГПа	45	20
Статическая прочность, МПа	30	46
Динамическая прочность, ГПа	1.55 (290)	1.2 (290)
(при скорости удара, м/с)	1.7 (330)	1.3 (330)
Инкубационное время, мкс	6.5	6.5

Предел прочности увеличивается со скоростью деформации 1700 с^{-1} . Прочность материала при скорости деформации для бетона с наполнителем в 4 раза превышает статическую прочность. Стремительный рост динамической прочности материала наблюдается со скорости деформации порядка 10^2 – 10^3 с^{-1} . Результаты Таблицы 1 показывают, что агрегатный бетон имеет меньшую статическую прочность и больший модуль упругости, чем бетон с наполнителем. На Рис. 6 и Таблице 1 можно отметить, что в случае

экспериментов на легкогазовых пушках предел прочности агрегатного бетона больше на 30%, чем у бетона с наполнителем. Таким образом, материал с низким пределом прочности при квазистатических экспериментах обладает высокой прочностью при динамических воздействиях (инверсия прочности). Наблюдаемое явление подтверждает предположение о том, что поведение статической и динамической прочности материала не является тождественным.

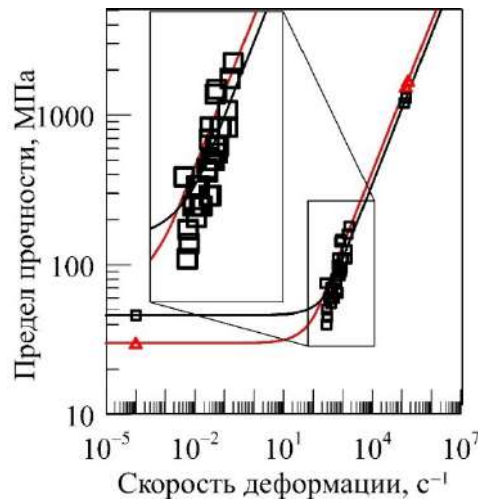


Рис. 6. Поведение прочности агрегатного бетона (красная кривая) и бетона с наполнителем (черная кривая) по критерию инкубационного времени (2) в широком диапазоне скоростей деформации 10^{-5} – 10^7 с⁻¹ по экспериментальным данным [91] (агрегатный бетон – красные треугольники; бетон с наполнителем – черные квадраты).

С одной стороны, наблюдаемый эффект инверсии прочности, по мнению авторов [91], связан с действием сдерживающих сжимающих напряжений, содержащихся в наиболее дефектных образцах агрегатного бетона, которые при ударных экспериментах препятствуют росту трещин, а при квазистатическом сжатии, напротив, увеличивают вероятность развития трещин. С другой стороны, подобные сдерживающие нагрузки в статических испытаниях также оказывают существенное влияние на прочность образца, но, по мнению авторов [91], их доминирующая роль проявляется под действием

ударных воздействий. Таким образом, роль инерционных процессов на микроуровне полностью не может объяснить улучшение свойств бетона при динамических нагрузках относительно бетона с заполнителем.

В данной работе предполагается, что эффект инверсии прочности напрямую зависит от поведения двух свойств материала: модуль Юнга и инкубационное время, связанное с релаксационными процессами, предшествующих развитию микроструктурных дефектов в материале. Напомним, что история локальных напряжений в критерии (2) определялась по линейной зависимости, где параметр материала (E) определял скорость роста напряжений. Тогда при равных значениях инкубационного времени максимальное напряжение, достигаемое в течение инкубационного периода, будет иметь материал, обладающий наибольшим модулем Юнга.

Таким образом, при малых ударных скоростях (время процесса нагрузки образца сравнимо или больше τ_σ) роль параметра материала (E) считается незначительной в определении максимального напряжения и различие в поведении двух материалов основано на значениях их статической прочности. В случае быстрых ударных скоростей (инкубационное время превосходит время процесса нагрузки образца) в определении предела прочности материала доминирующее влияние имеет модуль Юнга.

1.5. Разрушение образцов бетона и горных пород при динамическом нагружении под влиянием воды в образце

В этом разделе на основе критерия (2) будут построены зависимости прочности бетона от скорости деформации при изменении водонасыщенности бетона и содержания воды в бетонной смеси, также будет оценено инкубационное время материала и параметр амплитудной чувствительности материала по критерию (2), а также обсудим их изменение при изменении содержания воды в бетонной смеси.

Важный момент в расчете динамической прочности бетона – учет среды, в которой будет работать материал. Различные виды его обработки (такие как просушивание, погружение в воду, поддержание определенной влажности окружающей среды) позволяют получить бетон с различной водонасыщенностью (Sr) – от сухого ($Sr=0\%$) до полностью водонасыщенного ($Sr=100\%$).

Объемная доля воды в образцах бетона может быть причиной изменения их прочности. В работах [92,93] подчеркнута сложность изучения вопроса с неоднородным бетоном: опыты с откольным разрушением показали, что для случаев статики и динамики прочность сухого бетона изменяется иначе, чем прочность бетона, полностью водонасыщенного.

1.5.1. Прочность бетона и его параметры (α_σ , τ_σ)

Рассмотрим описанные в литературе статические и динамические эксперименты с образцами бетона с различной степенью водонасыщенности, в которых постоянное соотношение воды и цемента (w/c) на стадии формирования образцов было равно 0.46 [94], 0.5 [95]. Динамическим испытаниям на разрезном стержне Гопкинсона при растяжении подвергались образцы водонасыщенного бетона ($Sr=100\%$) и бетона ($Sr=0\%$), высушенного при 105°C в работах [94,95]. В Таблицах 2 и 3 приведены показатели механических свойств бетонов [94,95], необходимые для расчетов по критерию (2), и инкубационное время для каждого вида бетона. Полученные теоретические зависимости прочности от скорости деформации, показанные на Рис. 7 и 8, имеют хорошее соответствие с экспериментальными данными при значении параметра амплитудной чувствительности $\alpha_\sigma=1$ [94] и $\alpha_\sigma=15$ [95].

Табл. 2. Механические свойства бетонов [94] с постоянным значением $w/c=0.46$ и оценки структурно-временных параметров, определяемых по критерию (2) при $\alpha_\sigma=1$

$Sr, \%$	0	100
$\sigma_*, \text{МПа}$	0.84	1.3
$E, \text{ГПа}$	20.7	24.6
$\tau_\sigma, \text{мс}$	0.19	0.65

Табл. 3. Механические свойства бетонов [95] с постоянным значением $w/c=0.5$ и оценки структурно-временных параметров, определяемых по критерию (2) при $\alpha_\sigma=15$

$Sr, \%$	0	100
$\sigma_*, \text{МПа}$	3.2	3.6
$\tau_\sigma, \text{мс}$	1.5	409

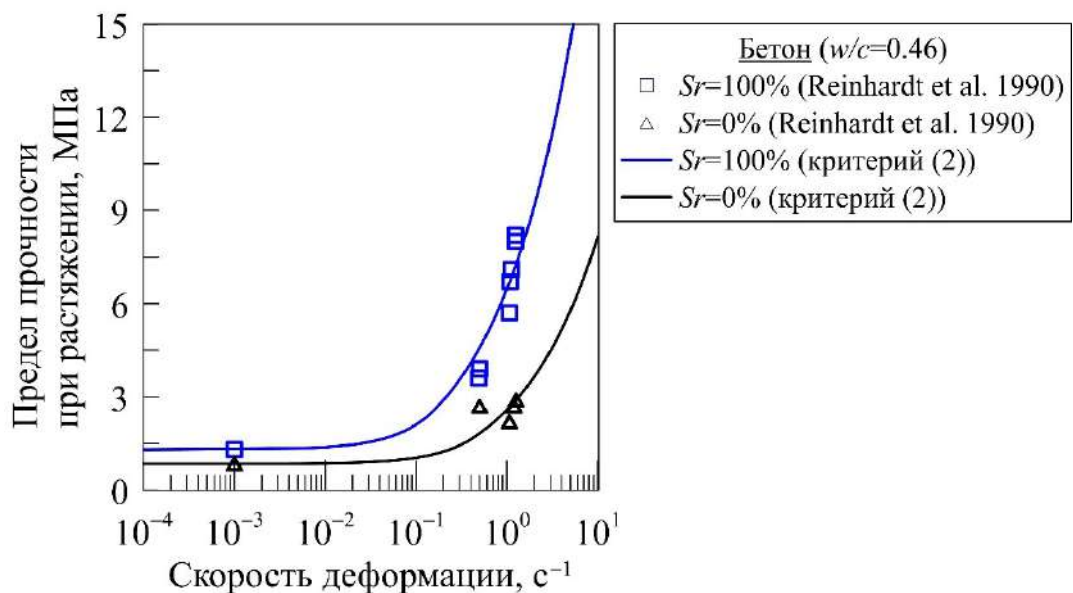


Рис. 7. Теоретические зависимости прочности на растяжение для сухого (черная сплошная линия) и влажного бетона (синяя сплошная линия), вычисленные по критерию (2) при $\alpha_\sigma=1$, в сравнении с экспериментальными данными [94].

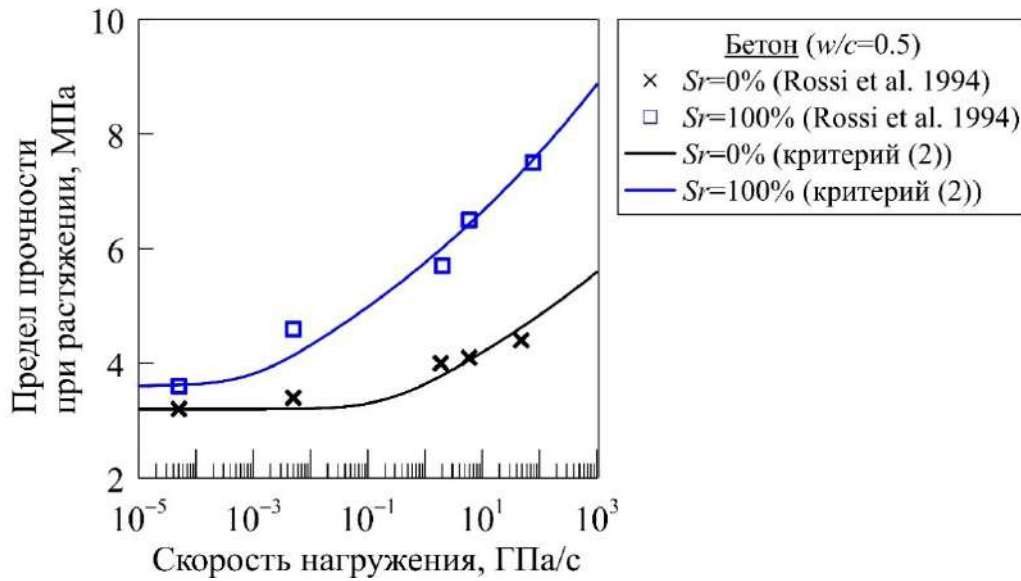


Рис. 8. Теоретические зависимости прочности на растяжение для сухого (сплошная черная линия) и влажного бетона (сплошная синяя линия), вычисленные по критерию (2) при $\alpha_\sigma=15$, в сравнении с экспериментальными данными [95].

Значения статической прочности при растяжении у водонасыщенного и высушенного бетона различаются не очень значительно: на 35% [94] и на 11% [95], как показано в Таблицах 2 и 3. Но при этом динамическая прочность высушенного бетона в 2.5 раза меньше на Рис. 7 при скорости деформации 1 с^{-1} и в 1.6 раза меньше на Рис. 8 при скорости нагрузки 10 ГПа/с по сравнению с динамической прочностью водонасыщенного бетона при тех же значениях скорости деформации и нагружения.

Эффект существенного увеличения прочности при растяжении при динамических нагрузках в сравнении со статическими воздействиями можно объяснить действием гидростатического давления в водонасыщенных образцах бетона ($Sr=100\%$). Влияние гидростатического давления на прочность бетона усиливается при более высоких скоростях деформации. На основе сравнительного анализа инкубационных времен бетонов в Табл. 2 и 3, можно выявить следующую закономерность: чем больше инкубационное время для материала, имеющего большей уровень водонасыщенности, тем

выше динамическая прочность. Это подтверждается значительным (в несколько раз) увеличением значений инкубационного времени для водонасыщенных образцов бетона в сравнении с высушенным бетоном в 3.4 раза (от 0.19 мс до 0.65 мс) для бетонов [94] и в 273 раза (от 1.5 мс до 409 мс) для бетонов [95]. Таким образом, на высоких скоростях деформации присутствие гидростатического давления в образцах бетона приводит к замедлению инкубационных процессов с точки зрения критерия (2).

Также можно обнаружить, что материал имеет не только скоростную, обозначенного параметром инкубационного времени τ_σ , но и амплитудную чувствительность α_σ : $\alpha_\sigma=1$ [94] и $\alpha_\sigma=15$ [95]. При этом параметр амплитудной чувствительности получился одинаковым для водонасыщенного и высушенного образцов бетонов [94,95] (Табл. 2 и 3).

Применим критерий инкубационного времени (2) к экспериментальным данным [96], три вида бетона с разным уровнем водонасыщенности $Sr=0\%$; 50% ; 95% . Из бетона с отношением воды к цементу 0.51 были приготовлены образцы при температуре 20°C и влажности 95% . Их помещали в различные условия окружающей среды, в результате чего получались образцы трех типов: сухого бетона ($Sr=0\%$) (высушивание при 50°C); бетона с водонасыщенностью бетона $Sr=50\%$ (поддержание определенной влажности в окружающей среде) и полностью водонасыщенный бетон с $Sr=95\%$ (высушивание при 50°C и погружение в воду). Результаты экспериментов и расчетов для трех типов образцов в широком диапазоне скоростей деформации представлены в Табл. 4 и на Рис. 9.

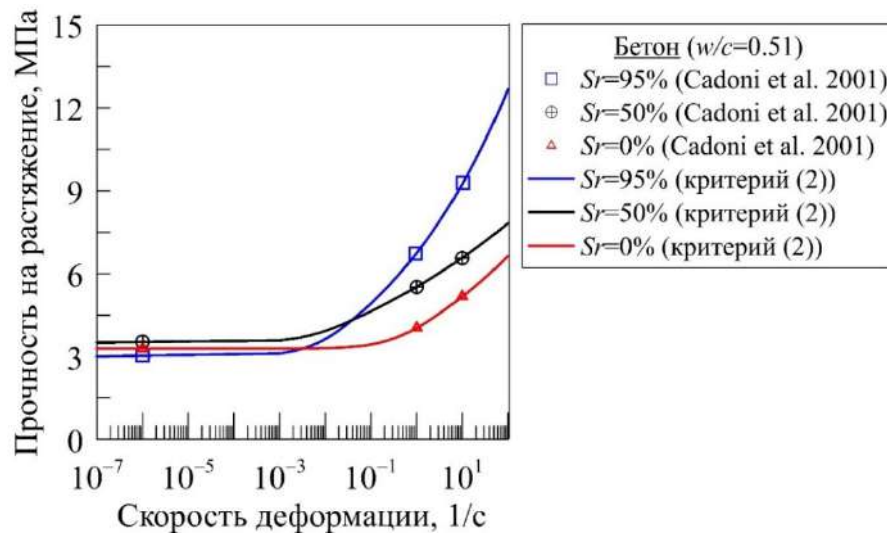


Рис. 9. Теоретические зависимости прочности на растяжение бетона [96] с различной водонасыщенностью: 0% – сплошная линия, 50% – штрихпунктирная линия, 95% – пунктирная линия.

Табл. 4. Механические свойства бетона [96] с постоянным значением $w/c=0.51$ и оценками структурно-временных параметров по критерию (2).

$Sr, \%$	0	50	95
σ_* , МПа	3.3	3.53	3
E , ГПа		43.1	
τ_σ , мс	0.054	2.5	3.5
α_σ	8.2	13	6.3

Хорошее соответствие экспериментальных данных и теоретических расчетов было достигнуто при значениях инкубационного времени и амплитудной чувствительности, представленных в Табл. 4. При этом инкубационное время с ростом водонасыщенности возрастает. Параметр амплитудной чувствительности материала для полностью водонасыщенного бетона ($Sr=95\%$) оказался в два раза меньше, чем для насыщенного ($Sr=50\%$). С одной стороны, чем больше степень насыщения, тем меньше статическая прочность бетонов. С другой стороны, динамическая прочность бетонов

увеличивается с ростом содержания воды. Наблюдаемое явление резкого преобладания предельного напряжения полностью насыщенного бетона ($Sr=95\%$) по сравнению с высушенным бетоном ($Sr=0\%$) при динамическом нагружении определяется влиянием гидростатического давления на инкубационный период, которое, как отмечено выше, приводит к «сжатию» микродефектов и микротрещин в структуре материала и увеличению инкубационного времени, связанного с замедлением релаксационных процессов. Влияние гидростатического давления является противоположным на низких (ускорение релаксационных процессов) и высоких скоростях (замедление релаксационных процессов) деформации.

Отметим, что инкубационное время полностью высушенного бетона ($Sr=0\%$) в 46 раз меньше, чем у бетона при $Sr=50\%$; хотя при $Sr=50$ и 95% значения этого показателя различаются всего в 1.5 раза. Чем больше инкубационное время, тем выше прочность бетона при высокоскоростном нагружении. Поэтому образец с минимальным инкубационным временем (54 мкс) среди трех видов бетона имеет наименьшую динамическую прочность на скоростях деформации свыше 0.01 с^{-1} . Таким образом, инкубационное время позволяет учесть не только влияние водонасыщенности бетона на его прочность, но и связанный с ним эффект прочности, при котором на высоких скоростях большую прочность имеет бетон с наиболее насыщенной водой структурой.

Помимо уровня водонасыщенности (Sr) в бетоне, пористость бетона влияет на прочность при растяжении при статической и динамической нагрузках. При увеличении отношения воды к цементу w/c пористость бетона увеличивается и приводит к уменьшению статических свойств бетона. На примере экспериментальных данных [95] с различными значениями параметра $w/c = 0.3; 0.5; 0.7$ рассмотрим влияние пористости на динамическую прочность насыщенного бетона ($Sr=100\%$) при растяжении. В Табл. 4 приведены механические свойства образцов бетона, а также оценки их инкубационного

времени и амплитудной чувствительности в зависимости от отношения воды к цементу w/c .

На основе критерия (2) и данным Табл. 5 были построены теоретические зависимости прочности от скорости нагружения (рис. 10). Из Табл. 5 видно, что статическая прочность и амплитудна чувствительность наибольшая у бетонов с наименьшей пористостью (0.3). Экстраполируя расчетные зависимости предельных напряжений от скорости напряжений (рис. 10), можно увидеть инверсию предельных напряжений бетонов в диапазоне более высоких скоростей (10^6 ГПа/с). Это можно объяснить появлением новых пор в структуре бетона. Отметим, что увеличение отношения воды к цементу в насыщенном бетоне обеспечивает более высокое гидростатическое давление, как отмечено ранее, что способствует увеличению характерного времени релаксации (инкубационному времени разрушения) бетона. Таким образом, на основе инкубационного подхода роль отношения содержания воды к цементу (w/c) является доминирующей для увеличения прочности с ростом скорости напряжения.

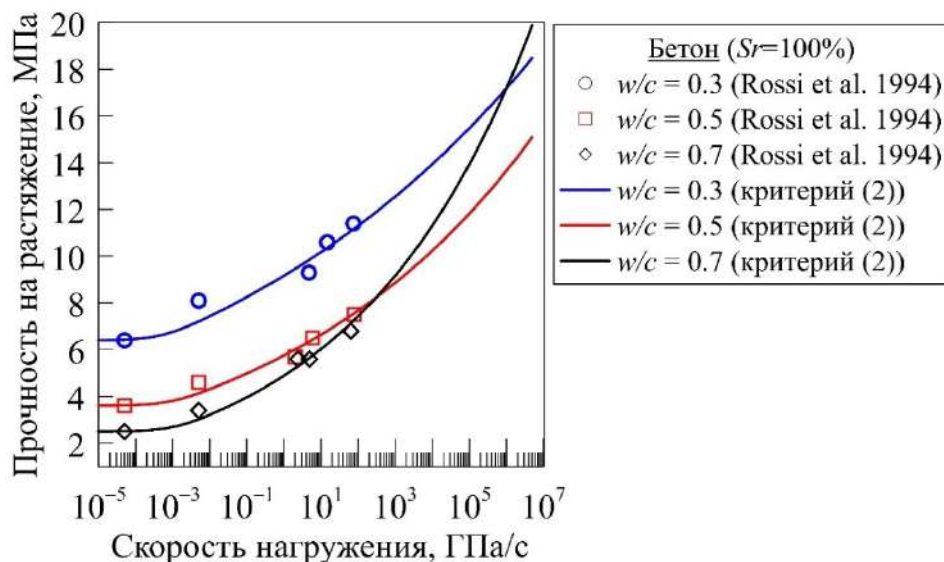


Рис. 10. Теоретические зависимости среднего предела прочности насыщенного бетона [95] при различных значениях w/c : 0.3 (круги), 0.5 (квадраты), 0.7 (ромбы).

Табл. 5. Механические свойства водонащенного бетона [95] ($Sr=100\%$) с различными значениями w/c и оценками по критерию (2).

w/c	0.3	0.5	0.7
σ_* , МПа	6.4	3.6	2.5
τ_σ , с	0.79	0.41	0.365
α_σ	21	15	10

Интересно проанализировать эксперименты [97] по комбинированному влиянию относительной влажности (Sr) и отношения воды к цементу (w/c). Были проведены испытания на растяжение кубических образцов бетона в диапазоне скоростей деформации $10^{-5} \text{ с}^{-1} - 10^0 \text{ с}^{-1}$ с использованием трех типов образцов А, В, С (насыщенные). Механические свойства каждого типа в сочетании с нашими оценками инкубационного времени τ_σ и параметра амплитудной чувствительности α_σ представлены в Табл. 6 и на Рис. 11. Инкубационное время для одинакового отношения воды к цементу ($w/c=0.3$) типов А и В больше, чем для насыщенного бетона типа С. Обратите внимание, что параметр α_σ является наибольшим для бетона с максимально пористой внутренней структурой. Экстраполируя теоретические зависимости скоростей на приведенный выше диапазон скоростей 10^1 с^{-1} , можно сделать вывод, что насыщенный бетон типа С будет иметь большее предельное напряжение по сравнению с типами А и В. Таким образом, совместное влияние водоцементного отношения и содержания воды в условиях динамической нагрузки играет ключевую роль в эффекте инверсии прочности.

Табл. 6. Характеристики образцов бетонов, согласно [97] и полученные оценки инкубационного времени и параметра амплитудной чувствительности по критерию (2).

Параметр	Тип бетона		
	A	B	C
w/c	0.69	1.02	0.69
$Sr, \%$	0.3	0.3	4.8
$\sigma_*, \text{МПа}$	2.21	1.18	1.3
$E, \text{ГПа}$	28.6	20.3	18.9
$\tau_\sigma, \text{с}$	0.015	0.079	0.441
α_σ	11.4	18.7	11.3

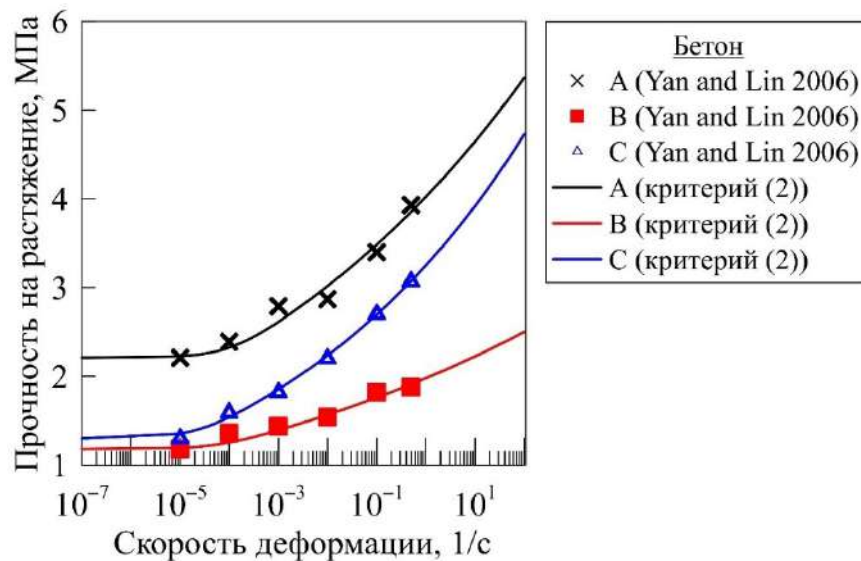


Рис. 11. Теоретические зависимости предела прочности бетона [97] (A – сплошная черная линия, B – красная сплошная линия, C – синяя сплошная линия) от скорости деформации при различных значениях w/c и Sr водоцементном отношении и относительной влажности по критерию (2).

Инкубационные времена принимают различные значения для бетонов с различным уровнем водонасыщенности (Sr) и от отношения воды к цементу (w/c). На Рис. 12 построены зависимости инкубационного времени от

водоцементного отношения на динамическую прочность бетона на растяжение [95,97]. Было замечено, что инкубационный период уменьшается при увеличении параметра w/c .

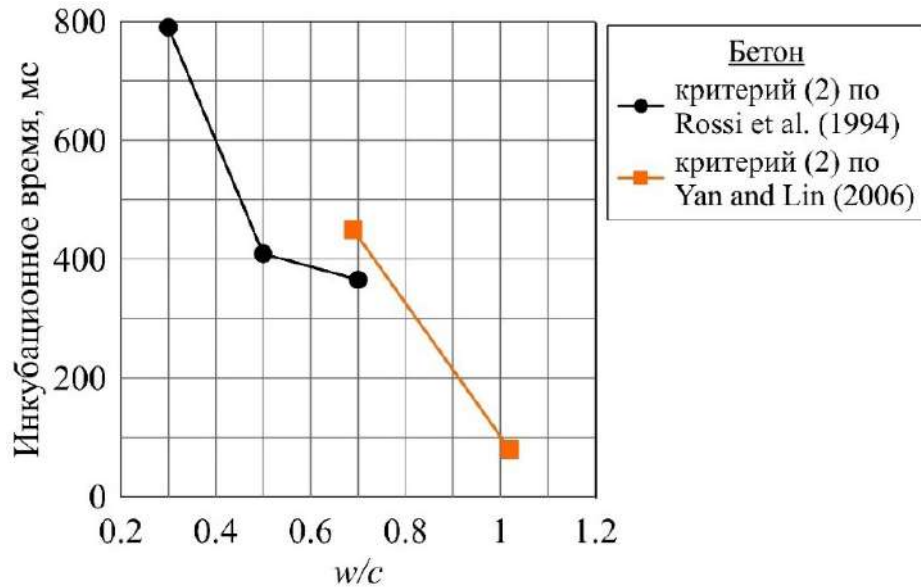


Рис. 12. Зависимость инкубационного время от соотношения воды и цемента.

На основе статических и динамических экспериментов Zhou and Ding [98] с использованием разрезных стержней Гопкинсона были рассчитаны значения инкубационного времени по критерию (2). В работе [98] использовали образцы бетона со следующими коэффициентами насыщения: 0 %, 52 %, 87 %, 92 %, 100 %. Чем больше значение инкубационного времени материала, подвергнутого водонасыщению, тем выше динамическая прочность по критическому растягивающему напряжению. Это соответствует значительному (в несколько раз) увеличению значений инкубационного времени для водонасыщенных образцов бетона. Выше отмечено, что увеличение отношения воды к цементу в насыщенном бетоне приводит к более высокому гидростатическому давлению, что способствует увеличению инкубационного времени разрушения бетона. Влияние уровня водонасыщенности на динамическую прочность бетона на растяжение [94–96] представлено на Рис. 13.

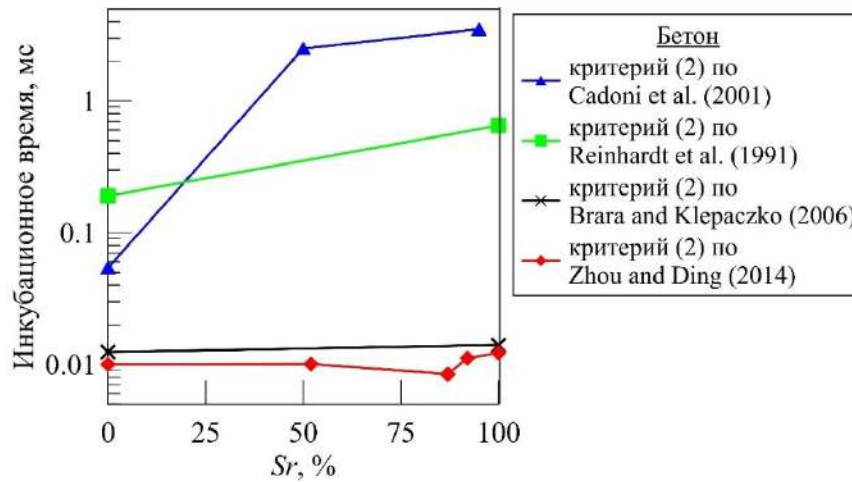


Рис. 13. Зависимость инкубационного времени от уровня водонасыщенности образцов бетона.

1.5.2 Прочность горных пород и их параметры (α_σ , τ_σ)

Поведение предельных напряжений горных пород также зависит от уровня водонасыщенности. В этом разделе, рассматриваются результаты различных динамических (откол, сержень Гопкинсона, бразильский тест) и статических экспериментов [99–103] для плотных и проницаемых пород. На их основе по критерию (2) проводится анализ экспериментальных данных прочности и скорости деформации и исследуется зависимость прочностных характеристик и параметра инкубационного времени горных пород одного типа от плотности горной породы.

На разрезном стержне Гопкинсона на сжатие были проведены динамические испытания на образцах известняка на скоростях деформаций $100\text{--}500\text{ с}^{-1}$ [99] и $700\text{--}2100\text{ с}^{-1}$ [100]. Экспериментальные данные [99] для сухого известняка с плотностью $\rho=2252\text{ кг/м}^3$ и полностью водонасыщенного (по всему объему) известняка с плотностью $\rho=2334\text{ кг/м}^3$ показали увеличение предела прочностью со скоростью деформации. Также предполагалось в

работе [99], что образец больше не может поглощать воду из-за длительного погружения. Это подтверждается разрушением (трещиной) образца по диаметральной плоскости, наблюдаемым в работе [99]. При статических и динамических испытаниях больший предел прочности наблюдался у сухого известняка. В работе [99] показано, что несмотря на этот факт, что инкубационное время для водонасыщенного известняка $\tau_{\sigma}=74.5$ мкс было больше, чем у сухого известняка $\tau_{\sigma}=47.3$ мкс (Табл. 7). Хорошо совпадают теоретические зависимости для водонасыщенного и сухого известняка (Рис. 14), вычисленных по критерию (2). Эффект инверсии прочности, ранее обсуждаемый в разделе 1.4, наблюдается в экспериментах [100] по Гималайскому известняку (Himalayan limestone) с плотностью $\rho=2630.6$ кг/м³ и известняку Кота (Kota limestone) с плотностью $\rho=2668.48$ кг/м³. Теоретические зависимости прочности от скорости деформации для Гималайского известняка и известняка Кота построены на Рис. 14. Инкубационное время Гималайского известняка $\tau_{\sigma}=76.5$ мкс меньше, чем у известняка Кота $\tau_{\sigma}=308$ мкс (Табл. 7). Известняк Кота [100] и водонасыщенный известняк [99] имеют большую плотность и соответственно больше инкубационное время больше, чем у Гималайского известняка [100] и сухого известняка [99].

Табл. 7. Механические свойства известняков [99,100] и параметры структурно-временного подхода (2) при $\alpha_{\sigma}=1$.

Ссылка на испытание	τ_{σ} , мкс	σ_{*} , МПа	ρ , кг/м ³
[99] (водонасыщ.)	47.3	11.3	2252
[99] (сухой)	74.5	7.7	2334
[100] (Гималайский)	76.5	-	2630.6
[100] (Кота)	308	-	2668.48

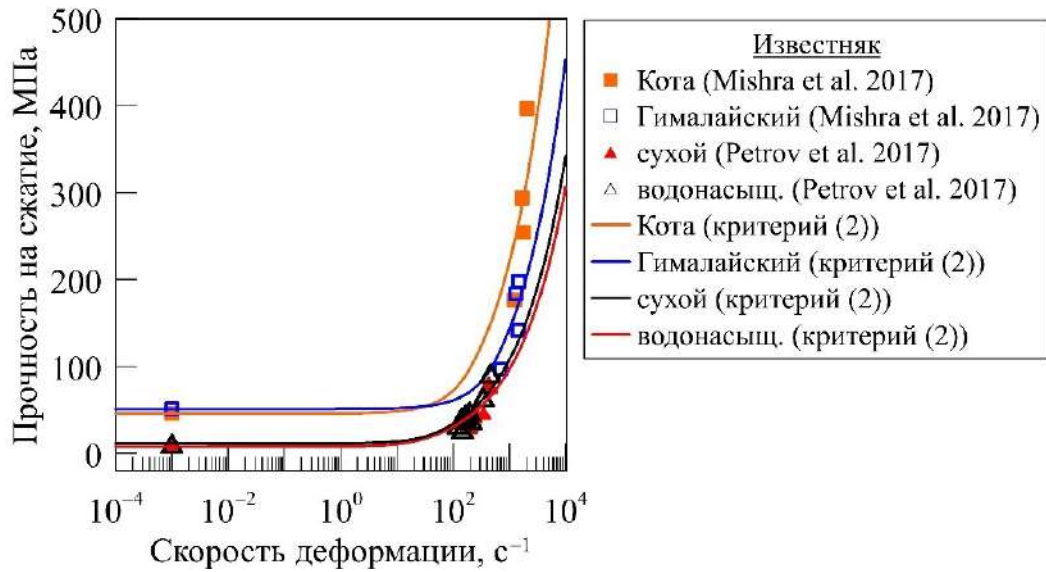


Рис. 14. Влияние воды на сжимающую прочность известняка. Теоретические зависимости сжимающей прочности известняков от скорости деформации под влиянием воды, построенные на основе экспериментальных данных [99,100].

Рассмотрим также скоростные зависимости прочности песчаника на сжатие [100,101] и растяжение [102,103]. Механические свойства песчаников и параметры, полученные по критерию инкубационного времени (2), показаны в Табл. 8 и Табл. 9.

На Рис. 15 показаны теоретические зависимости предельного растягивающего напряжения от скорости, рассчитанные по критерию разрушения (2) и экспериментальным данным [102] для песчаника из провинций Китая Ланьчжоу (Lanzhou) и [103] для песчаника Чанша (Changsha). Аналогично рассуждениям, проведенным ранее по известнякам [99,100], наибольшее предельное напряжение сухого песчаника при статической и динамической нагрузке наблюдается в экспериментах Zhou et al. [101] в диапазоне скорости деформации от 10^1 до 10^2 с⁻¹. С одной стороны, статическая прочность насыщенного песчаника меньше прочности сухого песчаника в 7.6 раза. С другой стороны, инкубационное время водонасыщенного песчаника с плотностью $\rho=2330$ кг/м³ в 1.75 раза выше, чем у сухого песчаника с плотностью $\rho=2150$ кг/м³.

Табл. 8. Механические свойства песчаников [102,103] с разным содержанием воды и параметры, полученные по критерию (2).

Ссылка на испытание	τ_σ , мкс	α_σ	σ_* , МПа	ρ , кг/м ³
[102] ($Sr=100\%$)	60	0.5	3	2150
[102] ($Sr=0\%$)	105	0.5	0.39	2330
[103]	213.4	2	5.13	2500

Табл. 9. Механические свойства песчаников [100,101] с разным содержанием воды и параметры, полученные по критерию (2).

Ссылка на испытание	τ_σ , мкс	α_σ	σ_* , МПа	ρ , кг/м ³
[101] ($Sr=100\%$)	51.8	0.05	25.5	2337.5
[101] ($Sr=0\%$)	49.04	0.2	34.8	
[100] (Кота)	50.81	1.3	39.64	2588.2
[100] (Дхолпур)	50.81	1.3	39.3	2631.2

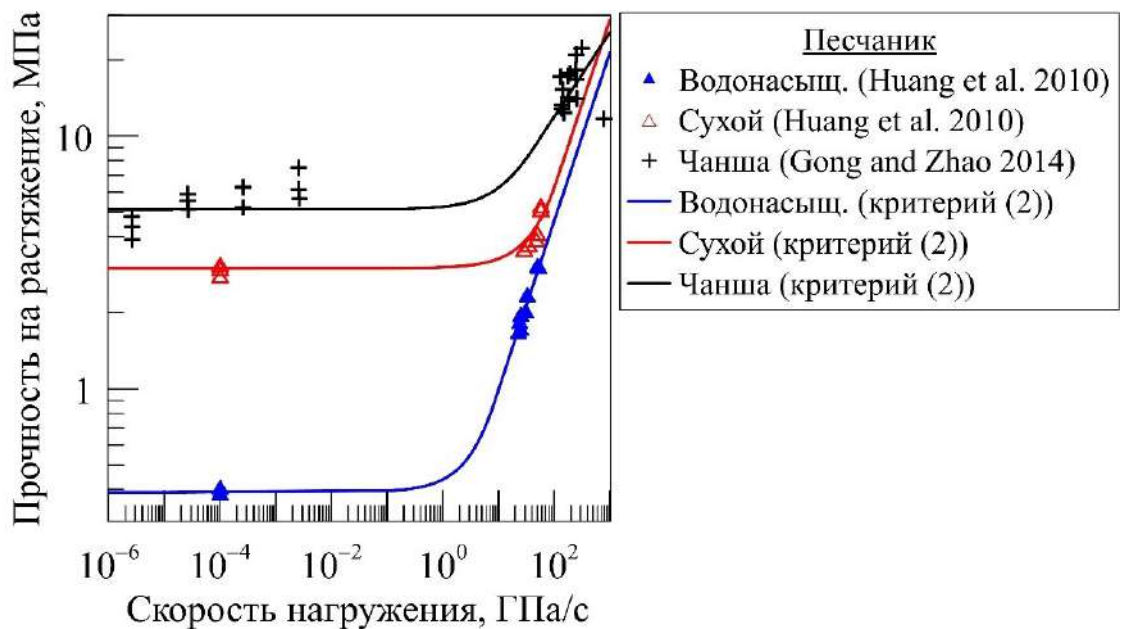


Рис. 15. Влияние воды на прочность песчаника на растяжение. Теоретические зависимости предельной прочности песчаников от скорости деформации под влиянием воды, построенные на основе экспериментальных данных [102,103].

Конкурентный эффект песчаника Ланьчжоу [102] и песчаника Чанша [103] наблюдается на Рис. 15. Скоростные зависимости прочности сухого песчаника Ланьчжоу [102] и Чанша [103] песчаника пересекаются при скорости деформации 600 с^{-1} (Рис. 15). Отметим, что предельное напряжение песчаника Чанша с наибольшим инкубационным временем $\tau_{\sigma}=213.4 \text{ мкс}$, $\alpha_{\sigma}=2$ и плотностью $\rho=2500 \text{ кг/м}^3$ больше предельного напряжения песчаника Лунью, когда скорость деформации меньше 600 с^{-1} .

На Рис. 16 представлены теоретические зависимости предельного напряжения сжатия, рассчитанные по критерию разрушения (2) и экспериментальные данные Zhou et al. [101] (сухой и насыщенный мелкозернистый песчаник) и Mishra et al. [100] (песчаник Кота и Дхолпур). Упомянутые выше эффекты принципиальной зависимости предельных динамических напряжений от инкубационного времени показывают, что инкубационное время материала можно рассматривать как первичную меру динамической прочности материала.

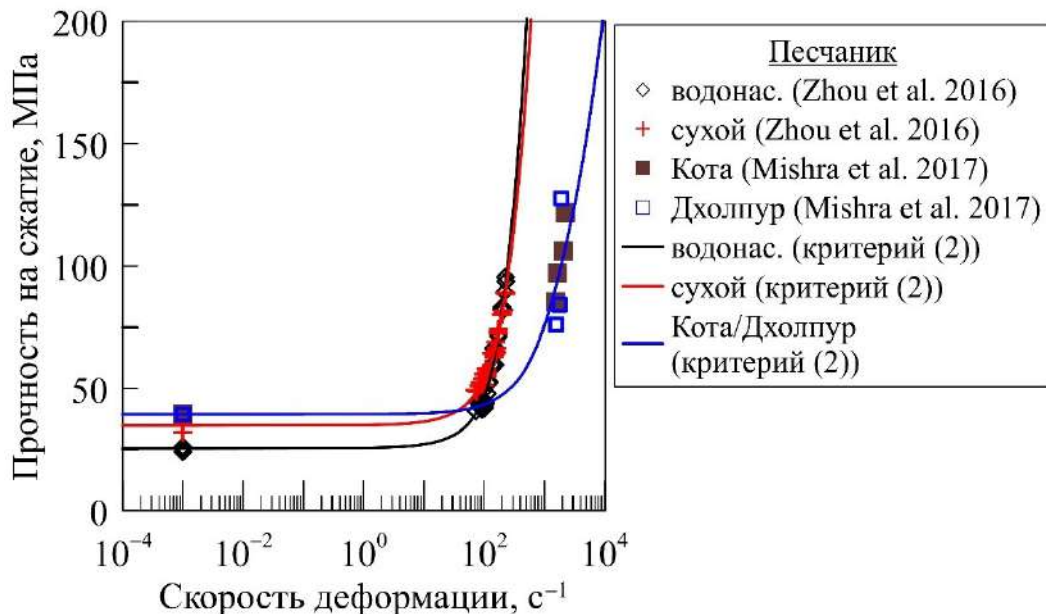


Рис. 16. Влияние воды на прочность песчаника на сжатие. Теоретические зависимости сжимающей прочности песчаников от скорости деформации под влиянием воды, построенные на основе экспериментальных данных [100,101].

На рис. 17 представлена зависимость инкубационного времени от плотности для известняка при испытаниях на сжатие и песчаника при испытаниях на сжатие и растяжение. Значения инкубационного времени увеличиваются с увеличением плотности пород. Поскольку насыщенные породы имеют более высокую плотность по сравнению с сухими породами, они обладают наибольшей прочностью. Инкубационный период является мерой динамической прочности материала, причем этот параметр не зависит от истории нагружения. Таким образом, мы можем прогнозировать поведение инкубационного времени бетона и горных пород в зависимости от уровня водонасыщения, что дает возможность оценить среднее предельное напряжение для широкого диапазона приложенных нагрузок.

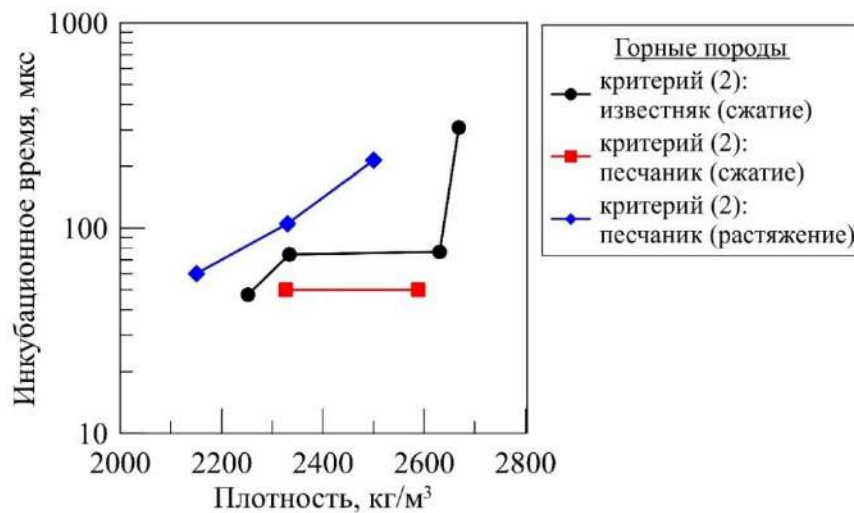


Рис. 17. Зависимости инкубационного времени от плотности горной породы, рассчитанные по критерию (Раздел 1.2) по экспериментальным данным [99–103].

1.6. Прочность армированного бетона под действием динамических нагрузок

Армированный бетон широко применяется на практике (в частности при проектировании дорожных покрытий [104], и основные исследования по

улучшению способов его армирования начались еще в 1960-х годах [105]. Разработка новых материалов, обладающих повышенными прочностными свойствами, при модификации арматуры (выбор материала волокна, геометрия армирующей структуры, выбор расстояния между волокнами) является обширной задачей для изучения (в большинстве случаев при исследовании влияния статических нагрузок на армированный материал).

Технология фиброармирования применяется для улучшения прочностных свойств бетона. В предыдущих исследованиях [5–7,106] наблюдалось увеличение динамической и статической прочности при добавлении волокна. В других исследованиях [8,107] тенденции динамической прочности железобетона к увеличению объемной доли волокна не наблюдалось, в отличие от статических нагрузок. Кроме того, определенные тенденции изменения динамической прочности железобетона [108] можно наблюдать при различных формах и материалах волокон. Как показано в работе [5], армирование спиралевидными стальными волокнами значительно увеличило динамическую прочность. В источниках [8,9,109] было замечено, что армирование бетона стальными или углеродными стержнями может снизить чувствительность скорости к динамической прочности. В работе [110] было показано, что армирование стальными волокнами волокон с загнутыми концами значительно повысило статическую прочность, однако зависимость динамической прочности от скорости деформации не показала изменений для различных объемных долей волокон.

Прочностные характеристики фибробетона, армированного стальным волокном, под действием динамических нагрузок исследуются в работах [5,6]. Применяя критерий прочности (2), для каждой процентной доли армирования стальным волокном построим скоростные зависимости прочности и определим инкубационные времена на основе экспериментальных данных [5,6].

В Табл. 10 показаны результаты вычислений инкубационного времени для каждого типа образцов в зависимости от объемной доли волокна (V_f) стальным волокном по экспериментальным данным [5,6]. Полученные теоретические зависимости предела прочности от скорости деформации для фибробетонов [5,6], построенные по критерию (2), приведены на Рис. 18 и Рис. 19.

Табл. 10. Свойства армированного бетона [5,6].

Характеристика	Фибробетон [5]				Фибробетон [6]			
Параметры волокна, мм:								
Длина	30–40				35			
диаметр	0.5				0.55			
Объемная доля волокна, %	0	0.5	1	1.5	0	0.5	1	1.5
σ_* , МПа	35.5	40.6	43.3	44.2	51	66	70	74.4
τ_σ , мкс	17.8	21.4	32	40	8.2	11.3	14.6	13.5

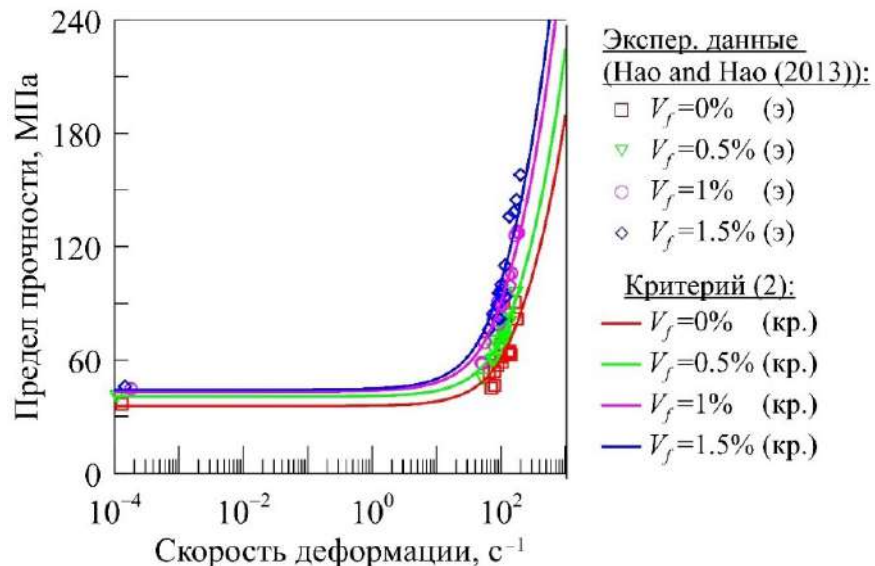


Рис. 18. Теоретические зависимости предела прочности фибробетона с различной объемной долей волокон от скорости деформации, построенные по критерию (2) на основе экспериментальных данных [5].

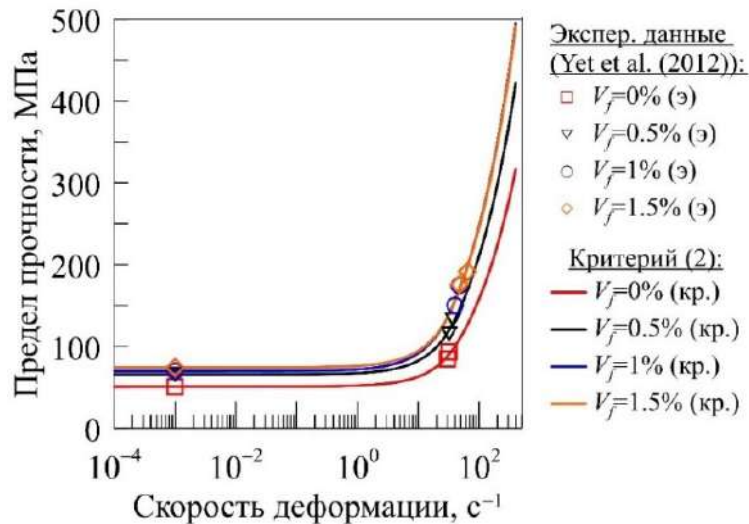


Рис. 19. Теоретические зависимости предела прочности фибробетона с различной объемной долей волокон от скорости деформации, построенные по критерию (2) на основе экспериментальных данных [6].

Теоретические кривые на Рис. 18 и Рис. 19 хорошо согласуются с экспериментальными данными. Увеличение статической прочности (порядка 5 и 20 МПа соответственно на Рис. 18 и Рис. 19) в зависимости от доли армирования незначителен по сравнению с изменением предела прочности под динамическими воздействиями (при скорости деформации 100 с^{-1} order of 20 МПа на Рис. 18 и 50 МПа на Рис. 19). Согласно Табл. 10, инкубационное время монотонно увеличивается по мере добавления армирующих структур. Инкубационное время является важнейшей характеристикой конструкционных материалов при высокоскоростном деформировании, а также параметром, не зависящим от геометрии и способа нагрузки образца. Изменение этого параметра качественно связано с релаксационными процессами, проявляющимися как увеличения количества и размеров микродефектов в структуре материала [111]. Другими словами, увеличение инкубационного времени при добавлении армирующих структур в образцы бетона приводит к росту периода подготовки материала к разрушению. С точки зрения изменения прочности это означает, что материал становится более прочным, чем при изначальной структуре. Таким образом, увеличение

предела прочности при высокоскоростном воздействии будет наблюдаться для бетона с большим инкубационным временем.

Рассмотрим результаты расчетов инкубационного времени для фибробетона, показанные на Рис. 20, проведенных на основе экспериментальных данных при ударно-волновых воздействиях со стальным волокном [7], базальтовым волокном [112], стекловолокном [112] и данных статических экспериментов со стальным волокном [113]. В Таблице 11 показаны параметры армирующего волокна фибробетонов [6–7,112,113], используемые в экспериментах. Зависимость статической прочности от объемной доли волокна в бетоне показана на Рис. 21. Инкубационное время уменьшается для бетона при увеличении объемной доли волокна от 1% до 1.5% по данным [113] и от 0 до 6% по данным [7], то есть внутренняя структура бетона становится менее устойчивой к разрушению, в то время как его статическая прочность увеличивается. Несоответствие между тенденциями увеличения статической прочности и инкубационного времени связано с тем, что при увеличении доли армирования хрупкий характер разрушения может смениться вязким, то есть требуется уточнение условий хрупко-вязкого перехода.

Табл. 11. Параметры волокна фибробетонов [6–7,112,113].

Ссылка	Материал	Длина волокна, мм	Диаметр волокна, мм
[5]	сталь	30-40	0.5
[6]	сталь	35	0.55
[7]	сталь	6	0.175
[112]	стекловолокно	12	0.0014
[112]	базальтоволокно	12	0.0014
[113]	сталь	35	0.55

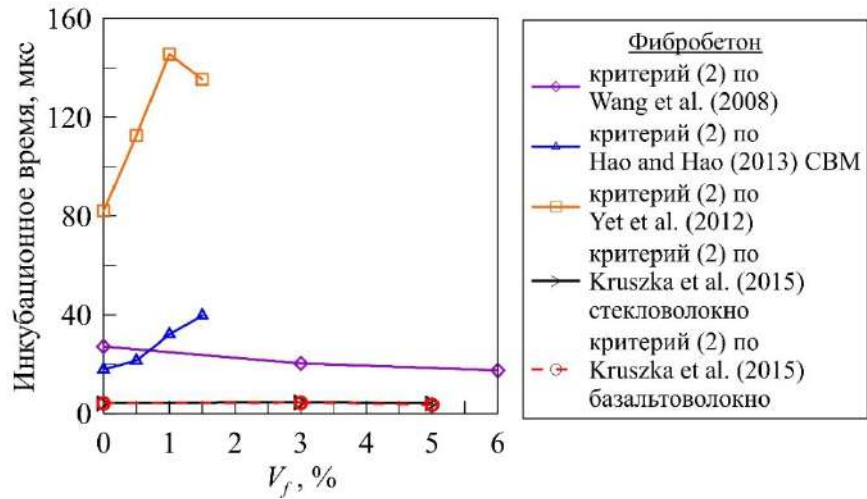


Рис. 20. Значения инкубационного времени, оцененного по критерию (2) в этой работе по экспериментальным данным [5–7,112], в зависимости от объемной доли волокна для фибробетонов (Табл. 11).

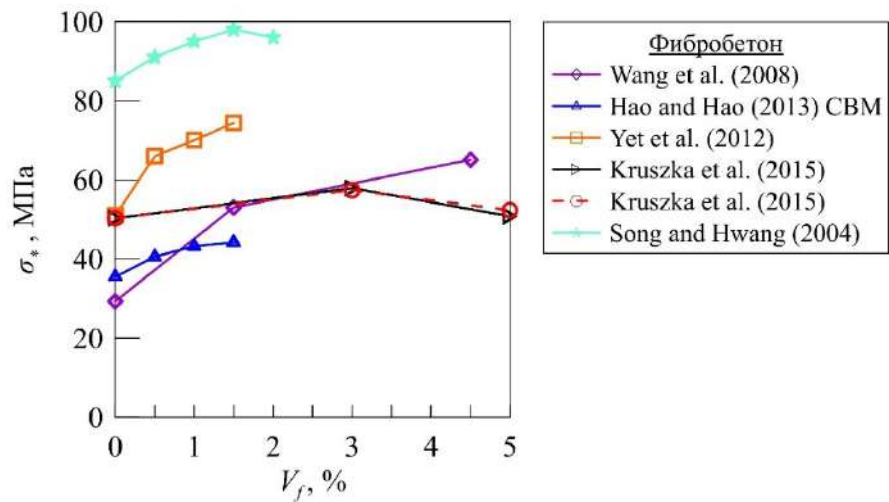


Рис. 21. Зависимости статической сжимающей прочности для фибробетонов (Табл. 11) по экспериментальным данным [5–7,112,113], в зависимости от объемной доли волокна для фибробетонов (Табл. 11).

На примере спирального стального армирования бетона покажем, что два ключевых параметра фибробетона (инкубационное время и статическая прочность) возрастают с повышением гетерогенности его структуры. По данным экспериментов, при достижении определенной доли армирования

фибробетона стальными волокнами его прочность (и статическая, и динамическая) начинает уменьшаться. Эффект оптимального армирования, позволяющего повысить прочность бетона, можно прогнозировать по изменению инкубационного времени при помощи структурно-временного подхода.

При динамических испытаниях прочность железобетона может быть как больше, так и меньше прочности обычного бетона. Исходя из увеличения статической прочности при армировании простого бетона на определенный процент, можно предположить, что динамическая прочность фибробетона также повысится. Были определены параметры прямого карбонового волокна $\sigma_*=3530$ МПа и $l=20$ мм для фибробетона [8] и параметры прямого стального волокна $\sigma_*=2500$ МПа и $l=13$ мм для фибробетона [9]. По данным испытаний на квазистатическое и динамическое сжатие [8] и растяжение [9] построены теоретические зависимости критического напряжения разрушения бетона от скорости деформации с углеродом [8] и сталью [9] волокон, рассчитанных с использованием критерия инкубационного времени разрушения. Эти теоретические зависимости представлены на Рис. 22, Рис. 23, Табл. 12 и Табл. 13.

Хорошее соответствие теоретических зависимостей экспериментальным данным показано на Рис. 22 и Рис. 23. Динамическая прочность неармированного бетона при скорости деформации выше $\sim 20\text{--}30\text{ с}^{-1}$ выше, чем у фибробетона. Напротив, критическое напряжение разрушения простого бетона при скорости деформации ниже $\sim 20\text{--}30\text{ с}^{-1}$ меньше, чем у фибробетона. Мы предполагаем, что это связано с уменьшением крупнозернистой составляющей бетона при добавлении стальной фибры (табл. 12). Для зависимостей скорости деформации 1.5 % и

3 % наблюдается эффект инверсии прочности, как для крупнозернистого, так и для мелкозернистого бетона [69]. Влияние количества крупнозернистого заполнителя отсутствует в контрольных экспериментах [8], так как оно одинаково для каждого типа бетона. Фибробетон сохраняет свою хрупкость даже при добавлении фибры, что может вызвать инверсию прочности. Инкубационное время бетона [8,9] уменьшается при добавлении стальной фибры (Табл. 12 и Табл. 13). Оценка инкубационного времени может напрямую предсказать, увеличится ли динамическая прочность вместе со статической силой при добавлении волокна.

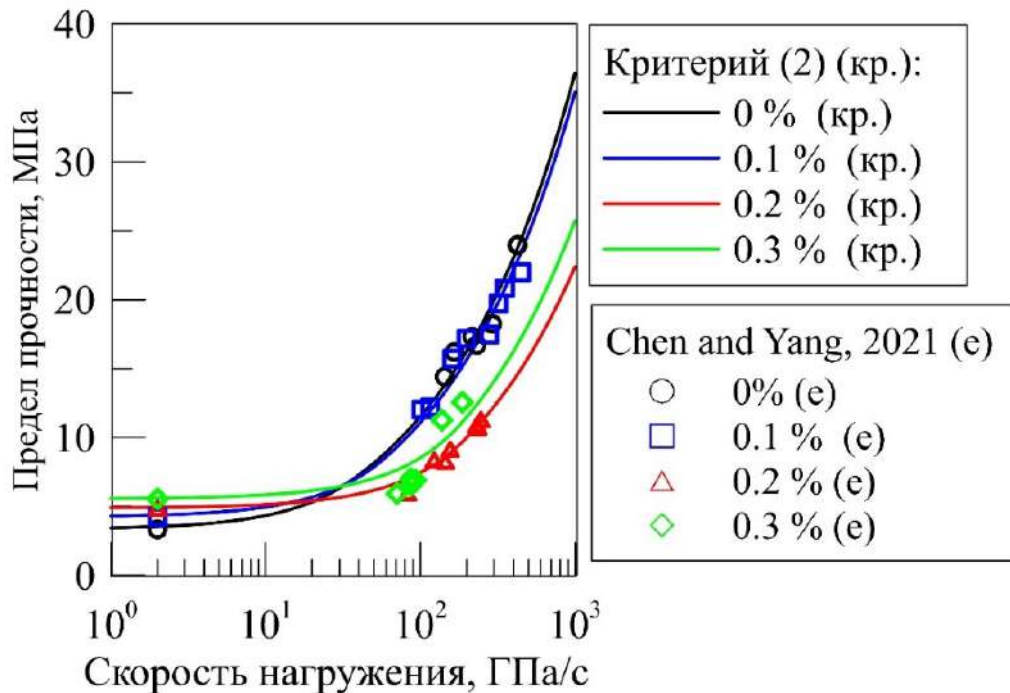


Рис. 22. Влияние углеродного волокна на критическое напряжение разрушения бетона в широком диапазоне скоростей деформации. Теоретические зависимости критического напряжения разрушения построены с использованием экспериментальных данных [8].

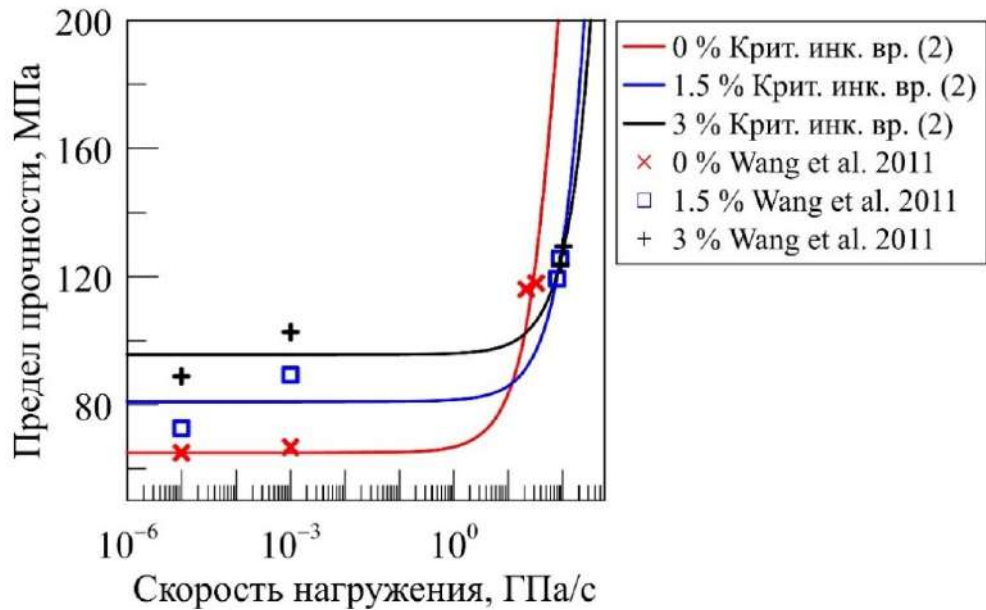


Рис. 23. Теоретическая зависимость критического напряжения разрушения простого бетона и бетонов, армированных стальной фиброй 1.5% и 3%, построенная с использованием экспериментальных данных [9].

Табл. 12. Параметры для построения теоретических зависимостей критического напряжения разрушения от скорости деформации для фибробетонов, усиленных карбоновыми волокнами, по экспериментальным данным [8].

V_f , %	σ_* , МПа	τ_σ , мс
0	3.35	0.198
0.1	4.23	0.145
0.2	4.89	0.051
0.3	5.55	0.06



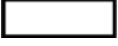



Табл. 13. Параметры для построения теоретических зависимостей критического напряжения разрушения от скорости деформации для фибробетонов, усиленных стальными волокнами, по экспериментальным данным [9].

V_p , %	σ_* , МПа	τ_σ , мс	Плотность крупнозернистого заполнителя, кг/м ³	Плотность стальных волокон, кг/ м ³
0	65	0.24	850	0
1.5	81	0.065	811	117
3	96	0.042	770	234

Согласно экспериментальным данным [108], форма и материал армирующего волокна могут влиять на статическую и динамическую прочность бетона. Чтобы построить теоретические зависимости скорости деформации железобетона, мы анализируем результаты динамических и статических испытаний [108] простого бетона и бетонов, армированных волнистой (U) ($\sigma_*=1000$ МПа), изогнутым концом (H) ($\sigma_*=1300$ МПа), холоднокатаные (C) ($\sigma_*=750$ МПа), спиральные (Sp) ($\sigma_*=1300$ МПа) стальные и синтетические (Sy) ($\sigma_*=1300$ МПа) волокна одинаковой длины $l=35$ мм и различной прочности на растяжение σ_* . Расчетное инкубационное время и статические характеристики [108] для каждого типа бетона показаны в Табл. 14. На Рис. 24 представлены теоретические зависимости критического напряжения разрушения от скорости деформации, предсказанные с помощью критерия инкубационного времени. Согласно экспериментальным зависимостям, напряжение-деформация [108], только добавление спиральных волокон вызывает хрупкое разрушение пластичного бетона и других типов бетонов, армированных волокнами. Как показано на Рис. 24, теоретическая

кривая S_y в рассматриваемом диапазоне скоростей деформации выше теоретической кривой C и ниже теоретической кривой S .

Табл. 14. Параметры построения теоретических зависимостей критического напряжения разрушения от скорости деформации по экспериментальным данным [108].

						
	(H)	(C)	(P)	(S_y)	(U)	(S_p)
E , ГПа	24.6	26.2	29.7	29.5	32.82	30.43
σ_* , МПа	38.12	32.6	33.2	33.44	28.4	44.45
τ_σ , мкс	24.18	28.78	33.06	38.81	45.55	106.1

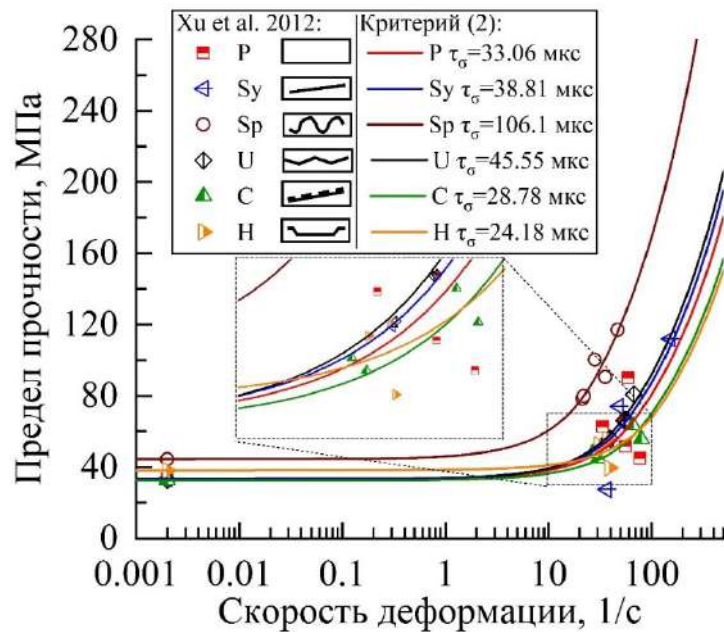


Рис. 24. Теоретические (критерий инкубационного времени) и экспериментальные [108] зависимости критических напряжений разрушения различных фибробетонов от скорости деформации: S_y – синтетическое волокно, S_p – спиральное стальное волокно, U – волнистое стальное волокно, C – холоднокатаное стальное волокно, H – крючковатое торцевое стальное волокно, Π – простой бетон без армирования.

На основе пересекающихся теоретических зависимостей скорости деформации можно выделить тип арматуры, у которого динамическая прочность ниже, чем у обычного бетона, а статическая прочность выше, чем у простого бетона. Таким образом, пересечение теоретических кривых для фибробетона H с фибробетоном U , S_y , C и простым бетоном для скоростей деформации в диапазоне $10-100$ $1/c$ свидетельствует о снижении динамической прочности армированного крюкового конца бетона по сравнению с другими перечисленными типами бетонов. Наблюдается еще одно пересечение теоретических зависимостей фибробетонов S_y и U при скорости деформации ~ 60 $1/c$. Эффект инверсии прочности можно объяснить изменением доминирующего фактора разрушения при переходе от статических к динамическим нагрузкам. С точки зрения предлагаемого подхода предполагается, что изменение описывает временной параметр инкубационного времени, отвечающий за подготовительные процессы к разрушению. Чем больше время инкубации, тем выше динамическая прочность железобетона. Чем больше инкубационный период, тем выше динамическая прочность железобетона. Поэтому инкубационный период фибробетона с загнутым концом наименьший, что соответствует наименьшей динамической прочности этого типа железобетона. Наибольшее время инкубации получено для спирального фибробетона, что соответствует наибольшей динамической прочности фибробетона.

Анализируя различные экспериментальные данные по фибробетонам, выяснилось, что изменение инкубационного времени в зависимости от доли арматуры в структуре фибробетона не связано с изменением его статической прочности. Фактически это означает, что увеличение динамической прочности при изменении гетерогенности структуры фибробетона затруднительно объяснять только изменением статической прочности или увеличением степени гетерогенности материала. Необходимо ввести постоянным параметр – инкубационное время, зависящее только от изменений

внутренней структуры и характеризующее скоростную чувствительность материала к нагрузке.

Таким образом, чтобы выбрать оптимальную (с точки зрения структурно-временного подхода) долю армирования бетона, требуется провести на стержнях Гопкинсона лабораторные динамические испытания образцов с различной гетерогенностью структуры. Путем анализа их результатов можно определить зависимость инкубационного времени от объемной доли волокна. Начало уменьшения инкубационного времени будет указывать на предельно возможную гетерогенность структуры, при которой прочность фибробетона максимальна в широком диапазоне скоростей деформации.

1.7. Влияние массовой доли льда на скоростную зависимость прочности при динамическом разрушении мерзлого грунта

Результаты динамических экспериментов [63,114] при температуре – 18°C в диапазоне скоростей деформации от 400 до 2600 с⁻¹ показали, что прочность мерзлого песчаного грунта с массовой долей льда 18% выше, чем у песчаного грунта с массовой долей льда 10% (Рис. 25). Проведем анализ этих экспериментальных данных с использованием критерия инкубационного времени при $\alpha_\sigma=1$ (2). В качестве данных о статической прочности для образцов с различной массовой долей льда используем экспериментальные данные [115]. На Рис. 25 показаны теоретические зависимости предела прочности от скорости деформации замороженного песчаного грунта с массовой долей льда 10% ($\tau_\sigma=4.3$ мкс) и 18% ($\tau_\sigma=37$ мкс). С увеличением скорости деформации наблюдается постепенное увеличение предела прочности замороженного песчаного грунта с массовой долей льда 10% при

инкубационном времени 4.3 мкс, а также быстрое увеличение зависимости предела прочности замороженного песчаного грунта с массовой долей льда 18% при инкубационном времени 37 мкс. Наличие точки пересечения теоретических зависимостей $\sigma_*(\dot{\epsilon})$ для мерзлого песчаного грунта двух типов при скорости деформации 225 с^{-1} свидетельствует о том, что характер зависимостей статической и динамической прочности от массовой доли льда различаются: с увеличением массовой доли льда с 15.5% до 24.5% предел прочности мерзлого песчаного грунта при квазистатических нагрузках уменьшается [115,116], в то время как с увеличением массовой доли льда с 10 до 18% динамическая прочность, наоборот, увеличивается (см. Рис. 25). Таким образом, мы имеем эффект инверсии прочности с разной массовой долей льда при переходе от статики к динамике.

В случае статического нагружения воздействие льда на образцы замороженного песчаного грунта с массовой долей льда 10 и 18% приводит к их разрушению. При большей массовой доле льда скорость образования дефектов увеличивается, а прочность мерзлого грунта уменьшается. В случае динамического нагружения воздействие льда на образцы замороженного песчаного грунта с массовой долей льда 10 и 18% приводит к замедлению образования микротрещин в течение инкубационного периода: чем больше массовая доля льда, тем больше динамическая прочность. Согласно критерию, большее инкубационное время соответствует материалу с большей прочностью. Полученные расчеты показывают, что инкубационное время является меньшим у мерзлого песчаного грунта с меньшей массовой долей льда. Анализ, осуществляемый на основе структурно-временной модели (2), показал преимущество используемого критерия, состоящее в том, что он позволяет определить статическую и динамическую прочность.

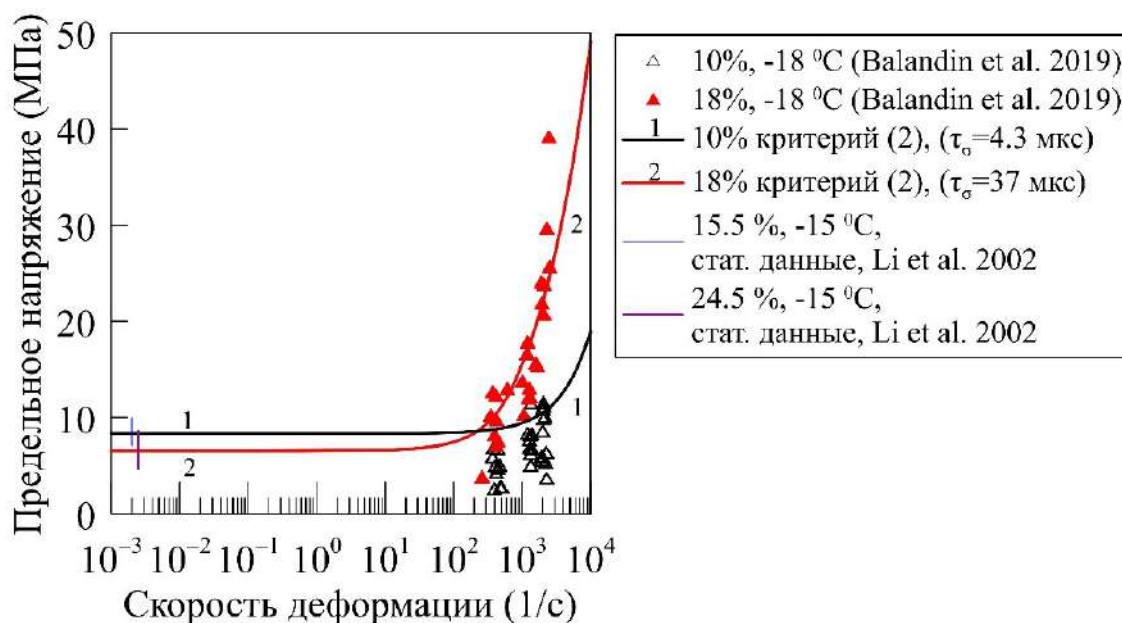


Рис. 25. Экспериментальные и теоретические зависимости предела прочности от скорости деформации мерзлого песчаного грунта при различных значениях температуры и массовой доли льда, измеренной при комнатной температуре: точки – динамические экспериментальные данные [63] мерзлых песчаных грунтов при температуре -18°C с массовой долей льда 10% и 18% (водонасыщенный); линии – результаты расчетов при критерию инкубационного времени (2) для массовой доли льда 10% ($\tau_\sigma=4.3$ мкс) и 18% ($\tau_\sigma=37$ мкс); разброс экспериментальных данных по статической прочности [115] обозначен черным цветом (массовая доля льда 15.5% и температура -15°C) и красным цветом (массовая доля льда 24.5% и температура -15°C).

Также приведенные тесты и расчеты показали, что предел прочности материала зависит от температуры замораживания. С использованием экспериментальных данных о песчаном грунте [117] с измеренной при комнатной температуре массовой долей льда 30% проведена оценка параметров структурно-временной модели при определении прочности при сжатии в диапазоне скоростей деформации 400 с^{-1} – 1000 с^{-1} при температурах замораживания -3°C , -8°C , -18°C , -28°C . Оценки инкубационных времен

показали, что при уменьшении температуры замораживания оно увеличивается (43.6 мкс при -3°C ; 70.7 мкс при -8°C ; 51 мкс при -18°C и 91.1 мкс при -28°C). На Рис. 26 показаны все соответствующие теоретические зависимости $\sigma_*(\dot{\epsilon})$ при различных температурах. Увеличение динамической прочности с уменьшением температуры замораживания можно объяснить увеличением инкубационного времени. Инкубационного времени принимает максимальное значение при температуре -28°C . Полученные качественные оценки инкубационного времени при различных значениях массовой доли льда и температуры позволяют выбирать значения этих параметров таким образом, чтобы динамическая прочность материала в рассматриваемых условиях деформирования (статика и динамика) была выбрана оптимально.

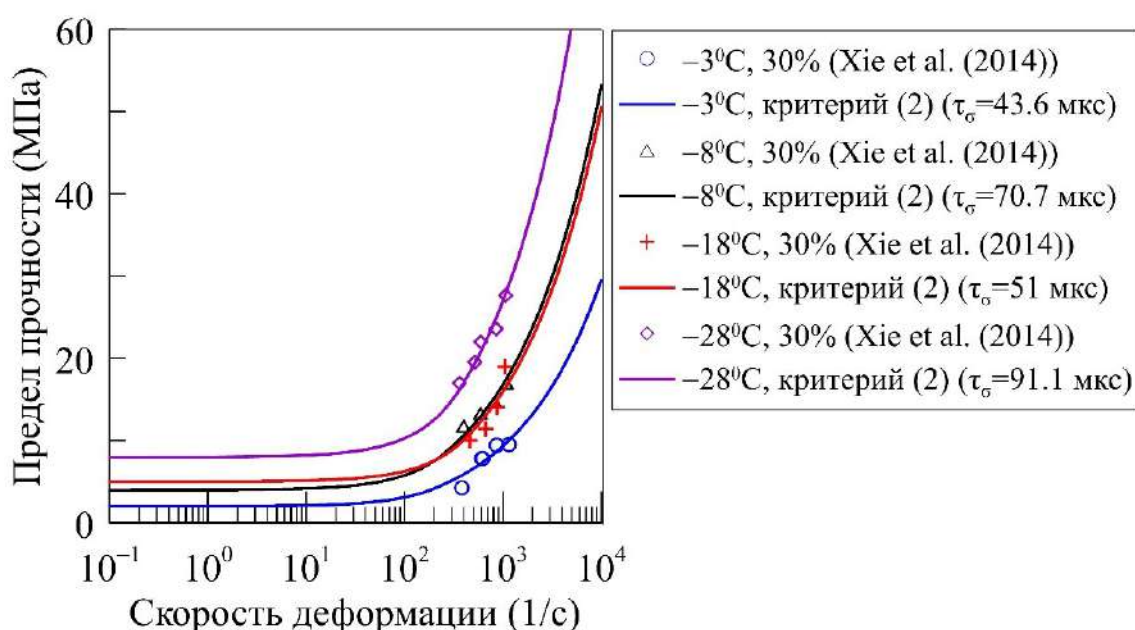


Рис. 26. Скоростные зависимости прочности мерзлого песчаного грунта [117] влажностью 30%, измеренной при комнатной температуре, при температурах -3°C , -8°C , -18°C , -28°C ; кривые соответствуют результатам расчетов по критерию (2) для температур -3°C (1 линия, $\tau_0=43.6$ мкс), -8°C (2 линия, $\tau_0=70.7$ мкс), -18°C (3 линия, $\tau_0=51$ мкс), -28°C (4 линия, $\tau_0=91.1$ мкс).

1.8. Расчетная схема скоростных зависимостей вязкости разрушения для испытаний на трехточечный изгиб

Применяя структурно-временной подход (1), составим условие разрушения для эксперимента на трехточечный изгиб, и на его основе построим скоростные зависимости коэффициента интенсивности напряжений. Согласно [118], соотношения между динамической силой, применяемой к образцу, и коэффициентом интенсивности напряжений в экспериментах на трехточечный изгиб являются линейными:

$$K_I(t) = Y' \frac{P(t)\sqrt{\pi l_n}}{2RB} \quad (12)$$

где $Y' = -1.297 + 9.516\alpha_1 - (0.47 + 16.457\alpha_1)\beta_1 + (1.071 + 34401\alpha_1)\beta_1^2$ – геометрический коэффициент, $\alpha_1 = s/2R$, $\beta_1 = l_n/R$, s – расстояние между двумя опорными штифтами, R – радиус образца, l_n – длина надреза, B – толщина образца.

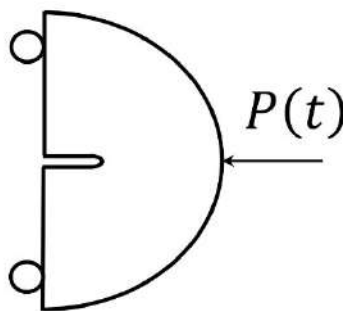


Рис. 27. Схема эксперимента на трехточечный изгиб полукруглого образца с надрезом.

С учетом выражения (12), критерий (1) переписывается в следующей форме:

$$Y' \frac{\sqrt{\pi l_n}}{2RB} \frac{1}{\tau_K} \int_{t-\tau_K}^t P(s) ds \leq K_{IC} \quad (13)$$

где K_{IC} – статический коэффициент интенсивности напряжений I моды разрушения, τ_K – инкубационное время разрушения при предельном условии на вязкость разрушения.

В этой работе будут использованы экспериментальные данные по трехточечному изгибу (Рис. 27) с полукруглыми образцами песчаника, представленные в работе [119], где временная зависимость действующей силы изменяется по линейному закону:

$$P(t) = \dot{P}tH(t) \quad (14)$$

где \dot{P} – скорость роста силы, $H(t)$ – функция Хевисайда. Учитывая, что условие равенства (13) определяет I моду разрушения в образце и выражения (11) и (14), можно вычислить динамический коэффициент интенсивности напряжений I моды разрушения $K_{ID} = K_I(t_*)$ как зависимость от времени разрушения и от скорости вязкости разрушения \dot{K}_I :

$$K_{Id}(t_*) = \begin{cases} 2K_{IC}(\tau_K/t_*), & t_* > \tau_K, \\ \frac{2K_{IC}}{2 - (\tau_K/t_*)}, & t_* \leq \tau_K, \end{cases} = \begin{cases} K_{IC} + \frac{1}{2}\dot{K}_I\tau_K, & t_* > \tau_K, \\ \sqrt{2K_{IC}\tau_K\dot{K}_I}, & t_* \leq \tau_K. \end{cases} \quad (15)$$

Для построения теоретических зависимостей (14) необходимо определить инкубационное время, оцениваемое методом наименьших квадратов по экспериментальным данным.

Построим скоростные зависимости вязкости разрушения для гранита (Beishan granite) на основе экспериментальных данных [120], полученных при испытании образцов по схеме, показанной на Рис. 28, при динамических нагрузках при длинах трещины $l_n=5$ мм и $l_n=12.47$ мм. Для расчетов использовались статические эксперименты для гранита (Beishan granite) со статической вязкостью разрушения $K_{IC} = 1.3$ МПа м^{1/2}, приведенные в работе [121]. Для двух наборов экспериментальных данных $l_n=5$ мм и $l_n=12.47$ мм ,

было получено одинаковое инкубационное время, которое равняется 0.26 мс. Рассмотрим эксперименты по статическому и динамическому разрушению угля с фиксированным углом напластования 0°C , проведенные в работе [119], при длинах трещины $l_n = 4$ мм, $l_n = 7$ мм и $l_n = 10$ мм. Статическая вязкость разрушения равнялась $K_{IC} = 0.242$ МПа м^{1/2} при $l_n = 5$ мм, $K_{IC} = 0.204$ МПа м^{1/2} при $l_n = 7$ мм, $K_{IC} = 0.197$ МПа м^{1/2} при $l_n = 10$ мм. Инкубационные времена были вычислены методом наименьших квадратов: $\tau = 0.206$ мс при $l_n = 5$ мм, $\tau = 0.228$ мс при $l_n = 7$ мм, $\tau = 0.297$ мс при $l_n = 10$ мм. Теоретический расчет скоростных зависимостей вязкости разрушения с различной длиной разреза [119] показан на Рис. 29. Отклонение от среднего значения инкубационного времени 0.244 мс, определяемого по трем скоростным зависимостям мало с учетом разброса экспериментальных данных на Рис. 29 и равнялось 0.038 мс при $l_n = 5$ мм, 0.016 мс при $l_n = 7$ мм, 0.053 мс при $l_n = 10$ мм, мало с учетом разброса экспериментальных данных. Таким образом, инкубационное время не зависит от длины разреза при испытании образцов на трехточечный изгиб.

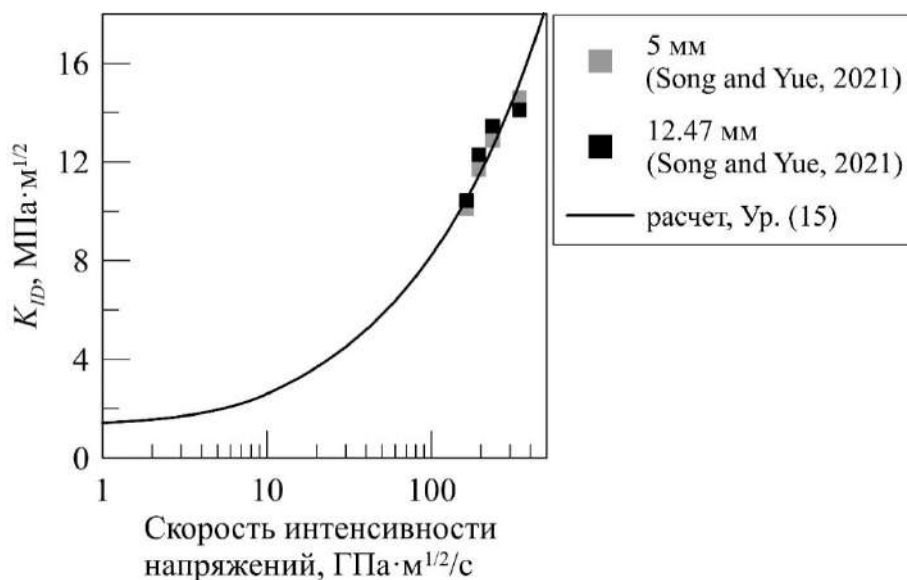


Рис. 28. Единая теоретическая скоростная зависимость вязкости разрушения для разрезов длиной $l_n = 5$ мм (\square) и $l_n = 12.47$ мм (\blacksquare), построенная по численной схеме (15) и экспериментальным данным для гранита (Beishan granite) [120].

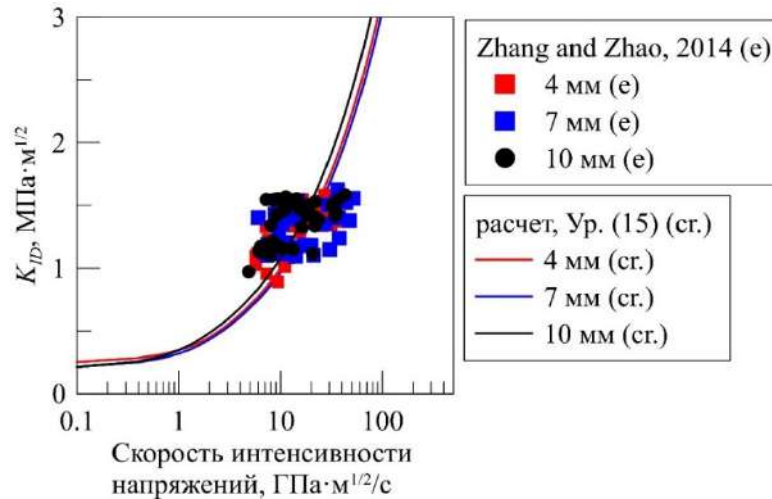


Рис. 29. Теоретические скоростные зависимости вязкости разрушения для разрезов длиной $l_n = 5$ мм, $l_n = 7$ мм, и $l_n = 10$ мм, построенные по численной схеме (15) и экспериментальным данным для угля [119].

1.9. Расчетная схема скоростных зависимостей работы разрушения для испытаний на трехточечный изгиб

Для вычисления работы разрушения материала структурно-временной подход также используется [122]. В этом случае критерий имеет вид:

$$\frac{1}{\tau_W} \int_{t-\tau_W}^t W(t') dt' \leq W_{IC} \quad (16)$$

где $W(t)$ – временная зависимость работы разрушения на единицу площади участка образца, W_c – удельная энергия разрушения при квазистатическом нагружении, τ_W – инкубационное время при предельном условии на работу разрушения с U образным вырезом.

На основе данных [123], типичные временные профили приложенной нагрузки $F(t)$ и результирующего прогиба $u(t)$ в середине пролета, получаемые в эксперименте на трехточечный изгиб полукруглого образца с

надрезом, представляют собой линейную зависимость до момента разрушения типа моды I (Рис. 30).

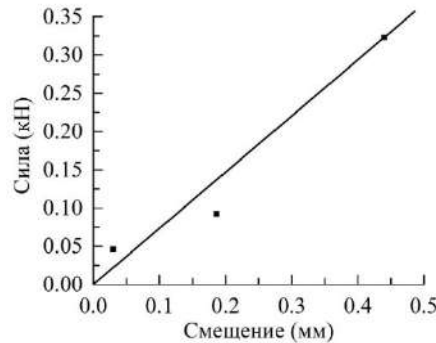


Рис. 30. Линейная зависимость силы от смещения свободного конца падающего стержня [123] в эксперименте на трехточечный изгиб полукруглого образца с надрезом.

Работа разрушения $A(t) = \int_0^u ku' du'$ в случае линейной нагрузки задается как:

$$A(t) = \frac{1}{2} kv^2 t^2 H(t) \quad (17)$$

где k – коэффициент жесткости системы, $v=du/dt$ скорость роста прогиба.

Подставляя (17) в условие (16) и принимая во внимание $W(t) = A(t) / S$, получаем выражение для времени разрушения t_* , откуда можно получить выражения для работы разрушения на единицу площади связки без надреза образца $S = (R-l_n)B$:

$$W_d = W(t_*) = \begin{cases} \frac{(6\tau_w k^2 S W_c v)^{2/3}}{2kS}, & t_* < \tau, \\ \frac{(3\tau_w kv + \sqrt{3}\sqrt{-(\tau_w kv)^2 + 24kS W_c})^2}{72kS}, & t_* > \tau \end{cases} \quad (18)$$

$$= \begin{cases} 3W_c(\tau/t_*), & t_* < \tau, \\ \frac{3W_c(\tau/t_*)}{1 - (1 - (\tau/t_*))^3}, & t_* > \tau \end{cases}$$

1.10. Скоростные зависимости динамической вязкости разрушения и энергии разрушения горных пород

Построим скоростные зависимости по соотношениям (15) и (18) на основе экспериментальных данных [124] по мелкозернистому мрамору. Для вычисления теоретических зависимостей использовались следующие характеристики материала $K_{IC} = 1.5 \text{ МПа м}^{1/2}$, $W_c = 24.2 \text{ Дж/м}^2$ и параметры эксперимента $k=0.74 \text{ МН/м}$, $l_n = 5 \text{ мм}$, $B = 20 \text{ мм}$, $R = 25 \text{ мм}$. Инкубационное время, оцененное методом наименьших квадратов на основе скоростных зависимостей $K_{id}(\dot{K})$, $K_{id}(t_f)$, $W_d(\dot{K})$, $W_d(t_f)$, равнялось $\tau_{K1}=41.42 \text{ мкс}$, $\tau_{K2}=26.84 \text{ мкс}$, $\tau_{W1}=86.32 \text{ мкс}$ и $\tau_{W2} = 390 \text{ мкс}$, соответственно. Теоретические временные зависимости вязкости разрушения $K_{id}(\dot{K})$, $K_{id}(t_f)$ и работы разрушения $W_d(\dot{K})$, $W_d(t_f)$, показаны на Рис. 30. Хорошее качественное соответствие наблюдается между теоретическими зависимостями и экспериментальными данными [124] (Рис. 31).

Структурно-временной подход в виде силового и энергетического критериев может быть использован для прогнозирования возрастающих зависимостей скорости деформации $K_{id}(\dot{K})$, $K_{id}(t_f)$, $W_d(\dot{K})$, $W_d(t_f)$. Инкубационные времена τ_{K1} и τ_{K2} обладают близкими значениями. Предполагаем, что среднее инкубационное время для зависимостей $K_{id}(K)$ и $K_{id}(t_f)$ равняется $\tau_{K1}=34.13 \text{ мкс}$. Инкубационное время 86 мкс , вычисленное по энергетическому предельному условию, отличается от инкубационного времени 34.13 мкс , оцененного по силовому предельному условию для вязкости разрушения, и близко к инкубационному времени разрушения 100 мкс , полученному по силовому критерию для прочности.

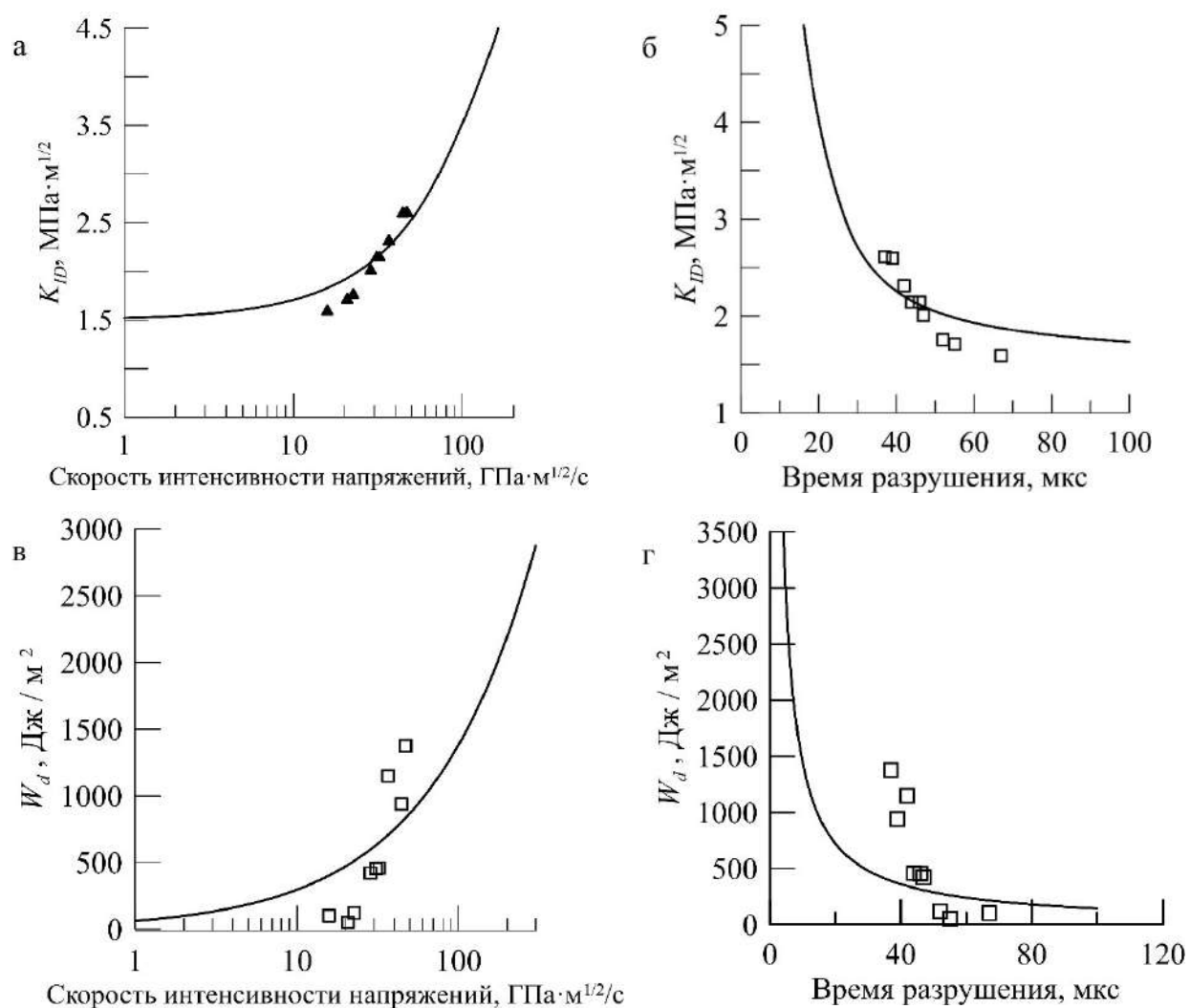


Рис. 31. Теоретические временные зависимости вязкости разрушения (а), (б) и работы разрушения на единицу площади (в), (г) для мрамора, построенные на основе экспериментальных данных [124].

Применим силовой (15) и энергетический (18) подход для расчета скоростных зависимостей вязкости разрушения и энергии разрушения на основе экспериментальных данных песчаника [125], полученных в результате испытаний на трехточечный изгиб со следующими параметрами: $l_n = 5$ мм, $B = 20$ мм (B – толщина образца), $R = 25$ мм, $k = 0.74$ МН/м. В работе [125] были получены значения квазистатической вязкости разрушения $K_{Is} = 0.51$ МПа \cdot м $^{1/2}$ для неводонасыщенного песчаника и $K_{Is} = 0.29$ МПа \cdot м $^{1/2}$ для водонасыщенного песчаника.

На рис. 32 показаны теоретические зависимости скорости разрушения от скорости разрушения и экспериментальные данные [125] для неводонасыщенного и водонасыщенного песчаника. На рис. 33 показаны теоретические зависимости энергии разрушения от скорости вязкости разрушения и экспериментальных данных [125] для неводонасыщенного и водонасыщенного песчаника. Построенные теоретические зависимости для неводонасыщенного и водонасыщенного песчаника на рис. 32 и рис. 33 имеют хорошее соответствие с экспериментальными данными [125]. Инкубационное время для водонасыщенного песчаника больше, чем для неводонасыщенного песчаника. Большие значения вязкости разрушения и работы разрушения при динамических нагрузках для водонасыщенного песчаника связаны с действием гидростатического давления, обсуждаемого ранее в Разделе 1.5.

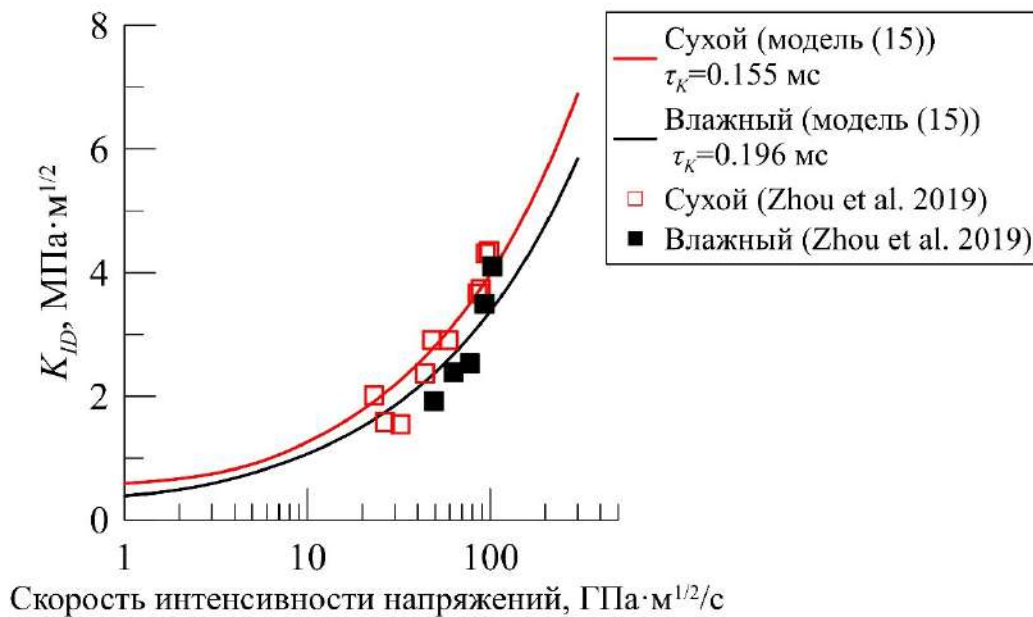


Рис. 32. Влияние водонасыщенности песчаника на теоретическую и экспериментальную зависимости скорости вязкости разрушения на основе предложенной модели (15) соответственно, и данных [125].

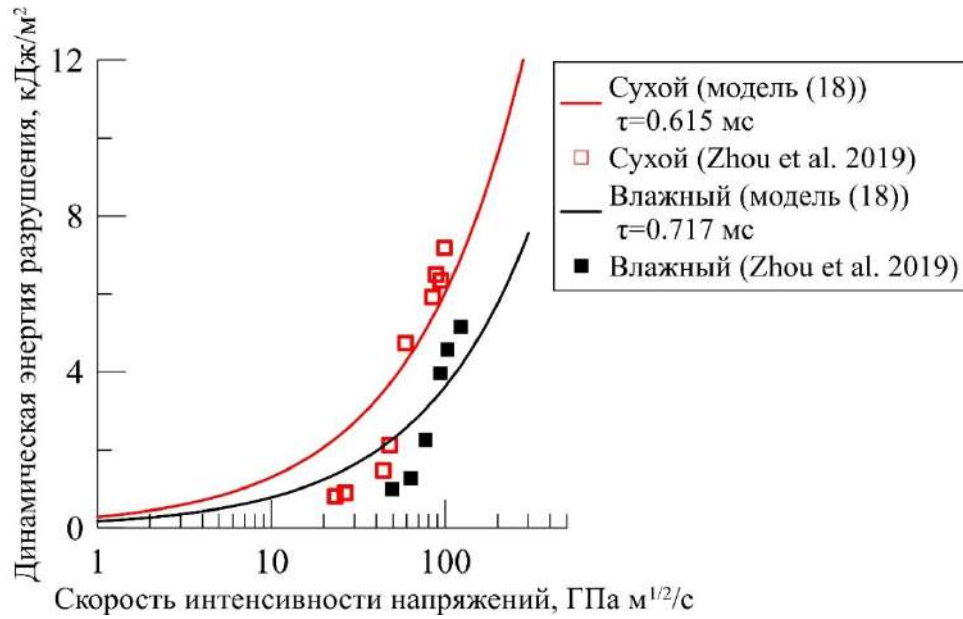


Рис. 33. Влияние водонасыщенности песчаника на теоретическую и экспериментальную зависимости скорости энергии разрушения на основе предложенной модели (18), соответственно, и данных [125].

Результаты оценок инкубационного времени по скоростной зависимости (18) для работы разрушения и скоростной зависимости (15) существенно отличаются. Возможно, это связано с тем, что с физической точки зрения предельное условие (1) является силовым и предельное условие (16) является энергетическим. Также на результат может влиять различие в определении момента времени и способа определения всех характеристик K_{id} , \dot{K} , t_f , W_d . Скорость вязкости разрушения измеряется через касательную к зависимости $K_i(t)$. Динамическая вязкость разрушения определяются по первому пику вязкости разрушения. Момент времени разрушения, определяемый как начальный момент роста трещины, может происходить раньше, чем достижение пикового значения зависимости $K_i(t)$. Учитывая, что $W_d = W(t_f)$, предельное условия (13) срабатывает позже, чем предельное условие (16). Поэтому инкубационные времена τ_{w1} и τ_{w2} отличаются. Скоростные зависимости, показанные на Рис. 31b, Рис. 31d, является предпочтительнее, чем зависимость (15), так как параметр времени разрушения t^* может

определяться напрямую из эксперимента в отличие от параметра вязкости разрушения \dot{K}_I , определяемую по зависимости $K_I(t)$.

1.11. Выводы к главе 1

Подход инкубационного времени был применен для описания характеристик динамической прочности бетона и горных пород в случае высокоскоростного нагружения. Было определено инкубационное время для сухого и водонасыщенного бетона с различной относительной влажностью. Были получены значения инкубационного времени для песчаника и известняка с разным содержанием воды и плотностью.

Было получено, что форма импульса нагрузки может оказывать существенное влияние на значения критических напряжений. Было проведено сравнение зависимостей предельного напряжения водонасыщенного и неводонасыщенного бетона от длительности импульса при линейной и симметричной (без пороговой) формах импульса. Было показано, что при анализе испытаний на откол следует учитывать предысторию напряжений.

Временные зависимости прочности исследуемых бетонов и горных пород, построенные на основе критерия инкубационного времени, были хорошо согласованы с экспериментальными данными. Эффект более высокой динамической прочности насыщенного бетона ($Sr=100\%$), известняка, песчаника по сравнению с ненасыщенным материалом был объяснен в рамках подхода инкубационного времени.

С помощью построенных теоретических зависимостей по предложенному критерию инкубационного времени было проанализировано влияние формы волокна на чувствительность стального- и синтетического фибробетонов к скорости деформации. Больше инкубационное время и

большая динамическая прочность наблюдалась в бетоне, армированном спиральным волокном.

Показано, что зависимости прочности бетона от напряжения от скорости деформации с различным содержанием волокна и заполнителей можно рассчитать, используя только два параметра материала. Сравнение материалов при динамических нагрузках можно провести, оценив инкубационное время разрушения с достаточной степенью достоверности. Кроме того, сравнение инкубационного времени разрушения позволяет адекватно сравнивать скорость чувствительности материалов и прогнозировать влияние конкуренции прочности. Предлагаемый подход инкубационного времени может быть легко применен в инженерной практике и может быть полезен при разработке стандартов для динамических испытаний бетона.

Сравнивалось поведение плотных и проницаемых пород при динамическом нагружении. Было показано, что породы с более высокой плотностью и бетоны с более высоким уровнем влажности имеют увеличенное инкубационное время. Таким образом, параметры критерия инкубационного времени можно рассматривать как удобный инструмент для оценки влияния коэффициента насыщения и отношения воды к цементу, а также для прогнозирования связанного с этим эффекта инверсии предельных напряжений с ростом скорости нагружения для различных материалов.

На основе структурно-временного подхода были построены зависимости предела динамической прочности на разрыв в широком диапазоне скоростей деформации для замороженного песчаного грунта с разной массовой долей льда.

Сравнение скоростных зависимостей с разной массовой долей льда показало, что при высокоскоростном деформировании больший предел прочности наблюдается у грунта с большей массовой долей льда. В рамках

структурно-временного подхода наблюдаемый эффект был связан с уменьшением инкубационного времени при уменьшении массовой доли льда в мерзлом грунте.

На основе развитого подхода, были построены скоростные зависимости предела прочности при различных температурах замораживания. Инкубационные времена определены для различной температуре замораживания -3°C , -8°C , -18°C , -28°C . Показано, что структурно-временной подход дает возможность качественной (а при наличии достаточных данных и количественной) оценки влияния на статическую и динамическую прочность массовой доли льда или температуры замораживания.

Энергетический и силовой предельный критерии, определяемые по структурно-временному подходу, использовались для прогнозирования скоростных зависимостей динамической вязкости разрушения и работы разрушения, соответственно. Полученные оценки инкубационных времен для угля и гранита с различной длиной разреза образца показали, что определяемое по силовому критерию инкубационное время не зависит от длины разреза образца.

Сравнение инкубационных времен мрамора, оцененных по скоростным зависимостям вязкости разрушения и работы разрушения, показало, что полученное инкубационное время 86 мкс, вычисленное по энергетическому предельному условию, отличалось от инкубационного времени 34.13 мкс, оцененного по силовому предельному условию для вязкости разрушения.

Полученные результаты по сформулированным предельным силовому и энергетическому критериям выполняются на различных временных масштабах, так как инкубационное время, полученного по энергетическому предельному критерию больше, чем по силовому.

Глава 2. Динамические модели пластичности

На основе критерия инкубационного времени текучести и эмпирических моделей Джонсона-Кука и Купера-Саймондса исследуется поведение предела текучести стали и ряда алюминиевых сплавов в широком диапазоне скоростей деформации. В этой главе выведены выражения для определения параметров эмпирических моделей через характеристики критерия инкубационного времени текучести и получено удовлетворительное соответствие при их сравнении с экспериментальными данными эмпирических параметров. Показано, что параметры эмпирических моделей могут зависеть от некоторой скорости деформации. Независимость характеристик критерия инкубационного времени текучести от истории нагружения и их связь со структурно-временными особенностями процесса пластического деформирования дает преимущество подходу, базирующемуся на понятии инкубационного времени, относительно эмпирических моделей, а также эффективную и удобную формулу для определения предела текучести в более широком диапазоне скоростей деформаций. Другими словами, введение характерного времени релаксации, связанное с процессом движения дислокаций, как явной характеристики процесса релаксации в начале пластического деформирования позволяет успешно прогнозировать скоростную зависимость предела текучести металлов.

Анализ пластического деформирования металлов под действием динамической нагрузки проводится на основе предлагаемой релаксационной

модели пластического деформирования. Инвариантность параметров релаксационной модели пластичности по отношению к истории деформирования позволяет в рамках единого подхода получать любой набор деформационных кривых, как монотонных, с изменяющимся пределом текучести, так и немонотонных, с появляющимся и изменяющимся зубом текучести, как это наблюдается в эксперименте. Подробно рассмотрены технические аспекты прогнозирования трех параметров релаксационной модели пластичности и их влияние на прогнозирование деформационных зависимостей по релаксационной модели пластического деформирования. Увеличение предела текучести совместно с эффектом упрочнения при высокоскоростном и статическом деформировании высокопрочной стали 2.3Ni-1.3Cr также моделируется на основе релаксационной модели пластичности. На примере стали DP600 и нанокристаллического никеля показано, что релаксационная модель пластичности позволяет прогнозировать плавный переход к стадии пластического деформирования при медленных квазистатических воздействиях $\sim 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ и появление зуба текучести на скоростях деформации $500\text{--}6000 \text{ с}^{-1}$. Таким образом, на примере конкретных материалов продемонстрировано, что на основе инвариантных от истории деформирования параметров релаксационной модели пластичности, можно эффективно прогнозировать деформационные зависимости исследованных материалов в широком диапазоне скоростей деформации $10^{-4}\text{--}10^4 \text{ с}^{-1}$.

На основе предлагаемой релаксационной модели и известных динамических моделей пластичности исследуется влияние скорости деформации на нестабильность откликов металлов к динамической нагрузке в диапазоне скоростей деформации $0.001\text{--}10000 \text{ с}^{-1}$. Инвариантность параметров релаксационной модели пластичности по отношению к истории деформирования делает возможным в рамках единого подхода моделировать широкий спектр деформационных кривых, как монотонных, с изменяющимся пределом текучести, так и немонотонных, с появляющимся и изменяющимся

зубом текучести, как это наблюдается в эксперименте. Построены определяющие соотношения эмпирических параметров для некоторых динамических моделей пластичности на основе параметров релаксационной модели пластичности. Показано, что параметры эмпирических моделей могут зависеть от некоторой скорости деформации. Получено, что при прогнозировании деформационных зависимостей металлов релаксационная модель пластичности, базирующаяся на понятии инкубационного времени, в сравнении с известными динамическими моделями пластичности является наиболее эффективной в более широком диапазоне скоростей деформации. Показано, что улучшенная модель Джонсона-Кука (Johnson-Cook model) и модель Русинька-Клепачко (Rusinek-Klepaczko model) не учитывают явление падения текучести, наблюдаемое в мягких сталях и алюминиевом сплаве 7075-T6. Таким образом, релаксационная модель пластичности является эффективным и удобным инструментом для расчета некоторых основных эффектов динамической пластичности, возникающих в широком диапазоне скоростей деформации.

Результаты, представленные в главе 2, опубликованы в работах [28,60,61,126–137].

2.1. Прогнозирование динамического предела текучести металлов с помощью двух структурно-временных параметров

На основе сравнения поведения пределов текучести двух материалов, вычисленных при помощи интегрального критерия, показана принципиальная роль и необходимость введения и определения характерных времен релаксации.

2.1.1. Структурно-временной подход текучести

Структурно-временной подход для описания процессов текучести позволяет рассчитывать предел текучести в начальный момент пластической деформации при фиксированной скорости деформации [57,81,138,139]. Изначально структурно-временной подход (1) был сформулирован для описания процессов разрушения [75] и являлся эффективным инструментом для описания временных эффектов роста микротрещин [140,141]. Предложенный макроскопический критерий текучести [57,81,138,139] для случая одноосного напряженного состояния, именуемый в дальнейшем критерием инкубационного времени, определяется неравенством:

$$\frac{1}{\tau_Y} \int_{t-\tau_Y}^t \left(\frac{\Sigma(t')}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y} dt' \leq 1 \quad (19)$$

Здесь $\Sigma(t)$ – функция напряжений от времени, τ_Y – инкубационное время, σ_Y – статический предел текучести, α_Y – безразмерный параметр амплитудной чувствительности материала к нагрузке. Заметим, что начало макроскопической текучести t_Y определяется из условия равенства (19). Вводимый временной параметр τ_Y , независящий от особенностей процесса деформации и геометрии образца, позволяет прогнозировать поведение предела текучести материала в рамках статических и динамических нагрузок [82,139]. Предполагается, что параметр инкубационного времени может принимать различные значения в зависимости от начальной дефектной структуры материала. Другими словами, два образца, сделанные из одного и того же материала в результате двух различных технологических процессов, с разной структурой до начала испытаний на пластическое деформирование будут рассматриваться как образцы, сделанных из двух разных материалов. Таким образом, два независимых параметра критерия (19) τ_Y и α_Y характеризуют скоростную (временную) и амплитудную чувствительности

материала соответственно. Отметим, что для случаев сложного напряженного состояния критерий (19) может быть переписан в форме инвариантов [138].

Подставляя временную зависимость напряжений на упругой стадии деформирования $\Sigma(t)=E \dot{\epsilon} t H(t)$ в левую часть неравенства (19), получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_Y} \int_{t-\tau_Y}^{\tau_Y} \left(\frac{E \dot{\epsilon} s H(s)}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y} ds \\ = \frac{1}{\alpha_Y + 1} \left(\frac{E \dot{\epsilon}}{\tau_Y \sigma_Y} \right)^{\alpha_Y} (t^{\alpha_Y+1} H(t) - (t - \tau_Y)^{\alpha_Y+1} H(t - \tau_Y)). \end{aligned} \quad (20)$$

С помощью условия равенства в Ур. (19), определим условие для начала текучести t_Y :

$$(E \dot{\epsilon})^{\alpha_Y} (t_Y^{\alpha_Y+1} H(t_Y) - (t_Y - \tau_Y)^{\alpha_Y+1} H(t_Y - \tau_Y)) = (\alpha_Y + 1) (\tau_Y \sigma_Y)^{\alpha_Y}. \quad (21)$$

Можно выделить два случая в зависимости от доминирующей роли инкубационного времени. В первом случае, когда время начала текучести меньше инкубационного времени ($0 < t_Y < \tau_Y$), деформация материала происходит при быстром динамическом нагружении и характеризуется неустойчивым увеличением предела текучести в зависимости от скорости деформации. Во втором случае, когда время начала текучести того же порядка или больше инкубационного времени ($t_Y \geq \tau_Y$), деформация материала относится к случаю квазистатического нагружения.

Переписывая Ур. (21) как определяющее уравнение для динамического предела текучести $\Sigma_d = \Sigma(t_Y)$, получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \left(\left(\frac{\Sigma_d}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y+1} H \left(\frac{\Sigma_d}{\sigma_Y} \right) - \left(\frac{\Sigma_d}{\sigma_Y} - \frac{E \dot{\epsilon} \tau_Y}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y+1} H \left(\frac{\Sigma_d}{\sigma_Y} - \frac{E \dot{\epsilon} \tau_Y}{\sigma_Y} \right) \right) \\ = (\alpha_Y + 1) \left(\frac{E \dot{\epsilon} \tau_Y}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y}. \end{aligned} \quad (22)$$

В предельном случае $\alpha_Y=1$, время начала пластического деформирования определяется в следующей форме:

$$t_Y = \begin{cases} \frac{\sigma_Y}{E\dot{\varepsilon}} + \frac{\tau_Y}{2}, & \dot{\varepsilon} < \frac{2\sigma_Y}{E\tau_Y}, \\ \sqrt{\frac{2\sigma_Y\tau_Y}{E\dot{\varepsilon}}}, & \dot{\varepsilon} \geq \frac{2\sigma_Y}{E\tau_Y}. \end{cases} \quad (23)$$

Тогда при $\alpha_Y=1$ динамический предел текучести в зависимости от скорости деформации или времени начала текучести определяется по формулам:

$$\Sigma_d(\dot{\varepsilon}) = \begin{cases} \sqrt{2E\dot{\varepsilon}\tau_Y\sigma_Y}, & t_Y \leq \tau_Y \\ \sigma_Y + \frac{E\dot{\varepsilon}\tau_Y}{2}, & t_Y > \tau_Y \end{cases} \quad (24)$$

$$\Sigma_d(t_Y) = \begin{cases} 2\sigma_Y(\tau_Y/t_Y), & t_Y \leq \tau_Y \\ \frac{2\sigma_Y}{2 - (\tau_Y/t_Y)}, & t_Y > \tau_Y \end{cases} \quad (25)$$

При использовании функции нагружения в виде $\Sigma(t)=G \dot{\varepsilon} t H(t)$, где G – модуль сдвига, зависимость динамического предела текучести от скорости деформации может быть получена из Ур. (24), с помощью замены E на G .

2.1.2. Интерпретация инверсии пределов текучести в условиях динамики

Определяя характерные времена релаксации, мы можем анализировать динамические свойства предела текучести и выбирать материал с наиболее подходящими свойствами для требуемых условий нагрузки. Рассмотрим эффект конкуренции (инверсии пределов текучести) между двумя материалами [142]. На Рис. 34 показаны зависимости предельного напряжения от длительности нагружения для монокристаллов алюминия и меди [142],

построенные на основе критерия (19) по численной схеме (25). Были получены оценки характерного времени релаксации для алюминия $\tau_Y = 0.24$ мс и меди $\tau_Y = 0.19$ мс. На малых длительностях нагружения $t_Y < 0.5$ мс значение предельного напряжения у алюминия ($\tau_Y = 0.24$ мс, $\sigma_Y = 4.9$ МПа) больше, чем у меди ($\tau_Y = 0.19$ мс, $\sigma_Y = 8$ МПа). Наоборот, для длительностей нагружения $t_Y > 0.5$ мс большее предельное напряжение у меди.

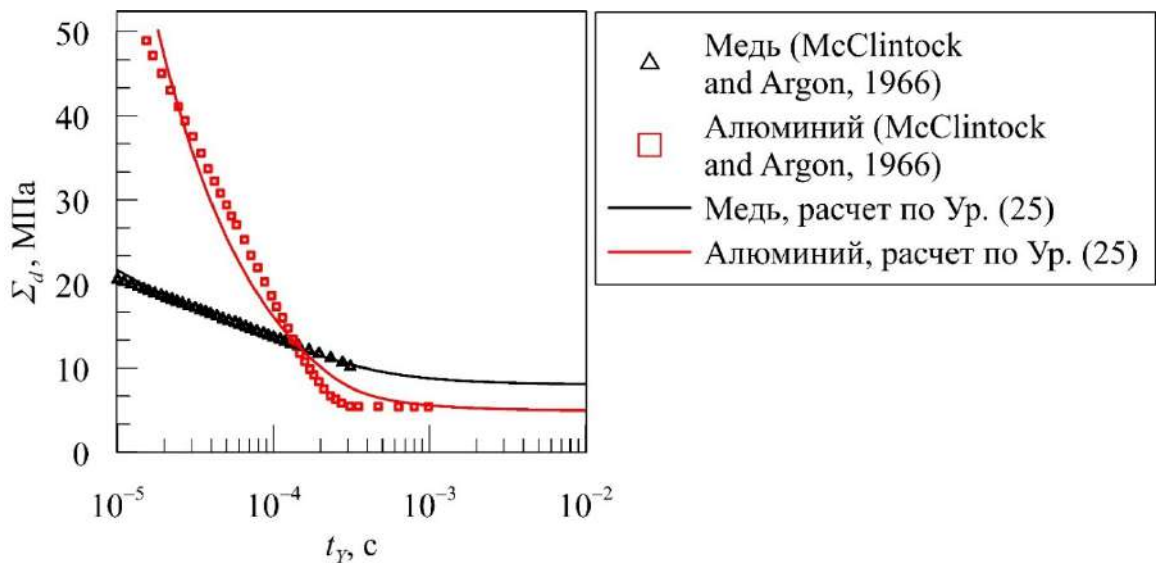


Рис. 34. Зависимость предела текучести от длительности импульса для монокристаллов алюминия ($\tau_Y = 0.24$ мс, $\sigma_Y = 4.9$ МПа) и меди ($\tau_Y = 0.19$ мс, $\sigma_Y = 8$ МПа) [142] на основе критерия (19) по численной схеме (25).

Точка смены преобладающей скоростной чувствительности (Рис. 34) соответствует промежутку времени, начиная с которого плотности дефектов, содержащихся в материале, становится достаточной для того, чтобы релаксация напряжений в материале произошла. Смена преобладающей скоростной чувствительности для алюминия происходит при длительности порядка 0.5 мс.

В данном случае характерные времена релаксации алюминия ($\tau_Y = 0.24$ мс) и меди ($\tau_Y = 0.19$ мс) одного порядка мс и наблюдается одна точка

смены скоростных механизмов. Эта может быть связано с тем, что медь имеет как большую величину статического предела текучести, так и большую величину наклона «динамической» части кривой. Можно показать из (19), что этот наклон пропорционален произведению характерного времени релаксации материала на его статический предел текучести $\tau_Y \cdot \sigma_Y$.

В качестве примера, демонстрирующего влияние величины характерного времени релаксации на пластическое поведение материала, рассмотрим механическое поведение двух металлов со значениями характерных времен релаксации 1 с и 0.6 мкс, отличающихся друг от друга на 6 порядков. Эти величины соответствуют значениям характерных времен для наноразмерных нитевидных кристаллов (или, наоборот, почти бездефектных монокристаллических образцов металлов) и объемных поликристаллических, в том числе нанокристаллических, образцов металлов. На Рис. 35 показаны такие кривые с параметрами соответствующими экспериментальным работам [55,143].

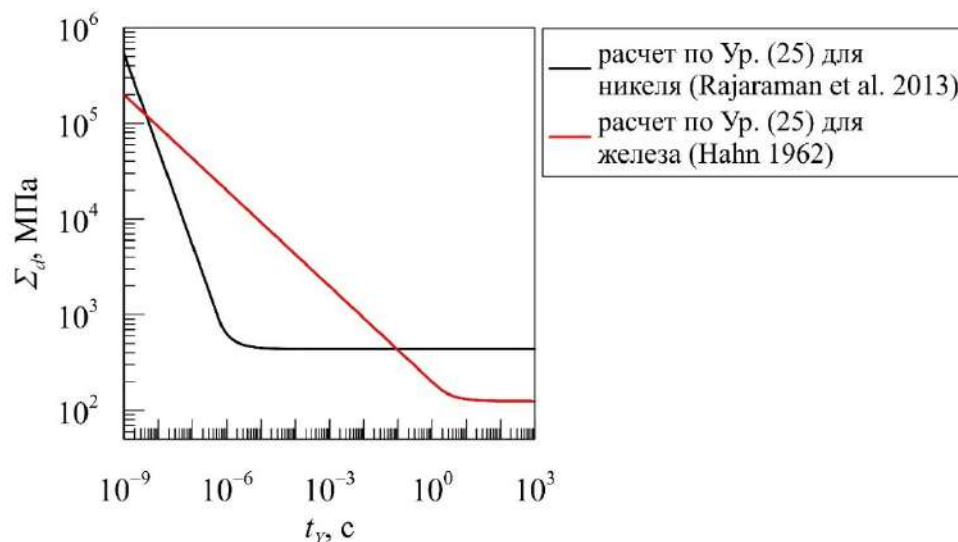


Рис. 35. Расчетная зависимость предела текучести нитевидных кристаллов железа и поликристаллического никеля от длительности импульса. Параметры моделей взяты из соответствующих экспериментальных работ [55,143].

Интересно отметить две точки смены преобладающей скоростной

чувствительности (два пересечения кривых) и, соответственно, три области, в которых материалы ведут себя различным образом друг относительно друга. При больших временах процесса (длительностях импульса) мы имеем пластическое течение, определяемое обычной «квазистатической» величиной предела текучести материала, которая для никеля оказывается несколько больше. Точка смены скоростной чувствительности, как и на Рис. 34, показывает критическое время воздействия t_y , при котором начинают проявляться временные динамические эффекты и фактически оно соответствует (см. Рис. 35) величине характерного времени релаксации. В данном случае для железа это время значительно выше, что приводит к резкому росту его динамического предела текучести, который превышает предел текучести никеля в широком диапазоне длительностей импульса 0.1 с – 10 мкс. В большей части этого диапазона до длительностей воздействия 1 мкс никель ведет себя еще «квазистатически» и его предел текучести равен постоянной величине. Эта первая смена преобладающей скоростной чувствительности полностью определяется тем, что материал с меньшим значением предела текучести имеет большее характерное время релаксации – то есть отношением τ_y / σ_y . Во второй области (10 нс—0.1 с) динамический предел текучести железа становится больше соответствующей величины для никеля, то есть никель при этих средних длительностях воздействия становится более пластичным, чем железо. Наконец, вторая смена преобладающей скоростной чувствительности в области длительности воздействия 10 нс связана с большим наклоном динамической кривой железа, который определяется произведением $\tau_y \cdot \sigma_y$. В данном случае критическим фактором является очень большая величина характерного времени релаксации для железа. Для длительностей импульса менее наносекунды (что характерно для лазерных ультракоротких импульсных воздействий на металлы) железо вновь становится пластичнее никеля с меньшим значением динамического предела текучести. Таким образом, в зависимости от соотношения между

статическим пределом текучести и характерным временем релаксации могут существовать области длительности воздействий (импульсов) в которых одни материалы становятся более или менее пластичные, чем другие. В случае если деформация сопровождается эффектами разрушения это может соответствовать явлению вязко-хрупкого перехода в динамике.

2.1.3. Влияние структуры материала на скоростные зависимости предела текучести

С изменением структуры материала статический предел текучести металла можно увеличить. Напомним, что параметр характерного времени релаксации, определяемый по критерию (19), характеризует скоростную чувствительность материала к приложенной нагрузке. В этом разделе, будет исследовано влияние структуры металла на характерное время релаксации τ_Y , а также будут построены теоретические зависимости предела текучести от скорости деформации 1) чистого алюминия (Рис. 36) на основе экспериментальных данных [144–147]; 2) алюминиевого сплава 6016 Т6 (Рис. 37) на основе экспериментальных данных [145,148–150]; 3) для меди (Рис. 38) на основе экспериментальных данных для изначально деформированной меди [147,151,152] и для монокристаллов меди [153–155]; 4) никеля (Рис. 39) на основе экспериментальных данных [55,156,157].

На Рис. 36 и Рис. 37 показаны теоретические скоростные зависимости нормированного предела текучести чистого алюминия и алюминиевого сплава Al 6061 Т6, соответственно, на основе критерия текучести (19) и экспериментальных данных [144–150]. Экспериментальные данные по динамическому пределу текучести, показанные на Рис. 36 и Рис. 37, можно разместить между двумя теоретическими скоростными зависимостями,

вычисленными при различных пределах текучести, но при одних и тех же характерных временах релаксации 0.15 мкс и 5.9 нс.

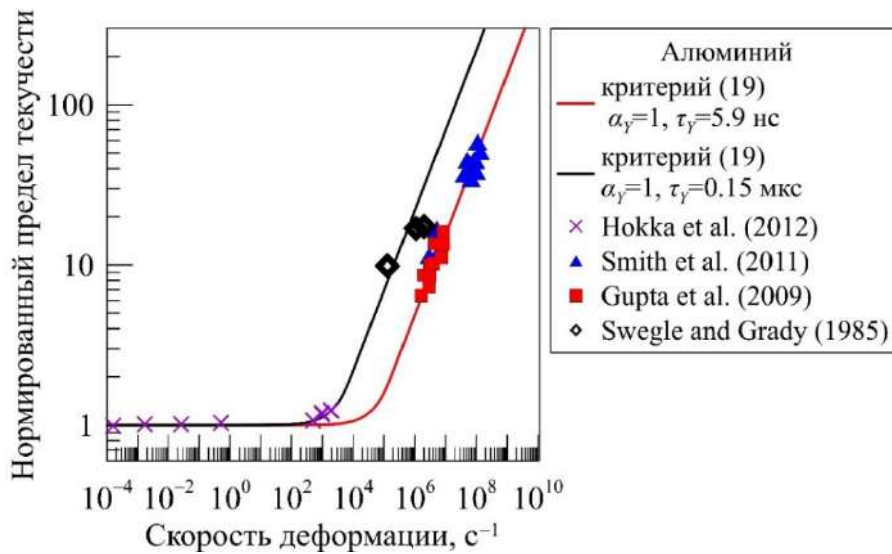


Рис. 36. Скоростные зависимости нормированного предела текучести чистого алюминия. Сплошные линии – теоретические зависимости, построенные на основе критерия (19). Экспериментальные данные обозначены символами: × [144], ▲ [145], ■ [146], и ◇ [147].

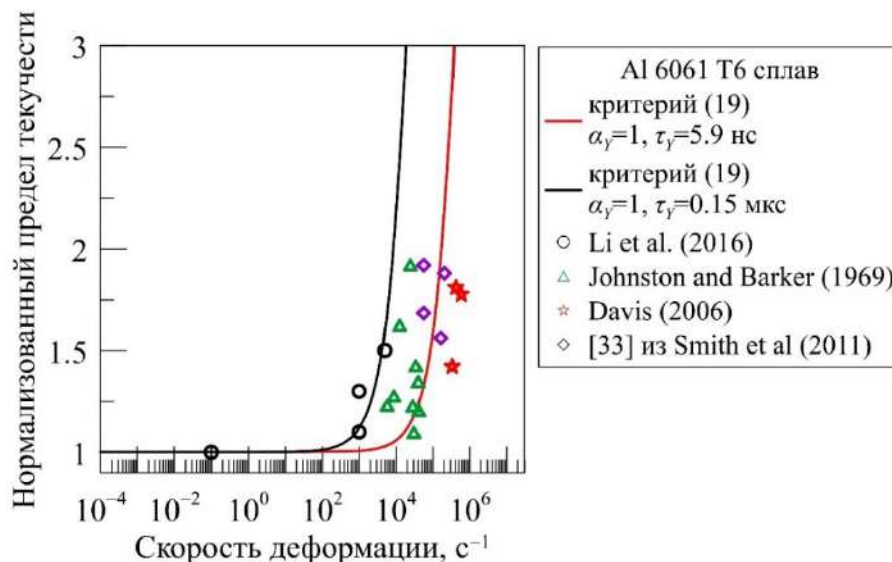


Рис. 37. Скоростные зависимости нормированного предела текучести алюминиевого сплава Al 6061 T6. Сплошные линии – теоретические зависимости, построенные на основе критерия (19). Экспериментальные данные обозначены символами: ○ [148], △ [149], ★ [150], ◇ [145].

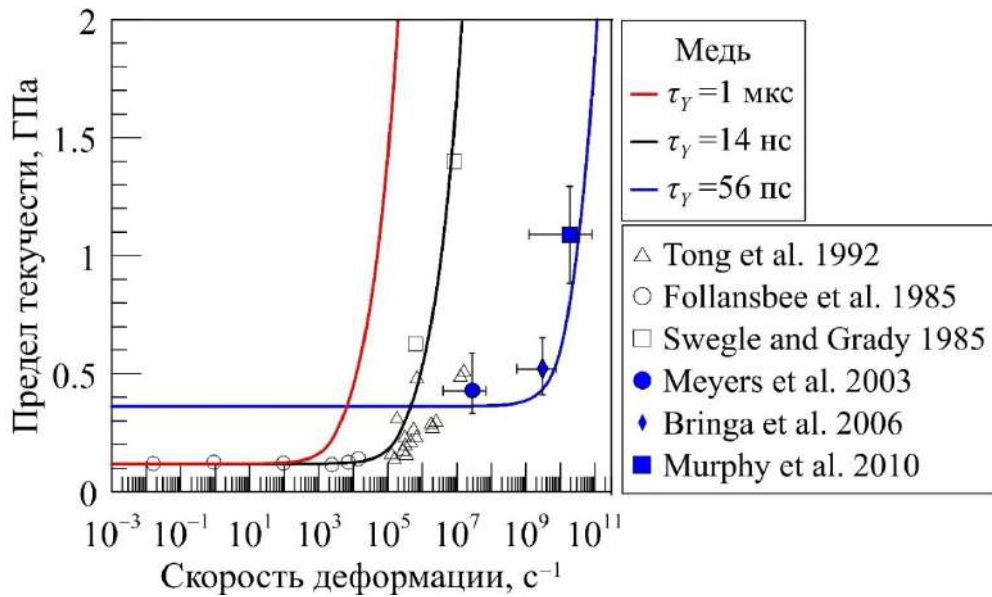


Рис. 38. Теоретические зависимости предела прочности меди, построенные по критерию (19) и экспериментальным данным из обзорной работы [158] для изначально деформированной меди [147,151,152] и для монокристаллов меди [153–155].

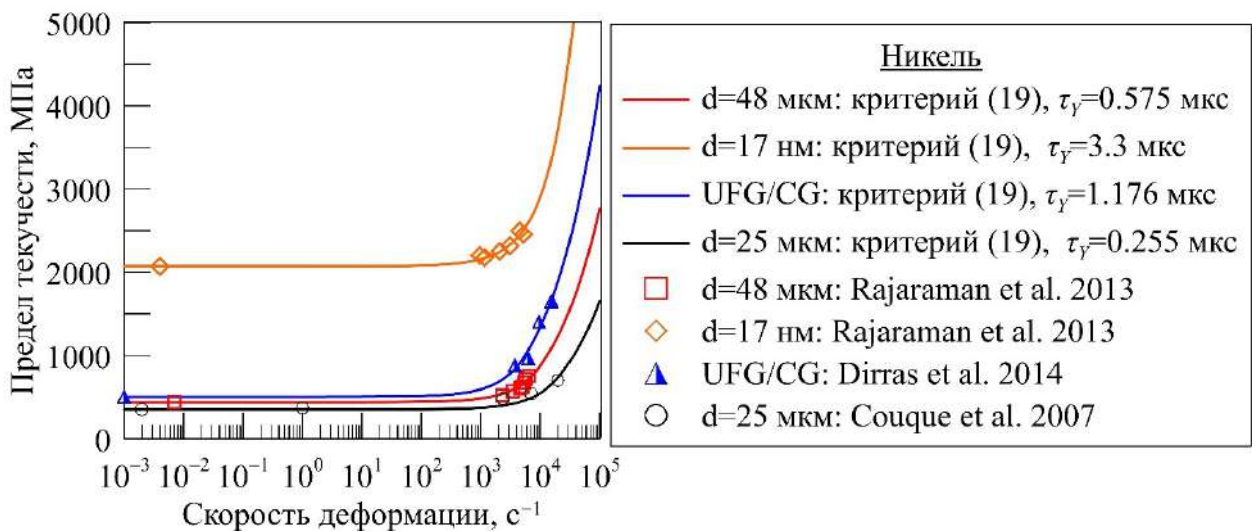


Рис. 39. Теоретические зависимости предела текучести от скорости деформации, построенные по критерию (19), для микрокристаллического (красная кривая), нанокристаллического (оранжевая кривая) никеля, двухфазный ультрамелкозернистый-поликристаллический никель (синяя кривая) и поликристаллический никель (черная кривая) на основе экспериментальных данных \diamond [55], Δ [156], \circ [159], \square [55].

Было получено инкубационное время для изначально «деформированной» меди 14 нс ($G = 42.4$ ГПа, $\sigma_Y = 119$ МПа), монокристаллов меди 56 пкс ($G = 42.4$ ГПа, $\sigma_Y = 362$ МПа). Заметим, что при изменении кристаллической структуры металла инкубационное время для меди увеличилось в 250 раз.

Скоростная чувствительность меди (или период подготовки материала к пластическому деформированию) замедляется с уменьшением размеров зерна. На Рис. 38 видно, что при скорости деформации выше $4 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$ изначально «деформированная» медь имеет более высокий предел текучести, чем медь в виде монокристаллов. Следует заключить, что параметр инкубационного времени позволяет качественно наблюдать условный переход, до которого материал имеет постоянный предел текучести, и, начиная с которого, предел текучести начинает монотонно возрастать со скоростью деформации.

Рассмотрим примеры определения времени релаксации как функции механизма пластичности, которые могут быть согласованы с характерным временем релаксации. Время релаксации для доминирующего механизма дислокационной пластичности [59,60,137,160] при квазистатическом нагружении $\sim 10^{-4} - 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ определяется как: $\tau_{DP}^{low} = \frac{B_D}{\rho_D G b^2}$, где B_D – коэффициент фононного трения [161] ($B_D = (\nu_D/2)\rho b^2$, $\nu_D \sim 10^{13} \text{ с}^{-1}$ – частота, близкая к частоте Дебая, ρ – плотность материала), ρ_D – скалярная плотность дислокации, и b – вектор Бюргерса. Время релаксации доминирующего скольжения по границам зерен для нанокристаллических материалов [8,39] при высоких скоростях деформации $\sim 10^7 \text{ с}^{-1}$: $\tau_{GB}^{high} = \frac{k_b T d}{6 G b \nu_D V_s} \exp\left\{\frac{U_b}{k_b T}\right\}$, где k_b – постоянная Больцмана, T – температура, d – размер зерна, U_b – энергии активации, и V_s активационный объем для рассматриваемого процесса ($V_s \sim b^3$). Время релаксации для доминирующего процесса зернограничного проскальзывания [60,137,160] при средней скорости деформации $\sim 10^3 - 10^6 \text{ с}^{-1}$:

$\tau_{GB}^{med} = \frac{k_b T d^3}{40 G b^3 D_c \delta}$, где D_c – коэффициент диффузии и δ – ширина области зернограничной самодиффузии.

На Рис. 38 представлены три теоретические кривые, построенные на основе критерия инкубационного времени (19) и экспериментальных данных для изначально деформированной меди [147,151,152] и для монокристаллов меди [153–155]. В Табл. 15 показано сравнение полученных характерных времен релаксации и времен релаксации (τ_{DP}^{low} ; τ_{GB}^{med} ; τ_{GB}^{high}), рассчитанных с учетом доминирующего механизма пластичности, для меди. Для меди времена имеют одинаковый порядок. С увеличением плотности дислокаций уменьшается время релаксации.

Табл. 15. Сравнение полученных характерных времен релаксации и времен релаксации (τ_{DP}^{low} ; τ_{GB}^{med} ; τ_{GB}^{high}), рассчитанных с учетом доминирующего механизма пластичности, для меди на Рис. 36.

Номер кривой	Плотность дислокации, см ⁻²	Время релаксации [60]	Характерное время релаксации
1	10 ⁶	9 мкс	1 мкс
2	10 ⁹	9 нс	14 нс
3	10 ¹²	9 пс	56 пс

На Рис. 39 показана скоростная зависимость динамического предела текучести (нормированная на величину статического предела текучести) для микрокристаллического (красная кривая), нанокристаллического (оранжевая кривая) никеля, двухфазный ультрамелкозернистый-поликристаллический никель (синяя кривая) и поликристаллический никель (черная кривая) на основе экспериментальных данных \diamond [55], Δ [156], \circ [159], \square [55]. Найденные

характерные времена составили $\tau_Y = 0.575$ мкс для микрокристаллического никеля ($\sigma_Y = 438$ МПа, размер зерна 48.44 мкм), $\tau_Y = 3.3$ мкс для нанокристаллического никеля ($\sigma_Y = 2072$ МПа, размер зерна 17 нм), для двухфазного ультрамелкозернистого-поликристаллического никеля $\tau_Y = 1.176$ мкс и поликристаллического никеля $\tau_Y = 0.255$ мкс. Для нанокристаллического никеля значения статического предела текучести выше в 4.7 раза, чем для микрокристаллического никеля. Скоростная зависимость предела текучести для нанокристаллического никеля и двухфазного никеля (ультрамелкозернистый никель 36% и поликристаллический никель 64%) переместилась в сторону больших значений предела текучести и характерные времена увеличились по сравнению с поликристаллическим и микрокристаллическим никелем (Рис. 39). Таким образом, измельчение структуры никеля увеличивает в несколько раз характерное время релаксации, но не более чем в 6 раз.

2.2. Проблема моделирования динамического предела текучести с помощью численных моделей

В инженерной практике, связанной с пластическим высокоскоростным деформированием металлов, широко используется ряд эмпирических моделей. Рассмотрим и проанализируем результаты некоторых из них, используемых для прогнозирования динамического предела текучести в начальный момент пластической деформации без учета дальнейшего упрочнения и термического воздействия.

2.2.1. Определение параметров численных моделей через два структурно-временных параметра, инвариантных истории нагружения

Оценка предела текучести по модели Купера-Саймондса (Cowper-Symonds model) [162] осуществляется в следующей форме на основе эмпирических параметров B_{CS} q_{CS} :

$$\Sigma_{CS}(\dot{\epsilon}) = \sigma_Y \left(1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{B_{CS}} \right)^{1/q_{CS}} \right) \quad (26)$$

Проводя аналогии между критерием инкубационного времени текучести (19) и моделью Купера-Саймондса (26), построим соотношения для параметров B_{CS} q_{CS} для случая $t_Y > \tau_Y$:

$$q_{CS} = \alpha_Y + 1; B_{CS}(\dot{\epsilon}) = \left[\left(1 - \frac{1}{(\alpha_Y + 1)^{1/\alpha_Y}} \right) \frac{E\tau_Y}{\sigma_Y} \right]^{-\alpha_Y - 1} \dot{\epsilon}^{-\alpha_Y} \quad (27)$$

и для случая $t_Y \leq \tau_Y$:

$$q_{CS} = \alpha_Y + 1; B_{CS} = \frac{\sigma_Y}{E\tau_Y(\alpha_Y + 1)} \quad (28)$$

Таким образом, один из параметров модели Купера-Саймондса выражается через параметр амплитудной чувствительности материала, другой – через оба независимых параметра τ_Y , α_Y . При этом в формуле (27) параметр B_{CS} зависит от скорости деформации.

Классическая модель Джонсона-Кука [13,163] и ее модификация [21] задаются формулами:

$$\Sigma_{JC}(\dot{\epsilon}) = (A_{JC} + B_{JC}\epsilon_p^{n_{JC}}) \left(1 + C_{JC} \ln \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{JC}} \right) \right) \left(1 - \left[\frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right]^{m_{JC}} \right) \quad (29)$$

$$\Sigma_{MCJC}(\dot{\epsilon}) = (A_{JC} + B_{JC}\epsilon_p^{n_{JC}}) \left(1 + C_{JC} \ln \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{JC}} \right) + D_C \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_C} \right)^{k_C} \right) \left(1 - \left[\frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right]^{m_{JC}} \right) \quad (30)$$

где A_{JC} , B_{JC} , C_{JC} , n_{JC} , m_{JC} – постоянные параметры классической модели Джонсона-Кука (29); ε_p – эквивалентная пластическая деформация ($\bar{\varepsilon}$ –тензор малых деформаций $\varepsilon_p = \sqrt{(2/3)\varepsilon_{ij}^{dev}:\varepsilon_{ij}^{dev}}$); $\dot{\varepsilon}$ – пластическая скорость деформации; $\dot{\varepsilon}_{JC} = 1000 \text{ с}^{-1}$ по [21]; T – температура; $\dot{\varepsilon}_{JK}$ – пластическая скорость деформации ($\dot{\varepsilon}_{JC} = 1 \text{ с}^{-1}$ в [13,163,164] и $\dot{\varepsilon}_{JC} = 0.001 \text{ с}^{-1}$ в [165]); D_C , k_C – константы модифицированной модели (30); T – температура; T_m – температура плавления; T_0 – температура, используемая для определения A_{JC} , B_{JC} , n_{JC} .

Рассмотрим классическую модель Джонсона-Кука (29) и модифицированную модель (30) для определения предела текучести в начальный момент пластической деформации ($\varepsilon_p = 0$) и $T=T_0$, то есть остается только скоростной множитель из модели Джонсона-Кука:

$$\Sigma_{JC}(\dot{\varepsilon}) = A_{JC} \left(1 + C_{JC} \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right) \right) \quad (31)$$

$$\Sigma_{MCJC}(\dot{\varepsilon}) = A_{JC} \left(1 + C_{JC} \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right) + D_{JC} \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_C} \right)^{k_C} \right) \quad (32)$$

Подставляя условия определения параметра модели Джонсона-Кука A_{JC} ($\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{JC}$, $T=T_0$) в критерий (19) с условиями (31), получим соответствие между параметром A_{JC} и статическим пределом текучести σ_Y при $T=T_0$. Сравнивая модели структурно-временного подхода текучести (19) и моделей Джонсона-Кука (31) и (32) (при $\dot{\varepsilon} < [(\alpha_Y + 1)^{1/\alpha_Y} \sigma_Y] / [E\tau_Y]$) при $T = T_0$, получим выражение для определения параметра C_{JC} и A_{JC} :

$$C_{JC}(\dot{\varepsilon}) = \left(1 - \frac{1}{(\alpha_Y + 1)^{1/\alpha_Y}} \right) \frac{E\dot{\varepsilon}\tau_Y}{\sigma_Y} \left[\ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right) \right]^{-1}; A_{JC} = \sigma_Y \quad (33)$$

Тогда параметры модифицированной модели Джонсона-Кука (32) D_C и k_C аналогично сопоставляются с критерием (19), при этом параметр k_C имеет обратно пропорциональную зависимость от коэффициента α_Y :

$$k_C = \frac{1}{\alpha_Y + 1}, D_C(\dot{\epsilon}_C) = \left((\alpha_Y + 1) \frac{E \dot{\epsilon}_C \tau_Y}{\sigma_Y} \right)^{1/(\alpha_Y + 1)} \quad (34)$$

Эмпирические параметры формулы Джонсона-Кука D_C и C_{JC} является зависимыми от фиксированной скорости деформации, и параметр k_C имеет обратно пропорциональную зависимость от параметра амплитудной чувствительности материала α_Y . При этом поведение предела текучести на высоких скоростях деформации лучше описывает модифицированная модель Джонсона-Кука. Таким образом, два параметра характеризуют поведение динамического предела текучести как в модели Джонсона-Кука, так и в модели Купера-Саймондса, и один из них зависит от скорости деформации.

2.2.2. Сравнительный анализ скоростных зависимостей предела текучести по моделям Купера-Саймондса, Джонсона-Кука и структурно-временного подхода

На примере стали [164] ($\sigma_Y=558$ МПа, $E=210$ ГПа) показано, что “линейный” рост предела текучести со скоростью деформации по классической модели Джонсона-Кука (29) ($A_{JC}=530$ МПа, $C_{JC}=0.0017$, $\dot{\epsilon}_{JC} = 1 \text{ с}^{-1}$) формально дает хорошее соответствие с экспериментальными данными (рис. 40, линия 1). Применение критерия (19) ($\alpha_Y=26$, $\tau_Y=9.58$ мкс) позволяет предсказывать нестабильное поведение предела текучести в широком диапазоне скоростей деформации (рис. 40, линия 2). Тогда по (38) параметр C_{JC} при скорости деформации 10 с^{-1} равен 0.00186 и совпадает численно с полученным в работе [164].

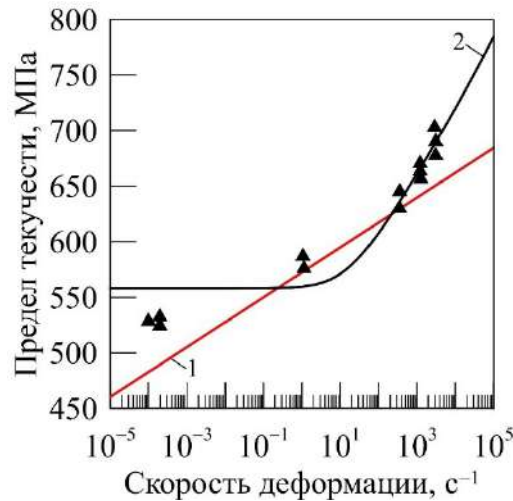


Рис. 40. Зависимость предела текучести от скорости деформации для стали ASTM A36 (экспериментальные значения [164] обозначены треугольниками) по классической модели Джонсона-Кука (29) (линия 1) и критерию (19) (линия 2).

Рассмотрим экспериментальные данные для алюминиевого сплава 7075-T6 [165] и никеля [166]. На Рис. 41 и Рис. 42 показаны зависимости предела текучести в широком диапазоне скоростей деформации, построенные по моделям Джонсона-Кука (29), (30) (Рис. 41: $A_{JC}=473$ МПа, $C_{JC}=0.033$; Рис. 40: $A_{JC}=200$ МПа, $C_{JC}=0.01$, $D_C=0.25$, $k_C=0.5$) и подхода (19) (Рис. 41: $\sigma_Y=473$ МПа, $\tau_Y=6.5$ мкс, $\alpha_Y=1$; Рис. 40: $\sigma_Y=240$ МПа, $\tau_Y=0.5$ мкс, $\alpha_Y=1$). Подход (19) и модель (30) дает хорошее соответствие с экспериментальными данными, как в статике, так и в динамике на Рис. 42. Как показано на Рис. 42, классическая модель Джонсона-Кука (29) дает удовлетворительную оценку предела текучести только до скорости деформации порядка 10^3 с⁻¹. Характеристики моделей Джонсона-Кука (29), (30) были вычислены через параметры структурно-временного подхода текучести (19) по формулам (33), (34): $C_{JC}=0.036$, $D_C=1.4$ (при $\dot{\epsilon}=1000$ с⁻¹), $k_C=0.5$ [165]; $C_{JC}=0.032$ (при $\dot{\epsilon}=1000$ с⁻¹), $D_C=0.9$ (при $\dot{\epsilon}=1000$ с⁻¹), $k_C=0.5$ [166]. На рис. 41 и рис. 42 структурно-временной подход текучести (19) и модель Купера-Саймондса (26) дают хорошее соответствие в

определении предела текучести начиная со скорости деформации 10^2 с^{-1} (Рис. 41) и 10^3 с^{-1} (Рис. 42).

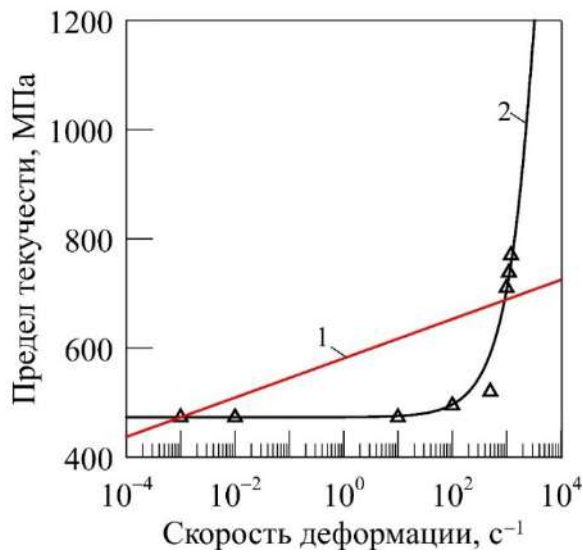


Рис. 41. Зависимость предела текучести от скорости деформации для алюминиевого сплава 7075-T6 (экспериментальные значения [165] обозначны треугольниками) по классической модели Джонсона-Кука (29) (линия 1) и критерию (19) (линия 2).

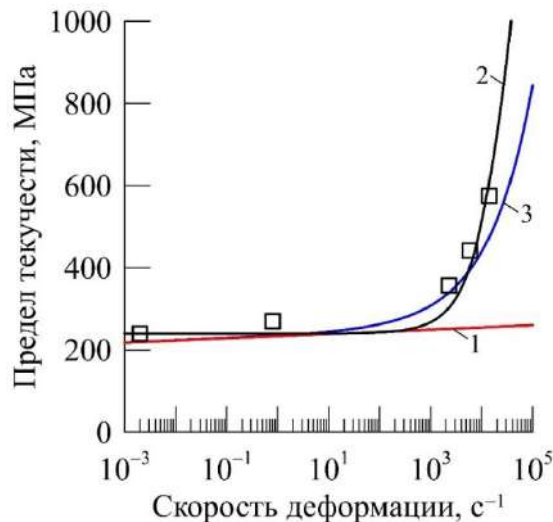


Рис. 42. Зависимость предела текучести от скорости деформации для никеля (экспериментальные значения [166] обозначны квадратами) по классической модели Джонсона-Кука (29) (линия 1) и подходу (19) (линия 2), по модифицированной модели Джонсона-Кука (30) (линия 3).

На Рис. 43 представлены скоростные зависимости предела текучести для алюминиевого сплава 7449-T7651 [167] ($\sigma_Y=519$ МПа, $E=70$ ГПа), построенные по модели Купера-Саймондса (26) ($B_{CS}=15007$ с⁻¹, $q_{CS}=0.95$) лучше может совпадать с прогнозированием по критерию инкубационного времени текучести ($\alpha_Y=1$, $\tau_Y=0.94$ мкс), как показано на Рис. 41 на примере алюминиевого сплава.

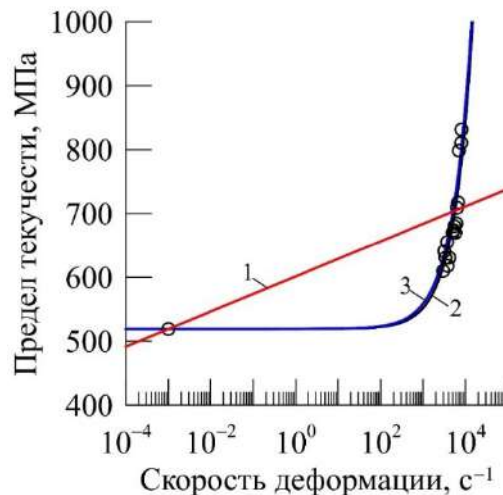


Рис. 43. Зависимость предела текучести от скорости деформации для алюминиевого сплава 7449-T7651 (экспериментальные значения [167] обозначены кружками) по классической модели Джонсона-Кука (29) (линия 1), подходу (19) (линия 2) и модели Купера-Саймондса (26) (линия 3).

Также сравним теоретические зависимости предела текучести от скорости деформации, вычисленные по модели Купера-Саймондса (26), Джонсона-Куку (29) и критерия инкубационного времени текучести (19). С помощью экспериментальных результатов на стержнях Гопкинсона [168] для двух сталей DP1200 ($\sigma_Y=1.1$ ГПа, $E=210$ ГПа) и DP 1400 ($\sigma_Y=1.3$ ГПа, $E=210$ ГПа) исследуем эффективности двух моделей Купера-Саймондса (26) и критерия инкубационного времени текучести (19) (Рис. 44 и Рис. 45). Подобранные параметры двух моделей Купера-Саймондса (26) из работы [168] и критерия инкубационного времени текучести (19) представлены в Табл. 16. Обе модели дают хорошее соответствие с экспериментальными

данными для стали в широком диапазоне скоростей деформации 10^{-3} – 10^3 c^{-1} . Пересечение теоретических скоростей, построенных по модели Купера-Саймондса (26) и критерию (19), наблюдается при скорости деформации и происходит при скорости деформации $\sim 10^3$ c^{-1} .

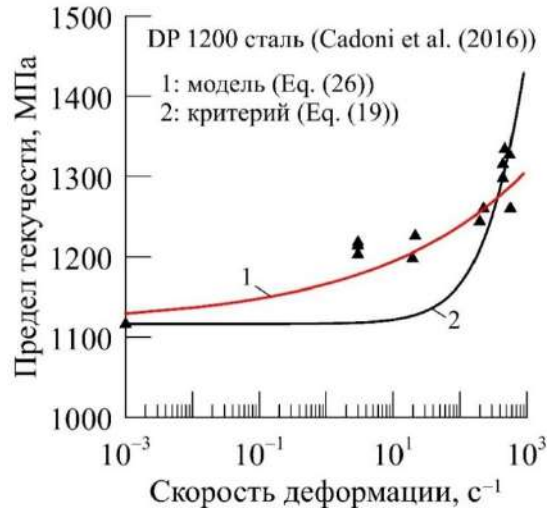


Рис. 44. Скоростные зависимости предела текучести стали DP1200 (экспериментальные данные из работы [168]), построенная по моделям Купера-Саймондса (26) (1 линия) и критерия инкубационного времени текучести (19) (2 линия).

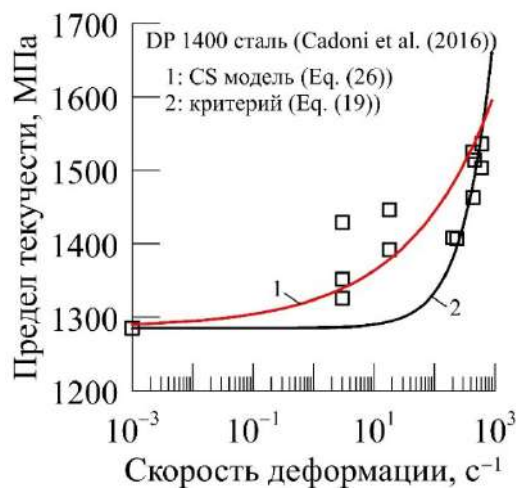


Рис. 45. Скоростные зависимости предела текучести стали DP1400 (экспериментальные данные из работы [168]), построенная по моделям Купера-Саймондса (26) (1 линия) и критерия инкубационного времени текучести (19) (2 линия).

Табл. 16. Определение параметров модели Купера-Саймондса (26) по характеристикам структурно-временного критерия текучести (19) и сравнение их с оригинальными параметрами, подобранными по модели Купера-Саймондса (Ур. (27), (28)).

Материал	Ссылка	Параметры критерия (19)	Параметры модели (26)		Параметры модели (26), вычисленные через параметры критерия (19)			
			α_Y	τ_Y , мкс	B_{CS} , с ⁻¹	q_{CS}	$B_{CS} (\dot{\epsilon})$ (27), с ⁻¹	B_{CS} (28), с ⁻¹
Сплав Al 7449-T7651	[167]	1	0.94	15007	0.95	15080 (16500)	3944	2
Сталь В500А	[170]	1	1.48	141917	2.89	141200 (92)	901	2
Сталь DP 1200	[168]	4.14	3.78	857000 0	5.14	8708000 (390)	339.6	5.14
Сталь DP 1400	[168]	2.27	4	94000	3.27	94320 (910)	339.6	3.27

На Рис. 46 построены теоретические зависимости предела текучести от скорости деформации и экспериментальные результаты испытаний на расщепленном стержне Гопкинсона для алюминиевого сплава 6082-T6 ($\sigma_Y=335$ МПа, $E=71.7$ ГПа) из работы [169]. В табл. 17 приведены параметры модели Джонсона-Кука (29), полученные в статье [169], и параметры критерия инкубационного времени текучести (19) для алюминиевого сплава 6082-T6.

Как показано на рис. 46, модель Джонсона-Кука (29) дает удовлетворительную оценку предела текучести только до скорости деформации порядка 10^4 с^{-1} . В противоположном случае критерий (19) позволяет прогнозировать значения предела текучести для всего диапазона скоростей деформации 10^{-4} – 10^5 с^{-1} , включая экспериментальные данные предела текучести для скоростей деформации более 10^4 с^{-1} .

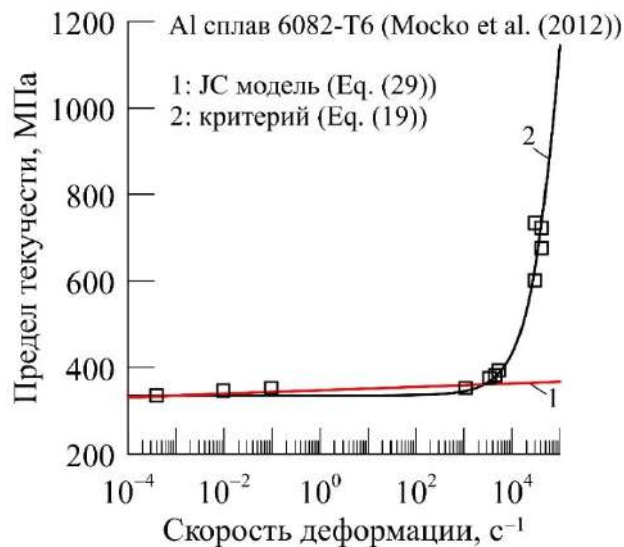


Рис. 46. Скоростные зависимости предела текучести алюминиевого сплава 6082-T6 (экспериментальные данные из [169]), построенного по модели Джонсона-Кука (29) (1 линия) и критерия инкубационного времени текучести (19) (2 линия).

Рассмотрим экспериментальные данные для стали В500А [170] ($\sigma_Y=560 \text{ МПа}$, $E=210 \text{ ГПа}$) и проведем сравнение расчетных схем динамического предела текучести по критерию инкубационного времени (19) ($\alpha_Y=1$, $\tau_Y=1 \text{ мкс}$), модели Купера-Саймондса (26) и классической модели Джонсона-Кука (29) ($A_{JC}=564 \text{ МПа}$, $C_{JC}=0.001769$) (Рис. 47). Модель (26) и подход (19) и дают хорошее соответствие с экспериментальными данными для стали в широком диапазоне скоростей деформации 10^{-3} – 10^3 с^{-1} , в отличие от модели (29).

Таблица 17. Определение параметров моделей Джонсона-Кука через параметры модели структурно-временного критерия текучести (19) по Ур. (33) и сравнение их с оригинальными параметрами, подобранными по модели Джонсона-Кука (29).

Материал	Параметры критерия (19)		Параметры критерия (29)		Параметры модели (29), вычисленные через параметры критерия (19)
	α_Y	$\tau_Y, \text{МКС}$	$\dot{\epsilon}_{JC}, \text{с}^{-1}$	C_{JC}	
Сплав Al 7075-T6 [165]	1	6.5	0.001	0.033	0.036 (1000 с^{-1})
Сплав Al 6082-T6 [169]	1	0.27	0.001	0.00519	0.00514 (2600 с^{-1})
Сталь ASTM A36 [164]	26	9.58	1	0.0017	0.00186 (10 с^{-1})
Ni [21]	1	0.5	1	0.01	0.12 (300 с^{-1})

В представленных эмпирических моделях два параметра, также как и в критерии инкубационного времени текучести. Но один из этих эмпирических параметров связывается только с параметром амплитудной чувствительности материала (α_Y), а другой и с амплитудной чувствительностью (α_Y) и со скоростной чувствительностью (τ_Y) одновременно и при этом второй эмпирический параметр связан с некоторой скоростью деформации, которая не всегда одинакова от эксперимента к эксперименту. Таким образом, в моделях Джонсона-Кука и Купера-Саймондса можно выделить три

эмпирические константы. Представленные результаты в табл. 16 показывают, что в модели Купера-Саймондса (26) изначально две константы, но что бы получить их по параметрам критерия можно сопоставлять их не с динамической ветвью (28), а со статической (27).

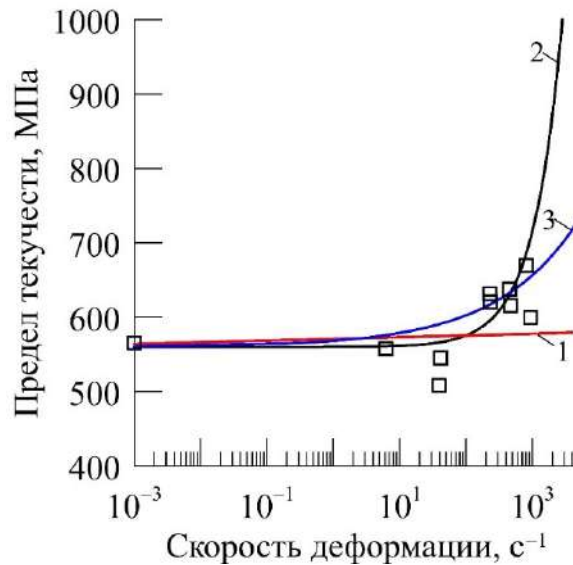


Рис. 47. Зависимость предела текучести от скорости деформации для стали V500A (экспериментальные значения [170] обозначены квадратами) по классической модели Джонсона-Кука (29) (линия 1), критерию (19) (линия 2) и модели Купера-Саймондса (26) (линия 3).

В Табл. 16 и Табл. 17 представлены эмпирические параметры моделей Джонсона-Кука (29) и Купера-Саймондса (26) для различных материалов (никель; стали: DP 1200 [168], DP 1400 [168], ASTM A36 [164], V500A [170]; алюминиевые сплавы: 7449–Т7651 [167], 7075–Т6 [165], 6082–Т6 [169]) из работ авторов и вычисленных параметров моделей Джонсона-Кука и Купера-Саймондса через параметры критерия инкубационного времени (19). Напомним, что параметры α_Y и τ_Y критерия (19) рассчитываются на основе экспериментальных значений предела текучести в зависимости от скорости деформации. В Табл. 16 Табл. 17 показано, что оценки параметров моделей Купера-Саймондса (26) и Джонсона-Кука (29) по статической ветви критерия инкубационного времени (27), где параметры зависят от скорости

деформации, дают лучшее соответствие, относительно динамической ветви инкубационного времени (28). Таким образом, три параметра фактически используются для прогнозирования теоретических скоростей зависимости предела текучести по модели Купера-Саймондса (26) и модели Джонсона-Кука (29). Модификации простых эмпирических моделей для прогнозирования отношений между напряжением и деформацией при динамическом нагружении, предложенные в [17] сильно усложняют исходную эмпирическую модель, учитывая ряд новых параметров. Однако критерий (19) использует только две инвариантные к истории нагружения характеристики, которые не требуют дополнительных модификаций при высоких скоростях деформации.

2.3. Релаксационная модель пластичности для гомогенных материалов

2.3.1. Общая формулировка

Релаксационная модель пластичности [59,60] как развитие структурно-временного подхода к пластичности [57,171] основана на идее использования понятия инкубационного времени материала [172]. Использование инкубационного времени материала для описания временных эффектов пластической деформации рассматривает релаксацию напряжения сдвига как временной процесс, связанный с движением дефектов [59,60]. Сама релаксация может осуществляться различными физическими механизмами в зависимости от конкретного материала. В терминах инкубационного времени материала механизм релаксации явно не описывается, но утверждается, что он требует некоторого характерного времени из-за движения микродефектов. Точку отсчета начала текучести при произвольном импульсе нагрузки

определяют с помощью структурно-временного подхода текучести (Раздел 2.1.1), основанного на инкубационном времени [57,58,138,171].

Наблюдаемые временные эффекты текучести на деформационных зависимостях, отличающихся растущей скоростью деформации, учитываются с помощью критерия инкубационного времени. Чтобы построить весь набор деформационных зависимостей в широком диапазоне скоростей деформации, рассмотрим обобщенный структурно-временной подход к пластической деформации, называемый релаксационной моделью пластичности [59,60]. Введем безразмерную функцию релаксации $0 < \gamma(t) \leq 1$, определяемую как следующую

$$\gamma(t) = \begin{cases} 1, & \frac{1}{\tau_Y} \int_{t-\tau_Y}^t \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y} ds \leq 1, \\ \left[\frac{1}{\tau_Y} \int_{t-\tau_Y}^t \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y} ds \right]^{-1/\alpha_Y}, & \frac{1}{\tau_Y} \int_{t-\tau_Y}^t \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y} ds > 1, \end{cases} \quad (35)$$

Условие $\gamma(t) = 1$ в уравнение (35) связано с упругими деформациями, накапливаемыми до начала пластического течения t_Y . Постепенное уменьшение функции релаксации в диапазоне скоростей деформации $0 < \gamma(t) < 1$ соответствует моменту пластического деформирования материала. На пластической стадии деформирования, $t \geq t_Y$, удовлетворяет условию для функции релаксации $\gamma(t)$:

$$\frac{1}{\tau_Y} \int_{t-\tau_Y}^t \left(\frac{\gamma(t)\Sigma(s)}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y} ds = 1. \quad (36)$$

Равенство (36) сохраняется за счет фиксирования состояния в момент текучести ($t=t_Y$) и последующей релаксацией накопленных до начала пластического течения упругих напряжений ($0 < \gamma(t) < 1$). Актуальные напряжения $\sigma(t)$ в деформируемом образце определяются в следующей форме:

$$\sigma(t) = E(t)\varepsilon(t), \quad (37)$$

где $E(t)=E\gamma^{1-\beta}(t)$ является коэффициент, связанный с поведением напряжений; β скалярный параметр ($0\leq\beta<1$), характеризующий степень упрочнения материала. Случай $\beta=0$ соответствует пластическому деформированию без упрочнения. Рассматривая стадии упругого и пластического деформирования отдельно, получим следующую расчетную формулу соотношений напряжение-деформация из Ур. (37), перезаписывая как:

$$\sigma(t) = \begin{cases} E\varepsilon(t), & t < t_*, \\ E\varepsilon(t)\gamma(t)^{1-\beta}, & t \geq t_*. \end{cases} \quad (38)$$

Набор фиксированных параметров, α_Y , τ_Y , β , используемый при построении деформационной кривой, не зависит от скорости деформации и привязан только к изменениям структуры материала. Используя набор параметров структурно-временного подхода и релаксационной модели пластичности (α_Y , τ_Y , β) можно спрогнозировать различные типы деформационных кривых, реализующихся на одном материале в широком диапазоне скоростей деформации.

2.3.2. Технические аспекты прогнозирования параметров α_Y , τ_Y , β для прогнозирования деформационных зависимостей

В этой подсекции, обсуждаются изменения в деформационной кривой под влиянием параметров α_Y , τ_Y , и β . Напомним, что параметры α_Y , τ_Y , и β инвариантны к скорости нагружения, и соответственно имеют фиксированные значения для рассматриваемого гипотетического материала. Таким образом, теоретическая деформационная кривая с различными едиными наборами параметров (α_Y , τ_Y , β) формально соответствует различным гипотетическим материалам.

Для двух любых деформационных зависимостей, построенных для различных скоростей деформации, есть три измеряемых характеристики: предел текучести, расстояние между зависимостями на стадии упрочнения, и угол, определяющийся между деформационными зависимостями в случае идеальной пластичности и в случае упрочнения. Единый набор параметров α_Y , τ_Y и β является оптимальным (минимальным) для двух любых деформационных зависимостей с различными скоростями деформации, так как можно наблюдать три реакции материала на приложенную нагрузку: амплитудную, характеризующуюся параметром α_Y , скоростную, характеризующуюся параметром τ_Y и упрочняющуюся, характеризующуюся параметром β . Три предельных случая $\alpha_Y=1$, $\tau_Y=0$ и $\beta=0$ для каждого из параметров можно описать как случаи отсутствия амплитудной, скоростной и упрочняющейся (идеальная пластичность), соответственно.

Два параметра α_Y и τ_Y определяются из зависимости предела текучести от скорости деформации, полученной из набора деформационных зависимостей в широком диапазоне скоростей деформации. Оба параметра имеют различное влияние на динамический предел текучести. С увеличением параметра α_Y или τ_Y , предел текучести увеличивается или уменьшается (Рис. 48а, Рис. 49а), соответственно. Также параметрами τ_Y и α_Y может быть выполнено регулирование расстояния между деформационными зависимостями после начала процесса текучести, отличающиеся скоростью деформации (Рис. 48б; Рис. 48в; Рис. 49б; Рис. 49в). В отличие от изменения параметра τ помимо изменения расстояния между кривыми деформации изменяется угол ее наклона в точке предела текучести. Это заметно при сравнении следующих пар рисунков: Рис. 48б и Рис. 49в; Рис. 48в и Рис. 49б. Отдаляясь по деформациям на стадии упрочнения расстояние между деформационными кривыми постепенно уменьшается. Уменьшая значение τ_Y (рис. 48в) или увеличивая значение α_Y (рис. 49б, рис. 49в), можно замедлить процесс

сходимости деформационных зависимостей для разных скоростей деформации. При варьировании кривых деформирования для определения параметра β изменяется только угол упрочнения (рис. 50). Чем выше значение параметра β , тем больше напряжение на деформационной кривой, при этом значения предела текучести не изменяется.

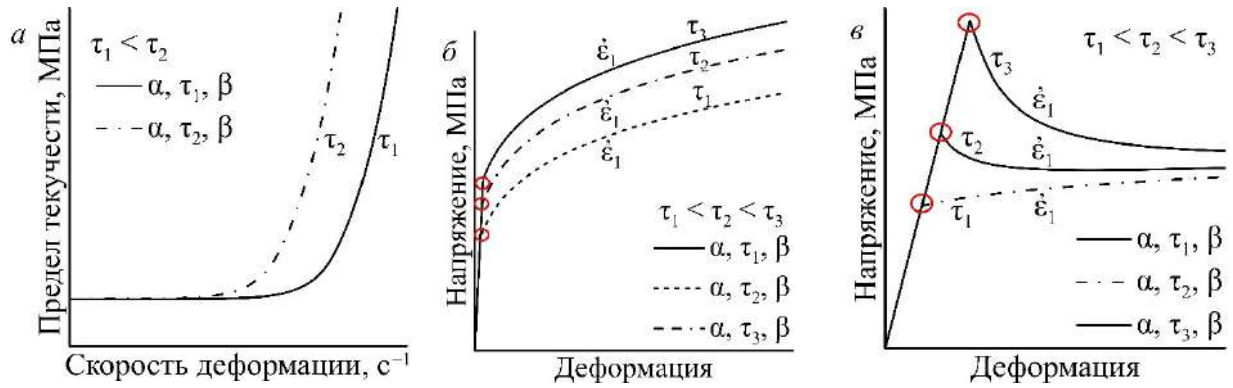


Рис. 48. (а) Скоростная зависимость предела текучести для двух материалов с различными параметрами τ ; (б) и (в). Изменения в пределе текучести на деформационных диаграммах с различными параметрами τ , прогнозируемых по релаксационной модели пластичности.

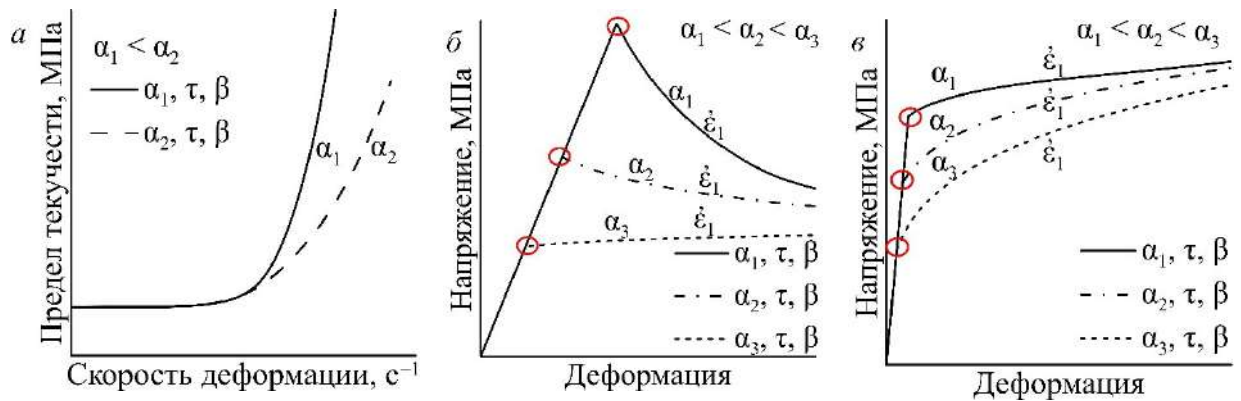


Рис. 49. (а) Скоростные зависимости предела текучести для двух материалов с различными параметрами α ; (б) и (в). Изменения в пределе текучести на деформационных диаграммах с различными параметрами α , прогнозируемых по релаксационной модели пластичности.

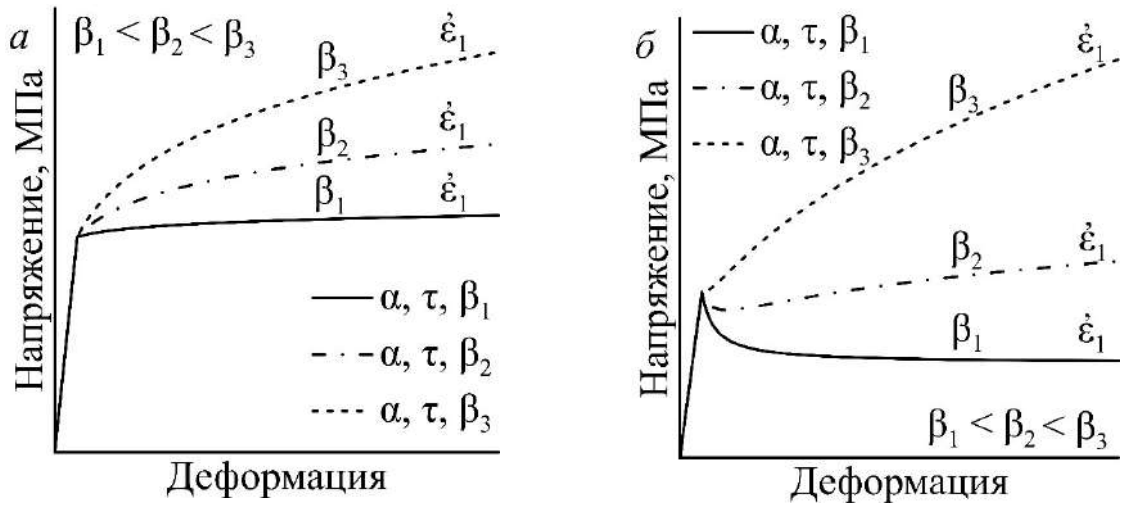


Рис. 50. Изменения предела текучести на деформационных диаграммах с различными параметрами β , прогнозируемых по релаксационной модели пластичности.

Деформационные зависимости могут иметь или не иметь эффект зуба текучести с различными наборами параметров α_Y , τ_Y , и β (Рис. 48–Рис. 50). Примеры наборов для различных гипотетических материалов, используемых при построении деформационных зависимостей на Рис. 48 –Рис. 50, показаны в Табл. 18 –Табл. 20. Таким образом, присутствие эффекта зуба текучести на деформационной зависимости выполняется автоматически в модели, с помощью единого набора трех параметров.

Табл. 18. Параметры различных гипотетических материалов, показанных на рис. 48. Деформационные зависимости на рис. 48 построены при скоростях деформации $\dot{\epsilon}_1=500 \text{ c}^{-1}$ (Рис. 48б) and $\dot{\epsilon}_1=1800 \text{ c}^{-1}$ (Рис. 48в).

Номер	E , ГПа	σ_Y , МПа	α_Y	τ_1 , мкс	τ_2 , мкс	τ_3 , мкс	β
Рис.							
Рис. 48а	210	558	1	10	100	–	–
Рис. 48б	205	610	20	4	50	300	0.18
Рис. 48в	205	1400	1	0.5	6	15	0.1

Табл. 19. Параметры различных гипотетических материалов, показанных на рис. 49. Деформационные зависимости на рис. 49 построены при скоростях деформации при $\dot{\epsilon}_1=5000 \text{ с}^{-1}$ (Fig. 49б) и $\dot{\epsilon}_1=5000 \text{ с}^{-1}$ (Fig. 49в).

Номер Рис.	E , ГПа	σ_Y , МПа	α_1	α_2	α_3	τ_Y , мкс	β
Рис. 49а	210	558	1	3	–	100	–
Рис. 49б	150	1400	1	3	18	18	0.1
Рис. 49в	205	450	3	5	15	10	0.3

Табл. 20. Параметры различных гипотетических материалов, показанных на рис. 50 при скоростях деформации $\dot{\epsilon}_1=5000 \text{ с}^{-1}$ (Рис. 50а) и $\dot{\epsilon}_1=800 \text{ с}^{-1}$ (Рис. 50б).

Номер рис.	E , ГПа	σ_Y , МПа	α_Y	τ_Y , мкс	β_1	β_2	β_3
Рис. 50а	206.9	450	10	20	0.12	0.2	0.28
Рис. 50б	206.9	310	1	5	0	0.2	0.4

Релаксационная модель пластичности описывает временные эффекты материалов, возникающие на начальном этапе пластической деформации. Представленная модель не претендует на прогнозирование всей кривой деформации вплоть до разрушения. Любые другие эффекты, возникающие при больших деформациях, не могут быть предсказаны моделью. Итак, ограничение модели состоит в том, что для определения параметров материала (α_Y, τ_Y, β) необходимо использовать экспериментальные данные динамических экспериментов: зависимости предела текучести от скорости деформации и нестабильные деформационные зависимости при различных скоростях деформации.

2.3.3. Эффект зуба текучести на примере сталей

Качественный вид деформационной кривой существенно зависит от скоростного режима деформирования. Рассмотрим возникающий эффект зуба текучести с возрастанием скорости деформации на целой деформационной зависимости для листовой стали TRIP 800 [173], стали марки 590 МПа [174] и стали DP600 [175], наблюдаемый в динамических и квазистатических экспериментах в широком диапазоне скоростей деформации. Перечисленные типы стали активно применяются в автомобильной промышленности. Используя диаграммы сталей [173–176] на разных скоростях деформации покажем, что любой набор кривых напряжение-деформация металлов, с изменяющимся пределом текучести и с появляющимся зубом текучести может быть спрогнозирован на основе релаксационной модели пластичности.

Теоретические деформационные зависимости, построенные по релаксационной модели пластичности на Рис. 51 для стали TRIP 800 ($E=150$ ГПа, $\sigma_y=510$ МПа), для стали марки 590 МПа ($E=210$ ГПа, $\sigma_y=280$ МПа), стали DP600 ($E=200$ ГПа; $\sigma_y=310$ МПа) и стали 2.3Ni-Cr ($E=200$ ГПа; $\sigma_y=610$ МПа) дают хорошее соответствие с экспериментальными данными [173–176]. Параметры релаксационной модели пластичности представлены в Табл. 21.

На Рис. 51*а,б,в* в экспериментах на сталях TRIP 800, 590 МПа, DP600 наблюдался плавный переход на стадию текучести на скорости деформации 0.001 с^{-1} и эффект аномального высокого напряжения («зуб текучести») на скорости деформации 2650 с^{-1} (Рис. 51 *а*), 1100 с^{-1} (Рис. 51 *б*), 500 с^{-1} (Рис. 51 *в*), соответственно. С помощью релаксационной модели пластичности процесс упрочнения после наступления начала текучести эффективно моделируется как на зависимости с плавным переходом (линия 1), так и с резким (линия 2), выражаемым «зубом текучести».

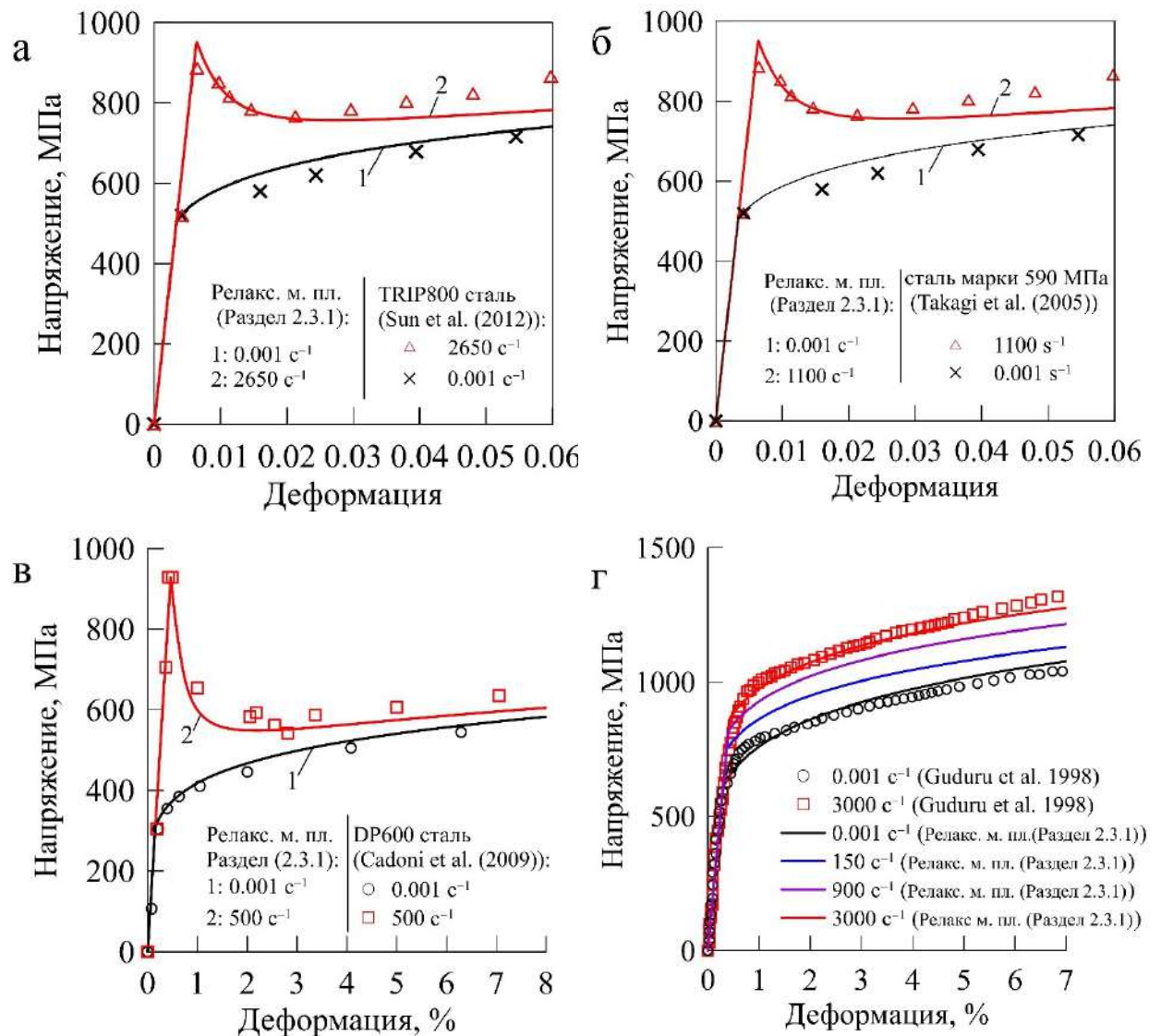


Рис. 51. Вычисленные по релаксационной модели пластичности (Раздел 2.3.1) деформационные зависимости (а) TRIP800 листовой стали [173] на скоростях деформации 0.001 c^{-1} и 2650 c^{-1} , (б) стали марки 590 МПа [174] на скоростях деформации 0.001 c^{-1} и 1100 c^{-1} , (в) для стали DP 600 [175], (г) для стали 2.3Ni-1.3Cr [176].

Табл. 21. Параметры релаксационной модели пластичности для сталей, которые определены по экспериментальным данным [173–176].

Марка стали	Ссылка на экспериментальные данные	α_Y	τ_Y , мкс	β
TRIP 800	[173]	2	2.8	0.13
590 MPa	[174]	2.5	8.5	0.17
DP600	[175]	1	14	0.16
2.3Ni-Cr	[176]	20	70	0.18

В теоретических зависимостях напряжение-деформация при четырех скоростях деформирования 0.001 с^{-1} , 150 с^{-1} , 900 с^{-1} , 3000 с^{-1} плавно возрастает предел текучести с последующей стадией упрочнения. При этом отсутствие явления зуба текучести для стали [176] в диапазоне скоростей деформации 0.001 с^{-1} – 3000 с^{-1} предсказывается с помощью постоянных параметров релаксационной модели пластичности (Табл. 21).

Релаксационная модель пластичности позволяет прогнозировать широкий спектр напряженно-деформированных отношений в условиях квазистатического и динамического нагружения, которые можно сгруппировать в два типа. К первому типу относятся типичные соотношения напряжение-деформация, при которых предел текучести изменяется пропорционально всей кривой деформации (рис. 51 г). Появление и исчезновение явления падения текучести, наблюдаемое на Рис. 51 а, б, в, свидетельствует о другом типе кривых растяжения. Таким образом, эффект роста предела текучести и последующего спада напряжений, связанный с протекающими релаксационными процессами в материале, со скоростью деформации может быть спрогнозирован на основе релаксационной модели пластичности.

2.4. Сравнение деформационных откликов по релаксационной модели пластичности с известными численными моделями

Разработка эффективного инструмента для расчета деформационных зависимостей в широком диапазоне скоростей деформации актуальна для разработки инженерных приложений. Отклики металлов к динамическому нагружению зависят от истории деформирования. Одновременный рост предела текучести и всей кривой напряжения-деформации после начала текучести является типичным свидетельством временного характера пластической деформации. Однако эксперименты на мягких сталях [170,174,175,177,178] в широком диапазоне скоростей деформации демонстрируют другой временной эффект, известный как эффект зуба текучести. Часто аномальное увеличение пикового напряжения, сопровождаемое последующим падением напряжений, игнорируется многими из существующих моделей динамической пластичности. Вероятно, это связано с тем, что мы получаем одинаковые зависимости предела текучести от скорости деформации для каждого временного воздействия. Необходимо использовать подходы, которые позволили бы учитывать два временных эффекта чувствительности материалов к скорости деформации, с появляющимся и отсутствующим эффектом зуба текучести.

Динамический эффект зуба текучести на ранних стадиях деформации, возникающий из-за увеличения скорости деформации, является отражением наличия характерных релаксационных процессов, которые в общем случае можно представить характерными временами. В случае эффекта зуба текучести процесс текучести может быть определен двумя критическими напряжениями, называемыми «высокий предел текучести» и «низкий предел текучести». Эффект зуба текучести имеет решающее значение для понимания динамической природы сброса напряжений. По предложенной

релаксационной модели пластичности (Раздел 2.3.1) пиковое напряжение или высокий предел текучести определяет верхний предел текучести.

Рассмотрим теперь испытания стали В500А на растяжение, выполненные в работе [170]. По модели Джонсона-Кука (рис. 52 а) и релаксационной модели пластичности (рис. 52 б) зависимость напряжение-деформация при скоростях деформации 0.001 с^{-1} и 1000 с^{-1} имеет вид построен. Параметры релаксационной модели пластичности равны $\tau\gamma=1.48$ мкс, $\alpha\gamma=1$, $\beta=0.032$. Аналогично при пластическом деформировании стали TRIP800 (рис. 51 а) и стали марки 590 МПа (рис. 51 б), явление зуба текучести при скорости деформации 1000 с^{-1} и монотонный переход от упругого к пластической деформации при 0.001 с^{-1} . Модель Джонсона-Кука может предсказывать только типичные соотношения напряжения и деформации, где предел текучести может изменяться при этом деформационная зависимость остается монотонным. Тем не менее на основе релаксационной модели пластичности объясняются и предсказываются динамические эффекты пластичности с использованием фиксированного набор параметров.

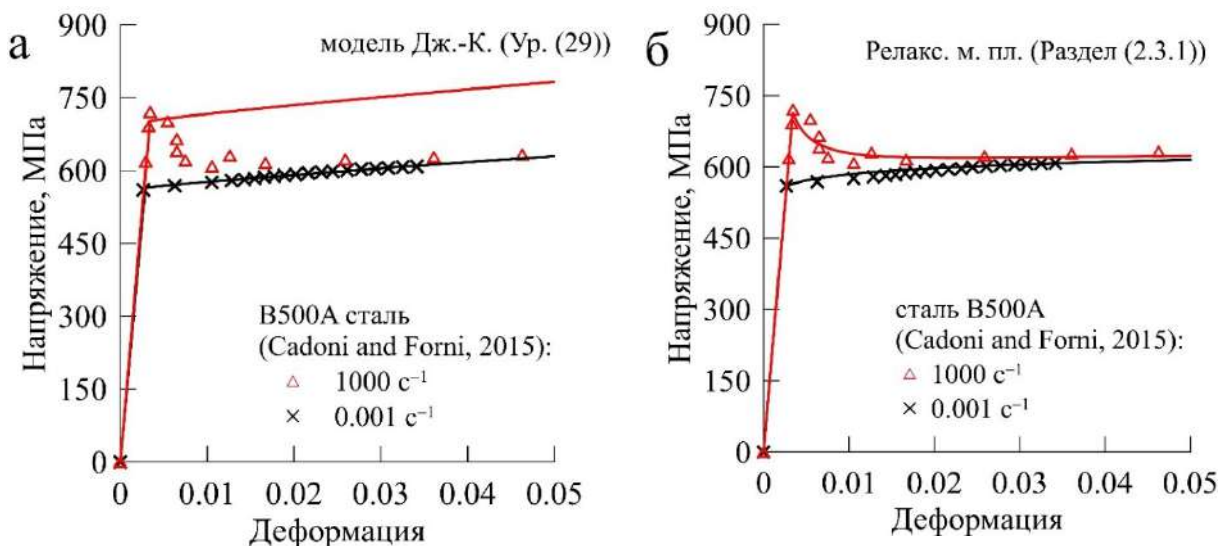


Рис. 52. Деформационно-напряженные зависимости стали В500А [170] от скоростей деформации 0.001 с^{-1} и 1000 с^{-1} , рассчитанные по модели Джонсона-Кука (а) и релаксационной модели пластичности (б).

Численные модели Джонсона-Кука [13] и Русинека-Клепачко [179] не всегда способны описать скоростные зависимости предела текучести (Раздел 2.2.2). Расширенные эмпирические модели имеют множество параметров (Раздел 2.2.2), но не дают единой точки зрения на прогнозирование скоростного эффекта. Эффект зуба текучести, определяемый как пик напряжения в начале необратимой деформации, не может быть предсказан динамическими моделями пластичности (Рис. 52 *a*), представленные в Разделе 2.2.2. Возникновение эффекта зуба текучести указывает на доминирующую роль временных процессов, предшествующих началу пластической деформации. В случае эффекта зуба текучести начало процесса текучести можно определить по двум критическим напряжениям, называемым «верхний предел текучести» и «низкий предел текучести». Эмпирические динамические модели пластичности Джонсона-Кука рассчитывают зависимость верхнего предела текучести от скорости деформации и игнорируют эффект падения текучести (рис. 52 *a*). Модели, основанные на теории дислокаций, принимают во внимание степень верхнего предела текучести и стадию падения напряжения до установления равномерной текучести, но не оценивают зависимость материала от скорости деформации [23], в отличие от релаксационной модели пластичности (рис. 52 *б*). Поэтому для разработки модели, описывающей широкий диапазон нагрузок, необходимо учитывать как структурные, так и временные особенности процесса пластического деформирования твердых тел.

В этом разделе проводится сравнение известных динамических моделей пластической деформации путем прогнозирования временных эффектов процесса текучести. Даются выражения для некоторых параметров эмпирических моделей и расширенной модели Русинека-Клепачко через характеристики релаксационной модели пластичности. Будут спрогнозированы деформационные зависимости в широком диапазоне скоростей деформации для алюминиевых сплавов АА 7075 Т6, АА 2519А и

сталей В500А, AISI 4340, TRIP800, 2.3Ni-Cr, 590 МПа на основе релаксационной модели пластичности и существующих оригинальных и улучшенных эмпирических моделей (модель Джонсона-Кука [13], модель Зерилли-Армстронга [180], модель Хана-Хуан-Ляна [14]) и другая расширенная феноменологическая модель Русинека-Клепачко [163]. Обсуждаются основные вопросы существующих моделей динамической пластичности при одновременном прогнозировании монотонного роста предела текучести и эффекта зуба текучести при малых деформациях. Будет показано, что параметры исходных и модифицированных эмпирических моделей и модели Русинека-Клепачко не являются инвариантными к истории нагружения.

2.4.1. Сравнение с модифицированными моделями Джонсона-Кука

Эмпирические модели пластической деформации не всегда способны описать временные эффекты текучести материала. Рассмотрим различные расширения исходной модели Джонсона-Кука (29). В статье [181] модификация упрочняющей части исходной модели Джонсона-Кука, известная как модель Liu-He-Chen-Tang (модель ЛНСТ), может быть записана как:

$$\Sigma_{MJC2}(\varepsilon_p) = A_{JC}(1 + E_{MJC2}\varepsilon_p + F_{MJC2}\varepsilon_p^2) \left(1 + C_{JC} \ln \left\{ \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right\}\right) \left(1 - \left\{ \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right\}^{m_T}\right) \quad (39)$$

где E_{MJC2}, F_{MJC2} являются новыми эмпирическими параметрами. Сравнение теоретических деформационных зависимостей для алюминиевого сплава 2519А [181] для скоростей деформации 0.001 с^{-1} , 2357 с^{-1} , 5542 с^{-1} ,

построенных при деформации 6% по модели Джонсона-Кука при $\dot{\epsilon}_{JC} = 1 \text{ c}^{-1}$, модели ЛНСТ при $\dot{\epsilon}_{JC} = 1 \text{ c}^{-1}$ и релаксационной модели пластичности (Раздел 2.3.1) представлено на Рис. 53.

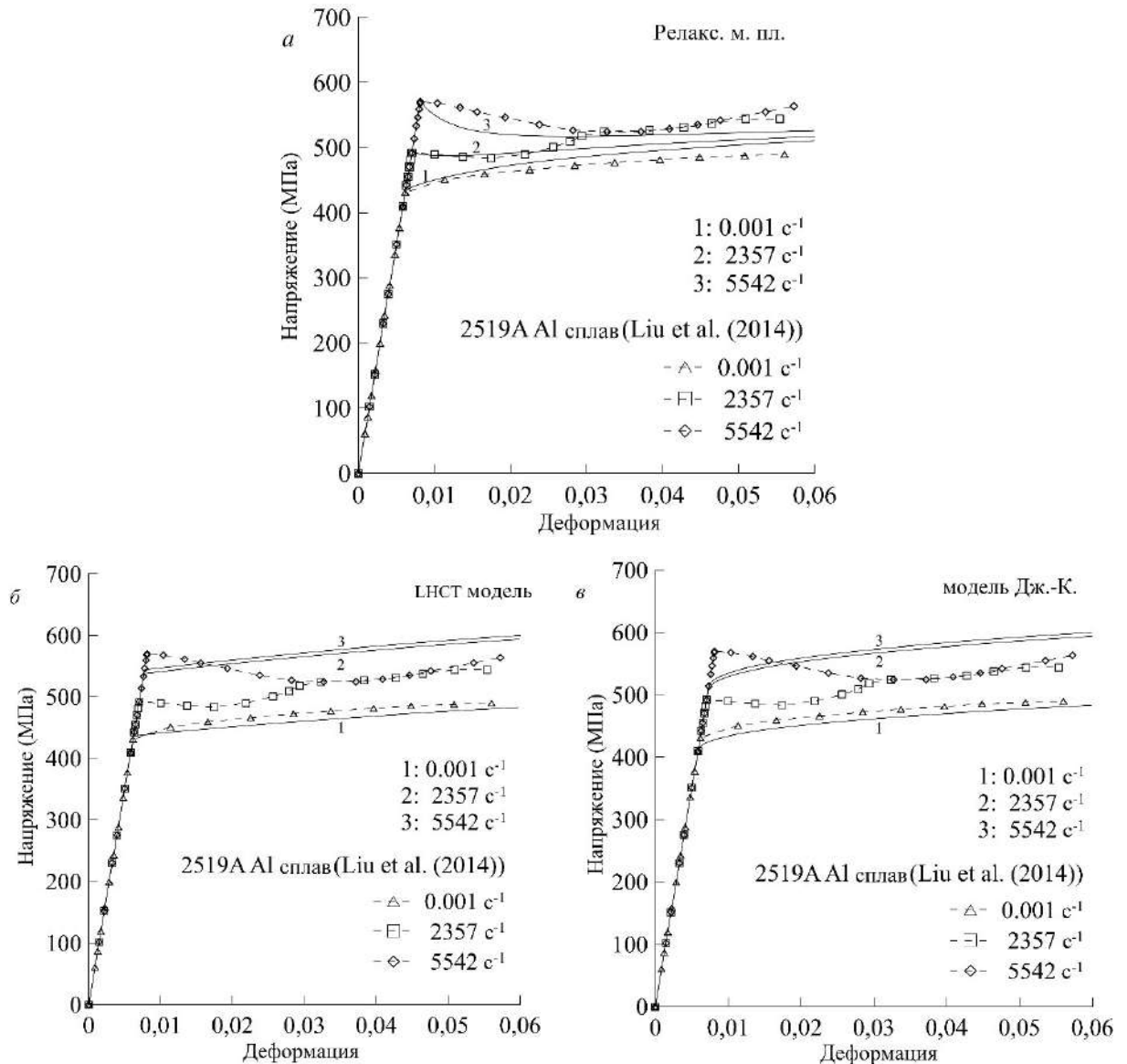


Рис. 53. Зависимости напряжение-деформация алюминиевого сплава 2519 А (экспериментальные данные из [181]), построенные по релаксационной модели пластичности (а), модели ЛНСТ (б) и модели Джонсона-Кука (в).

И модель Джонсона-Кука, и модель ЛНСТ дают теоретический монотонный рост предела текучести со скоростью деформации на начальной стадии пластической деформации и демонстрируют отсутствие сброса напряжений в начальной стадии текучести (эффект зуба текучести), что не

соответствует экспериментальным данным [181]. Напротив, релаксационная модель пластичности дает лучшее соответствие с экспериментальными данными как в статике, так и в динамике.

В другой модели Nuh-Kang (модель НК) [182] составляющая скоростной чувствительности предела текучести в сравнении с моделью Джонсона-Кука (26) существенно видоизменяется в следующем виде:

$$\Sigma_{JCNK}(\varepsilon_p) = (A_{JC} + B_{JC}\varepsilon_p^{n_{JC}}) \left(1 + C_{JC} \ln \left\{ \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right\} + C_{НК} \left(\ln \left\{ \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right\} \right)^2 \right) \left(1 - \left\{ \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right\}^{m_T} \right) \quad (40)$$

где $C_{НК}$ является эмпирическим параметром. Учитывая, что данный параметр отвечает за существенный вклад в скоростную чувствительность материала к нагрузке, параметр $C_{НК}$ можно определить через параметры релаксационной модели пластичности:

$$C_{НК} = [(\alpha + 1)\sigma_y E \dot{\varepsilon} \tau]^{1/(\alpha+1)} \left[\ln \left\{ \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right\}^2 \right]^{-1} \quad (41)$$

Многочисленные модели также могут строить деформационные кривые без упругого участка деформационной кривой, откладывая по оси абсцисс пластическую деформацию. Тогда численная схема (38) релаксационной модели пластичности будет перезаписана в новых координатах для случая линейного нагружения $\varepsilon(t) = \dot{\varepsilon}tH(t)$:

$$\sigma(\varepsilon_p(t)) = E\gamma^{1-\beta}(\varepsilon_p(t)/\dot{\varepsilon})\varepsilon_p(t) \quad (42)$$

где $\varepsilon_p(t) = \varepsilon(t) - \dot{\varepsilon}t_*H(t_*)$ – пластическая деформация.

На рис. 54 наблюдается хорошее соответствие деформационных зависимостей (напряжение – пластическая деформация) при статических ($\dot{\varepsilon}=0.001 \text{ c}^{-1}$) и динамических нагрузках (1740 c^{-1}) для всех сравниваемых моделей (модель НК, модель Джонсона-Кука и релаксационная модель

пластичности) с экспериментальными данными по стали марки AISI4340 [183]. И модель НК (рис. 54 б), и модель Джонсона-Кука (рис. 54 в) ведут себя одинаково при пластической деформации 5 %, несмотря на использование в модели НК новых параметров.

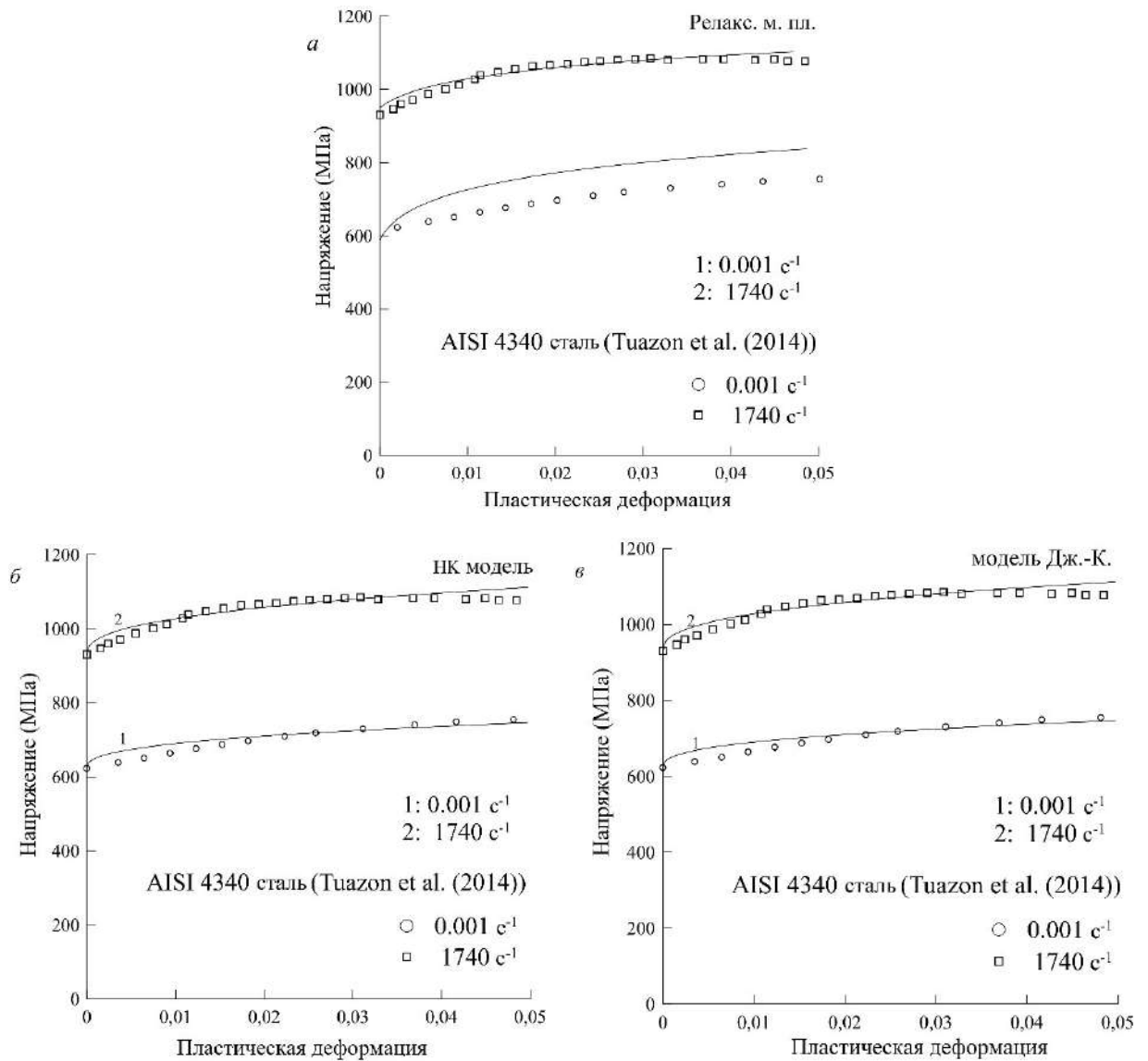


Рис. 54. Зависимость напряжения от деформации стали AISI4340 (данные [183]), построенные по релаксационной модели пластичности (а), модели НК (б) и модель Джонсона-Кука (в).

Также были сформулированы другие расширенные эмпирические модели с использованием комбинированных функций температуры, деформации и скорости деформации, такие как модель Khan-Huang-Liang [14]:

$$\Sigma_{KHL}(\varepsilon_p) = \left(A_{KHL} + B_{KHL} \left(1 - \frac{\ln \dot{\varepsilon}}{\ln D_{KHL}} \right)^{k_{KHL}} \varepsilon_p^{n_{KHL}} \right) \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{KHL}} \right)^{C_{KHL}} \left(1 - \left\{ \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right\}^{m_T} \right) \quad (43)$$

где $A_{KHL}, B_{KHL}, C_{KHL}, D_{KHL}, k_{KHL}, n_{KHL}, \dot{\varepsilon}_{KHL}$ являются эмпирическими параметрами; и улучшенная модель [184] на основе моделей Джонсона-Кука (29) и Зерилли-Армстронга [180] (Ур. (43)), записывается в виде Ур. (45):

$$\Sigma_{ZA} = \begin{cases} C_0^{BCC} + C_1^{BCC} \varepsilon^{n_{ZA}} \exp \left(-C_3^{BCC} T + C_4^{BCC} T \ln \left\{ \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right\} \right) + C_5^{BCC} \varepsilon^{n_{ZA}} \\ C_0^{FCC} + C_1^{FCC} \varepsilon^{n_{ZA}} \exp \left(-C_3^{FCC} T + C_4^{FCC} T \ln \left\{ \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right\} \right) \end{cases} \quad (44)$$

$$\Sigma_{JZK} = \left(\sigma_y + B_{KHL} \left(1 - \frac{\ln \dot{\varepsilon}}{\ln D_{KHL}} \right)^{n_1} (\varepsilon_p)^{n_0} \right) \exp \left[- (C_3 + C_4 \varepsilon) \left\{ \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right\}^{m_T} + \left(C_5 + C_6 \left\{ \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right\}^{m_T} \right) \ln \left\{ \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right\} \right] \quad (45)$$

где $C_0^{BCC}, C_1^{BCC}, C_2^{BCC}, C_3^{BCC}, C_4^{BCC}, C_5^{BCC}, n_{ZA}, C_0^{FCC}, C_1^{FCC}, C_3^{FCC}, C_4^{FCC}$ – эмпирические параметры модели Зерилли-Армстронга; $n_0, n_1, C_3, C_4, C_5, C_6$ – другие эмпирические параметры.

На Рис. 53 and Рис. 54 показано, что расширенные модели, основанные на модели Джонсона-Кука, не могут улучшить предсказание отношений между напряжением и деформацией при увеличении скоростей деформации. С одной стороны, релаксационная модель пластичности и модель Купера-Саймондса требуют только двух параметров для прогнозирования чувствительности предела текучести к скорости деформации. С другой стороны, в расширенной модели НК и модели (30) используется более двух

параметров. Таким образом, набор параметров в расширенных эмпирических моделях (табл. 21) для описания зависимости предела текучести от скорости деформации часто недостаточен (например, даже семь параметров модели Khan-Huang-Liang). Расширенные эмпирические модели имеют множество параметров (табл. 21), но не дают единой точки зрения на прогноз временных эффектов пластической деформации.

Табл. 21. Эмпирические модели на основе исходной модели Джонсона-Кука

Модель	Ссылка	Strain rate parameters	Hardening parameters
Модель Джонсона-Кука (29)	[13]	$C_{JC}, \dot{\epsilon}_{JC}$	B_{JC}, n_{JC}
Модель Купера-Саймондса (26)	[162]	B_{CS}, q_{CS}	—
Модель ЛНСТ (39)	[181]	$C_{JC}, \dot{\epsilon}_{JC}$	E_{MJC}, F_{MJC}
Модель НК (40)	[182]	$C_{JC}, \dot{\epsilon}_{JC}, C_{НК}$	B_{JC}, n_{JC}
Модель Couque (30)	[21]	$C_{JC}, \dot{\epsilon}_{JC}, D_{MJK}, k_{MJK}$	B_{JC}, n_{JC}
Модель KHL (42)	[14]	$A_{KHL}, B_{KHL}, C_{KHL}, D_{KHL}, k_{KHL}, n_{KHL}, \dot{\epsilon}_{JC}$	

2.4.2. С расширенной моделью Русинька-Клепачко (Rusinek-Klepaczko)

Для описания пластического течения мягкой стали применяется наблюдение, основанное на материаловедении, так что общее напряжение в микроструктурах ОЦК является аддитивным в виде внутренних и эффективных компонентов напряжения [179]. Уникальной особенностью этого определяющего соотношения [179] является предположение, что деформационное упрочнение является чувствительным к скорости и температуре. В случае сталей, когда скорость деформации увеличивается,

одновременно наблюдается снижение скорости деформационного упрочнения [179]. Это связано с размножением дислокаций и термическим размягчением [179]. В формулировке модели Русинека-Клепачко (Rusinek-Klepaczko) [179], по сходству с физическими моделями, например [180,185–190], предполагается, что полное напряжение является суммой двух компонентов, внутреннего напряжения $\hat{\sigma}_\mu(\hat{\epsilon}_p, \dot{\epsilon}_p, T)$ и эффективного напряжения $\hat{\sigma}_*(\dot{\epsilon}_p, T)$. В расширенной модели Русинека-Клепачко (Rusinek-Klepaczko) [191] добавлена третья компонента напряжения для определения напряжения вязкого сопротивления при высоких скоростях деформации, как это обсуждалось в [192]:

$$\hat{\sigma}(\hat{\epsilon}_p, \dot{\epsilon}_p, T) = \frac{E(T)}{E_0} [\hat{\sigma}_\mu(\hat{\epsilon}_p, \dot{\epsilon}_p, T) + \hat{\sigma}_*(\dot{\epsilon}_p, T)] + \hat{\sigma}_d(\dot{\epsilon}_p) \quad (46)$$

Коэффициент $E(T)/E_0$, как мультипликативный множитель сложения напряжений, определяет температурную зависимость модуля Юнга [193]:

$$E(T) = E_0 \left\{ 1 - \frac{T}{T_m} \exp \left[\theta_* \left(1 - \frac{T}{T_m} \right) \right] \right\} \quad (47)$$

Внутренние напряжения определяются как

$$\hat{\sigma}_\mu(\hat{\epsilon}_p, \dot{\epsilon}_p, T) = B(\dot{\epsilon}_p, T) (\epsilon_0 + \hat{\epsilon}_p)^{n(\dot{\epsilon}_p, T)} \quad (48)$$

Приведены явные формулировки, описывающие модуль пластичности и показатель упрочнения:

$$B(\dot{\epsilon}_p, T) = B_0 \left(\left(\frac{T}{T_m} \right) \log \left(\frac{\dot{\epsilon}_{max}}{\dot{\epsilon}_p} \right) \right)^{-\nu} \quad (49)$$

$$n(\dot{\epsilon}_p, T) = n_0 \begin{cases} f_{R1}(\dot{\epsilon}_p, T), & f_{R1}(\dot{\epsilon}_p, T) \geq 0, \\ 0, & f_{R1}(\dot{\epsilon}_p, T) < 0; \end{cases} \quad (50)$$

где $f_{R1}(\dot{\epsilon}_p, T) = 1 - D_2(T/T_m) \log(\dot{\epsilon}_p/\dot{\epsilon}_{min}) < 0$. Таким образом, на основе экспериментальных наблюдений [192] установили следующие соотношения

$$\hat{\sigma}_d(\dot{\varepsilon}_p) = \chi[1 - \exp(-\alpha_D \dot{\varepsilon}_p)] \quad (51)$$

Эффективное напряжение получается с использованием соотношения Аррениуса, которое связывает температуру со скоростью деформации:

$$\hat{\sigma}_*(\dot{\varepsilon}_p, T) = \sigma_*^0 \begin{cases} f_{R2}(\dot{\varepsilon}_p, T)^{m_*}, & f_{R2}(\dot{\varepsilon}_p, T) \geq 0, \\ 0, & f_{R2}(\dot{\varepsilon}_p, T) < 0; \end{cases} \quad (52)$$

где $f_{R2}(\dot{\varepsilon}_p, T) = 1 - D_1(T/T_m) \log(\dot{\varepsilon}_{\max}/\dot{\varepsilon}_p) < 0$. Все обозначения параметров расширенной модели Русинека-Клепачко представлены в Табл. 22. Как эмпирическая модель Купера-Саймондса, так и модель Джонсона-Кука, явная функция, предсказывающая зависимость пластической деформации от скорости деформации, задается двумя параметрами χ и α_D .

Применим расширенную модель Русинека-Клепачко и релаксационную модель пластичности к испытаниям стержня Гопкинсона на сжатие из алюминиевого сплава ($E=55$ ГПа, $\sigma_Y=600$ МПа) [194]. Параметры релаксационной модели пластичности равнялись $\alpha = 4.2$, $\tau = 4.5$ мкс, $\beta = 0.06$. Рис. 55 показывает сравнение предсказания отношений между напряжением и деформацией с помощью модели Русинека-Клепачко и релаксационной модели пластичности при скорости деформации 0.01 с^{-1} , 1100 с^{-1} и 2200 с^{-1} . Модель Русинека-Клепачко начинает моделирование пластической деформации с низким пределом текучести в отличие от релаксационной модели пластичности. В случае зуба текучести такой же прогноз зависимости напряжения от деформации по релаксационной модели пластичности был показан в работе [195].

Табл. 22. Параметры расширенной модели Русинька-Клепачко

Механические свойства материала	
E_0	Модуль Юнга при $T=0$ К
T_m	Температура плавления
Постоянные материала, отвечающие за процесс упрочнения	
B_0, D_2	Постоянные материала
n_0	Показатель деформационного упрочнения при $T = 0$ К
θ_*	Характерная гомологическая температура
ν	Температурная зависимость
Постоянные материала, отвечающие за температурную зависимость	
σ_*^0, D_1	Постоянные материала
m_*	Параметр, позволяющий определить зависимость скорости деформации от температуры
Постоянные материала, отвечающие за скоростную чувствительность материала	
χ	Постоянная материала
α_D	Эффективный коэффициент амортизации, влияющий на движение дислокаций [191]
Другие параметры модели	
$\dot{\epsilon}_{min}$	минимальная скорость деформации, принятая для конкретного материала
$\dot{\epsilon}_{max}$	максимальная скорость деформации, принятая для конкретного материала

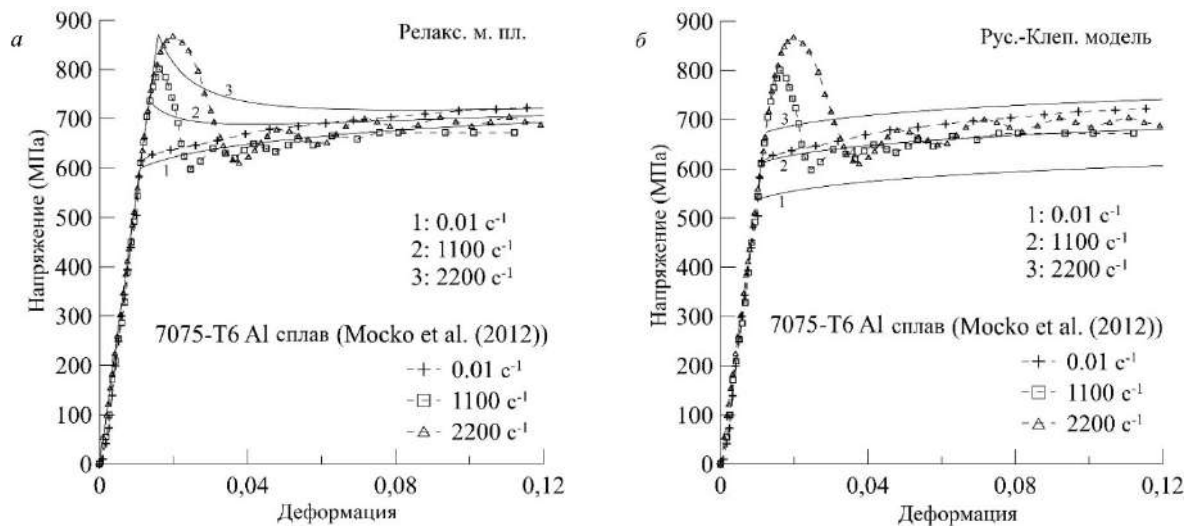


Рис. 55. Деформационные зависимости алюминиевого сплава 7075-T6 [194], построенные по релаксационной модели пластичности (а) и модели Русинека-Клепачко (б).

2.5. Выводы к главе 2

Инкубационное время было рассмотрено как основная характеристика материала структурно-временного подхода, который предсказывает поведение предела текучести в широком диапазоне скоростей деформации.

Показано, что модель Купера-Саймондса может давать результаты, совпадающие с результатами критерия инкубационного времени текучести при определении предела текучести в зависимости от скорости деформации. Однако критерий (19) является предпочтительнее, так как параметры характеризуют два независимых друг от друга процесса: скоростную и амплитудную чувствительности материала, в отличие от параметров модели Купера-Саймондса.

Преимущество расчетов предела текучести по критерию инкубационного времени является необходимое количество параметров, которые не требуют дальнейших модификаций на высоких скоростях

деформации в отличие от эмпирических моделей Джонсона-Кука и Купера-Саймондса. Таким образом, представленный критерий инкубационного времени текучести обладает наиболее удобным численным алгоритмом предела текучести в начальный момент пластической деформации, проявляя хорошее совпадение с экспериментом как в диапазоне скоростей деформаций, где реализуется эмпирическая модифицированная модель Джонсона-Кука (29), так и в существенно более широком диапазоне скоростей.

Предложенная в релаксационная модель пластичности, как расширенный вариант структурно-временного подхода, позволила спрогнозировать различные типы деформационных кривых материалов в широком диапазоне скоростей деформации.

На основе релаксационной модели были проанализированы экспериментальные деформационные зависимости для металлов в широком диапазоне скоростей деформации. На примере DP600 стали и нанокристаллического никеля показано, что релаксационная модель пластичности позволяет прогнозировать плавный переход на стадию пластического деформирования на квазистатических нагрузках $\sim 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ и появление эффекта зуба текучести на скоростях деформации $500\text{--}6000 \text{ с}^{-1}$. Отсутствие зуба текучести на примере стали 2.3Ni-1.3Cr в широком диапазоне скоростей деформации $10^{-3}\text{--}10^4 \text{ с}^{-1}$ также может быть объяснено при помощи релаксационной модели пластичности.

Показано, что оценка фиксированных констант материала, связанных со скоростной чувствительностью τ , амплитудной чувствительностью α и со степенью упрочнения β , позволяет автоматически строить теоретические деформационные кривые, с изменяющимся пределом текучести и пиками («зуб текучести»), обеспечивая прогноз соответствующих режимов нагружения, для которых эти явления возникают. Небольшое количество параметров и их инвариантность к скорости деформации в отличие от других

подходов обеспечивает эффективность и практическую ценность предлагаемой модели.

Было рассмотрено прогнозирование скоростной чувствительности материала с помощью различных динамических моделей пластической деформации. Модель Купера-Саймондса может давать результаты, совпадающие с результатами предложенного критерия инкубационного времени при определении предела текучести как функции скорости деформации. Преимуществом расчета предела текучести по критерию инкубационного времени является ограниченный набор параметров материала, не требующий дополнительной модификации в условиях высоких скоростей деформации. Помимо эмпирических моделей, основанных на модели Джонсона-Кука и феноменологической расширенной модели Русинека-Клепачко, была рассмотрена релаксационная модель пластичности как обобщенная модель пластической деформации, основанная на структурно-временном подходе (19). Показано, что релаксационная модель предсказывает эффект сброса предела текучести при высокоскоростной деформации стали TRIP800, стали марки 590 МПа и отсутствие такого эффекта в широком диапазоне скоростей деформации для марки стали 2.3Ni-1.3Cr. Релаксационная модель дала лучшее соответствие зависимостей напряжение-деформация в условиях высоких скоростей деформации экспериментальным данным по сравнению с усовершенствованными моделями Джонсона-Кука. Этот подход может описать аномальное поведение пластической деформации, такое как падение текучести. Показано, что усовершенствованная модель Джонсона-Кука и модель Русинека-Клепачко не учитывают эффект сброса предел текучести, наблюдаемое в мягких сталях и алюминиевом сплаве 7075-T6. Таким образом, релаксационная модель пластичности является эффективным и удобным инструментом для расчета некоторых основных эффектов динамической пластичности, возникающих в широком диапазоне скоростей деформации.

Глава 3. Эффекты необратимого деформирования для гомогенных материалов

Для прогнозирования появления и исчезновения эффектов падения текучести (эффект «зуба текучести») с учетом различных динамических, температурных или других факторов рассматривается широкий спектр начальной пластической стадии диаграмм деформации однородных материалов. По сравнению с неизменными квазистатическими диаграммами напряжение-деформация классифицированы динамические изменения диаграмм напряжение-деформация в зависимости от истории нагружения. Помимо группы монотонных диаграмм, различающихся только пределом текучести, на основе релаксационной модели пластичности, в которой явно вводится функция релаксации, прогнозируется группа из трех немонотонных диаграмм, с появлением или исчезновением эффекта падения текучести при разных скоростях деформации. Показано, что в отличие от классических моделей динамической пластичности, явно не учитывающие релаксационные протекающие релаксационные процессы при пластичности, способных строить только первый набор диаграмм, релаксационная модель пластичности позволяет прогнозировать любой набор деформаций. Деформационные кривые строятся на основе минимального числа параметров, инвариантных к скорости деформации и вообще к истории нагружения. На основе экспериментальных данных из литературы прогнозируются динамические зависимости деформации с возникающим падением текучести при фиксированной скорости деформации для различных металлов. Выявлены

сходные динамические эффекты на диаграммах деформирования материалов с различной чувствительностью к скорости деформации и структурно-временными параметрами.

Результаты, представленные в главе, опубликованы в работах [60,61,127,132–134,136,137,196–199].

3.1. Примеры 6 откликов деформационных зависимостей для одного материала с изменяющейся скоростью деформации

В этом разделе мы рассмотрим группы неустойчивых диаграмм деформации одного материала при динамическом нагружении на основе релаксационной модели пластичности. Это означает, что для каждого конкретного материала мы можем определить уникальный набор параметров материала (α , τ , β), которые не зависят от истории деформации, и предсказать диаграммы напряжения-деформации для широкого диапазона скоростей деформации. В разделах 2.1 и 2.2 было подробно показано, что зависимость предела текучести от скорости деформации позволяет определить параметры α и τ , а несколько динамических и статических зависимостей дают значение параметра β .

Качественный вид кривой деформирования существенно зависит от скоростного режима деформирования. Помимо различных деформационных зависимостей для одного материала (см. рис. 56), релаксационная модель пластичности позволяет предсказать появление на кривой деформации скачка текучести. Введение независимых механизмов, управляемых параметрами α , τ и β , позволяет прогнозировать влияние скоростной чувствительности отклика материала и появление эффекта «падения текучести» как в случае без упрочнения (рис. 57 а), так и в случае с упрочнением (рис. 57 б).

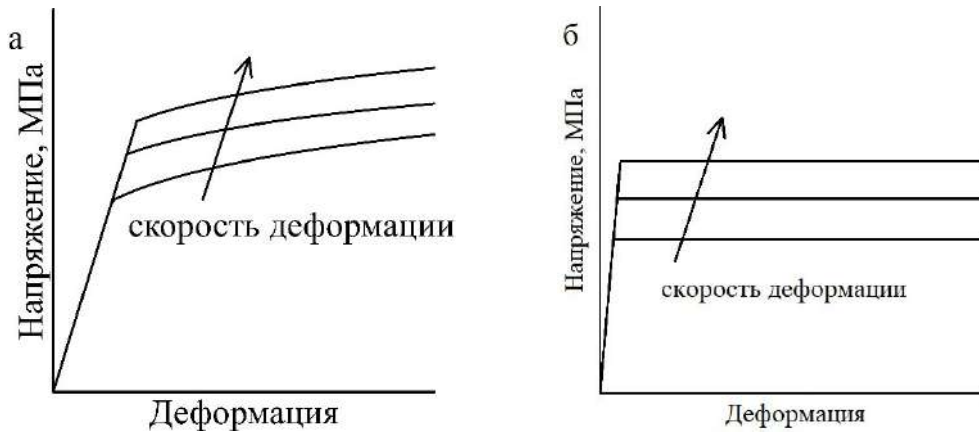


Рис. 56. Типичные изменяющиеся деформационные зависимости в зависимости от скорости деформации

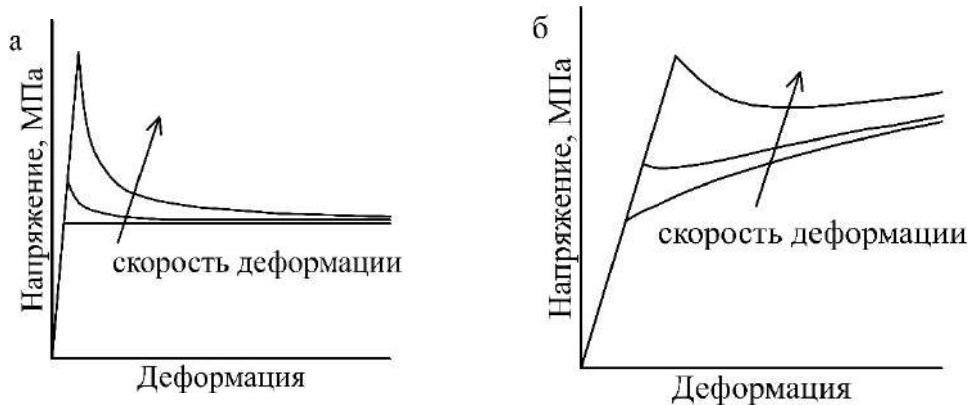


Рис. 57. Прогнозирование эффекта предела текучести по релаксационной модели пластичности без упрочнения (а) и с упрочнением (б)

В отличие от первых работ по релаксационной модели пластичности [59], где эффект аномально высокого напряжения при малых степенях деформации наблюдался на скоростях деформации 10^{-5} – 10^{-2} с $^{-1}$ и объяснялся наличием некоторого характерного времени релаксации, связанного с процессом движения дислокаций, в данной работе тот же эффект проявляется в ином диапазоне скоростей деформации 10^2 – 10^3 с $^{-1}$. В одном и том же диапазоне скоростей деформации 10^2 – 10^3 с $^{-1}$ эффект аномально высокого напряжения может как наблюдаться, так и отсутствовать. Это стало возможным, за счет учета конкуренции между временными интервалами

процесса локального нагружения и характерным временем релаксации материала. При помощи набора фиксированных параметров релаксационной модели пластичности (α, τ, β) , характеризующих физику процесса пластического деформирования, можно построить два типа деформационных кривых с плавным и резким переходами на стадию пластического деформирования.

На Рис. 58 показаны примеры нестабильных деформационных диаграмм для ультрамелкозернистого железа [200] ($\sigma_Y = 700$ МПа, $E = 23$ ГПа), которые относятся к схеме на Рис. 57 а, построенные по релаксационной модели пластичности. Был получен набор параметров релаксационной модели пластичности для ультрамелкозернистого железа $\alpha_Y = 14$, $\tau_Y = 190$ мкс, $\beta = 0$ [200] и для нанокристаллического никеля $\alpha_Y = 1$, $\tau_Y = 3.3$ мкс, $\beta = 0$ [55].

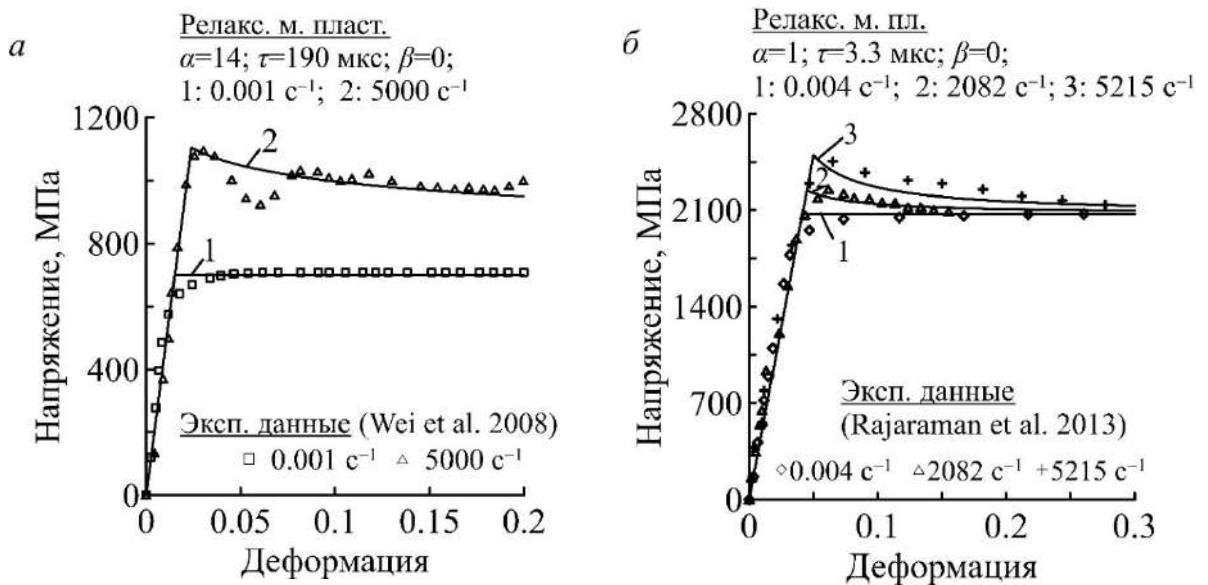


Рис. 58. (а) Деформационные зависимости ультра мелкозернистого железа [200] и их теоретические деформационные зависимости при скоростях деформации 0.001 c^{-1} и 5000 c^{-1} , построенные на основе релаксационной модели пластичности. (б) Деформационные зависимости нанокристаллического никеля [55] при скоростях деформации 0.004 c^{-1} , 2082 c^{-1} и 5215 c^{-1} , построенные на основе релаксационной модели пластичности.

На Рис. 59 показаны примеры нестабильных деформационных диаграмм для сталей TRIP800 [173] ($\sigma_Y = 510$ МПа, $E = 150$ ГПа) и B500A [170] ($E = 210$ ГПа, $\sigma_Y = 560$ МПа), которые относятся к схеме на Рис. 57 б. Были определены параметры по релаксационной модели пластичности $\alpha_Y = 2$, $\tau_Y = 2.8$ мкс, $\beta = 0.13$ для стали TRIP800 и $\alpha_Y = 1$, $\tau_Y = 1.48$ мкс, and $\beta = 0.032$ для стали B500A. Упрочнение после начала текучести эффективно моделируется как на диаграммах растяжения с плавным переходом (линия 1), так и при скорости деформации 0.001 с^{-1} и на диаграмме с резким переходом (линия 2), выраженным падением текучести при скорости деформации 10^3 с^{-1} . Теоретические зависимости хорошо согласуются с экспериментальными данными как в случаях с упрочнением, так и без упрочнения. Теоретические диаграммы растяжения для железа, никеля и стальных материалов на рис. 58 и рис. 59 при скорости деформации порядка $10^3\text{--}10^4 \text{ с}^{-1}$ показывают экспериментальные пики напряжений, а также последующий процесс релаксации напряжений. Рис. 60 показывает примеры нестабильных деформационных диаграмм нанокристаллического железа с размером зерна 71 нм [201] при скоростях деформации 0.001 и 3500 с^{-1} ($\sigma_Y = 940$ МПа и $E = 164$ ГПа), которые относятся к схеме на Рис. 56а. Были определены параметры по релаксационной модели пластичности $\alpha_Y = 25$, $\tau_Y = 36$ мкс, $\beta = 0.04$ для нанокристаллического железа. Теоретические деформационные зависимости нанокристаллического железа на Рис. 56а при скорости деформации $10^2\text{--}10^4 \text{ с}^{-1}$ имеют монотонный характер; то есть переход к стадии пластического напряжения происходит без ярко выраженного пикового напряжения.

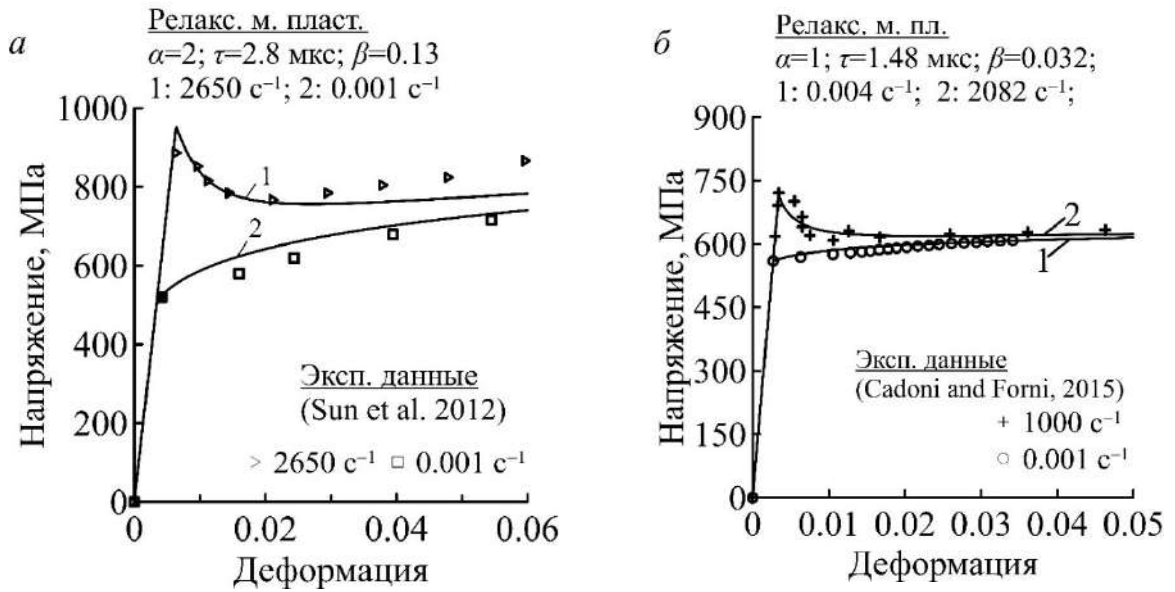


Рис. 59. (а) Теоретические деформационные зависимости стали TRIP800 [173] при скоростях деформации 0.001 c^{-1} и 2650 c^{-1} , прогнозируемые на основе релаксационной модели пластичности. (б) Теоретические деформационные зависимости для стали B500A [170] при скоростях деформации 0.001 c^{-1} и 1000 c^{-1} , построенные на основе релаксационной модели пластичности.

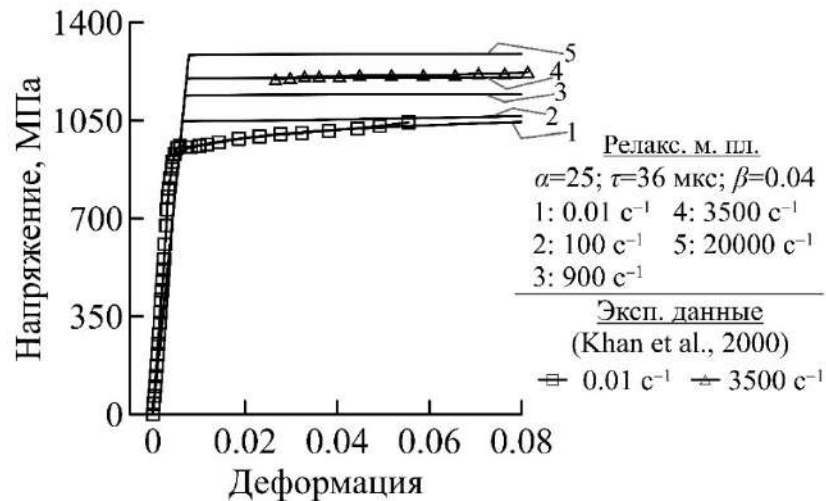


Рис. 60. Теоретические деформационные зависимости для нанокристаллического железа с размером зерна 71 нм при скоростях деформации 0.001 , 3500 c^{-1} , вычисленные на основе релаксационной модели пластичности по экспериментальным данным [201].

Материалы с деформационными зависимостями, как показано на рис. 58–60, демонстрируют временной характер необратимого деформирования при динамических нагрузках наравне с обычной зависимостью предела текучести от скорости деформации. Классические динамические модели пластической деформации не способны предсказать диаграммы растяжения с единой точки зрения, группы диаграмм деформации, представленные на рис. 58–60. Здесь скоростные (временные) зависимости предела текучести для материалов по схеме на рис. 56 (Рис. 60) и по схеме на рис. 57 (Рис. 58 и рис. 59) качественно имеют один и тот же вид возрастающей зависимости от скорости деформации, но их кривые деформации по-разному реагируют на скорость деформации. В отличие от классических моделей, релаксационная модель пластичности при постоянных параметрах α , τ и β позволяет учитывать структурные и временные особенности материала и прогнозировать три различных типа диаграмм деформации металлов в широком диапазоне скоростей деформаций.

Релаксационная модель пластичности может использоваться не только для металлов, но и для описания отклика других материалов при высокоскоростной деформации, таких как полиметилметакрилат. На Рис. 61 показаны зависимости напряжения от пластической деформации полиметилметакрилата ($E=5.76$ ГПа; $\sigma_y=85$ МПа) [202] при одноосном сжатии при скоростях деформации 0.0001 с^{-1} , 2000 с^{-1} и 4000 с^{-1} . Наблюдается хорошее соответствие с экспериментом [202] теоретических зависимостей, построенных по релаксационной модели пластичности с постоянными параметрами ($\alpha=0.75$, $\tau=106$ мкс и $\beta=0.15$). Несмотря на отсутствие упругой части на линиях 2 (2000 с^{-1}) и 3 (4000 с^{-1}) на экспериментальных и теоретических кривых, можно заметить спад напряжений до пластической деформации 6%, подобно эффекту «зубу текучести» в металлах, показанных на Рис. 58 и Рис. 59. При этом при квазистатической скорости деформации 0.0001 с^{-1} прогнозируется процесс деформационного упрочнения. Таким

образом, развитый подход позволяет смоделировать два различных поведения деформационных кривых и для полиметилметакрилата, подверженного высокоскоростному деформированию.

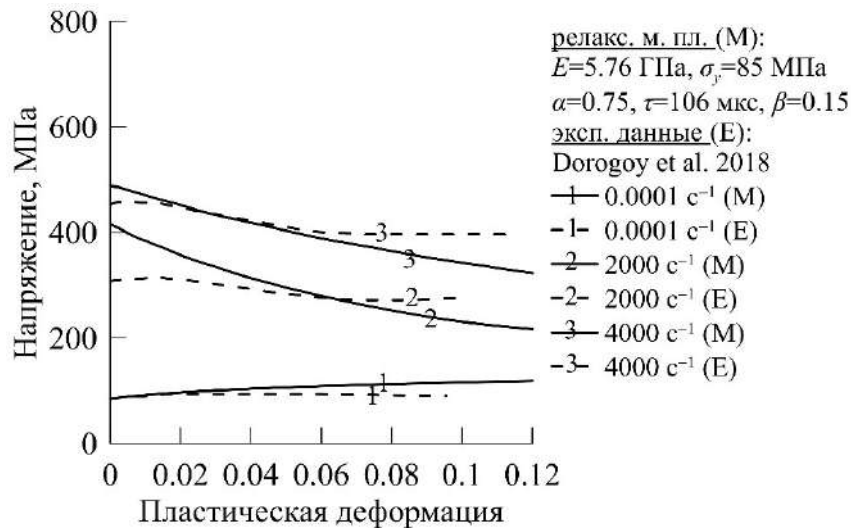


Рис. 61. Теоретические зависимости напряжение-деформация полиметилметакрилата [202] на скоростях деформации 0.0001 с^{-1} , 2000 с^{-1} , 4000 с^{-1} , построенные на основе релаксационной модели пластичности.

3.2. Примеры 3 откликов деформационных зависимостей для различных материалов с изменяющейся скоростью деформации

В данном разделе анализируются группы динамических диаграмм растяжения-напряжения при фиксированной скорости деформации для материалов, изначально изготовленных из одного и того же однородного материала, которые перед деформированием либо подвергаются различным деформациям или термической обработке, либо испытываются при разных температурах. На рис. 62 схематически показаны три неустойчивые диаграммы растяжения однородных материалов с различными структурно-временными характеристиками. Изменяя скорость деформации на зависимостях напряжения от деформации и фиксируя новые зависимости

напряжения от деформации, получаем рис. 62 а, 62 б или 62 в из рис. 56 а, 57 а, 57 б. Для определения структурно-временных параметров для каждого материала, представленных деформационными зависимостями на рис. 62, необходимо рассмотреть несколько неустойчивых диаграмм растяжения-напряжения при разных скоростях деформации. Эти структурно-временные характеристики определяются на основе статических и динамических зависимостей, как показано в разделах 2.3; 3.1.

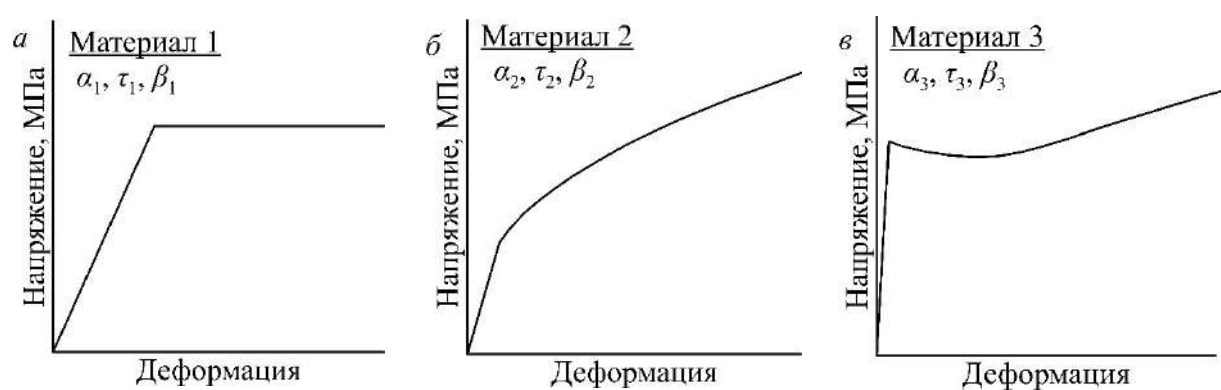


Рис. 62. Деформационные отклики материала по релаксационной модели пластичности: (а) материал с идеальной пластичностью без эффекта зуба текучести; (б) материал с упрочнением и без эффекта зуба текучести; а также (в) появляющийся и исчезающий эффект зуба текучести.

3.2.1. Эффект зуба текучести при изменяющихся температурах и фиксированной скорости деформации

На основе релаксационной модели пластичности (Раздел 2.3) прогнозируются динамические зависимости напряжений от деформаций для Cu-Al сплавов [27,203] при различных температурах ($-45\text{ }^{\circ}\text{C}$, $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, $150\text{ }^{\circ}\text{C}$ и $300\text{ }^{\circ}\text{C}$), показанные на Рис. 63. Характерное время τ и параметр упрочнения β уменьшаются с увеличением температуры (Табл. 23). Теоретические

зависимости на Рис. 63 удовлетворительно предсказывают увеличение пикового напряжения при понижении температуры. Оценки структурно-временных параметров для релаксационной модели пластичности различны для всех температур, поскольку мы имеем дело с разными материалами. Появление сброса напряжений на начальной стадии пластического деформирования с повышением температуры можно объяснить известным принципом температурно-временного соответствия. Физические микроскопические механизмы пластической релаксации приводят к эффекту падения напряжения на начальной стадии текучести, когда увеличение скорости деформации достаточно хорошо изучено и основано на теории дислокаций. Одним из основных преимуществ нашей феноменологической модели является то, что набор структурно-временных параметров (α , τ , β) предлагаемой модели при фиксированной температуре, при предварительной деформации и других технологических условиях изготовления данного материала не зависит от скорости деформации. Это позволяет использовать эти характеристики в сочетании с их температурными зависимостями для одновременного прогнозирования деформации алюминиевого сплава в различных температурно-скоростных условиях и наблюдения количественного совпадения результатов с принципом температурно-временного соответствия на основе релаксационной модели пластичности.

Табл. 23. Полученные параметры релаксационной модели пластичности для экспериментальных данных [27,203].

Temperature, °C	α_Y	τ_Y , мкс	β
-45	1	1.57	0.12
0	1	1.18	0.1
150	1	0.39	0.05
300	1	0.31	0.03

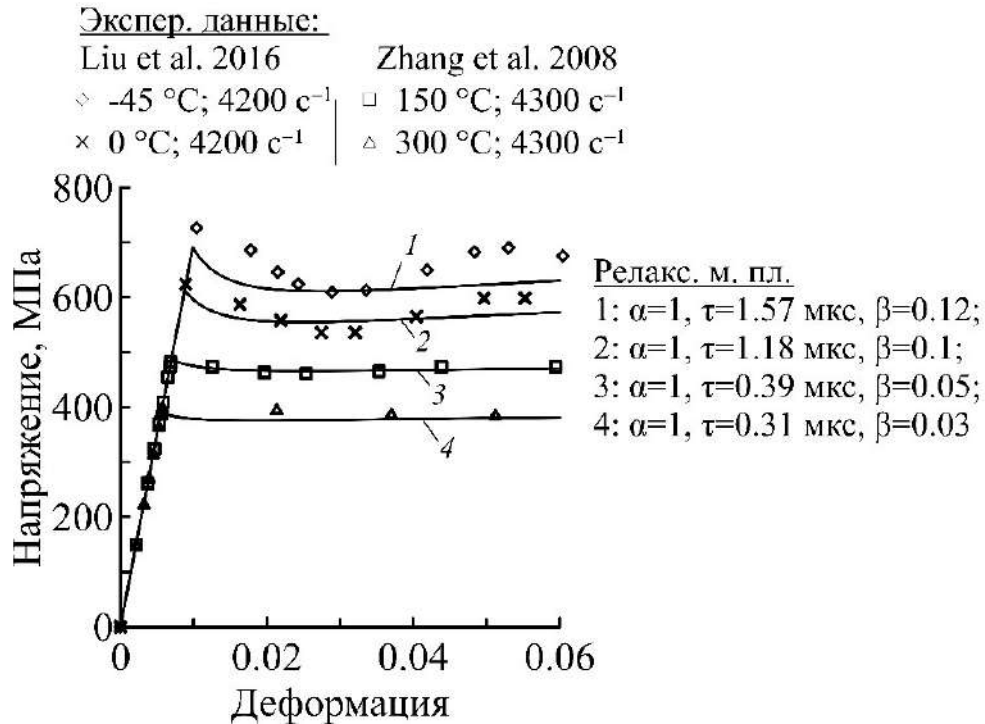


Рис. 63. Теоретические динамические зависимости напряжение-деформация при скорости деформации 4300 с^{-1} для алюминиевого сплава 2519А [27,203] в широком диапазоне температур, построенные по релаксационной модели пластичности.

3.2.2. Влияние содержания магния на деформационные зависимости Al-Mg

В этом разделе рассматривается динамические деформационные зависимости алюминиево-магниевых сплавов, в которых наблюдается эффект зуба текучести при высокой скорости деформации. Экспериментальные деформационные зависимости Al-13Mg [204] при различных скоростях деформации (0.1 и 1 с^{-1}) и температурах (325 °C и 425 °C) (Рис. 62) были проверены на основе релаксационной модели пластичности (Раздел 2.3). Зависимости динамической деформации на Рис. 64 б имеют почти монотонный характер в сравнении с зависимости на рис. 64 а. Эффект зуба текучести на Рис. 64 а объясняется ползучестью растворенного вещества, все

еще преобладающей в пластическом течении после начала текучести [204]. Таким образом, релаксационная модель пластичности способна предсказывать немонотонные зависимости с появляющимся зубом текучести, когда происходит изменение температуры от 325 °С до 425 °С.

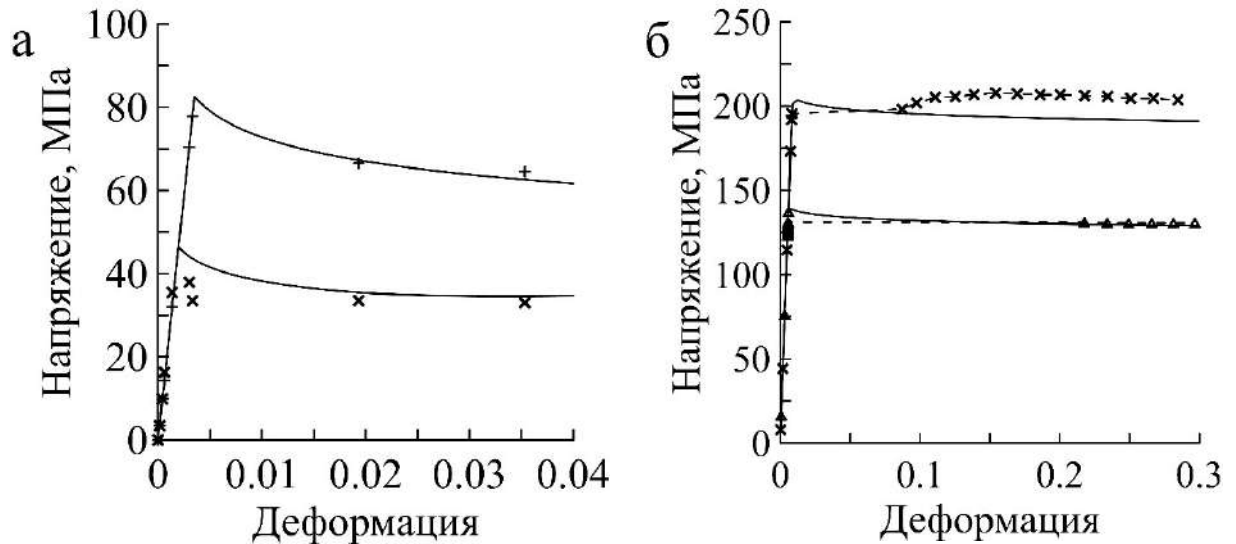


Рис. 64. (а) Деформационные зависимости Al-13Mg [204] при скорости деформации 0.1 и 1 с⁻¹ и при температуре 425 °С. (б) Деформационные зависимости Al-13Mg [204] при скорости деформации 0.1 и 1 с⁻¹ и при температуре 325 °С.

3.2.3. Эффект предварительной обработки

Напомним, что предложенная релаксационная модель пластичности (Раздел 2.3) может быть реализована с использованием различных физических механизмов в зависимости от рассматриваемого материала и построена на различных значениях структурно-временных параметров, инвариантных к истории нагружения. Рис. 65 показывает деформационные диаграммы стали [177] с и без предварительного растяжения при деформации 8%. Эффект зуба текучести сохраняется несмотря на предварительное растяжение при деформации 8%, как показано на Рис. 65. Расчеты показали, что параметры

релаксационной модели пластичности одинаковые для двух рассматриваемых сталей [177]: $\alpha_Y = 3.8$; $\beta = 0.16$; and $\tau_Y = 0.27$ мс, но отличаются статическим пределом текучести, т.е., для стали без $\sigma_Y = 101$ МПа и с $\sigma_Y = 118$ МПа предварительного растяжения при деформации 8%. Одинаковые структурно-временные характеристики для обеих сталей относятся к одному и тому же типу динамической зависимости при скорости деформации 1000 с^{-1} , соответствующей схеме рис. 62 в.

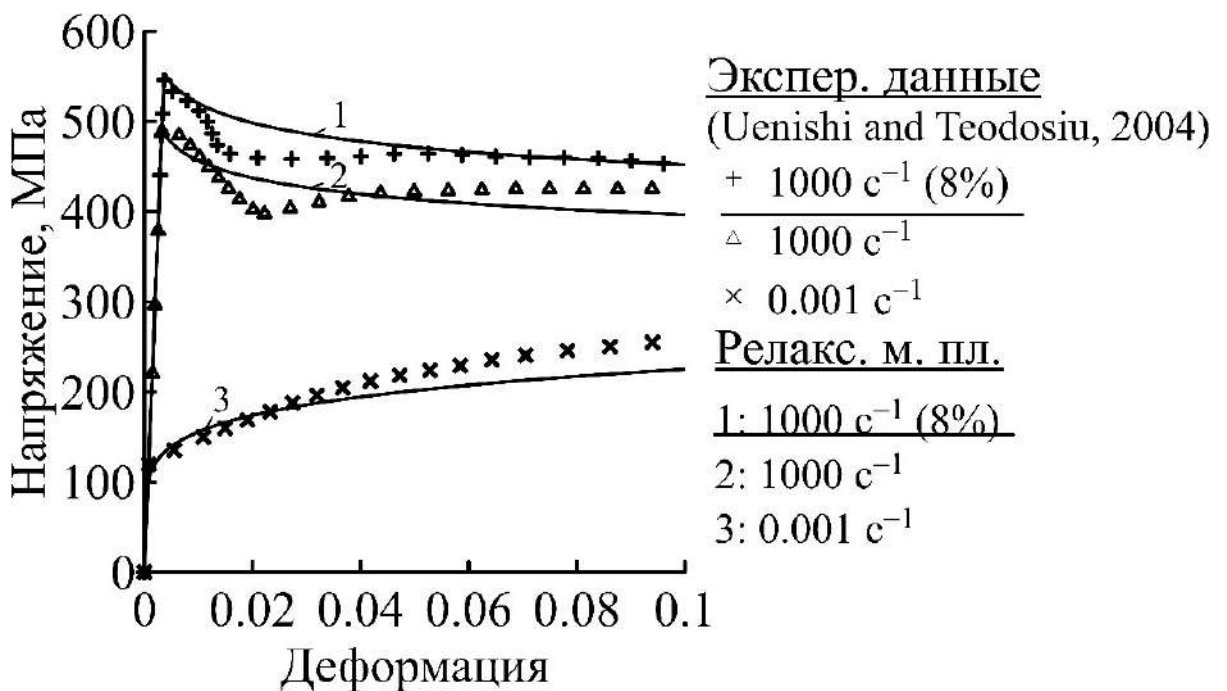


Рис. 65. Деформационные отклики стали [177] на растяжение без предварительной деформации при скоростях деформации 0.001 с^{-1} и 1000 с^{-1} , и с предварительным растяжением при деформации 8% при скорости деформации 1000 с^{-1} , вычисленная на основе релаксационной модели пластичности ($\alpha_Y = 3.8$; $\beta = 0.16$; $\tau_Y = 0.27$ мс; $E = 151$ ГПа; $\sigma_Y = 101$ МПа для стали без предварительной обработки и $\sigma_Y = 118$ МПа для стали, подверженной предварительному растяжению при деформации 8%).

3.3. Выводы к главе 3

На основе релаксационной модели пластичности был спрогнозированы различные реакции металлов на квазистатическую и динамическую нагрузку в широком диапазоне скоростей деформации (рис. 66). На диаграммах показано появление и исчезновение эффекта падения текучести на начальной стадии пластической деформации при изменении скоростей деформации, что характеризует выраженное проявление временного характера процесса текучести.

Показано, что оценка фиксированных материальных констант, связанных с частотной чувствительностью τ_y , амплитудой чувствительность α_y и степень упрочнения β позволяют автоматически строить кривые деформирования конкретного материала с различными пределами текучести и пиками (падениями текучести), прогнозируя тем самым соответствующие режимы нагружения, при которых ожидаются эти явления. В отличие от других подходов, малое количество параметров и их инвариантов по отношению к скорости деформации обеспечивают эффективность и практическое удобство предложенной феноменологической модели.

На основе релаксационной модели пластичности (рис. 66) были предсказаны девять новых откликов материала (рис. 57 и 62) вместе с тремя смоделированными зависимостями (рис. 56), совпадающими с известными классическими моделями. Были построены динамические деформационные зависимости с возникающим (и исчезающим) падением текучести при фиксированной скорости деформации для микро- и нанокристаллического никеля, стали (без предварительной деформации и с предварительной деформацией) и алюминиевый сплав 2519 А при различных температурах. Были выявлены аналогичные динамические эффекты на диаграммах

растяжения для материалов с различной чувствительностью к скорости деформации и структурно-временными параметрами.

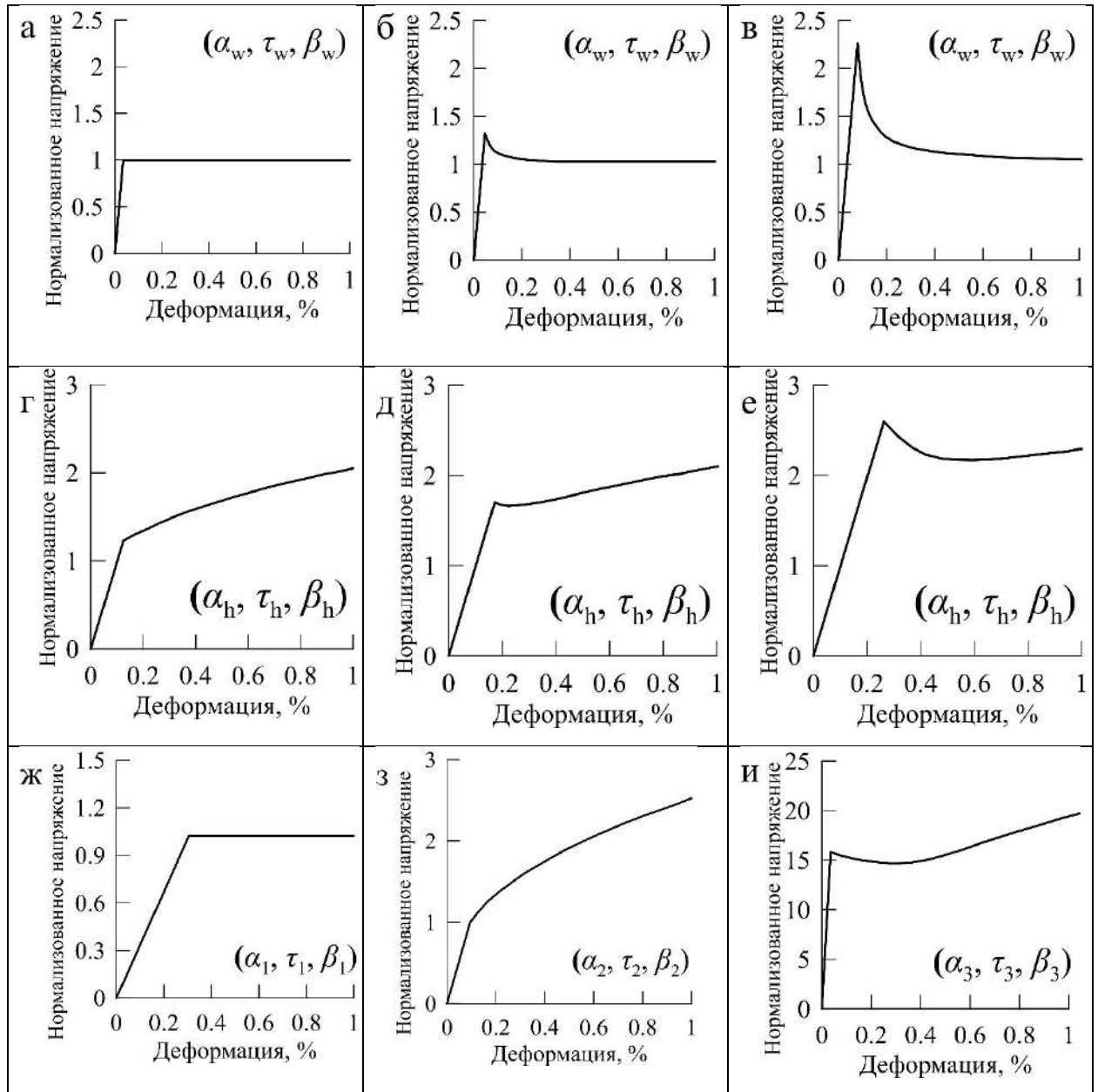


Рис. 66. Разнообразие откликов материалов, обеспечиваемое релаксационной моделью пластичности.

Глава 4. Релаксационная модель пластичности для циклических нагрузок. Аналитическое моделирование процесса накопления деформаций при циклических нагрузках

Предлагаемая аналитическая модель (структурно-временная модель циклического нагружения) основана на оценке структурно-временных характеристик на начальной стадии текучести (Раздел 2.1) [57,58] и релаксационной модели пластичности (Раздел 2.3) [59–61]. Эффективное прогнозирование деформационного поведения дает возможность разработать структурную модель циклической деформации при произвольном законе деформирования в конкретном цикле.

Прогнозирование деформационных характеристик способных к циклической стабилизации материалов проводится с помощью аналитической релаксационной модели пластичности, модифицированной применительно к циклическому деформированию и базирующейся на идее определения структурно-временных и релаксационных характеристик материала. Показано, что разработанная ранее для однократного нагружения релаксационная модель пластического деформирования способна прогнозировать процесс быстрого затухания пластических деформаций (эффект стабилизации). Наблюдается хорошее согласие результатов феноменологической модели с экспериментальными данными на примере двухфазной стали DP 500, а также на примере подвергнутой термической обработке и комбинированной деформационно-термической обработке стали

50 при односторонней циклической деформации. Дается сравнение оценок характерного времени структурированной и наноструктурированной стали 50. Показано, что показатель временной чувствительности материала, представленный в релаксационной модели пластичности, может учитывать способ обработки материала.

Рассмотрена приспособляемость стали 45 к малоцикловой деформации от 100 до 1000 циклов при различных постоянных амплитудах, характеризующаяся эффектом стабилизации пластической деформации С45Е, который широко используется для изготовления валов и характеризуется превосходной прочностью. В настоящей работе экспериментально исследуется явление стабилизации пластической деформации при жестком нагружении в зависимости от амплитуды и скорости нагружения. В данном исследовании предложенная структурно-временная модель циклической деформации одновременно предсказала зависимость напряжения от деформации и эффект стабилизации пластической деформации на основе ширины гистерезиса. Используя петлю гистерезиса на каждом цикле, вычисляем накопленные повреждения в материале при стабилизации пластической деформации. Эксперименты показывают, что диапазон циклов стабильной пластической деформации уменьшается с увеличением амплитуды и скорости деформации. Предлагаемая модель учитывает историю деформирования, экспериментальные данные малоциклового деформирования стали 45 и наличие установленного эффекта стабилизации.

Результаты, представленные в главе, опубликованы в работах [205–209].

4.1. Формулировка модели

Рассмотренная выше модель (Раздел 2.3) может быть модифицирована на случай циклического деформирования при произвольной истории нагружения на отдельном цикле. На основе релаксационной модели пластичности составим схему деформирования на j цикле с дополнительным условием разгрузки:

$$\sigma_j(\varepsilon_j(t)) = \begin{cases} \sigma(\varepsilon_j(t)), & t < t_j^{\text{unl}}, \\ E(\varepsilon_j(t) - \varepsilon_j^{\text{unl}})H(\varepsilon_j(t) - \varepsilon_j^{\text{unl}}), & t \geq t_j^{\text{unl}}. \end{cases} \quad (53)$$

где $\sigma_j(\varepsilon_j(t))$ – временная зависимость напряжений, $\varepsilon_j(t)$ – текущая временная зависимость деформаций, t_j^{unl} – время разгрузки, $\varepsilon_j^{\text{unl}}$ – значение деформации при t_j^{unl} . На каждом отдельном $j+1$ цикле значение статического предела текучести будет определяться из условия

$$\sigma_Y^{j+1} + \sigma_Y^j = 2 \left| \sigma_j(\varepsilon_j(t_j^{\text{unl}})) \right|, \quad (54)$$

где $\sigma_Y^0 = \sigma_Y$.

$$\sigma_Y^{j+1} + \sigma_Y^j = 2 \left| \sigma_j(\varepsilon_j(t_j^{\text{unl}})) \right|, \quad (55)$$

$\sigma_Y^0 = \sigma_Y$. Структурно-временная модель циклического деформирования, основанная на релаксационной модели пластичности, позволяет рассчитать деформационную диаграмму и зависимость накопленных пластических деформаций. В данном исследовании в качестве накопленных деформаций используется ширина петли деформационного гистерезиса, определяемая как разность максимальной и минимальной деформаций при нулевом напряжении j -го цикла.

В качестве примера на Рис. 67 показан результат расчета деформационной зависимости для случая знакопеременного нагружения. В

случае односторонней деформации можно вычислить накапливаемые остаточные деформации в течение N циклов по выражению

$$\sum_j \varepsilon_j^{\text{ост}} = \varepsilon_j^{\text{unl}} - \sigma_Y^j / E, \varepsilon_0^{\text{ост}} = 0 \quad (56)$$

и тогда временная зависимость деформации на $j + 1$ цикле будет имеет вид

$$\varepsilon_{j+1}(t) = \varepsilon(t) + \sum_j \varepsilon_j^{\text{ост}}. \quad (57)$$

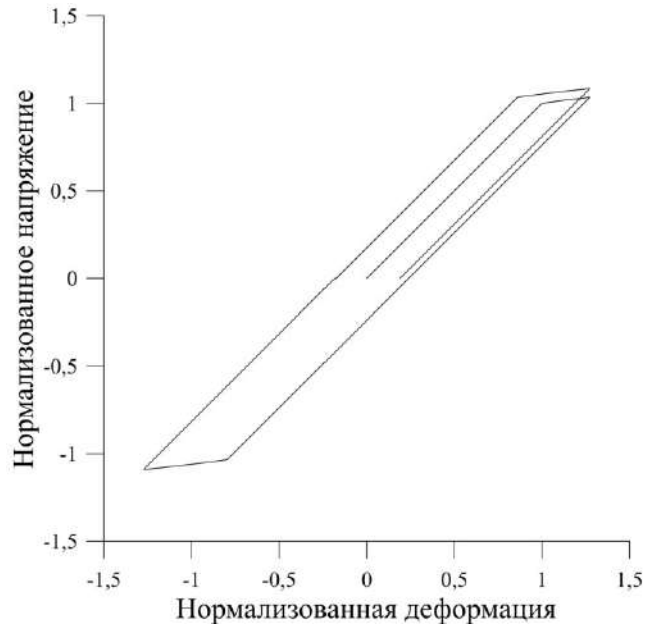


Рис. 67. Схема петли гистерезиса, полученная по структурно-временной модели циклического деформирования. Нормализованное напряжение – это отношение напряжения к статической деформации на первом цикле. Нормализованная деформация – это отношение деформации к упругой деформации на первом цикле.

Принято считать [210,211], что при знакопеременной нагрузке можно рассматривать не накопленную деформацию, а среднюю накопленную деформацию (ratcheting strain)

$$\varepsilon_r = 1/2 (\ln(1 + \varepsilon_{\max}) + \ln(1 + \varepsilon_{\min})), \quad (58)$$

где ε_{\max} – максимальная деформация в цикле, а ε_{\min} – минимальная деформация в цикле. В дальнейшем, расчеты с помощью структурно-временной (релаксационной) модели пластичности будут проводиться для

случая одностороннего деформирования сталей [212,213] с постоянной амплитудой воздействия (A) на каждом цикле и полутреугольной формой импульса длительностью $\lambda\tau$:

$$\varepsilon(t) = (A/\lambda)(t/\tau)H(t)[1 - H(t - \lambda\tau)]. \quad (59)$$

4.2 Эффект стабилизации с конечной упругой стадией деформирования

Построенная расчетная схема (53) – (55) на основе релаксационной теории пластичности (Раздел 2.3.1) позволяет вычислить деформации и напряжения в материале за весь период циклического нагружения с треугольной формой импульса. Помимо деформационной кривой, апробацию модели можно проводить по экспериментальной зависимости накопленных пластических деформаций от номера цикла. В результате апробации можно оценить временную чувствительность материала при циклических нагрузках (параметр характерного времени релаксации напряжений), отвечающую за чувствительность к частоте (периоду) воздействия.

4.2.1. Пример на стали DP500

Быстрое затухание пластических деформаций для циклически стабильного материала рассмотрим на примере циклического деформирования двухфазной стали DP500 [212]. Циклическое деформирование в работе [212] проводилось при постоянной амплитуде напряжений 400 МПа и частотой нагружения 20 Гц, то есть минимальное напряжение равнялось 0 и среднее напряжение равнялось половине минимального напряжения. Эффект стабилизации пластической деформации в работе [212] наблюдался вплоть до 10^5 цикла, но в данной работе процесс

накопления пластической деформации рассматривается до 1000 цикла. Построенная по структурно-временной модели циклического деформирования зависимость амплитуды пластических деформаций от числа цикла и экспериментальные данные показаны на Рис. 68. Теоретические зависимости были построены по параметрам $\lambda=338$, $A=0.0375$ (параметр вычислен из условия постоянного значения амплитуды напряжений 400 МПа), $\beta=0$. Применяя критерий (1), было определено значение инкубационного времени двухфазной стали DP500 $\tau_Y = 0.67$ мс. На Рис. 68 показано, что структурно-временная модель циклического деформирования позволяет качественно прогнозировать установление стабильного цикла до 100 цикла и постоянного значения пластической деформации в материале.

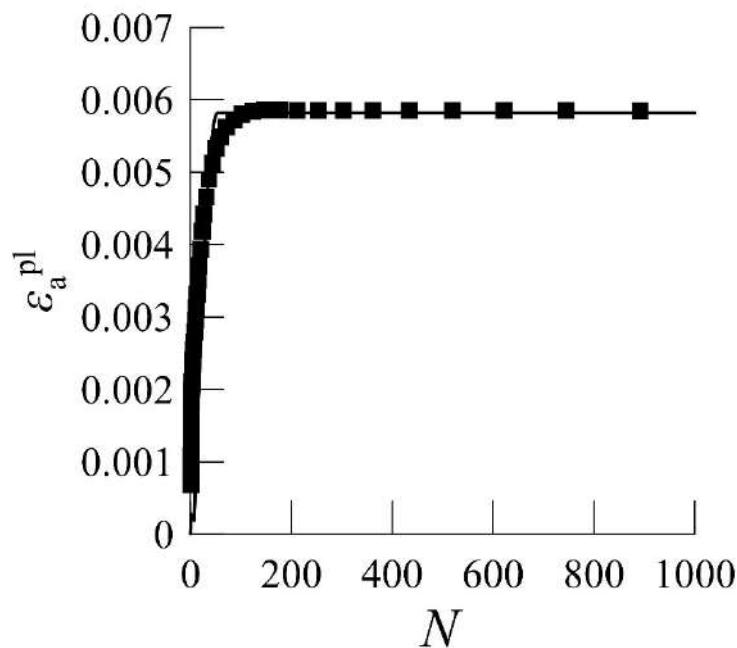


Рис. 68. Зависимость амплитуды пластических деформаций от числа циклов для двухфазной стали DP 500 [212] при постоянной амплитуде напряжений 400 МПа. Квадраты – экспериментальные данные [212], сплошная линия – расчет по структурно-временной модели циклического деформирования.

На рис. 69 показана полная зависимость напряжение-деформация для двухфазной стали DP 500, построенная по структурно-временной модели циклического деформирования, и гистерезис на 100 и 1000 циклах, наблюдаемый в экспериментах [212]. Видно, что после установления стабильного цикла материал деформируется по линейно упругому закону. Таким образом, предлагаемая модель имеет качественно хорошее соответствие в определении деформационных характеристик на отдельном цикле и в моделировании стабилизационного процесса.

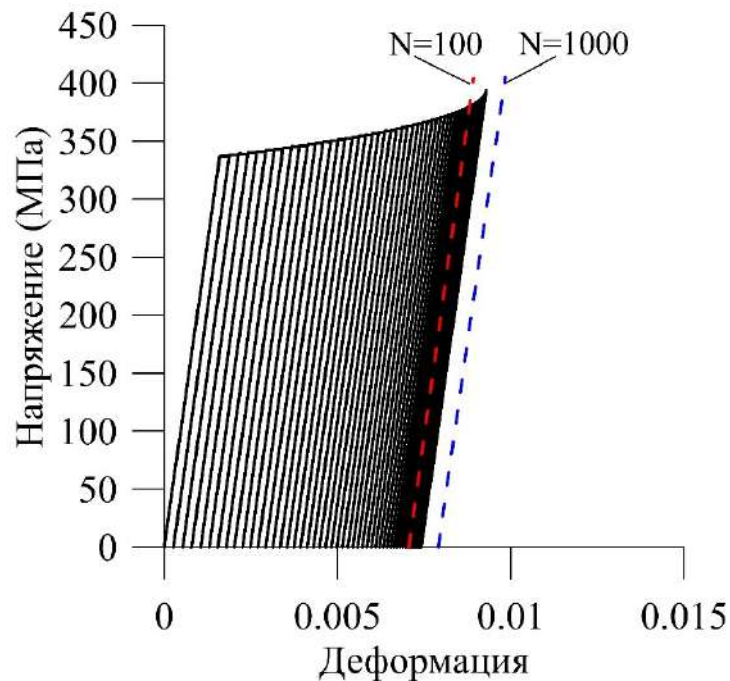


Рис. 69. Полная зависимость напряжение-деформация для двухфазной стали DP 500 [212] при постоянной амплитуде напряжений 400 МПа. Штриховые линии – экспериментальный гистерезис при 100 и 1000 циклах, сплошная линия – расчет по структурно-временной модели циклического деформирования.

4.2.2. Структурно-временные эффекты малоциклового деформирования на стали 50

Оценки характерного времени циклически стабильных материалов позволяют сравнивать материалы с различной обработкой. Применим структурно-временную модель циклического деформирования к экспериментам закаленной стали 50 по «жесткому» циклическому деформированию [213]. Статический предел текучести при деформационно-термической обработке ($\sigma_Y^0 = 1440$ МПа), когда была получена наноструктурированная сталь, был незначительно выше, чем при термической обработке ($\sigma_Y^0 = 1420$ МПа), когда сталь являлась стабильно структурированной. Одностороннее деформирование (растяжение) стальных образцов [213] проводилось по пилообразному закону с частотой нагружения 0.5 Гц с амплитудой полной деформации цикла $A=0.011$. Теоретические зависимости были построены по параметрам $A=0.011$, $\beta=0$, $\lambda=385$ для комбинированной деформационно-термической обработки и $\lambda=500$ для термической обработки. Как показано на Рис. 70, построенная модель позволяет качественно описать существенное увеличение остаточной деформации до 200 цикла и эффект стабилизации пластической деформации, начиная с 1200 цикла. Последнее наблюдается в экспериментальных исследованиях [213] по структуре поверхностного слоя образцов стали в конце циклического деформирования, которые подтверждают повышенную сопротивляемость деформированию, несмотря на распространение микротрещин с каждым новым циклом (Рис. 71).

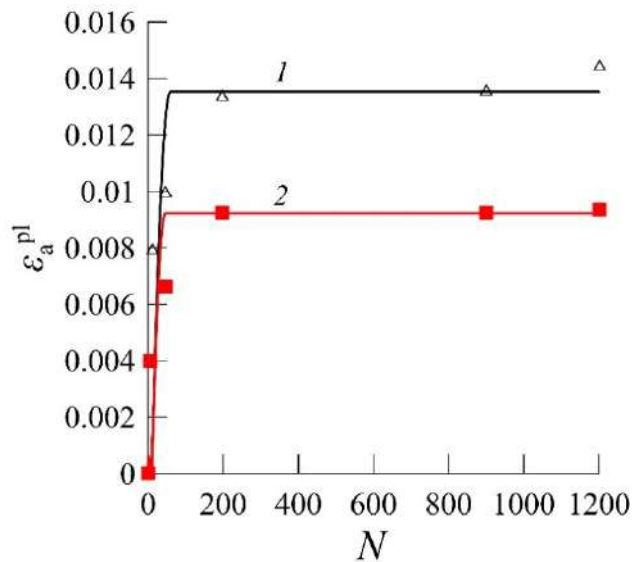


Рис. 70. Зависимость накопленной пластической деформации при малоцикловом деформировании закаленной стали 50 [213] после термической обработки ($\tau_Y=0.22$ мс) и комбинированной деформационно-термической обработке ($\tau_Y=4.16$ мс). Квадраты и треугольники обозначают эксперимент, а сплошные линии соответствуют расчету по структурно-временной модели циклического деформирования.

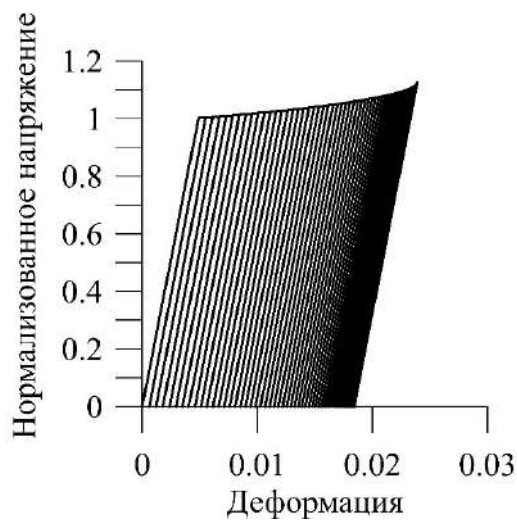


Рис. 71. Полная деформационная зависимость для закаленной стали 50 [213] после термической обработки, рассчитанная по структурно-временной модели циклического деформирования.

Полученное большее инкубационное время для комбинированной обработки (4.16 мс), чем при термической обработке (0.22 мс) соответствует меньшему значению накопленной пластической деформации. В работе [213] было отмечено, что дополнительная деформационная обработка стали 50 повлияла на внутреннюю структуру материала (при деформационно-термической обработке структура стали была наноструктурированной) и на исчезновение площадки текучести при статическом воздействии, но количественно изменений предела текучести не наблюдалось. В рамках расчетной схемы структурно-временной модели циклического деформирования различные значения характерного времени релаксации напряжений для различных обработок можно связать с изменением структуры, влияющих на временную чувствительность материала к частоте нагружения.

4.3. Эффект стабилизации петли гистерезиса. Эксперимент по эффекту стабилизации при мягком (при постоянном напряжении) и жестком циклам (при постоянной деформации)

4.3.1. Подробности эксперимента

Для испытаний на квазистатическую и малоцикловую усталость использовали стандартную высокопрочную конструкционную углеродистую сталь марки С45Е, Россия. Опытные образцы были изготовлены из круглого прутка диаметром 6 мм, соответствующего российским стандартам (ГОСТ 1050-88, ГОСТ 1051-73 и 7417-75), с химическим составом, приведенным в Табл. 24. Каждый образец имел диаметр $d = 3$ мм и расстоянием между плечами $l = 25$ мм для квазистатических испытаний и $d = 1.3$ мм и $l = 16.6$ мм

для испытаний на малоцикловую усталость (Рис. 72). Подготовленные образцы перед механическими испытаниями подвергались закалке при 840 °С и полировке. Квазистатические испытания на растяжение проводили на испытательной машине Shimadzu AG-50 kNX.

Табл. 24. Химический состав стали С45Е.

С (%)	Mn (%)	Si (%)	S (%)	P (%)	Cr (%)	Ni (%)	Cu (%)
0.48	0.59	0.3	0.019	0.022	0.07	0.06	0.03

а



б

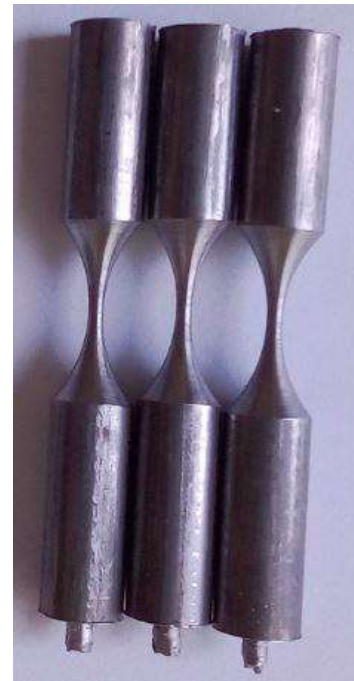


Рис. 72. Вид образцов для (а) статических и (б) циклических испытаний.

Эксперименты по малоцикловоу усталости проводились на установке Instron Electropuls E3000 с частотой нагружения 0.5 Гц. Образцы испытывали в двух деформационных режимах в цикле нулевой деформации ($\varepsilon_{min}=0$): (i) при постоянной амплитуде деформации $\varepsilon_a=0.6\%$ и скорости нагружения 0.5 %/с и (ii) при постоянной амплитуде деформации $\varepsilon_a = 0.7\%$ и скорость нагружения 0.65 %/с. Зависимость истинного напряжения от деформации рассчитывали по

выходным данным напряжения (σ_s) и деформации удара (ε_s) с помощью программного обеспечения Instron, по силовым характеристикам всего образца и перемещению, определяемому как расстояние между захватами, которые захватывают образец. В дальнейших расчетах зависимостей напряжение-деформация использовались истинные деформации $\varepsilon = \ln(1 + \varepsilon_s)$ и истинные напряжения $\sigma = \sigma_s(1 + \varepsilon_s)$.

4.3.2. Результаты экспериментов

Результаты статических испытаний углеродистой стали С45Е до и после закалки при 840 °С, полученные по экспериментальным данным для четырех образцов, представлены на рис. 73, где представлена типичная деформационная зависимость. Статический предел текучести статических образцов после закалки при 840 °С составил 430 МПа.

Ширина петли гистерезиса по деформации стабилизируется при постоянной амплитуде деформации 0.6 % и различной скорости нагружения (рис. 74 а). Стабилизация ширины петли гистерезиса деформации произошла раньше при более высокой скорости нагружения при той же амплитуде деформации (рис. 74 б). На рис. 75 представлены петли гистерезиса стали С45Е при 100 и 2050 циклах и ширина петли гистерезиса для двух режимов нагружения: амплитуда деформации $\varepsilon_a = 0.6$ % и скорость деформации нагружения $\dot{\varepsilon} = 0.5$ %/с и амплитуда деформации $\varepsilon_a = 0.7$ % и скорость деформации нагружения $\dot{\varepsilon} = 0.65$ %/с. Петли гистерезиса в начале действия стабилизации и на стадии упрочнения при малоцикловой деформации различны (рис. 75 а). При этом циклы стабильной пластической деформации составляли от 100 до 950 циклов при постоянной амплитуде деформации 0.6 % и от 75 до 280 циклов при постоянной амплитуде деформации 0.7 %.

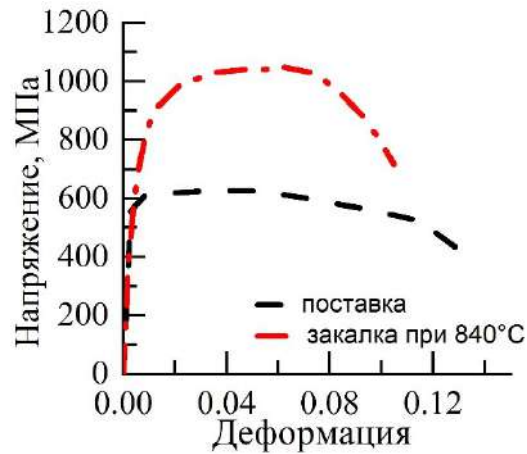


Рис. 73. Статическая деформационная диаграмма стали С45Е до и после закалки при 840 °С.

Длительность стабильности ширины гистерезиса деформации уменьшается с увеличением амплитуды. Таким образом, стабильность ширины гистерезиса деформации зависит от амплитуды деформации и скорости нагружения. Выявление экспериментального режима стабилизации различных материалов повышает качество оценки прочности и ресурса конструкции при циклическом нагружении.

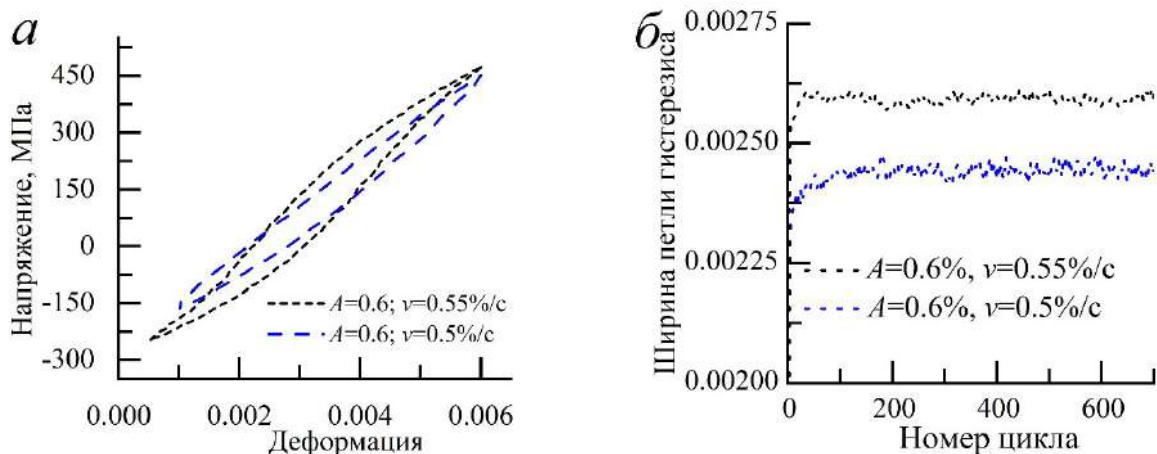


Рис. 74. (а) Петли гистерезиса стали С45Е при 750 цикле и (б) зависимости ширины петли гистерезиса стали С45Е от номера цикла при постоянном значении амплитуды 0.6 % и две скорости деформации $\dot{\epsilon}=0.5$ и 0.55 % /с.

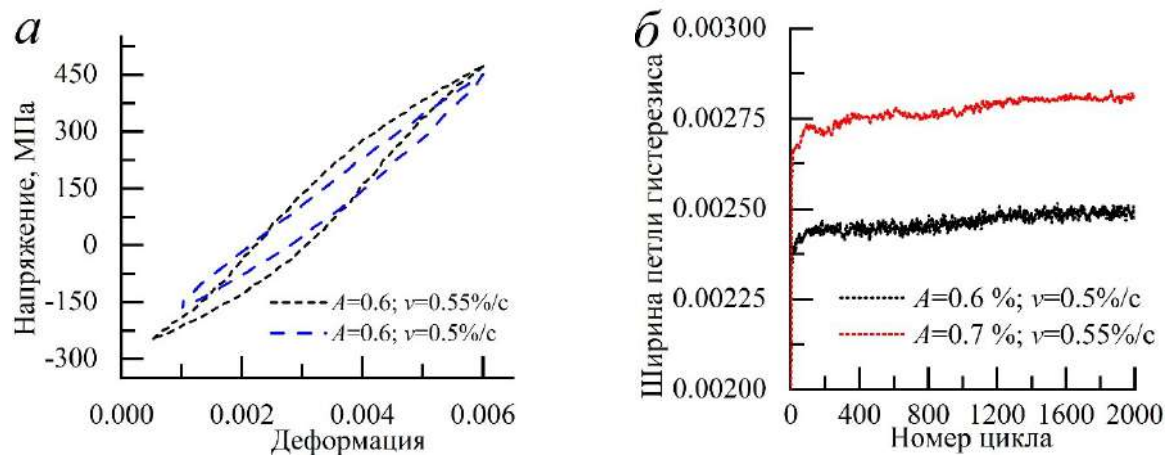


Рис. 75. (а) Петли гистерезиса стали С45Е при 100 и 2050 циклах и (б) зависимости ширины петли гистерезиса стали С45Е для двух режимов нагружения: $\varepsilon_a = 0.6 \%$, $\dot{\varepsilon} = 0.5 \%/с$ и $\varepsilon_a = 0.7 \%$, $\dot{\varepsilon} = 0.65 \%/с$.

4.3.3. Сравнение теории и экспериментов

При фиксированном наборе инвариантных параметров истории нагружения (E , α , τ , β) можно прогнозировать деформацию материала при различных видах нагружения, задаваемую функцией $\Sigma(t)$ в Ур. (19) и (35). При фиксированном наборе инвариантных параметров истории нагружения (E , α , τ , β) можно прогнозировать деформацию материала при различных видах нагружения, задаваемую функцией $\Sigma(t)$ в Ур. (19) и (35). В частности, предложенную модель можно использовать при различных амплитудах деформации. На примере выбранных амплитуд показано наличие эффекта стабилизации петли гистерезиса и отсутствие этого эффекта при изменении петли гистерезиса. На рис. 76 представлена типичная зависимость напряжения от деформации для стали С45Е, полученная по экспериментальным данным для четырех образцов. Статический предел текучести для статических образцов составил 430 МПа. Петли гистерезиса для первых 100 циклов

экспериментальных и расчетных деформационных характеристик стали 45 при постоянной амплитуде деформации $\varepsilon_a=0.6\%$ представлены на рис. 77.

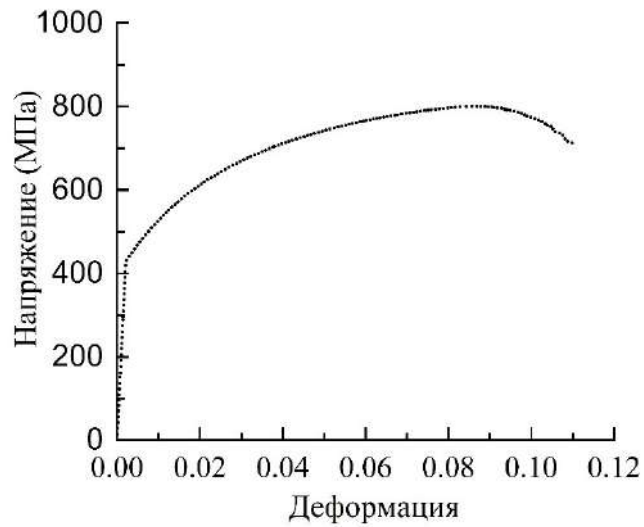


Рис. 76. Типичная деформационная зависимость стали С45Е при статическом нагружении.

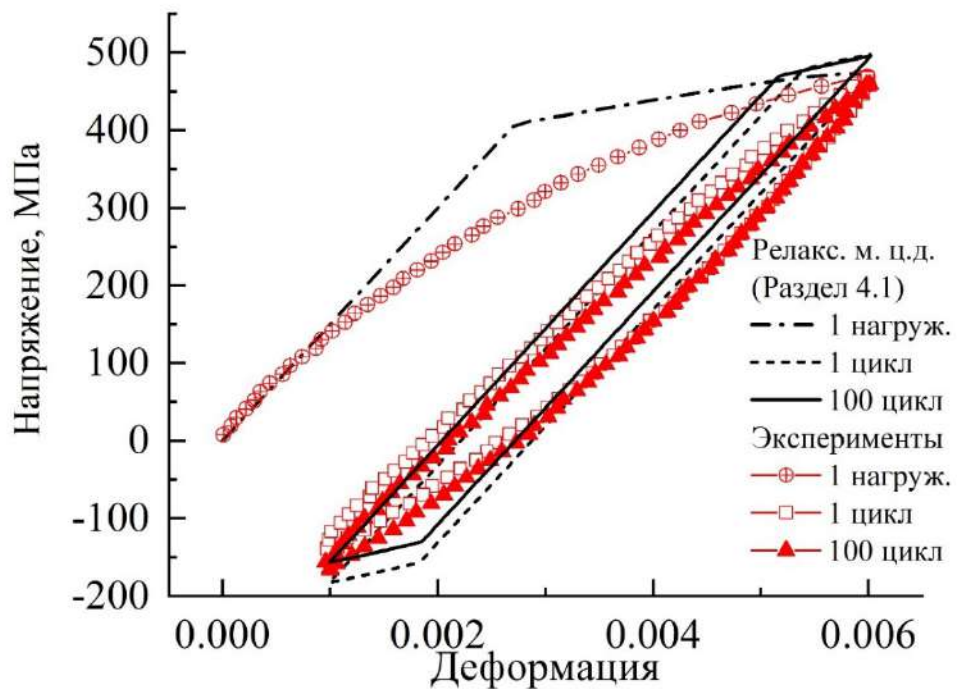


Рис. 77. Экспериментальные и теоретические петли гистерезиса для стали С45Е для первого и стабильного цикла малоциклового испытания с контролируемой деформацией.

Эксперименты показали, что ширина петли гистерезиса, определяемая по максимуму и минимуму деформации при нулевых напряжениях, изменяется с каждым новым циклом. Приспособляемость к стабилизированной пластической деформации возникает, когда новая петля деформации гистерезиса совпадает с предыдущей петлей гистерезиса.

Рис. 78 показывает экспериментальные и теоретические зависимости ширины петли гистерезиса по деформации при постоянных амплитудах деформации 0.6 % и 0.7 % и режиме нагружения $\varepsilon(t)=(A/\lambda)(t/\tau)H(t)(1-H(t-\tau))$ с амплитудой деформации A и параметром нагружения λ . Режим приспособляемости к стабильному циклу пластической деформации сменяется деформированием материала по повторяющейся петле гистерезиса. Циклы стабильной пластической деформации составляли от 100 до 950 циклов при постоянной амплитуде деформации 0.6 % и от 75 до 280 циклов при постоянной амплитуде деформации 0.7 %.

Наблюдается хорошее соответствие между теоретическими зависимостями и экспериментальными данными на Рис. 77 и процессом накопления пластической деформации на Рис. 78. Для расчета теоретических зависимостей на Рис. 77 и Рис. 78 с использованием структурно-временной модели были оценены материальные параметры стали 45 $E=200$ ГПа, $\sigma_y=300$ МПа, $\beta=0.4$ и параметры нагружения $\lambda=12$, $A=0.006$ (при амплитуде деформации 0.6 %) и $\lambda=3.8$, $A=0.007$ (при амплитуде деформации 0.7 %). Предложенная модель качественно предсказывает при различных амплитудах деформации при малоцикловом деформировании: 1) случай постепенного накопления пластической деформации до 1000 циклов и 2) случай стабилизации пластической деформации до 1000 циклов. Коэффициент корреляции между экспериментальной и теоретической зависимостями на рис. 78 составляет 0.88 % при амплитуде деформации 0.6 % и 0.83 % при амплитуде деформации 0.7 %. Таким образом, предложенная модель

качественно согласуется с историей пластической деформации, определением характеристик деформации в конкретном цикле и моделированием стабилизации.

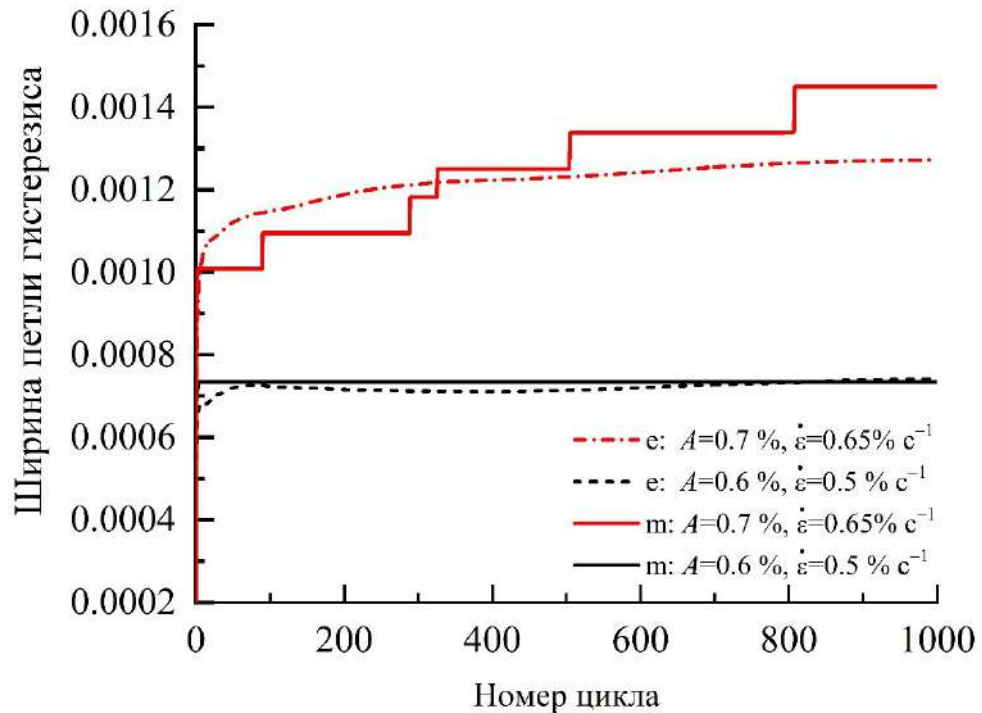


Рис. 78. Ширина петли гистерезиса по деформации в зависимости от номера циклов для стали С45Е при постоянной амплитуде деформаций 0.6 % и 0.7 % при малоцикловых экспериментах. Используются обозначения 'е' для экспериментальных зависимостей и 'm' для теоретических зависимостей, построенных по релаксационной модели пластичности для циклических нагрузок (Раздел 4.1).

4.4. Выводы к главе 4

Полученные результаты по стали 50 показали, что параметр временной чувствительности материала, вводимый в релаксационной модели пластичности, может служить хорошей мерой, отражающей произведенные

над материалом технологические действия и соответствующей мерой структурных изменений.

Была сформулирована новая модель циклического деформирования при произвольном законе деформирования на отдельном цикле на основе релаксационной модели пластичности, разработанной ранее для однократного нагружения. На основе предлагаемой модели одновременно строится полная деформационная зависимость при циклическом деформировании и моделируется процесс накопления пластических деформаций, а также устанавливается номер стабильного цикла.

Введение одного постоянного временного параметра, зависящего от структуры материала, позволило составить простую расчетную схему накопления остаточных деформаций за каждый новый цикл. Полученные результаты по стали показывают, что параметр временной чувствительности материала, вводимый в релаксационной модели пластичности, может служить хорошей характеристикой для сравнения различных обработок материала, существенно изменяющих его структуру. Полученная модель может быть использована для расчета цикла, при котором образец уже не накапливает новой пластической деформации, после чего материал, не разрушаясь, в течение достаточно длительного времени может деформироваться упруго.

Были рассмотрены испытания на малоцикловую усталость на воздействие стали при жестком нагружении. Экспериментально исследовано влияние амплитуды и скорости деформации на устойчивый цикл при малоциклового деформации стали С45Е. Выявлен эффект стабилизации петли гистерезиса для стали С45Е при различной длительности циклов в выбранных режимах нагружения. Наконец, продолжительность стабильности ширины гистерезиса деформации уменьшается с увеличением амплитуды.

Таким образом, предложенная структурно-временная модель циклического нагружения предсказала режим адаптивности к пластической деформации и предысторию деформации. Экспериментально исследовано влияние амплитуды и скорости деформации на устойчивый цикл при малоцикловой деформации стали 45. Результаты показывают, что структурно-временная модель циклического нагружения может служить удобным инструментом для моделирования циклического деформирования при различных амплитудах и скоростях деформации. Разработанная модель может быть использована для расчета числа циклов, при которых образец перестает накапливать пластическую деформацию и после которых материал может длительно упруго деформироваться, минуя разрушение.

Глава 5. Многостадийность необратимого деформирования композитных слоистых материалов (ламинатов)

В этой главе обсуждается временной характер процесса деформирования различных композитных слоистых материалов, или ламинатов, металлических многослойных композитов, усиленных полимерными волоконно-эпоксидными слоями, и их компонентов при статических и динамических нагрузках. Целью исследования является разработка и проверка предложенной в этой главе инновационной релаксационной модели необратимого деформирования и разрушения, обобщенной для гетерогенных материалов, сформулированной ранее для гомогенных материалов (Раздел 2.3.1). Предложенная релаксационная модель, обобщенная для слоистых композитов, позволяет эффективно описывать необратимую деформацию композита и далее исследовать до момента разрушения. Кроме того, разработанный подход позволяет учитывать эффекты перехода от статического к динамическому нагружению, при которых динамические предельные характеристики предела текучести металла и прочности хрупких материалов будут иметь определяющий характер в зависимости от истории нагружения. Верификация модели приведена на примере металлопластиков с различным соотношением толщин слоев металла и полимера: алюминиевого композита, армированного стекловолокном, титанового композита, армированного стекловолокном, алюминиевого композита, армированного углеродным волокном, алюминиевого композита, армированного кевларовым волокном. Показано,

что различные деформационные кривые металлокомпозитов в зависимости от скорости деформации, заканчивающиеся хрупким разрушением полимерных слоев или продолжающейся необратимой деформацией, остающихся неразрушенными слоев металла с разрушенными полимерными (волоконистыми/эпоксидными) слоями, можно прогнозировать в широком диапазоне скоростей деформации с помощью релаксационной модели пластичности, обобщенной для гетерогенных материалов. Исходя из тех же структурно-временных параметров для композитов Ti/GFRP(0/90/90/0)/Ti и Ti/GFRP(0/90)/Ti/GFRP(90/0)/Ti и полимерных слоев, моделируется одностадийный и двухстадийный эффект сброса напряжений при необратимом деформировании композита при статическом и динамическом нагружении. Изменение многостадийности разрушения металлокомпозитов, армированных стекловолокном, при динамическом нагружении по сравнению со статическим объясняется разными характерными временами разрушения волоконно-эпоксидного слоя и металлических слоев. На примере композитов с различной толщиной слоев наличие упругопластической деформации композита после разрушения полимерных слоев интерпретируется различными значениями характерных времен релаксации для полимерного (волоконно/эпоксидное) и металлического слоев.

Результаты, представленные в главе, опубликованы в работах [214–217].

5.1. Релаксационная модель необратимого деформирования и разрушения для гетерогенных материалов

5.1.1. Формулировка модели

Рассмотрим модель для прогнозирования процесса деформации неоднородных волоконистых металлических ламинатов на основе

релаксационной модели пластичности (Раздел 2.3.1) и критерий инкубационного времени текучести (Раздел 2.1.1). Ранее эта модель была предложена для однородных материалов и применялась для прогнозирования кривых напряжение-деформация в широком диапазоне скоростей деформации. Многослойный металлический композит, усиленный волокнами, рассматривается как единый композиционный материал с эффективными механическими свойствами. Учитывая поведение одноосной деформации волокнистых металлических ламинатов, такого как текучесть металлических слоев, расслоение и разрушение волокнистого слоя, в этом разделе предлагается расширить релаксационную модель пластичности с дополнением условия разрушения некоторых волокнисто-эпоксидных слоев таким образом, как это наблюдалось в экспериментах. Рассмотрим численную схему модели:

$$\sigma_{comp}(t) = \begin{cases} E_0 \varepsilon(t), & \varepsilon/\dot{\varepsilon} < t_y^{eff}, \\ E_0 \left\{ \gamma(t) \Big|_{\Sigma(t)=E_0 \dot{\varepsilon} t; \sigma_y = \sigma_y^{eff}} \right\}^{1-\beta_0} \varepsilon(t), & t_y^{eff} \leq \varepsilon/\dot{\varepsilon} < t_*^1, \\ E_0 \left\{ \gamma(t) \Big|_{\Sigma(t)=E_1 \dot{\varepsilon} t; \sigma_y = \sigma_y^{Me}} \right\}^{1-\beta_1} \varepsilon(t), & t_*^1 \leq \varepsilon/\dot{\varepsilon} < t_*^2, \\ \dots \\ E_0 \left\{ \gamma(t) \Big|_{\Sigma(t)=E_{n-1} \dot{\varepsilon} t; \sigma_y = \sigma_y^{Me}} \right\}^{1-\beta_{n-1}} \varepsilon(t), & \varepsilon/\dot{\varepsilon} > t_*^n. \end{cases} \quad (60)$$

где $\sigma_{comp}(t)$ – временная зависимость напряжения композита с металлической матрицей, E_0 – начальный модуль Юнга композита с металлической матрицей, $\varepsilon(t)$ – временная зависимость деформации композита с металлической матрицей, t_y^{eff} – время текучести металлических слоев, $\gamma(t)$ – функция релаксации; $t_*^1, t_*^2, \dots, t_*^n$ – времена разрушения хрупких волокнистых слоев композита; E_1, E_2, \dots, E_{n-1} – модуль Юнга металловолокон при разрушении хрупких 1... n-1 волокнистых слоев, n – число волокнистых слоев, $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n-1}$ – степень упрочнения металловолокна при разрушении хрупких 1... n-1 волокнистых слоев; $\Sigma(t)$ – временная зависимость функции нагрузки в образце

композита с металлической матрицей. Критические времена t_y^{eff} и t_*^i определяются на основе структурно-временного подхода (Раздел 2.1.1, Ур. (19)), записанного для металлических слоев:

$$\frac{1}{\tau_y^{eff}} \int_{t_y^{eff} - \tau_y^{eff}}^{t_y^{eff}} \left(\frac{\Sigma(t_1)}{\sigma_y^{eff}} \right)^{\alpha_{eff}} dt_1 = 1 \quad (61)$$

и хрупких слоев (Раздел 1.1, Ур. (2)):

$$\frac{1}{\tau_f^i} \int_{t_*^i - \tau_f^i}^{t_*^i} \left(\frac{\Sigma(t_1)}{\sigma_f^i} \right)^{\alpha_f^i} dt_1 = 1. \quad (62)$$

где τ_f^i и τ_y^{eff} — характерные времена волокнистых слоев и металлических слоев, α_{eff} и α_f^i — параметры чувствительности материала к амплитуде силового поля, вызывающего необратимую деформацию алюминиевых и волокнистых слоев. Структурно-временные параметры α , α_{eff} , α_f^i , τ_f^i , τ_y^{eff} и β_i имеют постоянные значения при любой скорости деформации и различные значения для структурно различных материалов. σ_y^{Al} и σ_f^i статический предел текучести алюминия и статическая прочность хрупких волокон. Подробные физические интерпретации параметров модели приведены в следующих статьях [60,171,127,214]. Эта модель учитывает изменение модуля упругости композита от E_{or} до E_{fin} при разрушении слоев хрупких волокон и изменение площади поперечного сечения армированного металлического ламината от S_{or} до S_{fin} :

$$E_{or}S_{or} = E_{fin}S_{fin} \quad (63)$$

С помощью предложенной модели можно рассчитать упругую, неупругую и необратимую стадии деформации композита до полного разрушения композита. Предложенная релаксационная модель для композитов-ламинатов позволяет эффективно описывать деформационную кривую композита, начиная с упругой деформации до необратимой

деформации и далее до момента разрушения. Кроме того, такой подход позволяет учитывать эффекты перехода от статического к динамическому нагружению, при которых динамические предельные характеристики предела текучести металла и прочности хрупких материалов будут носить определяющий характер в зависимости от истории нагружения $\Sigma(t)$. Единый набор характерных времен пластичности и характерных времен разрушения позволяет также эффективно прогнозировать важные конкурентные явления в материалах со сложной гетерогенной структурой.

5.1.2 Реологическая модель необратимого деформирования многослойного композита

Прежде чем представить предложенную модель в Разделе 5.1.1 в виде реологической модели, можно схематически рассмотреть релаксационную модель пластичности в Разделе 2.3.1 в виде реологической модели (рис. 79), состоящей из двух упругих элементов Гука h и o и одного пластического элемента p . Предлагаемая модель отличается от вязкоупругой модели Зинера (Zener model) в представлении модели Максвелла наличием пластического элемента с условием текучести в уравнении (19), вместо вязкого элемента. Основываясь на предложенном условии деформации в уравнении (19) для гипотетического пластического элемента p построена расчетная зависимость напряжения от деформации для широкого диапазона скоростей деформации неоднородного материала, простейший реологический элемент которого схематично показан на рис. 79. Модель состоит из двух упругих тел h и o и одного пластического тела p . По аналогии с Ур. (38) эквивалентные напряжения σ_{eqv} для реологической модели, показанной на рис. 79, задаются формулами:

$$\sigma_{eqv}(\varepsilon) = \begin{cases} E_0 \varepsilon_{eqv}, & \frac{1}{\tau} \int_{t_*-\tau}^{t_*} \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_y} \right)^\alpha ds < 1 \\ (E_0 - E_h) \frac{\Sigma_d}{E_0} + E_h \varepsilon_{eqv}, & \frac{1}{\tau} \int_{t_*-\tau}^{t_*} \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_y} \right)^\alpha ds \geq 1 \end{cases} \quad (64)$$

где Σ_d является предел текучести в широком диапазоне скоростей деформации, определяемый по критерию (19).

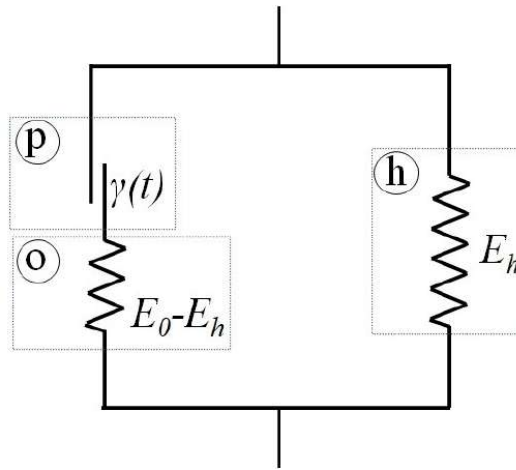


Рис. 79. Реологическая упругопластическая модель с условием текучести (19).

Параметры E_0 и E_h упругих элементов определяется через параметры релаксационной модели пластичности:

$$E(t) = \begin{cases} E_0, & \frac{1}{\tau} \int_{t_*-\tau}^{t_*} \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_y} \right)^\alpha ds < 1, \\ E_h, & \frac{1}{\tau} \int_{t_*-\tau}^{t_*} \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_y} \right)^\alpha ds \geq 1, \end{cases} \quad (65)$$

$$E_h = E_0 \frac{\gamma(t)^{1-\beta} \varepsilon_{eqv} - \frac{\Sigma_d}{E_0}}{\varepsilon_{eqv} - \frac{\Sigma_d}{E_0}} \quad (66)$$

Ур. (64)–(66) показывают, как учет пластической деформации с задаваемым условием текучести, с помощью функции релаксации $\gamma(t)$, можно соотнести с простейшей реологической моделью, соответствующей схеме показанной на рис. 79, с точки зрения релаксационной модели пластичности.

Процесс деформирования многослойного композита можно представить в виде реологической модели, схематично представленной на Рис. 80. В данной работе элемент Сен-Венана, обозначенный на Рис. 80 элементом p , задается релаксационной моделью пластичности (Раздел 2.3.1). Модель состоит из комбинированного тела AA (эффективного составного материала), описывающего деформацию алюминиевого сплава, и соединенных параллельно ему упругих тел Гука, описывающих деформацию волокон. Тело AA состоит из двух упругих тел Гука и пластического p -тела и моделирует упругопластическую деформацию с упрочнением. Предел текучести t_y^{eff} , определяемый по уравнению (61), определяет точку отсчета деформации пластического p тела в два этапа $\varepsilon \neq \dot{\varepsilon} \neq 0$, до которой деформация была равна нулю $\varepsilon = \dot{\varepsilon} = 0$. Общее реологическое уравнение модели на Рис. 80 разделено точкой начала пластического течения:

$$\sigma_{eff} = \begin{cases} E_{eff}\varepsilon_{eff}, & Int < 1, \\ E_{eff}\varepsilon_{eff} + (E_{eff} - E_h - E_f)(\varepsilon_{eff} - \varepsilon_p), & Int \geq 1. \end{cases} \quad (67)$$

$$\text{где } Int = \frac{1}{\tau_{eff}} \int_{t_* - \tau_{eff}}^{t_*} \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_y^{eff}} \right)^{\alpha_{eff}} ds.$$

Для установления связи между параметрами релаксационной моделью пластичности и реологической моделью композита на Рис. 80 имеются два предельных случая деформирования:

$$E_h + E_f \xrightarrow{\beta=0} 0 \quad (68)$$

$$E_h + E_f \xrightarrow{\beta=1} E_{eff} \quad (69)$$

материалов: GFRP – полимер (волокно/эпоксидка), армированный стекловолокном; CFRP – полимер (волокно/эпоксидка), армированный углеродным волокном; KFRP – полимер (волокно/эпоксидка), армированный кевларовым волокном; (0/90/90/0), (0/0/0/0), (0,90) и (90/0) – последовательность слоев полимера с ориентациями 0 и 90.

Табл. 25. Обзор слоистых материалов, используемых для численного моделирования релаксационной моделью пластичности для слоистых материалов.

Ссылка	Структура композита	Металлический слой	Тип волокна	Толщина одного металлического слоя, мм	Толщина композита, мм	Соотношение толщин металлического слоя к волоконно-эпоксидному слою
[218]	Me/F/Me/F/Me	Al 2024-T3 сплав	GFRP	0.4	2.2	1.2
[45,46]	Me/F/Me	Al 2024-T3 сплав	GFRP	0.6	3.7	0.48
[47,48]	Me/F/Me	Ti-6Al-4V сплав	GFRP	0.6	3.1	0.63
	Me/F/Me/F/Me	сплав	GFRP	0.4	3.15	0.62
[219]	Me/F/Me/F/Me	LY12CZ Al сплав	CFRP	0.246	1.34	1.23
[220]	Me/F/Me/F/Me	Al сплав	KFRP	0.24	1.34	1.16

На Рис. 81, Рис. 82 и Рис. 83 показаны теоретические деформационные кривые различных волокнистых металлоламинатов, построенных по экспериментальным данным из источников [45–48,218–220]. Верификация

предложенной релаксационной модели пластичности для прогнозирования статических и динамических деформационных зависимостей проводится на различных композитах-ламинатах [45–48,218–220]: Al/GFRP/Al/GFRP/Al, Ti/GFRP/Ti/GFRP/Ti, Al/GFRP/Al, Ti/GFRP/Ti. Каждая из представленных статических и динамических теоретических зависимостей показывает работоспособность модели для двух композитов-ламинатов: с разным соотношением толщин металлических и полимерных волоконно-эпоксидных слоев (Рис. 81), с различными материалами металлических слоев композита (Рис. 82), с различными полимерными волоконно-эпоксидными слоями композита (Рис. 83).

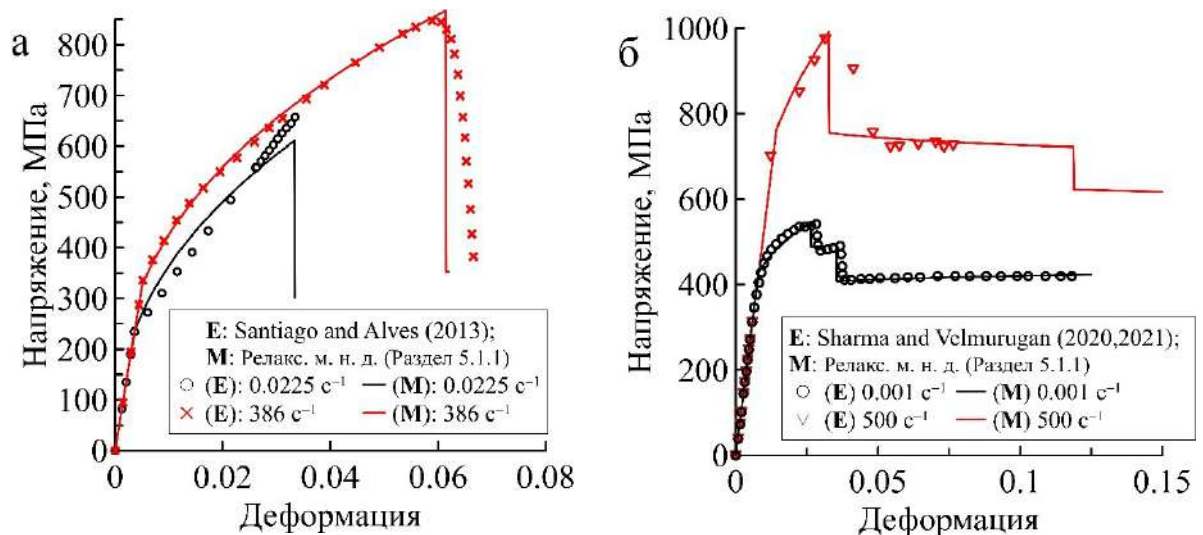


Рис. 81. Расчетные статические и динамические деформационные кривые слоистых материалов Me/GFRP/Me/GFRP/Me по предложенной модели (Раздел 5.1.1.), обозначенные сплошными линиями, при различном суммарном соотношении толщин металлических и полимерных слоев: (а) 1.2; (б) 0.62. Точками обозначены экспериментальные статические и динамические деформационные кривые: (а) Al/GFRP/Al/GFRP/Al [218] и (б) Ti/GFRP/Ti/GFRP/Ti [47,48].

Структурно-временные параметры слоистых композитов для расчета теоретических зависимостей представлены в табл. 26, табл. 27, табл. 28, табл. 29, табл. 30. Параметры релаксационной модели необратимого деформирования и разрушения инвариантны к истории нагружения, и с использованием таблицы данных можно прогнозировать скоростные чувствительности композитов при увеличении скорости деформации по теоретическим деформационным зависимостям (Рис. 81, Рис. 82, Рис. 83). Табл. 27 и 28 показывают, что одни и те же структурно-временные параметры используются для ламинатов Ti/GFRP(0/90/90/0)/Ti, Ti/GFRP(0/90)/Ti/GFRP(90/0)/Ti и GFRP (0/90/90/0) полимерных слоев композитов, представленных на Рис. 81б и Рис. 82. Многостадийность необратимого деформирования слоистых композитов условно разделена на три стадии: упругую, нелинейно-вязкоупругую и подготовку к разрушению.

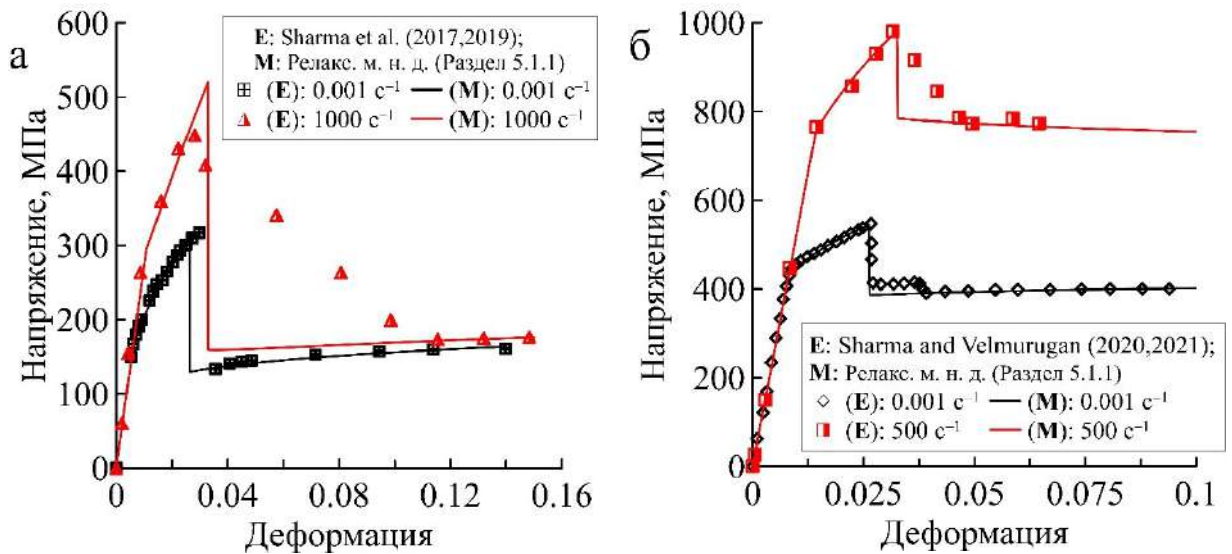


Рис. 82. Расчетные статические и динамические деформационные кривые композитов- ламинатов Me/GFRP/Me по предложенной модели (Раздел 5.1.1), обозначенные сплошными линиями, при близком значении отношения суммарных толщин металлических и полимерных слоев: (а) 0.48; (б) 0.63. Точками отмечены экспериментальные статические и динамические деформационные кривые: (а) Al/GFRP/Al [45,46] и (б) Ti/GFRP/Ti [47,48].

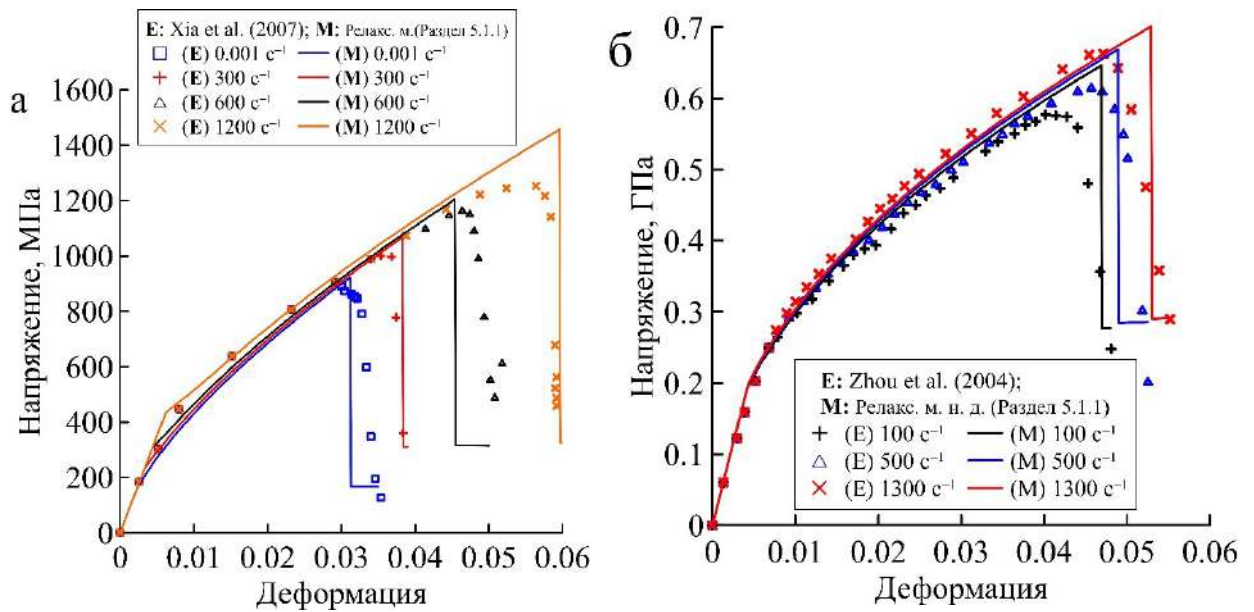


Рис. 83. Расчетные статические и динамические деформационные кривые композитов-ламинатов Al/CFRP/Al/CFRP/Al и Al/KFRP/Al/KFRP/Al по предлагаемой модели (Раздел 5.1.1.), обозначенные сплошными линиями при близком значении отношения суммарных толщин металлических и полимерных волоконно-эпоксидных слоев: (а) 1.23; (б) 1.16. Точками отмечены экспериментальные статические и динамические деформационные кривые: (а) Al/CFRP/Al/CFRP/Al [219] и (б) Al/KFRP/Al/KFRP/Al [220].

Статические экспериментальные кривые напряжение-деформация Al/GFRP/Al [45,46] в отличие от динамических кривых напряжение-деформация имеют явный сброс напряжения после достижения пикового напряжения [215]. Рис. 84 показано разрушение композитов Al/GFRP/Al [45,46] при динамическом нагружении в момент достижения пикового напряжения на кривых динамического напряжения-деформации на рис. 82а, когда волокнистые слои хрупко разрушаются, показанные в работе [215].

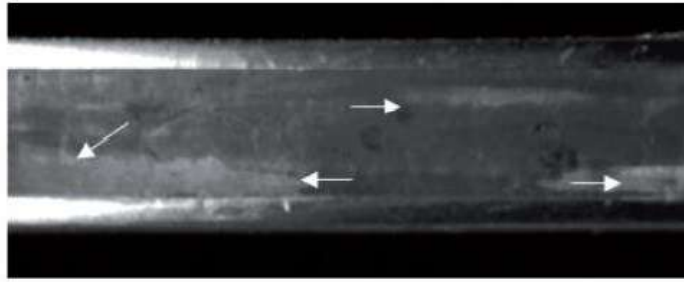


Рис. 84. Разрушение композита Al/GFRP/Al [45, 46] при скорости деформации 1000 с^{-1} в момент достижения пикового напряжения на кривых растяжения, показанное в работах [45,46,215].

Табл. 26. Параметры модели и материалов [218] для расчетных деформационных кривых композита-ламината GLARE Al/GFRP/Al/GFRP/Al на рис. 81а.

Материал	Параметр	Единицы измерения	Значение
Al/GFRP/Al/GFRP/Al КОМПОЗИТ	σ_y^{eff}	МПа	235
	E_0	ГПа	65
	α_{eff}	–	15
	τ_y^{eff}	мс	1
	β	–	0.43
Al 2024-T3 сплав	σ_y^{Me}	МПа	302.29
	β	–	0
GFRP (0/90/90/0)	σ_f^1	МПа	340
	E_f	ГПа	14
	α_f^1	–	1
	τ_f^1	с	11

Табл. 27. Параметры модели и материалы [45,46] для расчетных кривых деформации композита-ламината GLARE Ti/GFRP(0/90/90/0)/Ti и Ti/GFRP(0/90)/Ti/GFRP(90/0)/Ti на рис. 81б и рис. 82б.

Материал	Параметр	Единицы измерения	Значение
Ti/GFRP(0/90/90/0)/Ti композит или Ti/GFRP (0/90)/Ti/ GFRP(90/0)/Ti КОМПОЗИТ	σ_y^{eff}	МПа	430
	E_0	ГПа	53
	α_{eff}	–	15
	τ_y^{eff}	мс	8.4
	β при 0.001 с^{-1}	–	0.2
	β при 500 с^{-1}	–	0.36
Ti-6Al-4V сплав	σ_y^{Me}	МПа	984
	β	–	0.03
GFRP (0/90/90/0)	σ_f^1	МПа	310
	E_f	ГПа	14
	α_f^1	–	60
	τ_f^1	с	15400
GFRP (0/0/0/0)	σ_f^2	МПа	665
	E_f	ГПа	33.26
	α_f^2	–	10
	τ_f^2	с	1000

Стадия предразрушения может заключаться в разрушении слоев полимера эпоксидной смолы/стекловолокна (включая процесс расслаивания) в зависимости от толщины слоев композита (Рис. 81). Поскольку толщина металлических слоев по сравнению с полимерно-эпоксидными/волокнистыми

слоями в [218] (рис. 81 а) была больше, чем в [47,48] (рис. 81 б), стадия предразрушения на теоретических и экспериментальных кривых деформирования имела напряжения падение при скорости деформации $\dot{\varepsilon}=386 \text{ с}^{-1}$ (Рис. 81а) и продолжение пластической деформации сохранившихся металлических слоев до разрушения слоев полимера эпоксидной смолы/волокна при скоростях деформации $\dot{\varepsilon}=0.001 \text{ с}^{-1}$ и $\dot{\varepsilon}=500 \text{ с}^{-1}$ (Рис. 81б).

Табл. 28. Параметры модели и материалов [46,47] для расчетных кривых деформации композита-ламината GLARE Al/GFRP/Al/GFRP/Al на рис. 81а.

Материал	Параметр	Единицы измерения	Значение
Al/GFRP/Al/GFRP/Al композит	σ_y^{eff}	МПа	160
	E_0	ГПа	27.22
	α_{eff}	–	1
	τ_y^{eff}	мкс	10
	β при 0.001 с^{-1}	–	0.45
	β при 1000 с^{-1}	–	0.65
Al 2024-T3 сплав	σ_y^{Me}	МПа	302.29
	β	–	0.14
GFRP (0/90/90/0)	σ_f^1	МПа	310
	E_f	ГПа	14
	α_f^1	–	60
	τ_f^1	с	15400

Табл. 29. Параметры модели и материалов [219] для вычисления теоретических деформационных зависимостей композита GLARE Al/CFRP/Al/CFRP/Al, показанных на Рис. 83а.

Материалы	Параметры	Единицы измерения	Значение
Al/CFRP/Al/CFRP/Al КОМПОЗИТ	σ_y^{eff}	МПа	160
	E_0	ГПа	70
	α_{eff}	–	1
	τ_y^{eff}	мкс	7
	β	–	0.67
LY12CZ алюминиевый сплав	σ_y^{Me} ,	МПа	302.29
	β	–	0
CFRP (0/90/90/0)	σ_f^1	ГПа	1
	E_f	ГПа	32
	α_f^1	–	1
	τ_f^1	мкс	47.3

Кривые теоретического статического и динамического деформирования, отмеченные сплошными линиями на рис. 81, имеют хорошее соответствие с кривыми статического и динамического экспериментального деформирования, отмеченные символами (рис. 81 а, 81б), подтверждают, что релаксационная модель слоистых материалов способен моделировать две начальные стадии деформации и оба случая стадии предразрушения. Отметим, что при моделировании деформационных зависимостей не учитывалось уравнение (71) и сброс напряжения также был получен на рис. 81 а и 83, поскольку толщина металлических слоев была больше, чем толщина слоев полимера эпоксидной смолы/волокна.

Табл. 30. Параметры модели и материалов [220] для вычисления теоретических деформационных зависимостей композита Al/KFRP/Al/KFRP/Al, показанных на Рис. 83б

Материалы	Параметры	Единицы измерения	Значение
Al/KFRP/Al/ KFRP /Al КОМПОЗИТ	σ_y^{eff}	МПа	170
	E_0	ГПа	46
	α_{eff}	–	60
	τ_y^{eff}	мс	1
	β	–	0.51
Алюминиевый сплав	σ_y^{Me}	МПа	302.29
	β	–	0
KFRP (0/90/90/0)	σ_f^1	ГПа	1.3
	E_f	ГПа	28
	α_f^1	–	1
	τ_f^1	мкс	10

Двухэтапный сброс напряжений для статики на рис. 81б отличается от одностадийного сброса напряжений для динамики. Продолжая динамическую теоретическую зависимость на рис. 81б, также наблюдается вторая ступень сброса напряжения. Характерное время релаксации слоев полимерного стекловолокна/эпоксидной смолы (11 с в табл. 26, 15400 с и 100 с в табл. 27) обычно на несколько порядков выше, чем у металла (1 мс в табл. 2, 8.4 мс в табл. 27); поэтому процессы разрушения протекают быстрее. На рис. 85 показано сравнение зависимости прочности Ti-6Al-4V от скорости деформации, рассчитанной структурно-временным подходом в [221], и зависимости прочности полимерного волокна/эпоксидной смолы от скорости деформации, приведенной в Табл. 27. Таким образом, исчезновение

вторичного снятия напряжения на динамической деформационной кривой композита с высоким процентным содержанием волоконного-эпоксидного слоя можно объяснить преобладанием процессов, связанных с подготовкой материала к разрушению, этих слоев по сравнению с металлическими слоями. Таким образом, использование методики определения характерных времен разрушения полимерных волоконно-эпоксидных материалов, характерных времен релаксации металлического материала, входящего в состав композита, и характерного времени композита позволяет одновременно учитывать конкурирующие процессы, таких как вязко-хрупкий переход, фазовый переход и переходные процессы в композите при разных скоростях удара и материалах различной структуры.

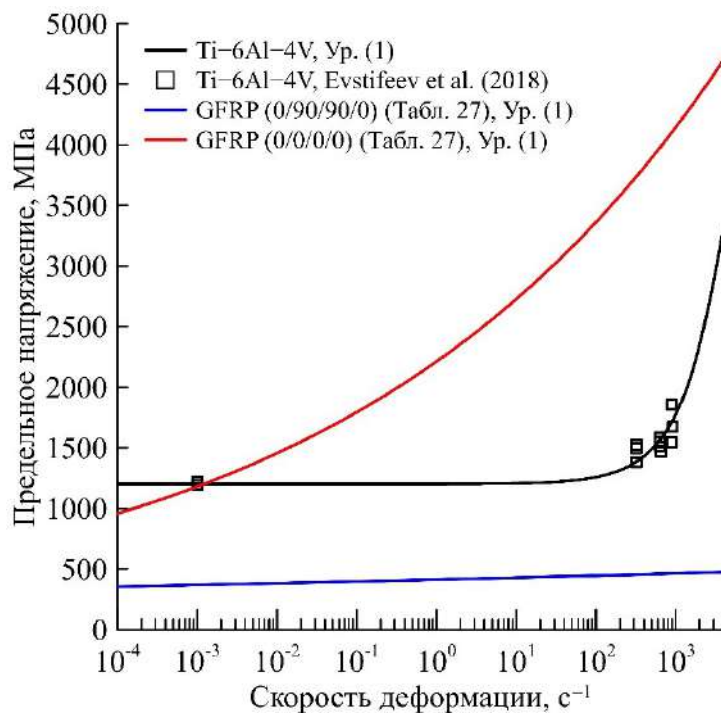


Рис. 85. Сравнение теоретической скоростной зависимости предела прочности для Ti-6Al-4V, построенной по критерию (2) на основе экспериментальных данных [221], и двух теоретических скоростных зависимостей для полимерного слоя, состоящего из волоконного и эпоксидного слоя, с ориентациями (0/90/90/0) и (0/0/0/0), структурно-временные параметры которых указаны в Табл. 27.

Инвариантные структурно-временные характеристики к истории нагружения $\Sigma(t)$ позволяют применять предложенную модель для различных комбинаций металлических и полимерных слоев. Как показано в Табл. 27, теоретические деформационные зависимости на Рис. 82 построены при тех же параметрах структурно-временной модели полимерного эпоксидного-стекловолоконного слоя [45–48]. Характерное время слоистого композита на основе Ti (8.4 мс в табл. 27) больше, чем характерное время слоистого композита на основе Al (10 мкс в табл. 28). Заменяя только структурно-временные параметры алюминиевого сплава на титановый, на основе предложенной модели с параметрами (табл. 26, 27) рассчитаны теоретические деформационные зависимости композитов с одним полимерным слоем, но разной металлической матрицей. Отсутствие плавного уменьшения напряжения для теоретической динамической кривой на Рис.82а объясняется учетом процессов разрушения без процесса расслоения волокнистых слоев.

На основе предложенной модели также предсказаны типичные динамические зависимости слоистых композитов с углеродными [219] и кевларовыми волокнами [220] (Рис. 83). Необратимая деформация слоистых композитов и уровень снятия напряжений на стадии подготовки к разрушению хорошо соответствовали экспериментальным кривым деформации [219,220]. С помощью структурно-временных параметров моделируется небольшой подъем кривой деформирования на второй нелинейной вязкоупругой стадии деформирования слоистого композита.

5.3 Выводы к главе 5

Модифицированная релаксационная модель пластичности гетерогенных материалов применялась и проверялась на металлических слоистых композитах с различными металлическими и полимерными

(волокну/эпоксидные) материалами, испытанных при статических ($\dot{\epsilon}=0.001 \text{ c}^{-1}$) и динамических ($\dot{\epsilon}=100\text{--}1300 \text{ c}^{-1}$) нагрузках. Предложенная релаксационная модель для слоистых композитов позволяет учитывать эффекты перехода от статического к динамическому нагружению, при которых динамические предельные характеристики предела текучести металла и прочности хрупких материалов будут иметь определяющий характер в зависимости от истории нагрузки.

На основе предложенной модели прогнозировались как стадии предварительного разрушения со сбросом напряжения, так и непрерывная пластическая деформация сохранившихся слоев металла до его разрушения. Исходя из тех же структурно-временных параметров для пятислойных Ti/GFRP(0/90)/Ti/GFRP(90/0)/Ti и трехслойных Ti/GFRP(0/90/90/0)/Ti титановых композитов и полимерных слоев, моделируется одностадийный и двухстадийный сброс напряжений при необратимом деформировании композита при статическом и динамическом нагружении. Одноэтапный сброс напряжения на динамической кривой композита по сравнению с двухстадийным сбросом напряжения на статической кривой объяснялось конкуренцией временных подготовительных процессов разрушения полимерного и металлического слоев.

Показано, что различные деформационные отклики металлокомпозитов в широком диапазоне скоростей деформации, характерные для хрупкого, вязко-хрупкого или вязко-хрупкого разрушения, предсказываются релаксационной моделью пластичности гетерогенных материалов. Идея заключалась в использовании единого набора характерных времен пластичности и разрушения для прогнозирования важных конкурентных явлений в композиционных материалах. Для построения динамических и статических деформационных зависимостей композита были определены структурно-временные параметры композита и составляющих его материалов

(металлических и полимерных волоконно-эпоксидных слоев). Показано, что предлагаемая модель одновременно учитывает несколько различных подготовительных процессов необратимого деформирования, которые задаются характерными временами разрушения волоконно-эпоксидных слоев, характерными временами релаксации металлического материала, входящего в состав композита, и характерное время композита-ламината. Следовательно, возникающие конкурирующие процессы, такие как вязко-хрупкий переход, фазовый переход и переходные процессы в композите при разных скоростях удара и материалах разной структуры, могут быть описаны с помощью единого набора характерных времен композита и его компонентов.

Таким образом, использование релаксационной модели пластичности не ограничивается однородными материалами, но оказывается весьма эффективным для слоистых композитов. На примере композитов-ламинатов с разной толщиной слоев наличие упругопластической деформации композита после разрушения полимерного слоя интерпретируется разными значениями характерных времен релаксации для полимерного (волоконно/эпоксидное) и металлического слоев.

Предполагается, что основные идеи подхода инкубационного времени и релаксационной пластичности могут послужить эффективным инструментом при разработке новых экспериментальных эталонов и соответствующих численных схем, учитывающих неустойчивое поведение диаграмм деформирования в композиционных материалах и их различных компонентах.

Заключение

В работе на основе одной идеи явного учета релаксации были предложены модели необратимого деформирования для описания эффектов нестабильного поведения при различных процессах: разрушения, текучести, пластичности, циклического деформирования.

Учитывая релаксацию в процессах разрушения был применен критерий инкубационного времени для описания скоростных зависимостей прочностных характеристик бетона, горных пород и мерзлого грунта в случае высокоскоростного нагружения.

Эффект более высокой динамической прочности водонасыщенного бетона, известняка, песчаника по сравнению с неводонасыщенным материалом был объяснен в рамках подхода инкубационного времени, за счет влияния роли релаксационных процессов, характеризующихся инкубационным временем: присутствие воды в образце при низких скоростях деформации процессы микрорастрескивания ускоряются, а при высоких скоростях – замедляются. Были определены значения инкубационных времен, как ключевой характеристики релаксационных процессов при разрушении, для: а) бетонов в зависимости от уровня водонасыщенности и от отношения воды к цементному раствору, б) а также, для песчаника и известняка с разным содержанием воды и плотностью. Было показано, что породы с более высокой плотностью и бетоны с более высоким уровнем влажности имеют увеличенное инкубационное время.

Сравнение экспериментальных скоростных зависимостей прочности замороженного песчаного грунта с разной массовой долей льда показало, что при высокоскоростном деформировании больший предел прочности наблюдается у грунта с большей массовой долей льда. В рамках структурно-временного подхода наблюдаемый эффект был связан с уменьшением инкубационного времени при уменьшении массовой доли льда в мерзлом грунте. Различное поведение статической и динамической прочности мерзлого грунта под влиянием массовой доли льда успешно был спрогнозировано на основе критерия инкубационного времени и связан с эффектом конкуренции релаксационных процессов для каждого из грунтов с разной массовой долей льда, характеризующихся различным характерным временем.

С помощью построенных теоретических зависимостей по предложенному критерию инкубационного времени было проанализировано влияние формы волокна на чувствительность стального и синтетического фибробетона к скорости деформации. Больше инкубационное время и большая динамическая прочность наблюдалась в бетоне, армированном спиральным волокном.

Сравнение материалов при динамических нагрузках можно провести, оценив инкубационное время разрушения с достаточной степенью достоверности. Кроме того, сравнение инкубационного времени разрушения позволяет адекватно сравнивать скоростную чувствительность материалов и прогнозировать влияние конкуренции прочности.

Энергетический и прочностной предельный критерии, определяемые по структурно-временному подходу, использовались для прогнозирования скоростных зависимостей динамической вязкости разрушения и работы разрушения, соответственно. Полученные оценки инкубационных времен для угля и гранита с различной длиной разреза образца показали, что

определяемое по силовому критерию инкубационное время не зависит от длины разреза образца.

Таким образом, предлагаемый подход инкубационного времени разрушения может быть легко применен в инженерной практике и может быть полезен при разработке стандартов для динамических испытаний бетона, горных пород, мерзлого грунта. Таким образом, параметры критерия инкубационного времени, явно учитывающие релаксационные процессы при разрушении, можно рассматривать как удобный инструмент для прогнозирования принципиальных динамических эффектов прочностных характеристик бетона, горных пород, мерзлого грунта под влиянием водонасыщенности, массовой доли льда, армирования.

Инкубационное время было рассмотрено как основная характеристика материала структурно-временного подхода текучести, который предсказывает поведение предела текучести в широком диапазоне скоростей деформации. Было рассмотрено прогнозирование скоростной чувствительности материала с помощью различных динамических моделей пластической деформации. Были построены аналитические выражения для параметров эмпирических моделей Джонсона-Кука и Купера-Саймондса через параметры критерия инкубационного времени текучести, которые показали, что часть параметров эмпирических моделей Джонсона-Кука и Купера-Саймондса зависят от скорости деформации. Преимущество расчетов предела текучести по критерию инкубационного времени является необходимое количество параметров, инвариантных скорости нагружения, которые не требуют дальнейших модификаций на высоких скоростях деформации в отличие от эмпирических моделей Джонсона-Кука и Купера-Саймондса. Представленный критерий инкубационного времени текучести обладает наиболее удобным численным алгоритмом предела текучести в начальный момент пластической деформации, проявляя хорошее совпадение с

экспериментом как в диапазоне скоростей деформаций, где реализуется эмпирическая модифицированная модель Джонсона-Кука (29), так и в существенно более широком диапазоне скоростей.

Предложенная релаксационная модель пластичности, с явной введенной функцией релаксации и использованием характерного времени релаксации, позволила спрогнозировать различные типы деформационных кривых материалов в широком диапазоне скоростей деформации (рис. 84). На диаграммах было показано появление и исчезновение эффекта зуба текучести на начальной стадии пластической деформации при изменении скоростей деформации, что характеризует выраженное проявление временного характера процесса пластического деформирования. Показано, что оценка фиксированных констант материала, связанных со скоростной чувствительностью τ , амплитудной чувствительностью α и со степенью упрочнения β , позволяет автоматически строить теоретические деформационные кривые, с изменяющимся пределом текучести и пиками («зуб текучести»), обеспечивая прогноз соответствующих режимов нагружения, для которых эти явления возникают. Небольшое количество параметров и их инвариантность к скорости деформации в отличие от других подходов обеспечивает эффективность и практическую ценность предлагаемой модели.

Было проведено сравнение релаксационной модели пластичности с динамическими моделями пластичности (классическая и улучшенные модели Джонсона-Кука, феноменологической расширенной модели Русинька-Клепачко), по определению различных динамических деформационных откликов материалов. Показано, что релаксационная модель предсказывает эффект сброса предела текучести при высокоскоростной деформации стали TRIP800, стали марки 590 МПа и отсутствие такого эффекта в широком диапазоне скоростей деформации для марки стали 2.3Ni-1.3Cr.

Релаксационная модель дала лучшее соответствие зависимостей напряжение-деформация в условиях высоких скоростей деформации экспериментальным данным по сравнению с усовершенствованными моделями Джонсона-Кука. Этот подход может описать аномальное поведение пластической деформации, такое как зуб текучести. Показано, что усовершенствованная модель Джонсона-Кука и модель Русинька-Клепачко не учитывают эффект сброса предел текучести, наблюдаемое в мягких сталях и алюминиевом сплаве 7075-T6. Таким образом, релаксационная модель пластичности является эффективным и удобным инструментом для расчета некоторых основных эффектов динамической пластичности, возникающих в широком диапазоне скоростей деформации.

В отличие от других подходов, малое количество параметров и их инвариантов по отношению к скорости деформации обеспечивают эффективность и практическое удобство предложенной феноменологической модели. На основе релаксационной модели пластичности (рис. 84) были предсказаны девять новых откликов материала (рис. 55 и 60) вместе с тремя смоделированными зависимостями (рис. 54), совпадающими с известными классическими моделями. Были показаны динамические зависимости деформации с возникающим (и исчезающим) падением текучести при фиксированной скорости деформации для микро- и нанокристаллического никеля, стали (без предварительной деформации и с предварительной деформацией) и алюминиевый сплав 2519 А при различных температурах. Были выявлены аналогичные динамические эффекты на диаграммах растяжения для материалов с различной чувствительностью к скорости деформации и структурно-временными параметрами.

Была сформулирована новая модель циклического деформирования при произвольном законе деформирования на отдельном цикле на основе релаксационной модели пластичности, разработанной ранее для однократного

нагружения. На основе предлагаемой модели одновременно была построена полная деформационная зависимость при циклическом деформировании и моделируется процесс накопления пластических деформаций, а также был установлен номер стабильного цикла. Полученные результаты по стали показывают, что параметр временной чувствительности материала, вводимый в релаксационной модели пластичности, может служить хорошей характеристикой для сравнения различных обработок материала, существенно изменяющих его структуру. Полученная модель может быть использована для расчета цикла, при котором образец уже не накапливает новой пластической деформации, после чего материал, не разрушаясь, в течение достаточно длительного времени может деформироваться упруго.

Были рассмотрены испытания на малоцикловую усталость на стали при жестком нагружении. Экспериментально исследовано влияние амплитуды и скорости деформации на устойчивый цикл при малоциклового деформации стали 45. Выявлен эффект стабилизации петли гистерезиса для стали 45 при различной длительности циклов в выбранных режимах нагружения. Предложенная структурно-временная модель циклического нагружения предсказала режим приспособляемости к пластической деформации и предысторию деформации. Экспериментально было исследовано влияние амплитуды и скорости деформации на устойчивый цикл при малоциклового деформации стали 45. Результаты показывают, что структурно-временная модель циклического нагружения может служить удобным инструментом для моделирования циклического деформирования при различных амплитудах и скоростях деформации. Разработанная модель может быть использована для расчета числа циклов, при которых образец перестает накапливать пластическую деформацию и после которых материал может длительно упруго деформироваться, минуя разрушение.

Модифицированная релаксационная модель необратимого деформирования и разрушения гетерогенных материалов была применена и была проверена на металлических слоистых композитах с различными металлическими и полимерными (волокну/эпоксидные) материалами, испытанных при статических ($\dot{\epsilon}=0.001 \text{ с}^{-1}$) и динамических ($\dot{\epsilon}=100\text{--}1300 \text{ с}^{-1}$) нагрузках. На основе предложенной модели прогнозировались, как стадии предварительного разрушения со сбросом напряжения, так и непрерывная пластическая деформация сохранившихся слоев металла до его разрушения. Исходя из тех же структурно-временных параметров для композитов Ti/GFRP(0/90/90/0)/Ti и Ti/GFRP(0/90)/Ti/GFRP(90/0)/Ti и полимерных слоев, одно- моделируется стадийное и двухстадийное сброс напряжения при необратимом деформировании композита при статическом и динамическом нагружении. Одноэтапное падение напряжения на динамической кривой композита по сравнению с двухстадийным падением напряжения на статической кривой объяснялось конкуренцией временных подготовительных процессов разрушения полимерного и металлического слоев.

Было показано, что различные деформационные отклики металлокомпозитов в широком диапазоне скоростей деформации, характерные для хрупкого, вязко-хрупкого или вязко-хрупкого разрушения, предсказываются предлагаемой релаксационной моделью необратимого деформирования и разрушения гетерогенных материалов. Идея заключалась в использовании единого набора характерных времен пластичности и разрушения для прогнозирования важных конкурентных явлений в композиционных материалах. Для построения динамических и статических деформационных зависимостей композита были определены структурно-временные параметры композита и составляющих его материалов (металлического и полимерного слоев). Показано, что предлагаемая модель одновременно учитывает несколько различных подготовительных процессов необратимого деформирования, которые задаются характерными временами

разрушения полимерных материалов, характерными временами релаксации металлического материала, входящего в состав композита, и характерное время композита. Следовательно, возникающие конкурирующие процессы, такие как вязко-хрупкий переход, фазовый переход и переходные процессы в композите при разных скоростях удара и материалах разной структуры, могут быть описаны с помощью единого набора характерных времен композита и его компонентов.

Таким образом, использование релаксационной модели необратимого деформирования и разрушения не ограничивается однородными материалами, но оказывается весьма эффективным для слоистых композитов. На примере композитов с разной толщиной слоев наличие упругопластической деформации композита после разрушения полимерного слоя интерпретируется разными значениями характерных времен релаксации для полимерного (волокно/эпоксидное) и металлического слоев.

Предполагается, что основные идеи явного учета конкурирующих релаксационных процессов в релаксационной модели необратимого деформирования и разрушения могут послужить эффективным инструментом при разработке новых экспериментальных эталонов и соответствующих численных схем, учитывающих неустойчивое поведение диаграмм деформирования в композиционных материалах и их различных компонентах.

Список литературы

1. Zhou X.Q., Hao H. Modelling of compressive behaviour of concrete-like materials at high strain rate. 2008. Vol. 45. No. 17. pp. 4648–4661.
2. Hao Y., Hao H. Numerical investigation of the dynamic compressive behaviour of rock materials at high strain rate // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2012. Vol. 46. No. 2. pp. 373–388.
3. Alam M.S., Chakraborty T., Matsagar V., Rao K.S., Sharma P., Singh M. Characterization of Kota sandstone under different strain rates in uniaxial loading // *Geotechnical and Geological Engineering*. 2015. Vol. 33. No. 1. pp. 143–152.
4. Chakraborty T., Mishra S., Loukus J., Halonen B., Bekkala B. Characterization of three himalayan rocks using a split hopkinson pressure bar // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2016. Vol. 85. pp. 112–118.
5. Hao Y., Hao H. Dynamic compressive behaviour of spiral steel fibre reinforced concrete in split pressure bar tests // *Construction and Building Materials*. 2013. Vol. 48. pp. 521–532.
6. Yet T.C., Hamid R., Kasamuri M. Dynamic Stress-Strain Behaviour of Steel Fiber Reinforced High-Performance Concrete with Fly Ash // *Advances in Civil Engineering*. 2012. pp. 1–6.

7. Wang Z.L., Liu Y.S., Shen R.F. Stress-strain relationship of steel fiber-reinforced concrete under dynamic compression // *Construction and Building Materials*. 2008. Vol. 22. No. 811–819.
8. Chen Z.Y., Yang J. Experimental study on dynamic splitting characteristics of carbon fiber reinforced concrete // *Materials*. 2021. Vol. 14. Pp. 94.
9. Wang Z.L., Shi Z.M., Wang J.G. On the strength and toughness properties of SFRC under static-dynamic compression // *Composites Part B: Engineering*. 2011. Vol. 42. pp. 1285–1290.
10. Barton N.R., Rhee M. A multiscale strength model for tantalum over an extended range of strain rates // *Journal of Applied Physics*. 2013. Vol. 114. Pp. 123507.
11. Barton N.R., Bernier J.V., Becker R., Arsenlis A., Cavallo R., Marian J., Rhee M., Park H.S., Remington B.A., Olason R.T. A multiscale strength model for extreme loading conditions // *Journal of Applied Physics*. 2011. Vol. 109. Pp. 073501.
12. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. Москва: Наука, 1966. 752 pp.
13. Johnson G.R., Cook W.H. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures // *Engineering Fracture Mechanics*. 1985. Vol. 21. No. 1. pp. 31–48.
14. Khan A.S., Suh Y.S., Kazmi R. Quasi-static and dynamic loading responses and constitutive modeling of titanium alloys // *International Journal of Plasticity*. 2004. Vol. 20. No. 12. pp. 2233–2248.
15. Lin Y.C., Chen X.M., Liu G. A modified Johnson-Cook model for tensile behaviors of typical high-strength alloy steel // *Materials Science and Engineering A*. 2010. Vol. 527. No. 26. pp. 6980–6986.

16. Wang Y.P., Han C.J., Wang C., Li S.K. A modified Johnson-Cook model for 30Cr2Ni4MoV rotor steel over a wide range of temperature and strain rate // *Journal of Materials Science*. 2011. Vol. 46. No. 9. pp. 2922–2927.
17. Gambirasio L., Rizzi E. An enhanced Johnson-Cook strength model for splitting strain rate and temperature effects on lower yield stress and plastic flow // *Computational Materials Science*. 2016. Vol. 113. pp. 231–265.
18. Camacho G.T., Ortiz M. Adaptive Lagrangian modelling of ballistic penetration of metallic targets. 1997. Vol. 142. No. 3-4. pp. 269–301.
19. Rule W.K., Jones S.E. A Revised Form for the Johnson-Cook Strength Model // *International Journal of Impact Engineering*. 1998. Vol. 21. No. 8. pp. 609–624.
20. Khan A.S., Liang R. Behaviors of three BCC metal over a wide range of strain rates and temperatures: Experiments and modeling // *International journal of plasticity*. 1999. Vol. 15. No. 10. pp. 1089–1109.
21. Couque H., Boulanger R., Bornet F. A modified Johnson-Cook model for strain rates ranging from 10^{-3} to 10^5 s⁻¹ // *Journal De Physique. IV : JP*. 2006. Vol. 134. pp. 87–93.
22. Maheshwari A.K., Pathak K.K., Ramakrishnan N., Narayan S.P. Modified Johnson-Cook material flow model for hot deformation processing // *Journal of Materials Science*. 2010. Vol. 45. No. 4. pp. 859–864.
23. Johnston W.G. Yield points and delay times in single crystals // *Journal of Applied Physics*. 1962. Vol. 33. No. 9. pp. 2716–2730.
24. Johnston W.G., Gilman J.J. Dislocation velocities, dislocation densities, and plastic flow in lithium fluoride crystals // *Journal of Applied Physics*. 1959. Vol. 30. pp. 129–144.

25. Liu W., He Z., Tang C., Chen Y. Effect of deformation condition on dynamic mechanical properties and microstructure evolution of 2519A aluminum alloy // *Cailiao Gongcheng/Journal of Materials Engineering*. 1999. Vol. 30. pp. 129–144.
26. Ye L., Dong Y., Zhang Y., Sun D., Zhang X. Effect of test temperature and strain rate on dynamic mechanical behavior of aluminum alloy 2519A // *Journal of Materials Engineering and Performance*. 2019. Vol. 28. pp. 4964–4971.
27. Zhang X., Li H., Li H., Gao H., Gao Z., Liu Y., Liu B. Dynamic property evaluation of aluminum alloy 2519A by split Hopkinson pressure bar // *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*. 2008. Vol. 18. pp. 1–5.
28. Selyutina N.S., Petrov Y.V. Comparative analysis of dynamic plasticity models // *Reviews on Advanced Materials Science*. 2018. Vol. 57. No. 2. pp. 199–211.
29. Moussavi-Torshizi S.E., Dariushi S., Sadighi M., Safarpour P. A study on tensile properties of a novel fiber/metal laminates // *Mater. Sci. Eng. A*. 2010. Vol. 527. pp. 4920–4925.
30. Zheng Z., Du Y., Chen Z., Li S., Niu J. Experimental and theoretical studies of FRP-Steel composite plate under static tensile loading // *Constr. Build. Mater.* 2021. Vol. 271. Pp. 121501.
31. Dadej K., Bienias J., Surowska B. On the effect of glass and carbon fiber hybridization in fiber metal laminates: Analytical, numerical and experimental investigation // *Compos. Struct.* 2019. Vol. 220. pp. 250–260.
32. Zakeri M., Mansoori H., Sadeghian M., Guagliano M. Impact response of fiber metal laminates based on aluminum and UHMWPE composite: Numerical simulation // *Thin-Wall. Struct.* 2022. Vol. 172. Pp. 108796.
33. Li H., Li Z., Xiao Z., Wang X., Xiong J., Zhou J., Guan Z. Development of an integrated model for prediction of impact and vibration response of hybrid fiber

metal laminates with a viscoelastic layer // *Int. J. Mech. Sci.* 2021. Vol. 197. Pp. 106298.

34. Carvalho A., de Castro Xavier G., Alexandre J., Pedroti L.G., de Azevedo A.R.G., Vieira C.M.F., Monteiro S.N. Environmental durability of soil-cement block incorporated with ornamental stone waste // *Mater. Sci. Forum.* 2014. Vol. 798-799. pp. 548–553.

35. Xie X., Qi L., Li X. Deformation, strength and water variation characteristics of unsaturated compacted loess // *Case Studies in Construction Materials.* 2022. Vol. 16. Pp. e01129.

36. Yılmaz A. Engineering properties of basalt aggregates in terms of use in granular layers of flexible pavements // *Case Studies in Construction Materials.* 2022. Vol. 17. Pp. e01182.

37. Soltani P., Keikhosravy M., Oskouei R.H., Soutis C. Studying the tensile behaviour of GLARE laminates: a finite element modelling approach // *Appl. Compos. Mater.* 2010. Vol. 18. pp. 271–282.

38. Kashfi M., Majzoubi G.H., Bonora N., Iannitti G., Ruggiero A., Khademi E. A new overall nonlinear damage model for fiber metal laminates based on continuum damage mechanics // *Engineering Fracture Mechanics.* 2019. Vol. 206. pp. 21–33.

39. Romanowicz M. A mesoscale study of failure mechanisms in angle-ply laminates under tensile loading // *Composites Part B Engineering.* 2016. Vol. 90. pp. 45–57.

40. Mahboob Z., Chemisky Y., Meraghni F., Bougherara H. Mesoscale modelling of tensile response and damage evolution in natural fibre reinforced laminates // *Composites Part B Engineering.* 2017. Vol. 119. pp. 168–183.

41. Sugiman S., Crocombe A.D., Katnam K.B. Investigating the static response of hybrid fibre-metal laminate doublers loaded in tension // *Composites Part B Engineering*. 2011. Vol. 42. pp. 1867–1884.
42. Chen J.F., Morozov E.V., Shankar K. Progressive failure analysis of perforated aluminium/CFRP fibre metal laminates using a combined elastoplastic damage model and including delamination effects // *Composite Structures*. 2014. Vol. 114. pp. 64–79.
43. Bellini C., Di Cocco V., Sorrentino L. Interlaminar shear strength study on CFRP/Al hybrid laminates with different properties // *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2020. Vol. 14. pp. 442–448.
44. McCarthy M.A., Xiao J.R., Petrinic N., Kamoulakos A., Melito V. Modelling of bird strike on an aircraft wing leading edge made from fibre metal laminates - Part 1: Material modelling // *Applied Composite Materials*. 2004. Vol. 11. pp. 295–315.
45. Sharma A.P., Khan S.H., Parameswaran V. Response and failure of fiber metal laminates subjected to high strain rate tensile loading // *Journal of Composite Materials*. 2019. Vol. 53. pp. 1489–1506.
46. Sharma A.P., Khan S.H., Parameswaran V. Experimental and numerical investigation on the uni-axial tensile response and failure of fiber metal laminates // *Composites Part B: Engineering*. 2017. Vol. 125. pp. 259–274.
47. Sharma A.P., Velmurugan R. Effect of high strain rate on tensile response and failure analysis of titanium/glass fiber reinforced polymer composites // *Journal of Composite Materials*. 2021. Vol. 55. pp. 3443–3470.
48. Sharma A.P., Velmurugan R. Uni-axial tensile response and failure of glass fiber reinforced // *Thin-Walled Structures*. 2020. Vol. 154. Pp. 106859.

49. Sun J., Huang Y. Modeling the Simultaneous Effects of Particle Size and Porosity in Simulating Geo-Materials // *Materials*. 2022. Vol. 15. Pp. 1576.
50. Li J., Zhu T., Yip S., Van Vliet K.J., Surech S. Elastic criterion for dislocation nucleation // *Materials Science and Engineering: A*. 2004. Vol. 365. pp. 25–30.
51. Oettl G., Stark R.F., Hofstetter G. A comparison of elastic–plastic soil models for 2D FE analyses of tunnelling // *Computers and Geotechnics*. 1998. Vol. 23. pp. 19–38.
52. Tuler F.R., Butcher B.M. A criterion for the time dependence of dynamic fracture // *International Journal of Fracture*. 1968. Vol. 4. No. 4. pp. 431–437.
53. Li P.R., Fan Q.B., Zhu X.J., Gong H.C. Study of high-speed-impact-induced conoidal fracture of Ti alloy layer in composite armor plate composed of Ti- and Al-alloy layers // *Defence Technology*. 2021. Vol. 17. pp. 1434–1443.
54. Brenner S.S. Tensile strength of whiskers // *Journal of Applied Physics*. 1956. Vol. 27. No. 12. pp. 1484–1491.
55. Rajaraman S., Jonnalagadda K.N., Ghosh P. Indentation and dynamic compression experiments on microcrystalline and nanocrystalline nickel // *Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*, 1. 2013. pp. 157–163.
56. Laber K., Kawałek A., Sawicki S., Dyja H., Borowski J., Lesniak D., Jurczak H. Investigation of plasticity of hard-deformed aluminium alloys of 5XXX series using torsion plastometer // *Arch Metall Mater*. 2016. Vol. 61. No. 4. pp. 1853–1860.
57. Gruzdkov A.A., Petrov Y.V. On temperature-time correspondence in high-rate deformation of metals // *Doklady Physics*. 1999. Vol. 44. No. 2. pp. 114–116.

58. Borodin E.N., Mayer A.E., Petrov Y.V., Gruzdkov A.A. Maximum yield strength under quasi-static and high-rate plastic deformation of metals // *Physics of the Solid State*. 2014. Vol. 56. No. 12. pp. 2470–2479.
59. Petrov Y.V., Borodin E.N. Relaxation mechanism of plastic deformation and its justification using the example of the sharp yield point phenomenon in whiskers // *Physics of the Solid State*. 2015. Vol. 57. No. 2. pp. 353–359.
60. Selyutina N., Borodin E.N., Petrov Y., Mayer A.E. The definition of characteristic times of plastic relaxation by dislocation slip and grain boundary sliding in copper and nickel // *International Journal of Plasticity*. 2016. Vol. 82. pp. 97–111.
61. Selyutina N.S., Petrov Y.V. Instabilities of Dynamic Strain Diagrams Predicted by the Relaxation Model of Plasticity // *Journal of Dynamic Behavior of Materials*. 2022. Vol. 8. No. 2. pp. 304–315.
62. Selyutina N.S., Petrov Y.V. Fracture of saturated concrete and rocks under dynamic loading // *Eng. Fract. Mech.* 2020. Vol. 225. No. 106265.
63. Balandin V.V., Selyutina N.S., Petrov Y.V. Effect of the mass fraction of ice on the strain rate dependence of strength under dynamic fracture of frozen soil // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2019. Vol. 60. No. 3. pp. 533–538.
64. Selyutina N.S., Petrov Y.V. The water-saturation effect for concretes and rocks subjected to high strain rates // *Procedia Structural Integrity*. 2018. Vol. 13. pp. 705–709.
65. Martemyanov A., Selyutina N.S., Katorina A. Incubation time criterion analysis of rock materials under dynamic loadings // *Procedia Structural Integrity*. 2017. Vol. 77–82. No. 6.

66. Selyutina N., Petrov Y. The dynamic strength of concrete and macroscopic temporal parameter characterized in fracture process // *Procedia Structural Integrity*. 2016. Vol. 2. pp. 438–445.
67. Petrov Y., Selyutina N. Scale and size effects in dynamic fracture of concretes and rocks // *EPJ Web of Conferences*. 2015. Vol. 94. Pp. 04005.
68. Petrov Y., Selyutina N. Dynamic behaviour of concrete and mortar at high strain rates // *Materials Physics and Mechanics*. 2013. Vol. 18. No. 2. pp. 101–107.
69. Petrov Y., Smirnov I., Evstifeev A., Selyutina N. Temporal peculiarities of brittle fracture of rocks and concrete // *Fratture ed Integrita Strutturale*. 2013. Vol. 24. pp. 112–118.
70. Selyutina N.S. Strain Rate Dependences of Dynamic Fracture Toughness and Fracture Energy of Rocks // *Physical Mesomechanics*. 2022. Vol. 25. No. 4. pp. 366–372.
71. Selyutina N. Structural-temporal peculiarities of dynamic deformation of rock // *Procedia Structural Integrity*. 2022. Vol. 42. pp. 420–424.
72. Selyutina N., Smirnov I. Dynamic fractures of concrete made of recycled aggregate or reinforced with fibres // *Mechanics of materials*. 2023. Vol. 179. Pp. 104613.
73. Норель Б.К., Петров Ю.В., Селютина Н.С. Энергетические и временные характеристики предельного состояния горных пород. СПб: Издательство Санкт-Петербургского университета, 2018. 132 pp.
74. Petrov Y.V. On “quantum” nature of dynamic fracture of brittle solids 1991. Vol. 36. pp. 802–804.
75. Morozov N.F., Petrov Y.V. *Dynamics of Fracture*. Berlin; Heidelberg; New York: Springer, 2000. 98 pp.

76. Petrov Y.V., Utkin A.A. Dependence of the dynamic strength on loading rate 1989. Vol. 25. No. 2. pp. 153–156.
77. Petrov Y.V. Incubation time criterion and the pulsed strength of continua: fracture, cavitation, and electric breakdown // Dokl. Phys. 2004. Vol. 49. No. 4. pp. 246–249.
78. Petrov Y.V., Sitnikova E.V. Dynamic cracking resistance of structural materials predicted from impact fracture of an aircraft alloy // Tech. Phys. 2004. Vol. 49. No. 1. pp. 57–60.
79. Petrov Y.V., Karihaloo B.L., Bratov V.V., Bragov A.M. Multi-scale dynamic fracture model for quasi-brittle materials // Int. J. Eng. Sci. 2012. Vol. 61. pp. 3–9.
80. Petrov Y.V., Gruzdkov A.A., Bratov V.A. Structural-temporal theory of fracture as a multi-scale process // Phys. Mesomech. 2012. Vol. 15. No. 3-4. pp. 232–237.
81. Petrov Y.V., Morozov N.F. On the modeling of fracture of brittle solids // ASME J. Appl. Mech. 1994. Vol. 61. No. 3. pp. 710–712.
82. Gruzdkov A., Sitnikova E., Morozov N., Petrov Y. Thermal effect in dynamic yielding and fracture of metals and alloys // Mathematics and Mechanics of Solids. 2009. Vol. 14. pp. 72–87.
83. Bratov V., Petrov Y. Application of incubation time approach to simulate dynamic crack propagation // Int. J. Fract. 2007. Vol. 146. pp. 53–60.
84. Petrov Y.V., Smirnov I.V., Utkin A.A. Effect of strain-rate strength dependence in nanosecond load duration range // Mech Solids. 2010. Vol. 45. No. 3. pp. 476–484.
85. Smirnov V., Petrov Y.V., Bratov V. Incubation time approach in rock fracture dynamics // Sci China Phys Mech. 2012. Vol. 55. No. 1. pp. 78–85.

86. Smirnov V.I., Petrov Y.V. Effect of pulse shape on spall strength // *J Appl Mech Tech*. 2018. Vol. 59. No. 2. pp. 303–309.
87. Brara A., Klepaczko J.R. Experimental characterization of concrete in dynamic tension // *Mech Mater*. 2006. Vol. 38. pp. 253–267.
88. Smirnov V.I. On the threshold force pulses for spall fracture of materials // *J Appl Mech Tech Phy*. 2006. Vol. 47. No. 5. pp. 696–703.
89. Ogata Y., Lou W. Effect of the strain rate and water saturation for the dynamic tensile strength of rocks // *Materials Science Forum*. 2004. Vol. 465–466. pp. 361–366.
90. Lou W. Dynamic fracture behaviour of dry and waterlogged granites // *Explosion and shock waves*. 1994. Vol. 14. No. 3. pp. 249–254.
91. Grore D.L., Park S.W., Zhou M. Dynamic behavior of concrete at high strain rates and pressures: I. experimental characterization // *International Journal of Impact Engineering*. 2001. Vol. 25. pp. 869–886.
92. Erzar B., Forquin P. Experiments and mesoscopic modelling of dynamic testing of concrete // *Mechanics of Materials*. 2011. Vol. 43. pp. 505–527.
93. Forquin P., Erzar B. Dynamic fragmentation process in concrete under impact and spalling tests // *International Journal of Fracture*. 2010. Vol. 163. pp. 193–215.
94. Reinhardt H.W., Rossi P., Mier J.M. Joint investigation of concrete at high rates of loading // *Materials and Structures*. 1990. Vol. 23. pp. 213–216.
95. Rossi P., Mier J.M., Toutlemonde F., Maou F., Boulay C. Effect of loading rate on the strength of concrete subjected to uniaxial tension // *Materials and Structures*. 1994. Vol. 27. pp. 260–264.

96. Cadoni E., Labibes K., Albertini C., Berra M., Giangrasso M. Strain rate effect on the tensile behaviour of concrete at different relative humidity levels // *Materials and Structures*. 2001. Vol. 34. pp. 21–26.
97. Yan D., Lin G. Dynamic properties of concrete in direct tension // *Cement and Concrete Research*. 2006. Vol. 36. pp. 1371–1378.
98. Zhou J., Ding N. Moisture effect on compressive behavior of concrete under dynamic loading // *Journal of Central South University*. 2014. Vol. 21. pp. 4714–4722.
99. Petrov Y.V., Smirnov I.V., Volkov G.A., Abramian A.K., Bragov A.M., Verichev S.N. Dynamic failure of dry and fully saturated limestone samples based on incubation time concept // *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. 2017. Vol. 9. pp. 125–134.
100. Mishra S., Meena H., Parashar V., Khetwal A., Chakraborty T., Matsagar V., Chandel P., Singh M. High strain rate response of rocks under dynamic loading using split Hopkinson pressure bar // *Geotechnical and Geological Engineering*. 2018. Vol. 36. pp. 531–549.
101. Zhou Z., Cai X., Zhao Y., Chen L., Xiong C., Li X. Strength characteristics of dry and saturated rock at different strain rate // *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*. 2016. Vol. 26. pp. 1919–1925.
102. Huang S., Xia K., Yan F., Feng X. An experimental study of the rate dependence of tensile strength softening of Longyou Sandstone // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2010. Vol. 43. pp. 677–683.
103. Gong F.Q., Zhao G.F. Dynamic indirect tensile strength of sandstone under different loading rates // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2014. Vol. 47. pp. 2271–2278.

104. Abtahi S.M., Sheikhzadeh M., Hejazi S.M. Fiber-reinforced asphalt-concrete – A review // *Construction and Building Materials*. 2010. Vol. 24. pp. 871–877.
105. Roumaldi J.P., Batson G.B. Mechanics of crack arrest in concrete // *J. Eng. Mech. Div. ASCE*. 1963. Vol. 89 (EM3). pp. 147–168.
106. Ren G.M., Wu H., Fang Q., Liu J.Z. Effect of steel fiber content and type on dynamic compressive mechanical properties of UHPCC // *Constr Build Mater*. 2018. Vol. 164. pp. 29–43.
107. Camille C., Hewage D.K., Mirza O., Mashiri F., Kirkland B., Clarke T. Performance behaviour of macro-synthetic fibre reinforced concrete subjected to static and dynamic loadings for sleeper applications // *Constr Build Mater*. 2021. Vol. 270. Pp. 121469.
108. Xu Z., Hao H., Li H.N. Experimental study of dynamic compressive properties of fibre reinforced concrete material with different fibres // *Materials and Design*. 2012. Vol. 33. pp. 42–55.
109. Wang Z., Ma G., Ma Z., Zhang Y. Flexural behavior of carbon fiber-reinforced concrete beams under impact loading // *Cement Concrete Comp*. 2021. Vol. 118. Pp. 103910.
110. Jin L., Zhang R., Tian Y., Dou G., Du X. Experimental investigation on static and dynamic mechanical properties of steel fiber reinforced ultra-high-strength concretes // *Constr Build Mater*. 2018. Vol. 178. pp. 102–111.
111. Морозов Н.Ф., Петров Ю.В. Проблемы динамики разрушения твердых тел. СПб: Санкт-Петербургского университета, 1997. 129 pp.
112. Kruszka L., Mocko W., Fenu L., Cadoni E. Comparative experimental study of dynamic compressive strength of mortar with glass and basalt fibres // *EPJ Web of Conference*. 2015. Vol. 94. Pp. 05008.

113. Song P.S., Hwang S. Mechanical properties of high-strength steel fiber-reinforced concrete // *Construction and Building Materials*. 2004. Vol. 18. pp. 669–673.
114. Баландин В.В. Экспериментальное исследование ударного взаимодействия цилиндрических ударников с песчаными преградами при скоростях удара от 50 до 400 м/с, Нижний Новгород, Автореферат дисс. канд. техн. наук 2018. 19 с.
115. Li H.P., Zhu Y.L., Pan W.D. Uniaxial compressive strength of the saturated frozen silt at constant strain rates // *J. Glaciology Geocryology*. 2002. Vol. 24. No. 5. pp. 659–664.
116. Yu W., Zhu Y., Zhang J., He P. Studied on using a preboring pressuremeter test to determine the mechanical properties of frozen soils // *J. Glaciology Geocryology*. 2000. Vol. 22. No. 4. pp. 366–371.
117. Xie Q., Zhu Z., Kang G. Dynamic stress-strain behavior of frozen soil: Experiments and modeling // *Cold Regions Sci. Technol*. 2014. Vol. 106/107. pp. 153–160.
118. Lim I.L., Johnston I.W., Choi S.K. Stress intensity factors for semi-circular specimens under three-point bending // *Engineering Fracture Mechanics*. 1993. Vol. 44. No. 3. pp. 363–382.
119. Zhao Y., Gong S., Hao X., Peng Y., Jiang Y. Effect of loading rate and bedding on the dynamic fracture toughness of coal: Laboratory experiments // *Engineering Fracture Mechanics*. 2017. Vol. 178. pp. 375–391.
120. Song Y., Yue Z. Experimental study on dynamic fracture behaviors of Beishan NSCB and CCNSCB granite specimens under different loading rates // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2021. Vol. 141. Pp. 106512.

121. Miao S., Pan P., Yu P.Z., Zhao S. Fracture analysis of Beishan granite after high-temperature treatment using digital image correlation // *Engineering Fracture Mechanics*. 2020. Vol. 225. Pp. 106847.
122. Bragov A.M., Petrov Y.V., Karihaloo B.L., Konstantinov A.Y., Lamzin D.A., Lomunov A.K., Smirnov I.V. Dynamic strength and toughness of an ultra high performance fibre reinforced concrete // *Engineering Fracture Mechanics*. 2013. Vol. 110. pp. 477–488.
123. Chen R., Xia K., Dai F., Lu F., Luo S.N. Determination of dynamic fracture parameters using a semi-circular bend technique in split Hopkinson pressure bar testing // *Engineering Fracture Mechanics*. 2009. Vol. 76. pp. 1268–1276.
124. Zhang Q.B., Zhao J. Quasi-static and dynamic fracture behaviour of rock materials: phenomena and mechanisms // *International Journal of Fracture*. 2014. Vol. 189. pp. 1–32.
125. Zhou Z., Cai X., Ma D., Du X., Chen L., Wang H., Zang H. Water saturation effects on dynamic fracture behaviour of sandstone // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2019. Vol. 114. pp. 46–61.
126. Selyutina N.S., Petrov Y.V. Prediction of the Dynamic Yield Strength of Metals Using Two Structural-Temporal Parameters // *Physics of the Solid State*. 2018. Vol. 60. No. 2. pp. 244–249.
127. Selyutina N.S., Petrov Y.V. Modelling the time effects of irreversible deformation based on the relaxation model of plasticity // *Physics of the Solid State*. 2019. Vol. 61. pp. 935–940.
128. Borodin E.N., Gruzdkov A.A., Mayer A.E., Selyutina N.S. Physical nature of strain rate sensitivity of metals and alloys at high strain rates // *Journal of Physics: Conference Series*. 2018. Vol. 991. No. 1. Pp. 012012.

129. Selyutina N.S., Petrov Y.V. *Procedia Structural Integrity // Temporal effects of dynamic yielding under high-rate loading*. 2018. Vol. 13. pp. 700–704.
130. Selyutina N.S., Petrov Y.V. *Structural and temporal features of high-rate deformation of metals // Doklady Physics*. 2017. Vol. 62. No. 2. pp. 102–105.
131. Selyutina N.S., Petrov Y.V. *The definition of flow stress under dynamic loading based on relaxation model of plasticity // Procedia Structural Integrity*. 2017. Vol. 6. pp. 77–82.
132. Selyutina N., Petrov Y. *Structural-temporal features of high-rate deformation of high strength steels // METAL 2017 - 26th International Conference on Metallurgy and Materials, Conference Proceedings*. 2017. Vol. 2017-January. pp. 623–628.
133. Selyutina N.S., Petrov Y.V. *Temporal nature of plasticity in the design of materials // 15th International Conference on Computational Plasticity. Fundamentals and Applications, COMPLAS 2019*. 2019. pp. 395–401.
134. Borodin E.N., Selyutina N.S., Petrov Y.V. *Determining characteristic plastic-relaxation times using micro- and nanocrystalline nickel as an example // Doklady physics*. 2016. Vol. 61. No. 3. pp. 143–146.
135. Borodin E.N., Selyutina N.S., Petrov Y.V., Mayer A.E. *Dependence of relaxation times on the material microstructure for different mechanisms of plasticity // Materials Physics and Mechanics*. 2016. Vol. 26. No. 1. pp. 42–44.
136. Petrov Y., Borodin E., Cadoni E., Selyutina N. *Relaxation model for dynamic plastic deformation of materials // EPJ Web of conference*. 2015. Vol. 94. Pp. 04039.
137. Selyutina N., Borodin E.N., Petrov Y.V. *Structural–temporal peculiarities of dynamic deformation of nanostructured and nanoscaled metals // Physics of the Solid State*. 2018. Vol. 60. No. 1813–1820.

138. Gruzdkov A.A., Petrov Y.V., Smirnov V.I. An invariant form of the dynamic criterion for yield of metals // *Physics of the Solid State*. 2002. Vol. 44. No. 11. pp. 2080–2082.
139. Petrov Y.V., Sitnikova Y.V. Temperature dependence of spall strength and the effect of anomalous melting temperatures in shock-wave loading // *Technical Physics*. 2005. Vol. 50. No. 8. pp. 1034–1037.
140. Bratov V.A., Gruzdkov A.A., Krivosheev S.I., Petrov Y.V. Energy balance in the crack growth initiation under pulsed-load conditions // *Doklady Physics*. 2004. Vol. 49. No. 5. pp. 338–341.
141. Berezkin A.N., Krivosheev S.I., Petrov Y.V., Utkin A.A. Effect of delayed crack nucleation under threshold pulse loading // *Doklady Physics*. 2000. Vol. 45. No. 11. pp. 617–619.
142. McClintock F.A., Argon A.S. *Mechanical Behaviour of Materials*. Massachusetts: Addison-Wesley, Reading, 1966. 770 pp.
143. Hahn G.T. A model for yielding with special reference to the yield-point phenomena of iron and related bcc metals // *Acta Metallurgica*. 1962. Vol. 10. No. 8. pp. 727–738.
144. Hokka M., Kokkonen J., Seidt J., Matrka T., Gilat A., Kuokkala V.T. High strain rate torsion properties of ultrafine-grained aluminum // *Experimental Mechanics*. 2012. Vol. 52. pp. 195–203.
145. Smith R.F., Eggert J.H., Rudd R.E., Swift D.C., Bolme C.A., Collins G.W. High strain-rate plastic flow in Al and Fe // *Journal of Applied Physics*. 2011. Vol. 110. Pp. 123515.
146. Gupta Y.M., Winey J.M., Trivedi P.B., LaLone B.M., Smith R.F., Eggert J.H., Collins G.W. Large elastic wave amplitude and attenuation in shocked pure aluminium // *Journal of Applied Physics*. 2009. Vol. 105. Pp. 036107.

147. Swegle J.W., Grady D.E. Shock viscosity and the prediction of shock wave rise times // *Journal of Applied Physics*. 1985. Vol. 58. No. 2. pp. 692–701.
148. Li L., Flores-Johnson E.A., Shen L., Proust G. Effects of heat treatment and strain rate on the microstructure and mechanical properties of 6061 Al alloy // *International Journal of Damage Mechanics*. 2016. Vol. 25. No. 1. pp. 26–41.
149. Johnston J.N., Barker L.M. Dislocation dynamics and steady plastic wave profiles in 6061-T6 Aluminum // *Journal of Applied Physics*. 1969. Vol. 40. Pp. 4321.
150. Davis J.P. Experimental measurement of the principal isentrope for aluminum 6061-T6 to 240 GPa // *Journal of Applied Physics*. 2006. Vol. 99. Pp. 103512.
151. Tong W., Clifton R.J., Huang S. Pressure-shear impact investigation of strain rate history effects in oxygen-free high-conductivity copper // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1992. Vol. 40. No. 6. pp. 1251–1294.
152. Follansbee P.S., Kocks U.F., Regazzoni G. Mechanical threshold of dynamically deformed copper and nitronic 40 // *Journal de Physique (Paris), Colloque*. 1985. Vol. 46. No. 8. pp. 25–34.
153. Meyers M.A., Gregori F., Kad B.K., Schneider M.S., Kalantar D.H., Remington B.A., Ravichandran G., Boehly T., Wark J.S. Laser-induced shock compression of monocrystalline copper: Characterization and analysis // *Acta Materialia*. 2003. Vol. 51. No. 5. pp. 1211–1228.
154. Bringa E.M., Rosolankova K., Rudd R.E., Remington B.A., Wark J.S., Duchaineau M., Kalantar D.H., Hawreliak J., Belak J. Shock deformation on face-centred-cubic metals on subnanosecond timescales // *Nature Materials*. 2006. Vol. 5. No. 10. pp. 805–809.
155. Murphy W.J., Higginbotham A., Kimminau G., Barbrel B., Bringa E.M., Hawreliak J., Kodama R., Koenig M., McBarron W., Meyers M.A., et al. The

- strength of single crystal copper under uniaxial shock compression at 100 GPa // Journal of Physics Condensed Matter. 2010. Vol. 22. No. 6. Pp. 065404.
156. Dirras G., Tingaud D., Csiszár G., Gubicza J., Couque H., Momprou F. Characterization of bulk bimodal polycrystalline nickel deformed by direct impact loadings // Materials Science and Engineering A. 2014. Vol. 601. pp. 48–57.
157. Couque H., Boulanger R. EFP simulations with Johnson–Cook models // Sanchez-Galves(Eds.), Proceedings of the 23rd International Symposium on Ballistics, Tarragona, Spain. 2007. pp. 255–262.
158. Armstrong R.W., Zerilli F.J. High rate straining of tantalum and copper // Journal of Physics D: Applied Physics. 2010. Vol. 43. Pp. 492002.
159. Couque H., Boulanger R. Proceedings of the 23rd International Symposium on Ballistics, Tarragona, Spain. 2007. pp. 255–262.
160. Borodin E., Mayer A., Gutkin M. Coupled model for grain rotation, dislocation plasticity and grain boundary sliding in fine-grained solids // International Journal of Plasticity. 2020. Vol. 134. Pp. 102776.
161. Krasnikov V.S., Mayer A.E. Influence of local stresses on motion of edge dislocation in aluminum // International Journal of Plasticity. 2018. Vol. 101. pp. 170–187.
162. Cowper G.R., Symonds P.S. Strain-hardening and strain rate effects in the impact loading of cantilever beams. Vol 28. Division of applied mathematics report. Brown University, 1957. No. 28, 46 p. pp.
163. Johnson G.R., Cook W.H. A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strains, High Strain Rates, and High Temperatures // Proceedings 7th International Symposium on Ballistics, The Hague. 19-21 April 1983. pp. 541–547.

164. Schwer L. Optional strain-rate forms for the Johnson-Cook constitutive model and the role of the parameter ϵ_0 // 6th Eur. LS-DYNA Users' Conf. 2007.
165. Zhang D.N., Shangquan Q.Q., Xie C.J., Liu F. A modified Johnson-Cook model of dynamic tensile behaviors for 7075-T6 aluminum alloy // Journal of Alloys and Compounds. 2015. Vol. 619. No. 186–194.
166. Couque H. The use of the direct impact Hopkinson pressure bar technique to describe thermally activated and viscous regimes of metallic materials // Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 2014. Vol. 372. No. 2023. Pp. no. 20130218.
167. Mylonas G.I., Labeas G.N. Mechanical characterisation of aluminium alloy 7449-T7651 at high strain rates and elevated temperatures using split hopkinson bar testing // Experimental Techniques. 2014. Vol. 38. No. 2. pp. 26–34.
168. Cadoni E., Singh N.K., Forni D., Singha M.K., Gupta N.K. Strain rate effects on the mechanical behavior of two Dual Phase steels in tension // European Physical Journal: Special Topics. 2016. Vol. 225. No. 2. pp. 409–421.
169. Moćko W., Rodríguez-Martínez J.A., Kowalewski Z.L., Rusinek A. Compressive viscoplastic response of 6082-T6 and 7075-T6 aluminium alloys under wide range of strain rate at room temperature: Experiments and modelling // Strain. 2012. Vol. 48. No. 6. pp. 498–509.
170. Cadoni E., Forni D. Strain rate effects on reinforcing steels in tension // EPJ Web of Conferences. 2015. Vol. 94. Pp. no. 01004.
171. Petrov Y.V., Gruzdkov A.A., Sitnikova E.V. Anomalous behavior of yield stress upon an inncrease in temperature under high strain rate conditions // Doklady Physics. 2007. Vol. 52. No. 12. pp. 691–694.
172. Petrov Y. Fracture, electric breakdown and phase transformations under impact loading // Procedia Materials Science. 2014. Vol. 3. pp. 467–472.

173. Sun X., Souلامي A., Choi K.S., Guzman O., Chen W. Effects of sample geometry and loading rate on tensile ductility of TRIP800 steel // *Materials Science and Engineering A*. 2012. Vol. 541. pp. 1–7.
174. Takagi S., Tokita Y., Sato T., Shimizu K., Hashiguchi K., Oqawa K., Mimura S., Tanimura S. Stress-Strain curves of high strength steel sheets at strain rates from 10^{-3} to $10^3/s$ obtained with various types of tensile testing machines // *SAE Technical Paper*. 2005. pp. №2005-01-0494.
175. Cadoni E., D'Aiuto F., Albertini C. Dynamic behaviour of Advanced High Strength Steels used in the automobile structures // *DYMAT 2009*. 2009. Vol. 1. pp. 135–141.
176. Guduru P.R., Singh P.R., Ravichandran G., Rosakis A.J. Dynamic crack initiation in ductile steels // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1998. Vol. 46. No. 10. pp. 1997–2016.
177. Uenishi A., Teodosiu C. Constitutive modelling of the high strain rate behaviour of interstitial-free steel // *International Journal of Plasticity*. 2004. Vol. 20. No. 4-5. pp. 915–936.
178. Larour P., Rusinek A., Klepaczko J.R., Bleck W. Effects of strain rate and identification of material constants for three automotive steels // *Steel Research International*. 2007. Vol. 78. No. 4. pp. 348–358.
179. Rusinek A., Klepaczko J.R. Shear testing of a sheet steel at wide range of strain rates and a constitutive relation with strain-rate and temperature dependence of the flow stress // *International journal of plasticity*. 2001. Vol. 17. No. 1. pp. 87–115.
180. Zerilli F.J., Armstrong R.W. Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations // *Journal of Applied Physics*. 1987. Vol. 61. No. 5. pp. 1816–1825.

181. Liu W.H., He Z.T., Chen Y.Q., Tang S.W. Dynamic mechanical properties and constitutive equations of 2519A aluminum alloy // Transactions of Nonferrous Metals Society of China (English Edition). 2014. Vol. 24. No. 7. pp. 2179–2186.
182. Kang W.J., Cho S.S., Huh H., Chung D.T. Modified Johnson-Cook model for vehicle body crashworthiness simulation // International Journal of Vehicle Design. 1999. Vol. 21. No. 4-5 SPEC. ISS. pp. 424–435.
183. Tuazon B.J., Bae K.O., Lee S.H., Shin H.S. Integration of a new data acquisition/processing scheme in SHPB test and characterization of the dynamic material properties of high-strength steels using the optional form of Johnson-Cook model // Journal of Mechanical Science and Technology. 2014. Vol. 28. No. 9. pp. 3561–3568.
184. Che J., Zhou T., Liang Z., Wu J., Wang X. An integrated Johnson–Cook and Zerilli–Armstrong model for material flow behavior of Ti–6Al–4V at high strain rate and elevated temperature // Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. 2018. Vol. 40. No. 5. Pp. art. no. 253.
185. Seeger A. Dislocations and Mechanical Properties of Crystals. New York: Wiley. 243 pp.
186. Kocks U.F., Argon A.S., Ashby M.F. Laws for work-hardening and low-temperature creep // Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME. 1976. Vol. 98. No. 1. pp. 76–85.
187. Klepaczko J. Thermally activated flow and strain rate history effects for some polycrystalline f.c.c. metals // Materials Science and Engineering. 1975. Vol. 18. No. 1. pp. 121–135.
188. Klepaczko J.R., Chiem C.Y. On rate sensitivity of f.c.c. metals, instantaneous rate sensitivity and rate sensitivity of strain hardening // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1986. Vol. 34. No. 1. pp. 29–54.

189. Klepaczko J.R. Engineering model for yielding and plastic flow of ferritic steels // Proceedings - International Conference on High Energy Rate Fabrication. 1984. Vol. 45–53.
190. Meyers M.A., Benson D.J., Vöhringer O., Kad B.K., Xue Q., Fu H.H. Constitutive description of dynamic deformation: Physically-based mechanisms // Materials Science and Engineering A. Vol. 322. No. 1-2. pp. 194–216.
191. Rusinek A., Rodríguez-Martínez J.A. Thermo-viscoplastic constitutive relation for aluminium alloys, modeling of negative strain rate sensitivity and viscous drag effects // Materials and Design. 2009. Vol. 30. No. 10. pp. 4377–4390.
192. Kapoor R., Nemat-Nasser S. Comparison between high and low Strain-Rate deformation of tantalum // Metallurgical and Materials Transactions A: Physical Metallurgy and Materials Science. 2000. Vol. 31. No. 13. pp. 815–823.
193. Klepaczko J.R. A general approach to rate sensitivity and constitutive modeling of FCC and BCC metals // in: Impact: Effects of Fast Transient Loadings, Rotterdam. 1988. pp. 3–35.
194. Moćko W., Rodríguez-Martínez J.A., Kowalewski Z.L., Rusinek A. Compressive viscoplastic response of 6082-T6 and 7075-T6 aluminium alloys under wide range of strain rate at room temperature: Experiments and modelling // Strain. 2012. Vol. 48. No. 6. pp. 498–509.
195. Rusinek A., Rodríguez-Martínez J.A., Klepaczko J.R., Pecherski R.B. Analysis of thermo-visco-plastic behaviour of six high strength steels // Materials and Design. 2009. Vol. 30. No. 5. pp. 1748–1761.
196. Selyutina N. Temperature relaxation model of plasticity for metals under dynamic loading. // Mechanics of Materials. 2020. Vol. 150. Pp. 103589.

197. Selyutina N. Prediction of the temperature-time effects of irreversible deformation for 2519A aluminum alloy // *Physical Mesomechanics*. 2020. Vol. 23. No. 6. pp. 487–493.
198. Selyutina N.S. Influence of Mg and Cu on the dynamic yield stress of aluminium alloys // *Materials Physics and Mechanics*. 2021. Vol. 47. pp. 408–415.
199. Selyutina N., Borodin E., Petrov Y. Dynamical models of plasticity with nonmonotonic deformation curves for nanomaterials // *Metals*. 2022. Vol. 12. No. 11. Pp. 1835.
200. Wei Q., Schuster B.E., Mathaudhu S.N., Harwig K.T., Kecskes L.J., Dowding R.J., Ramesh K.T. Dynamic behaviors of bodycentered cubic metals with ultrafine grained and nanocrystalline microstructures // *Mater Sci Eng A*. 2008. Vol. 493. pp. 58–64.
201. Khan A.S., Zhang H., Takacs L. Mechanical response and modeling of fully compacted nanocrystalline iron and copper // *International Journal of Plasticity*. 2000. Vol. 16. pp. 1459–1476.
202. Dorogoy A., Godinger A., Rittel D. Application of the incubation time criterion for dynamic brittle fracture // *International Journal of Impact Engineering*. 2018. Vol. 112. pp. 66–73.
203. Liu W., He Z., Tang C., Chen Y. Effect of deformation condition on dynamic mechanical properties and microstructure evolution of 2519A Aluminum Alloy // *Journal of Materials Engineering*. 2016. Vol. 44. No. 1. pp. 47–53.
204. Kim W.J., Jeong H.T. Pronounced yield drop phenomenon at high temperatures in Al-Mg alloys with high contents of Mg (5-13 wt%) // *Materials Science and Engineering A*. 2019. Vol. 74. pp. 590–596.
205. Selyutina N.S., Petrov Y.V. Effect of plastic strain stabilization under low-cycle deformation // *Physical Mesomechanics*. 2020. Vol. 23. No. 5. pp. 384–389.

206. Selyutina N.S., Smirnov I.V., Petrov Y.V. Stabilisation effect of strain hysteresis loop for steel 45 // *International Journal of Fatigue*. 2021. Vol. 145. Pp. 106133.
207. Selyutina N., Smirnov I., Petrov Y. Low-cycle deformation of steel C45E under rigid loading // *Procedia Structural Integrity*. 2022. Vol. 39. pp. 157–160.
208. Petrov Y.V., Selyutina N.S. Prediction of the effect of plastic-strain stabilization under cyclic deformation based on the structural–temporal approach // *Doklady Physics*. 2017. Vol. 62. No. 10. pp. 475–477.
209. Petrov Y.V., Selyutina N.S. On the temporal peculiarities of stabilization effect under cyclic deformation for steel // *Procedia Structural Integrity*. 2017. Vol. 6. pp. 265–268.
210. Hübel H. Basic conditions for material and structural ratcheting // *Nuclear Engineering and Design*. 1996. Vol. 162. No. 1. pp. 55–65.
211. Kang G., Liu Y., Li Z. Experimental study on ratchetting-fatigue interaction of SS304 stainless steel in uniaxial cyclic stressing // *Materials Science and Engineering A*. 2006. Vol. 435-436. pp. 396–404.
212. Moćko W., Brodecki A., Kruszka L. Mechanical response of dual phase steel at quasi-static and dynamic tensile loadings after initial fatigue loading // *Mechanics of Materials*. 2016. Vol. 92. pp. 18–27.
213. Makarov A.V., Savrai R.A., Gorkunov E.S., Yurovskikh A.S., Malygina I.Y., Davydova N.A. Structure, mechanical characteristics, and deformation and fracture features of quenched structural steel under static and cyclic loading after combined strain-heat nanostructuring treatment // *Physical Mesomechanics*. 2015. Vol. 18. No. 1. pp. 43-57.
214. Selyutina N. Dynamic deformation of fiber-metal laminates depending on its metal thickness // *Procedia Structural Integrity*. 2020. Vol. 28. pp. 1310–1314.

215. Selyutina N., Petrov Y., Parameswaran V., Sharma A. Influence of dynamic loads on the fracture of brittle layers of a multilayer composite // *Journal of Dynamic Behavior of Materials*. 2022. Vol. 8. No. 1. pp. 155–158.
216. Selyutina N.S., Petrov Y.V. Structural-Temporal Peculiarities of Dynamic Deformation of Layered Materials // *Materials*. 2022. Vol. 15. Pp. 4271.
217. Selyutina N.S., Petrov Y.V., Parameswaran V., Sharma A.P. The strain-rate sensitivity of irreversible deformation of the metallic multilayer composite GLARE // *Doklady Physics*. 2019. Vol. 64. No. 8. pp. 340–343.
218. Santiago R.C., Alves M. Dynamic characterization of fiber-metal laminate // *Key Engineering Materials*. 2013. Vol. 535–536. pp. 48-51.
219. Xia Y., Wang Y., Zhou Y., Jeelani S. Effect of strain rate on tensile behavior of carbon fiber reinforced aluminium laminates // *Materials Letters*. 2007. Vol. 61. pp. 213–215.
220. Zhou Y., Wang Y., Mallick P.K. An experimental study on the tensile behavior of Kevlar fiber reinforced aluminum laminates at high strain rates // *Materials Science and Engineering: A*. 2004. Vol. 381. pp. 355–362.
221. Evstifeev A.D., Petrov Y.V., Kazarinov N.A., Valiev R.R. Strength of the Ti-6Al-4V titanium alloy under conditions of impact and short pulse loading // *Physics of the Solid State*. 2018. Vol. 60. No. 12. pp. 2358–2362.

SAINT-PETERSBURG UNIVERSITY

Manuscript copyright

Nina Selyutina

Dynamic deformation and fracture of materials based on relaxation models of irreversible deformation

Scientific specialization

1.1.8. Solid Mechanics

The dissertation is submitted for the degree of
Doctor of Physical and Mathematical Sciences

Translation from Russian

Scientific advisor
Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences,
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Yuri Petrov

Saint Petersburg 2023

Contents

Introduction	6
Chapter 1. Dynamic Effects of Strength Characteristics in Brittle Fracture Under the Influence of Structure Heterogeneity	38
1.1. Structural-Temporal Criterion of Fracture	40
1.2. Calculation scheme of strength in a wide range of strain rates.....	42
1.3. Invariance of the incubation time criterion parameters to loading history ..	44
1.4. The effect of strength inversion as a consequence of the velocity sensitivity of the material.....	50
1.5. Fracture of concrete and rock specimens under dynamic loading under the influence of water in the specimen.....	54
1.5.1. Strength of concrete and its parameters ($\alpha\sigma$, $\tau\sigma$)	55
1.5.2 Strength of rocks and parameters ($\alpha\sigma$, $\tau\sigma$).....	63
1.6. Strength of reinforced concrete under dynamic loads	69
1.7. Effect of the mass fraction of ice on the strain rate dependence of strength under dynamic fracture of frozen soil	79
1.8. Calculation scheme of velocity dependencies of fracture toughness for three-point bending tests.....	82
1.9. Numerical scheme of velocity dependencies of fracture work for three-point bending tests.....	86
1.10. Velocity dependencies of the dynamic fracture toughness and fracture work of rocks	87
1.11. Conclusions to chapter 1	91
Chapter 2. Dynamic Models of Plasticity	94
2.1. Prediction of the dynamic yield strength of metals using two structural-temporal parameters	96

2.1.1. Structural-temporal approach of yielding	96
2.1.2. Interpretation of yield strength inversion under the dynamic conditions	99
2.1.3. Influence of the material structure on the rate dependences of the yield strength	102
2.2. Problem of prediction of the dynamic yield strength using numerical models	107
2.2.1. Definition of parameters of numerical models through two structural-temporal parameters, invariant to history loading	107
2.2.2. Comparative analysis of rate dependencies of the yield strength of Cowper–Symonds model, Johnson–Cook model and structural–temporal approach	109
2.3. Plasticity relaxation model for homogeneous materials	118
2.3.1. General formulation	118
2.3.2. Technical aspects of the selection of α_Y , τ_Y , β parameters for plotting strain diagrams	120
2.3.3. The yield drop effect as an examples steels	124
2.4. Comparison of deformation responses according to the relaxation model of plasticity with known numerical models	126
2.4.1. Comparison with modified Johnson-Cook models	129
2.4.2. Comparison with extended Rusinek–Klepaczko model	134
2.5. Conclusions in chapter 2	138
Chapter 3. Irreversible Deformation Effects for Homogeneous Materials	141
3.1. Examples of six responses of deformation curves with varying strain rate for one material	142

3.2. Examples of three responses of deformation curves with varying strain rate for different materials.....	147
3.2.1. Yield drop effect at varying temperatures and a fixed strain rate.....	148
3.2.2. Effect of magnesium content on the deformation dependencies of Al-Mg	150
3.2.3. Pre-treatment effect.....	151
3.3. Conclusions in Chapter 3	152
Chapter 4. The relaxation model of plasticity for cyclic loads. Analytical modelling of the process of accumulation of deformations under cyclic loads.....	155
4.1. Model formulation.....	156
4.2 Effect of stabilisation of plastic deformation with a final elastic stage of deformation	158
4.2.1. Example on DP500 steel	159
4.2.2. Structural–temporal effects of low–cycle deformation on steel 50	160
4.3. Hysteresis loop stabilization effect. Experiment on the stabilization effect in soft (at constant stress) and hard cycles (at constant strain)	163
4.3.1. Experiment Details.....	163
4.3.2. Experimental results.....	164
4.3.3. Comparison of theory and experiments	166
4.4. Conclusions in chapter 4	169
Chapter 5. Multi-stage irreversible deformation of composite layered materials (laminates).....	171
5.1. Relaxation Model of irreversible deformation and fracture for Heterogeneous Materials.....	172
5.1.1. Model formulation	172

5.1.2. Rheological model of irreversible deformation of a multilayer composite	174
5.2 Dynamic Deformation of Metal Composites	177
5.3 Conclusions in chapter 5	188
Conclusion.....	190
Bibliography	197

Introduction

The strength properties of the material under dynamic impacts are unstable, which is expressed in the fact that the basic characteristics of strength, crack resistance are very dependent on the method and history of the impact. In particular, these characteristics of strength and crack resistance are not actually properties of the material, since they have a pronounced instability and can qualitatively change depending on the speed and other modes of action. At the moment, the active accumulation of the experimental base of the dynamic properties of materials and the development of effective methods for solving dynamic problems continue.

According to the principle of ultimate stress, the existence of a linearly proportional relationship between dynamic and static strength is assumed. The specific instability in the dynamics or the dependence of strength characteristics on the loading rate casts serious doubts on both theories based on the existence of the principle of ultimate stress in dynamics and theories related to the creation of a table of some proportionality coefficients in the wide range of strain rates and based only on static strength without using new parameters. For example, the dynamic increase factor ("dynamic increase factor" – DIF), often introduced in the literature and equal to the ratio of dynamic stress at the current load speed to static strength. The application of the DIF-based method for assessing the speed sensitivity of a material is carried out by approximating the experimental data by various empirical (polynomial, logarithmic) functions, the parameters of which depend on the strain rate. The variety of choice of empirical functions constructed for the experimental

data of dynamic strength and strain rate from different literary sources for the same material can limit the effectiveness of the selected empirical function within the same material and in a certain range of strain rates: $\dot{\varepsilon} \leq 10 \text{ s}^{-1}$ for concrete [1]; $1 \leq \dot{\varepsilon} \leq 1000 \text{ s}^{-1}$ for granite, tuff, limestone [2]; $10^{-4} \leq \dot{\varepsilon} \leq 1 \text{ s}^{-1}$ for sandstone [3] and $60 \leq \dot{\varepsilon} \leq 263 \text{ s}^{-1}$ [4] for limestone. In engineering practice, in particular in the aircraft industry, an allowable proportionality factor (safety factor) is used under extreme impacts up to a certain fixed limit value determined by costly full-scale tests. Theoretical analysis of the dependence of the strength of various materials on the loading rate based on an expanding experimental base of materials (rocks, metals, polymers, composite materials, nanomaterials) can reveal contradictions in the application of the same reasoning on static and dynamic strength when comparing two materials. For example, concrete reinforcement increases static strength [5–7], but as dynamic experiments show, concrete reinforcement can both increase and decrease dynamic strength with various types of reinforcement [8,9]. Also, the addition of a coarser-grained aggregate instead of a fine-grained aggregate reduces the static strength of concrete and increases its dynamic strength. Thus, the engineering and empirical approaches listed cannot fully take into account the velocity sensitivity of the material under short-term loads.

The attempts made to create adequate dynamic models can be classified into:

- 1) empirical approaches based on DIF and parameters dependent on the strain rate [1–4];
- 2) Johnson-Cook, Zerilli-Armstrong models and their modifications with a large number of empirical parameters, some of which depend on the strain rate;
- 3) integral criteria of Campbell, Tuler-Butcher, Nikiforovsky-Shemyakin, limited only by the action of dynamic loads and not taking into account static loads;
- 4) microstructural dynamic models of dislocation by A.E. Mayer, grain boundary slip, Livermore multiscale model [10,11];
- 5) the structural-temporal approach, developed by Yu.V. Petrov and members of his scientific group. The last named approach is the only phenomenological model among the listed ones, which makes it possible to develop and apply it to describe various extreme states in problems of brittle fracture

(Yu.V. Petrov, N.F. Morozov, A.A. Utkin), predict the moment of onset of yield (A.A. Gruzdkov, Yu.V. Petrov), kinetic interpretation of incubation processes (A.V. Kashtanov, Yu.V. Petrov), crack propagation (V.A. Bratov, N.A. Kazarinov, A.A. Utkin, Yu.V. Petrov), cavitation (G.A. Volkov, Yu.V. Petrov) and ultrasound (G.A. Volkov, Yu.V. Petrov).

In terms of dynamics, it is important to choose directly measured parameters that characterize the type of loading. For example, the use of the strain rate parameter, measured by the tangent of the slope of the linear function from the time dependence of the strain at the moment of loading, makes it difficult to correctly interpret the effects of fracture dynamics during short-pulse tests under spall conditions. The temporal shape of the pulse wave (triangular, trapezoidal, etc.) in spall experiments can be different in each experiment. Determining the strain rate for arbitrary impulses, such as those used in Hopkinson split bar tests, cannot be applied here due to the strong influence of strain rate in tests with linear loading of the material on split Hopkinson bars is rather controversial, since the deferred linear function can have different time reference points for material loading. The amplitude and duration of the loaded pulse can be called measurable characteristics, in contrast to the strain rate. It is worth noting that the failure time is another measurable characteristic in high-speed tests (light gas guns, Taylor test), which determines the moment of failure.

The time scale in the classical theory of plasticity was not considered as a quantitative characteristic of the material deformation process [12], and the time derivative of the deformation or the strain rate was the only parameter characterizing the deformation process. In dynamic models, the strain rate parameter is an indirectly determined characteristic by the linear time dependence of strains up to the moment of the onset of yield. One of the most commonly used approaches in computational fracture mechanics is the approach based on the Johnson-Cook model [13]. There are many advanced models [14–17], developing the Johnson-Cook model [13], in

which a better fit to the experimental dependences of the yield stress on the strain rate than in previous improved models [18–22], is provided through the use of new empirical parameters. Some empirical parameters are parameters mainly related to a particular strain rate. Thus, it is a big problem to talk about the independence of empirical parameters from the strain rate. The lack of physical meaning of the empirical parameters leads to the limitation of the model application by the widest range of material responses to fast and slow dynamic loading.

The appearance of a yield drop indicates the dominant role of the time process before the onset of plastic deformation. In the case of a yield drop, the start of the yield process can be identified by two critical stresses, called "high yield strength" and "low yield strength". Often, an anomalous increase in peak stress followed by a subsequent decrease in stress is ignored by many existing models of dynamic plasticity. This is probably due to the fact that we get the same dependences of the yield strength on the strain rate for each temporary action. Models based on the theory of dislocations take into account the degree of upper yield strength and the stage of stress drop until a uniform output is established, but do not estimate the strain rate as a material dependence [23]. Therefore, to develop a model for describing a wide range of loads, it is necessary to take into account both structural and temporal features of the plastic deformation process of solids.

The presence of a certain relaxation period, which explains the instability of the deformation diagrams of the material at a fixed loading rate, can appear when the temperature is varied. During high-speed deformation and at a constant temperature, the appearance of a yield tooth is associated with a sharp increase in the number of dislocations at the beginning of plastic flow [24]. Using the 2519 A aluminium alloy as an example, the effect of a yield drop is observed at high strain rates both at low temperatures of $-90-0^{\circ}\text{C}$ [25] and at temperatures of $150-450^{\circ}\text{C}$ [26,27], close to the melting temperature of the metal 542°C . The nature of the plasticity of the observed stress peak in these two cases differs: in the first case, the

process of dislocation motion slows down with decreasing temperature due to the blocking of interstitial impurity atoms, and in the second case, the acceleration of the process of dislocation motion due to thermal activation of hindered dislocation barriers and their overcoming these barriers. On the one hand, in [27], the obtained effect of the yield drop at a temperature of 150–450°C and the further softening of the material are associated with the process of dynamic recrystallization. On the other hand, in [25,26] only the process of material softening is shown. Various reasons for the appearance of a yield drop at high strain rates and temperatures make it difficult to create a unified approach capable of predicting deformation dependences, regardless of the choice of speed and temperature loading conditions.

During high-speed and temperature deformation, the entire dynamic stress-strain dependence, as well as the dynamic yield strength, is not a property of the material, in contrast to the deformation dependence under slow static action. Such a method of developing models leads to the fact that the empirical parameters of the models take on different values depending on the speed or temperature regime of deformation [28]. Thus, the deformation dependences verified by them become a property of the material. It is necessary to use a model with invariant characteristics to the loading parameters, ensuring the determination of the limiting characteristics with the deformation dependence of the material as process parameters.

For numerical simulation of the nonlinear initial deformation of layered metal-composite structures under the action of static loads, two types of theories are used. The first type [29,30] considers the composite as a set of two homogeneous materials, and by mixing the deformation dependences of brittle polymer layers and ductile metal layers, the complete deformation dependence of the composite is modeled. In the classical theory of laminates [31–33] (the second most common type), the deformation of the composite is determined through a plane stress state, and the dependence of the deformation is calculated according to Hooke's law by creating a stiffness in the composite matrix. Both types of theories are applicable to

multilayer composites with a polymer or metal matrix, but are not used in modeling the static failure of concrete composites with various types of aggregates [34–36]. Using the finite element method without failure criteria, one can simulate the initial deformation response of the composite [37]. The multistage fracture process of a composite under static loads can be predicted by various nonlinear fracture models [38–40]. Having determined the state of contact between the layers, it is possible to simulate the deformation of the composite before failure by the finite element method [41,42].

The multistage process of destruction of multilayer metal composites leads to the fact that the dependences of deformation under dynamic loads for metal composites may differ from typical deformation dependences for homogeneous materials [43,44]. Simultaneous deformation of a plastic and brittle material complicates the preparatory process of fracture and new types of deformation diagrams arise under both static and dynamic loading, depending on the combination of materials in the composite [45–48]. The appearance of the time factor in the case of irreversible deformation of the composite under dynamic loads requires the expansion of the standard criteria for the elasticity of plastic materials [49–51], as well as the introduction of new characteristics that take into account the time or rate characteristics of the deformation of materials.

The studies listed above show the impossibility of using any unified approach to predicting the deformation of multilayer composites. When studying composite materials under dynamic loads, new difficulties are added related to the dependence of the material response on the applied loading rate and, in general, on the loading history. For homogeneous materials, there is also no single approach to calculating the deformation of a material under the action of a dynamic load, since there are many different structural models. The main difficulty in using dynamic models for homogeneous materials lies in the binding to a model for one material and the applicability of the model in a certain range of strain rates. Undoubtedly, the integral

approach of Thuler and Butcher [52] shows a good result [53], but when using this model, there is no understanding in determining the stable material parameters responsible for the dynamic response of the material. Thus, the development of a unified dynamic model of deformation of multilayer composites remains an urgent task today.

The relevance of the topic lies in the need to formulate predictive models of deformation and fracture of materials under extreme impacts, which are currently more often used in modern technologies

In this paper, we solve this problem by explicitly take into account relaxation processes when formulating models of irreversible deformation that are capable of predicting a whole range of fundamental dynamic effects (for example, during destruction, plastic deformation, cyclic deformation) and various types of unstable (nonmonotonic) behaviour of the mechanical characteristics of materials on the basis of physically substantiated and measured material parameters.

The relaxation model of plasticity, proposed in this work as one of such models of irreversible deformation with explicit allowance for the relaxation process, is the only phenomenological model that explains the dynamic effects of plastic deformation and describes the response of a material to static and dynamic loads within the framework of one approach. The main feature of the proposed relaxation approach is taking into account the dynamic and temporal nature of the plastic deformation process, when the relaxation process, after the applied stresses begin to exceed the yield strength of the material, is considered on a real-time scale and is considered to be associated with the movement of defects. Based on the assumption of relaxation of the stress field at the stage of plastic deformation, a method is given for calculating the acting stresses in the sample during plastic deformation (phenomenological deformation curve). Within the framework of the relaxation plasticity model, the deformation curve of a material is determined not as a function of the material, which is **especially relevant**, but as a function of the

deformation process, which makes it possible to predict it in a wide range of loads, simultaneously considering both quasi-static and dynamic effects.

Similar ideas about the influence of the method and conditions of plastic deformation of a material were expressed by E.V. Lomakin, A.A. Ilyushin, M.M. Krishtalom, H.A. Rakhmatulin, Yu.I. Kadashevich. In the studies of E.V. Lomakin, in particular, it was proved that traditional deformation diagrams are not a function of the material and depend on the methods of static action. Formulated by Ilyushin A.A. theory of elastic-plastic processes, influenced the development of experimental plasticity and even changed the ideology of experimental research. In numerous experimental studies, M.M. Krishtal, an analysis was made of the nature of instability and inhomogeneity of plastic deformation. Developing ideas about the relationship between the equations of flow theory and theories without a yield surface, Yu.I. Kadashevich and S.P. Pomytkin made a generalization of a number of classical flow theories and some variants of the endochronous theory of Valanis, where the plasticity process was considered as temporary without introducing a yield plateau, and attempts were made to interpret the observed dynamic effects of plasticity.

Considering various cases of instability of the dependences of the stress-strain state under changing loading conditions, we can distinguish two groups of behavior of strain curves depending on the presence of the effect of the yield drop with a pronounced peak stress. The appearance of yield drop indicates the dominant role of time processes before the onset of plastic deformation. This effect is observed in whiskers of copper, cadmium, silver, steel, zinc, and lithium fluoride at strain rates of 10^{-5} – 10^{-2} s⁻¹ [23,54]. The effect can be interpreted using the dislocation plasticity model. Here, the deformation was considered quasi-static, despite the dependence of the deformation curve on the loading rate. The presence of a drop in the yield of metals is recorded at strain rates of approximately 10^2 – 10^3 s⁻¹ [55] and at strain rates of 10^{-2} – 10^1 s⁻¹ [56]. Models based on the theory of dislocations take into account

the achievement of maximum stress and the stage of stress drop until uniform fluidity is achieved, but do not assess the dependence of the material on the strain rate [23]. Therefore, when developing a model for a wide range of loads, it is necessary to take into account both structural and temporal features of the process of plastic deformation of solids. The time scale in the classical theory of plasticity is not considered as a quantitative characteristic of the deformation process [12], and the strain rate was the only process parameter. It should be noted that in modern engineering practice there is no fundamental approach that can simultaneously describe both types of stress-strain dependences in a wide range of external loads.

Despite the consideration of the plasticity process as a temporary one in the known developed theories of plasticity, an important feature of the present relaxation theory of plasticity is the separation of the time parameter as an independent property of the material. The characteristic stress relaxation time, independent of the deformation process and sample size, was inherited from the structure-time approach. The characteristic relaxation time for samples with different structures is an independent parameter of the strain rate, which distinguishes it from most of the plasticity models proposed in the literature.

During high-speed and temperature deformation, the entire dynamic stress-strain dependence, as well as the dynamic yield strength, is not a property of the material, in contrast to the deformation dependence under slow static action. Such a method of developing models leads to the fact that the empirical parameters of the models take on different values depending on the speed or temperature regime of deformation [28]. Thus, the deformation dependences verified by them become a property of the material. It is necessary to use a model with invariant characteristics to the loading parameters, ensuring the determination of the limiting characteristics with the deformation dependence of the material as process parameters.

This paper presents the results of developing an innovative relaxation models of irreversible deformation with explicit allowance for the ongoing relaxation

processes capable of predicting various effects of irreversible deformation of homogeneous materials in various time, speed, cyclic and temperature regimes. Unlike the structural-temporal approach, which is the basis for formulating the relaxation model of plasticity, where the relaxation function is explicitly introduced, and modelling the rate dependence of the ultimate strength characteristics of the material, the proposed model predicts the process of irreversible deformation and restores the deformation dependence under various loading conditions. The proposed model, as well as the structural-temporal approach, uses invariant parameters to the loading history and reveals various temporal effects of plastic deformation on the deformation dependence, which are not described by existing constitutional models. In addition, it is shown that the relaxation model of plasticity can be used in cyclic deformation, and in particular, in modelling the effects of low-cycle deformation. The combination of the relaxation model of plasticity and the structural-temporal approach made it possible to develop the relaxation model of the irreversible deformation for heterogeneous materials (layered composites), which is able to predict the multi-stage nature of the irreversible deformation process of composites at different strain rates based on the analysis of competing relaxation processes associated with the fracture of brittle layers of the composite and plastic deformation of the metal layers of the composite.

The aim of the work is to develop of relaxation models of irreversible deformation of homogeneous and heterogeneous materials based on one idea – explicitly taking into account the relaxation process (introduction of the characteristic relaxation time, the relaxation function), and also to conduct, on the basis of one idea, a study of mechanical effects of fracture mechanics, plasticity mechanics on the deformation dependences of various materials and to identify patterns of influence of the structural-temporal characteristics of a material on the deformation response of homogeneous and heterogeneous materials in various quasi-static, dynamic and cyclic modes.

To achieve this goal, the following **tasks** are solved in the work:

- Investigate a number of emerging dynamic effects of brittle fracture on the rate dependences of strength, fracture toughness, fracture energy of natural and structural materials. Justify the difference in the processes of destruction under static and dynamic loads for structurally different materials using determined changes in the incubation time of the material, which characterizes the speed sensitivity of the material to the load;
- Develop a relaxation model of plasticity as a generalization of the structural-temporal yield criterion for predicting deformation dependences at different strain rates, which, in addition to a group of monotonic diagrams that differ only in the yield strength, predicts a group of three non-monotonic diagrams with an emerging or disappearing effect of a sharp release of stresses after reaching the yield stress (yield drop effect).
- To investigate the performance of the relaxation plasticity model with other models in the range of loads in a wide range of strain rates. Build analytical expressions between the parameters of the relaxation model of plasticity and known empirical models;
- Develop a predictive model for cyclic and monotonic deformation of metals, taking into account their structural and temporal features based on a relaxation model of plasticity. To substantiate the effect of stabilization of the accumulated plastic deformation for steels subjected to various treatments (thermal, deformation-thermal) and having a different structure, with cyclic symmetrical deformation by calculating the structural-temporal characteristics of the considered steels;
- Explore the strain response of fibrous metal composites as a function of strain rate and constituent components of the composite using an extended relaxation plasticity model.

Scientific novelty

In the presented work, various mechanical effects associated with extreme states are considered. For the first time, the idea of explicitly taking into account relaxation processes (for example, those associated with fracture processes, plastic deformation) was used to predict the irreversible deformation dependences of homogeneous and heterogeneous materials under single, cyclic, temperature loads.

1. An explanation is given for the dynamic effects of strength of two structurally different materials, given by the percentage of water in the sample or by the type of reinforcement, based on the strength structural-temporal fracture criterion. For the first time, the influences of: 1) water saturation of structurally different concretes and rocks, 2) the ratio of water to the cement paste of concretes, 3) the mass fraction of ice in frozen soil, 4) the material and shape of the reinforcing fibre of fibre-reinforced concretes - on the incubation time of destruction, characterizing the speed sensitivity of the material.
2. For the first time, the absence of influence of the cut length of a rock sample on its incubation time was found in tests for three-point bending. For the first time, differences were revealed in determining the incubation time according to the force and energy criteria of the incubation time based on three-point bending tests.
3. For the first time, the relaxation plasticity model has been proposed for predicting monotonic and nonmonotonic deformation dependences of a homogeneous material at various strain rates.
4. For the first time, schemes were established for determining the parameters of the relaxation plasticity model from the deformation dependences of the material. For the first time, the types of deformation reactions of a material to a load are established, which are caused by different strain rates, temperatures, grain sizes, which can be modelled by a relaxation model of plasticity.

5. It is shown that the proposed relaxation model of plasticity for homogeneous materials in a wide range of strain rates is based on the use of model parameters invariant to the loading history of the material. For the first time, the absence of complete invariance of the parameters of other dynamic plasticity models to the loading history of the material is substantiated.
6. For the first time, a cyclic deformation model has been proposed to predict the effects of plastic deformation stabilization (by the final elastic stage of deformation or by the hysteresis loop) and the total deformation dependence, based on the relaxation plasticity model, supplemented by the unloading condition. For the first time, the characteristic relaxation times of the cyclic deformation process were established for steel grade 50 subjected to heat treatment and combined deformation-heat treatment.
7. An experimental and theoretical study of the stabilization effect for steel grade 45 has been carried out. For the first time, it has been shown that the proposed model of cyclic deformation in the low-cycle fatigue mode for steel grade 45 successfully predicts the deformation process and the effect of stabilization of plastic deformation.
8. For the first time, a relaxation model of irreversible deformation and fracture for heterogeneous materials has been developed. On the example of metal laminate composites, it is shown that the developed model predicts the multi-stage irreversible deformation process at different ratios of the thicknesses of the metal and polymer layers of the laminate and takes into account the resulting non-monotonicity of the deformation process, both under static and dynamic loads.

The theoretical and practical significance of the results obtained lies in the development of new relaxation models of irreversible deformation with explicit allowance for the ongoing relaxation processes. The verification of the proposed models shows that the resulting models satisfy the existing static concepts and principles of fracture mechanics and plasticity, as well as the observed dynamic

features of irreversible deformation, for which at the moment there is no unified theory for describing dynamic effects. In particular:

1. The necessity of determining the rate sensitivity parameter of materials to identify the optimal heterogeneous structure of concrete (percentage of water saturation, reinforcement), rock (percentage of water saturation) and frozen soil (mass fraction of ice, temperature) to assess its strength under high-speed impact is substantiated. The proposed incubation time approach can be applied in engineering practice and can be used in the development of standards for dynamic testing of concrete.
2. Estimates of fixed constants of homogeneous materials of various structures associated with rate sensitivity, amplitude sensitivity and degree of hardening β have been established, which makes it possible to automatically build theoretical deformation curves with varying yield strength and peaks (“yield drop”), providing a prediction of the corresponding loading modes, for which these phenomena occur.
3. It is shown that a small number of parameters and their invariance to the strain rate, in contrast to other approaches, ensure the efficiency and practical value of the proposed relaxation model of plasticity.
4. The results of studies of the relaxation model of plasticity with the temperature dependences of the model parameters for steels and aluminium alloys showed that the emerging effect of the “yield drop” in various temperature-rate modes, predicted by the proposed model, obeys the well-known principle of temperature-time correspondence. The developed model, which is capable not only under conditions of only speed or temperature regimes, but also under conditions of competition between these two regimes, can be used not only to predict nonmonotonic deformation dependences, but also the effect of ductile-brittle transition.
5. The results of studies of the irreversible deformation of laminate composites based on a relaxation model for heterogeneous materials make it possible to

take into account the effects of transition from static to dynamic loading, under which the dynamic limiting characteristics of the metal yield strength and the strength of brittle materials will be decisive depending on the load history. The proposed model simultaneously takes into account several different preparatory processes of irreversible deformation, which are set by the characteristic times of destruction of polymeric materials, the characteristic relaxation times of the metal material that is part of the composite, and the characteristic time of the composite. Consequently, emerging competing processes, such as ductile-brittle transition, phase transition, and transient processes in a composite at different impact velocities and materials of different structures, can be described using a single set of characteristic times for the composite and its components. The main ideas of the incubation time and relaxation plasticity approach can serve as an effective tool in the development of new experimental standards and corresponding numerical schemes that take into account the unstable behavior of strain diagrams in composite materials and their various components.

Provisions submitted for defence

- Analysis of the rate dependences of the strength of rocks, concrete, frozen soil and determination of the deformation modes for the listed materials, in which one of the two structurally different materials will have a higher strength value, according to the greater value of the material's speed sensitivity parameter;
- Determination of the rate dependences of fracture toughness and rock deformation energy during three-point bending tests and the results of studies of the influence of the defect length in the sample and the percentage of water saturation of rocks on their rate sensitivity during three-point bending tests;

- Results of studying the rate dependences and the characteristic relaxation time for steel and a number of aluminum alloys;
- Determination of the effects of irreversible deformation for homogeneous materials based on the developed relaxation model of plasticity with invariant parameters with respect to the history of deformation, as a phenomenological model that allows, within a single approach, to obtain any set of deformation curves, both monotonic, with a changing yield strength, and nonmonotonic, with an emerging and changing effect of a sharp release of stresses after the onset of yielding;
- Comparative analysis of the velocity dependences and deformation responses of the material predicted by the proposed relaxation plasticity model and other dynamic plasticity models of Johnson-Cook, Zerilli-Armstrong, Rusinek-Klepachko and their modifications;
- Results of studies on the effects of stabilization of plastic deformation with a finite elastic stage of deformation and on a hysteresis loop in low-cycle fatigue tests on steel 50 and steel 45, respectively, based on the proposed relaxation model of plasticity for cyclic deformation;
- Analysis of the multi-stage static and dynamic deformation dependences of laminate composites of various thicknesses and constituent materials with the effect of stress drop based on the developed relaxation model of plasticity for heterogeneous materials.

The reliability of the obtained results is ensured by agreement between experimental data and theoretical dependencies, modern research methods, reproducibility of results, correspondence of the revealed effects and their explanation using physical concepts, principles of dynamic fracture mechanics and plasticity.

The structure and scope of the dissertation

The dissertation, numbering 222 pages, consists of an introduction, five chapters, a conclusion, a list of references of 221 titles and contains 85 figures and 30 tables.

In the **first chapter**, using the structural-temporal approach, the rate dependences of the dynamic strength of rocks and concrete are studied in a wide range of strain rates. The instability of the values of ultimate critical stresses in rocks and concrete, which is characteristic of dynamics, is explained on the basis of the idea of incubation time. The implementation of the idea lies in the need to introduce a characteristic of the material - the incubation time of destruction, considered as a constant of the material, which depends on the scale, and is the primary measure of the response of materials subjected to dynamic loading. A comparison and discussion is made of the time dependences (strength - strain rate; pulse amplitude - pulse duration; maximum stress - pulse duration) of spall strength under short impulse loads and high-speed loading of dry and saturated concrete. An explanation is given for the phenomenon of greater tensile strength of concrete and rocks with the highest percentage of water in the sample under dynamic loading. It is shown that failure criteria that assume only a linear dependence of strain on time can give ambiguous results when applied to other pulse shapes. The application of these criteria to the case of short impulse loads indicates that they are not suitable for estimating threshold load parameters in the case of a nonlinear loading history. On the contrary, it has been proved that the structural-temporal model of failure with incubation time, based on the use of a set of material parameters that are invariant to the loading history, is applicable for a wide range of types and shapes of load impulses.

The speed dependences of fibre-reinforced concrete with an increase in the percentage of steel spiral fibre are evaluated according to the criterion of incubation time. The effect of a more significant increase in strength under dynamic loading with an increase in the percentage of helical fibre than under static loading is justified

by a change in the values of the incubation time of fibre-reinforced concrete. Numerical simulation of dynamic strength at different percentages of helical fibres is presented. The decrease in the dynamic strength of steel and carbon fibre concretes is interpreted by a change in the characteristics of the incubation time. The influence of the fibre shape on the sensitivity of steel and synthetic reinforced concrete to the strain rate is given. It is shown that the incubation time parameter can be considered a convenient tool for assessing the effect of fibre on the dynamic strength of fibre-reinforced concrete.

Also, the dynamic fracture of rocks is considered from the point of view of force and energy limiting criteria formulated on the basis of the concepts of the structural-temporal approach. For each limiting criterion set at a different point in time of destruction, the incubation time is calculated as a key constant characteristic of the material of the proposed approach, which depends on the scale and is the main measure of the reaction of materials. On the basis of the experimental data presented in the literature on three-point bending, the rate dependences of the fracture toughness of rocks are considered with a varying length of the cut in the sample and the fracture work. Using the dynamic destruction of coal and granite as an example, it is shown that the incubation time determined by the force criterion does not depend on the length of the sample cut. The marble incubation times obtained from the rate dependences of fracture toughness and fracture work are compared.

In the **second chapter**, on the basis of the incubation yield time criterion and the empirical models of Johnson-Cook and Cooper-Symonds, the behaviour of the yield strength of steel and a number of aluminium alloys is studied in a wide range of strain rates. In the work, expressions for the parameters of empirical models are derived through the characteristics of the criterion of the incubation time of fluidity and a satisfactory agreement is obtained when they are compared with experimental data. It is shown that the parameters of empirical models can depend on some strain rate. The independence of the characteristics of the yield incubation time criterion

from the loading history and their connection with the structural and temporal features of the plastic deformation process gives the advantage of the approach based on the concept of the incubation time over empirical models, as well as an effective and convenient formula for determining the yield strength in a wider range of strain rates.

The analysis of plastic deformation of metals and polymethyl methacrylate under the action of a dynamic load is carried out on the basis of a relaxation model of plastic deformation. The invariance of the parameters of the relaxation model of plasticity with respect to the history of deformation makes it possible, within the framework of a unified approach, to obtain any set of deformation curves, both monotonic, with a changing yield strength, and nonmonotonic, with an emerging and changing yield tooth, as observed in the experiment. The technical aspects of predicting three parameters of the relaxation plasticity model and their influence on the relaxation model of plastic deformation are considered in detail. The increase in yield strength together with the effect of hardening during high-speed and static deformation of high-strength steel 2.3Ni-1.3Cr is also modelled based on the relaxation model. Using the example of DP600 steel and nanocrystalline nickel, it is shown that the relaxation plasticity model makes it possible to predict a smooth transition to the plastic deformation stage under slow quasi-static actions of $\sim 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ and the appearance of a yield tooth at strain rates of $500\text{-}6000 \text{ s}^{-1}$. It is also shown that the developed approach makes it possible to simulate similar effects in the case of high-speed deformation of polymethyl methacrylate. Thus, using specific materials as an example, it has been demonstrated that, based on the parameters of the relaxation plasticity model invariant from the strain history, it is possible to effectively predict the strain dependences of the studied materials in a wide range of strain rates $10^{-4}\text{-}10^4 \text{ s}^{-1}$.

Based on the proposed relaxation model and the known dynamic models of plasticity, the influence of the strain rate on the instability of metal responses to

dynamic loading in the range of strain rates of $0.001\text{--}10000\text{ s}^{-1}$ is studied. The invariance of the parameters of the relaxation plasticity model with respect to the history of deformation makes it possible, within the framework of a unified approach, to model a wide range of deformation curves, both monotonic, with a changing yield strength, and nonmonotonic, with an emerging and changing yield tooth, as observed in the experiment. The constitutive relations of empirical parameters for some dynamic models of plasticity are constructed on the basis of the parameters of the relaxation model of plasticity. It is shown that the parameters of empirical models can depend on some strain rate. It has been found that when predicting the deformation dependences of metals, the relaxation plasticity model based on the concept of incubation time, in comparison with the known dynamic models of plasticity, is the most effective in a wider range of strain rates. It is shown that the improved Johnson-Cook model and the Rusinek-Klepaczko model do not take into account the drop in yield observed in mild steels and aluminum alloy 7075-T6. Thus, the relaxation plasticity model is an effective and convenient tool for calculating some of the main effects of dynamic plasticity that arise in a wide range of strain rates.

In **the third chapter**, in order to predict the appearance and disappearance of the effects of a drop in yield (the “yield drop” effect), taking into account various dynamic, temperature, or other factors, a wide range of the initial plastic stage of deformation diagrams of homogeneous materials is considered. Compared to unchanged quasi-static stress-strain diagrams, dynamic changes in stress-strain diagrams are classified depending on the loading history. In addition to the group of monotonic diagrams that differ only in the yield strength, a group of three nonmonotonic diagrams is predicted based on the relaxation plasticity model, with the appearance or disappearance of the effect of a yield drop at different strain rates. It is shown that, in contrast to the classical models of dynamic plasticity, which are capable of constructing only the first set of diagrams, the relaxation plasticity model makes it possible to predict any set of deformations. Deformation curves are built

on the basis of the minimum number of parameters that are invariant to the strain rate and, in general, to the loading history. On the basis of experimental data from the literature, dynamic dependences of deformation with the resulting drop in yield at a fixed strain rate are predicted for various metals. Similar dynamic effects are revealed in the deformation diagrams of materials with different sensitivity to strain rate and structural-temporal parameters.

In the **fourth chapter**, the proposed analytical model (structural-temporal model of cyclic loading) is based on the assessment of structural-temporal characteristics at the initial stage of yield (Section 2.1) [57,58] and the relaxation model of plasticity (Section 2.3) [59–61]. Effective prediction of deformation behaviour makes it possible to develop a structural model of cyclic deformation for an arbitrary deformation law in a particular cycle.

Prediction of the deformation characteristics of materials capable of cyclic stabilization is carried out using an analytical relaxation model of plasticity, modified for cyclic deformation and based on the idea of determining the structural-temporal and relaxation characteristics of a material. It is shown that the relaxation model of plastic deformation developed earlier for single loading is capable of predicting the process of rapid damping of plastic deformations (stabilization effect). There is a good agreement between the results of the phenomenological model and the experimental data on the example of steel DP 500, as well as on the example of steel 50 subjected to heat treatment and combined deformation-heat treatment with one-sided cyclic deformation. A comparison is made of estimates of the characteristic time of structured and nanostructured steel 50. It is shown that the index of time sensitivity of the material, presented in the relaxation plasticity model, can take into account the method of processing the material.

The adaptability of steel 45 to low-cycle deformation from 100 to 1000 cycles at various constant amplitudes, which is characterized by the effect of plastic deformation stabilization, is considered. C45E, which is widely used for shafts and

has excellent strength. In the present work, the phenomenon of stabilization of plastic deformation under rigid loading is experimentally studied depending on the amplitude and loading rate. In this study, the proposed structural-temporal model of cyclic strain simultaneously predicted the stress-strain dependence and the plastic strain stabilization effect based on the hysteresis width. Using the hysteresis loop at each cycle, we calculate the accumulated damage in the material during plastic deformation stabilization. Experiments show that the range of cycles of stable plastic deformation decreases with increasing amplitude and strain rate. The proposed model takes into account the history of deformation, experimental data on low-cycle deformation of steel 45, and the presence of the established stabilization effect.

The **fifth chapter** discusses the temporal nature of the process of deformation of various composite laminates, or laminates, metal multilayer composites reinforced with polymer fiber epoxy layers, and their components under static and dynamic loads. The aim of the study is to develop and test the innovative relaxation model of plasticity of heterogeneous materials proposed in this chapter, which was previously formulated for homogeneous materials (Section 2.3.1). The proposed relaxation model for layered composites makes it possible to effectively describe the irreversible deformation of the composite and further investigate until the moment of failure. In addition, the developed approach makes it possible to take into account the effects of the transition from static to dynamic loading, in which the dynamic limiting characteristics of the metal yield strength and the strength of brittle materials will be decisive depending on the loading history. Verification of the model is given on the example of metal-plastics with different ratios of the thickness of the metal and polymer layer: aluminium composite reinforced with glass fibre, titanium composite reinforced with glass fibre, aluminium composite reinforced with carbon fibre, aluminium composite reinforced with Kevlar fibre. It is shown that various deformation curves of metal composites depending on the strain rate, ending in brittle fracture of polymer layers or continuing irreversible deformation of metal layers remaining intact with destroyed polymer (fibrous/epoxy) layers, can be

predicted in a wide range of strain rates based on the relaxation model of plasticity, generalized for heterogeneous materials. Based on the same structural and temporal parameters for Ti/GFRP(0/90/90/0)/Ti and Ti/GFRP(0/90)/Ti/GFRP(90/0)/Ti composites and polymer layers, one staged and two-stage stress drop is simulated during irreversible deformation of the composite under static and dynamic loading. The change in the multi-stage destruction of metal composites reinforced with glass fibre under dynamic loading compared with static loading is explained by different characteristic failure times of 15400 s and 100 s for the polymer (fibre/epoxy) and 1 ms and 8.4 ms for metal layers. On the example of composites with different layer thicknesses, the presence of elastoplastic deformation of the composite after the destruction of the polymer layers is interpreted by different values of the characteristic relaxation times for the polymer (fibre/epoxy) and metal layers.

Methodology and research methods

In this work, the developed relaxation model of plasticity for homogeneous materials is used, based on the structural-temporal approach. The structural-temporal approach was first developed and effectively used to describe the temporal effects of crack growth in fracture dynamics. Later, the criterion was applied to explain the temporal effects of the yield strength, and the process of shear stress relaxation was considered as a temporal process associated with the movement of defects. Generalization of the structural-temporal approach to the model of irreversible deformation, called the relaxation model of plasticity, made it possible to predict a wide range of experimentally observed deformation dependences. The main advantage of the relaxation plasticity model is the use of structural-temporal parameters. In contrast to the classical concepts of the theory of plasticity, the time factor is considered to be fundamental in the response of a material to an applied load. Based on the phenomenological relaxation model of plasticity, the following were developed: 1) relaxation model of plasticity with temperature dependences of

structural-temporal parameters; 2) relaxation model of plasticity for cyclic deformation; 3) relaxation model of plasticity for composite laminates.

Thus, the phenomenological model with invariant parameters to the loading history allows one to apply it to various problems that study the regularities of the influence of the structural-temporal characteristics of a material on the deformation response of homogeneous and heterogeneous materials in various quasi-static, dynamic, temperature and cyclic modes.

Approbation of work

The results of the dissertation work were presented and discussed at the following international and Russian scientific conferences, seminars and congresses:

- XI All-Russian Congress on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics (Kazan, 2015);
- XII All-Russian Congress on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics (Ufa, 2019);
- International scientific symposium on the problems of mechanics of deformable bodies, dedicated to the 110th anniversary of the birth of A.A. Ilyushin (Moscow, 2021)
- XXVII All-Russian Conference with the participation of foreign scientists on numerical methods for solving problems in the theory of elasticity and plasticity, dedicated to the 100th anniversary of the birth of N.N. Yanenko (Krasnoyarsk, 2021)
- The 7th International Conference on Crack Paths (Online, 2021)
- 1st Virtual European Conference on Fracture – VECF1 (Online, 2020)
- Advanced Problems in Mechanics 2020 – Online (Online, 2020)
- XV International Conference on Computational Plasticity. Fundamentals and Applications (Barcelona, 2019)

- XLVII International Summer School. Conference Advanced Problems in Mechanics (St. Petersburg, 2019)
- 22nd European Conference on Fracture. Loading and Environment effects on Structural Integrity (Belgrade, 2018);
- 2nd International Conference on Structural Integrity and Durability Fatigue and Fracture – Experiments, Theory and Applications (Dubrovnik, 2018)
- 26th International Conference on Metallurgy and materials – METAL 2017 (Brno, 2017)
- XXVII International Conference “Mathematical and Computer Simulation in Mechanics of Solids and Structures” MCM 2017 Fundamentals of static and dynamic fracture (St. Petersburg, 2017)
- Conference proceedings XXI Convegno Italiano di Meccanica Computazionale (Lucca, 2016)
- 21th European Conference on Fracture (Catania, 2016);
- 11th International DYMAT Conference (Lugano, 2015);
- Mechanics of composite materials and structures, complex and heterogeneous media named after I.F. Obraztsov and Yu.G. Yanovsky (Moscow, 2018, 2019)
- All-Russian Conference of Young Mechanical Scientists (Sochi, 2017)
- XXVI International Conference "Mathematical and computer modeling in the mechanics of deformable media and structures" (St. Petersburg, 2015);
- XXII St. Petersburg Readings on Strength Issues (St. Petersburg, 2016);
- LVII International Conference "Actual Problems of Strength" (Sevastopol, 2016);
- XVIII International Conference on Computational Mechanics and Modern Applied Software Systems (Alushta, 2013);
- The First International Scientific and Practical Seminar "Integrated Security and Physical Protection Systems" (St. Petersburg, 2013);

- The ninth scientific-practical conference "Problems of ensuring explosiveness and countering terrorism" (St. Petersburg, 2014);
- Fifth international scientific and technical conference "Problems of dynamics and strength in turbomachinery" (Kyiv, 2014);
- VIII All-Russian Conference on Solid Mechanics (Cheboksary, 2014);
- X All-Russian scientific-practical conference "Problems of ensuring explosiveness and countering terrorism" (St. Petersburg, 2015);
- Scientific Council of the Russian Academy of Sciences on combustion and explosion at the St. Petersburg Scientific Center of the Russian Academy of Sciences (March 2016);
- seminar of the Department of Elasticity Theory of the Faculty of Mathematics and Mechanics of St. Petersburg State University.

Support

Part of the dissertation work was supported by 7 grants under the personal supervision of the author, of which 3 are RSF grants (17-71-10061, 19-71-00093, 21-71-00046), 2 RFBR grants (16-31-00254, 21 -51-53008 (international)) and 2 grants of the President of the Russian Federation for young candidates of sciences (MK-449.2019.1; MK-78.2021.1.1). The rest of the results were supported by RFBR grants (14-01-00814, 14-01-31510, 16-51-53077, 17-01-00618, 17-01-20300, 00291), RSF No. 17-11-01053 and 22-11-00091, St. Petersburg State University (6.38.243.2014; 6.39.319.2014), Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (megagrant No. 220-5156-2191) and the Marie Curie Foundation TAMER No. 610547 as a performer.

Thanks

I express my heartfelt gratitude to Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences Yuri Viktorovich Petrov for his guidance, help and support, without which this work would not have been written. The author is also grateful to

I.V. Smirnov for help in conducting the experiment on cyclic deformation of steel 45.

Publications

On the topic of the thesis, 39 articles have been published in international journals, 30 of which are included in the Scopus and Web of Science databases, and 1 collective monograph.

Personal contribution

The dissertation materials are a summary of the author's work in this area and reflect his personal contribution to the problem being solved. All the results presented in the dissertation were obtained either by the author himself or with his direct participation. The author owns the ideas in determining the purpose and objectives of the work, performing calculations on the proposed models. The author directly analyzed and interpreted the results obtained, formulated the provisions submitted for defense and the main conclusions. All publications were prepared with the direct participation of the author.

The dissertation work is a development of the direction formulated at the initial stage by the scientific consultant of the work, Professor of St. Petersburg State University, Corresponding Member. RAS, Doctor of Physical and Mathematical Sciences Yu.V. Petrov. Together with him, the main results and conclusions of the work were discussed.

Publications of the main results

Scopus и Web of Science

- 1) Selyutina N. Temperature relaxation model of plasticity for metals under dynamic loading // Mechanics of Materials. 2020. V. 150. p. 103589.

- 2) Selyutina N. Prediction of the temperature-time effects of irreversible deformation for 2519A aluminum alloy // *Physical Mesomechanics*. 2020. V. 23. N. 6. P. 487 – 493.
- 3) Selyutina N.S. Influence of Mg and Cu on the dynamic yield stress of aluminium alloys // *Materials Physics and Mechanics*. 2021. V. 47. P. 408– 415.
- 4) Selyutina N., Petrov Y., Parameswaran V., Sharma A. Influence of dynamic loads on the fracture of brittle layers of a multilayer composite // *Journal of Dynamic Behavior of Materials*. 2022. Vol. 8. No. 1. pp. 155–158.
- 5) Selyutina N.S., Petrov Y.V. Structural-Temporal Peculiarities of Dynamic Deformation of Layered Materials // *Materials*. 2022. V. 15. p. 4271.
- 6) Selyutina N.S., Petrov Y.V. Effect of plastic strain stabilization under low-cycle deformation // *Physical Mesomechanics*. 2020. V. 23. N. 5. P. 384–389.
- 7) Selyutina N.S., Petrov Y.V. Fracture of saturated concrete and rocks under dynamic loading // *Engineering Fracture Mechanics*. 2020. V. 225. p. 106265.
- 8) Selyutina N., Borodin E., Petrov Y. Dynamical models of plasticity with nonmonotonic deformation curves for nanomaterials // *Metals*. 2022. V. 12. N. 11. p. 1835.
- 9) Selyutina N.S., Smirnov I.V., Petrov Yu.V. Stabilisation effect of strain hysteresis loop for steel 45 // *International Journal of Fatigue*. 2021. V. 145. p. 106133.
- 10) Selyutina N., Borodin E.N., Petrov Y., Mayer A.E. The definition of characteristic times of plastic relaxation by dislocation slip and grain boundary sliding in copper and nickel // *International Journal of Plasticity*. 2016. V. 82. P. 97–111.
- 11) Selyutina N.S., Petrov Yu. Instabilities of dynamic strain diagrams predicted by the relaxation model of plasticity // *Journal of Dynamic Behavior of Materials*. 2022. V. 8. N. 2. P. 304–315.

- 12) Selyutina N.S., Petrov Y.V. Prediction of the Dynamic Yield Strength of Metals Using Two Structural-Temporal Parameters // *Physics of the Solid State*. 2018. V. 60. N. 2. P. 244 – 249.
- 13) Selyutina N.S., Petrov Yu.V. Comparative analysis of dynamic plasticity models // *Reviews on Advanced Materials Science*. 2018. V. 57. N. 2. P. 199–211.
- 14) Selyutina N.S., Petrov Y.V., Parameswaran V., Sharma A.P. The strain-rate sensitivity of irreversible deformation of the metallic multilayer composite GLARE // *Doklady Physics*. 2019. V. 64. N. 8. P. 340 – 343.
- 15) Selyutina, N.S., Petrov Y.V. Modeling the time effects of irreversible deformation based on the relaxation plasticity model // *Physics of the Solid State*. 2019. V. 61. N. 6. P. 935–940.
- 16) Balandin V.V., Selyutina, N.S., Petrov, Y.V. Effect of the mass fraction of ice on the strain rate dependence of strength under dynamic fracture of frozen soil // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2019. V. 60. N. 3. P. 533–538.
- 17) Selyutina N.S., Borodin E.N., Petrov Y.V. Structural–temporal Peculiarities of Dynamic Deformation of Nanostructured and Nanoscaled Metals // *Physics of the Solid State*. 2018. V. 60. N. 9. P. 1813–1820.
- 18) Borodin, E.N., Gruzdkov A.A., Mayer A.E., Selyutina N.S. Physical nature of strain rate sensitivity of metals and alloys at high strain rates // *Journal of Physics: Conference Series*. 2018. V. 991. N. 1. p. 012012.
- 19) Petrov Y.V., Selyutina N.S. Prediction of the effect of plastic-strain stabilization under cyclic deformation based on the structural–temporal approach // *Doklady Physics*. 2017. V. 62. N. 10. P. 475–477.
- 20) Selyutina N.S., Petrov Y.V. Structural and temporal features of high-rate deformation of metals // *Doklady Physics*. 2017. V. 62. N. 2. P. 102–105.
- 21) Selyutina N., Petrov Y. Structural-temporal features of high-rate deformation of high strength steels // *METAL 2017 - 26th International*

- Conference on Metallurgy and Materials, Conference Proceedings. 2017. V. 2017-January. P. 623–628.
- 22) Selyutina N.S., Petrov Y.V. Temporal nature of plasticity in the design of materials // 15th International Conference on Computational Plasticity. Fundamentals and Applications, COMPLAS 2019. 2019. P. 395–401.
- 23) Borodin E.N., Selyutina N.S., Petrov Y.V. Determining characteristic plastic-relaxation times using micro- and nanocrystalline nickel as an example // Doklady physics. 2016. V. 61. N. 3. P. 143–146.
- 24) Borordin E.N., Selyutina N.S., Petrov Yu.V., Mayer A.E. Dependence of relaxation times on the material microstructure for different mechanisms of plasticity // Materials Physics and Mechanics. 2016. V. 26. N. 1. P. 42–44.
- 25) Petrov Y., Selyutina N. Scale and size effects in dynamic fracture of concretes and rocks // EPJ Web of Conferences. 2015. V. 94. p. 04005.
- 26) Petrov, Y. Borodin E., Cadoni E., Selyutina N. Relaxation model for dynamic plastic deformation of materials // EPJ Web of conference. 2015. V. 94. p. 04039.
- 27) Petrov Y., Selyutina N. Dynamic behaviour of concrete and mortar at high strain rates // Materials Physics and Mechanics. 2013. V. 18. N. 2. P. 101 – 107.
- 28) Petrov Y., Smirnov I., Evstifeev A., Selyutina N. Temporal peculiarities of brittle fracture of rocks and concrete // Frattura ed Integrità Strutturale. 2013. V. 24. P. 112 – 118.
- 29) Selyutina, N.S. Strain Rate Dependences of Dynamic Fracture Toughness and Fracture Energy of Rocks // Physical Mesomechanics. 2022. V. 25. N. 4. P.366 – 372.
- 30) Selyutina N., Smirnov I. Dynamic fractures of concrete made of recycled aggregate or reinforced with fibres // Mechanics of materials. 2023. V. 179. p. 104613.

Monograph

- 31) Norel, B.K. Petrov Yu.V., Selyutina N.S. Energy and time characteristics of the limiting state of rocks. St. Petersburg: St. Petersburg University Press, 2018. 132p.

Publications in other journals

- 32) Selyutina N. Dynamic deformation of fiber-metal laminates depending on its metal thickness // *Procedia Structural Integrity*. 2020. V. 28. P. 1310–1314.
- 33) Selyutina N., Smirnov I., Petrov Y. Low-cycle deformation of steel C45E under rigid loading // *Procedia Structural Integrity*. 2022. V. 39. P. 157–160.
- 34) Selyutina N.S., Petrov Yu.V. Temporal effects of dynamic yielding under high-rate loading // *Procedia Structural Integrity*. 2018. V. 13. P. 700–704.
- 35) Selyutina N.S., Petrov Yu.V. The water-saturation effect for concretes and rocks subjected to high strain rates // *Procedia Structural Integrity*. 2018. V. 13. P. 705–709.
- 36) Selyutina N.S., Petrov Y.V. The definition of flow stress under dynamic loading based on relaxation model of plasticity // *Procedia Structural Integrity*. 2017. V. 6. P. 77–82.
- 37) Petrov Y.V., Selyutina N.S. On the temporal peculiarities of stabilization effect under cyclic deformation for steel // *Procedia Structural Integrity*. 2017. V. 6. P. 265–268.
- 38) Martemyanov A., Selyutina N.S., Katorina A. Incubation time criterion analysis of rock materials under dynamic loadings // *Procedia Structural Integrity*. 2017. N. 6. P. 77–82.
- 39) Selyutina N., Petrov Y. The dynamic strength of concrete and macroscopic temporal parameter characterized in fracture process // *Procedia Structural Integrity*. 2016. V. 2. P. 438 – 445.

- 40) Selyutina, N. Structural-temporal peculiarities of dynamic deformation of rock // *Procedia Structural Integrity*. 2022. V. 42. P. 420–424.

Chapter 1. Dynamic Effects of Strength Characteristics in Brittle Fracture Under the Influence of Structure Heterogeneity

In this chapter, the speed dependencies of the dynamic strength of rocks and concretes is studied in a wide range of strain rates using a structural-temporal approach. An idea of a material's fracture incubation time, taken as a scale dependent material constant and as a primary measure of the reaction of materials subjected to dynamic loading, was applied to explain the instability of the ultimate critical stress values in rock materials and concrete. Temporal dependencies (strength – strain rate; pulse amplitude – pulse duration; maximum stress – pulse duration) of the spall strength for short pulse and high rate loading of dry and saturated concrete are compared and discussed. A phenomenon of the greater ultimate stress of concrete and rocks with the highest relative humidity under dynamic loading is explained. It is shown that conventional fracture criteria based only on the strain rate dependence taken from a usual linear loading law may give ambiguous results being applied for other shapes of the pulse. Application of these criteria to the case of short pulse load indicate that they are not adapted to the estimation of threshold loading parameters in the case of non-linear loading history. On the contrary, it is proved that the incubation time fracture model based on a set of material parameters, invariant to the loading history, is applicable for a broad range of load pulse types and shapes.

Temporal dependencies of fibre-reinforced concrete under influence of steel spiral fibre are evaluated by the incubation time criterion. It was confirmed that by

estimating only one additional parameter, the incubation time, which is responsible for the preparatory processes of fracture and is invariant with respect to the history of loading in dynamic and static tests, it is possible to construct dependencies of the critical stress on strain rate. Effect of more significant increase of strength in dynamic condition than static at growth percentage of fibre is explained by behaviour of the incubation time related with presence of defect in specimen. Numerical simulation of dynamic strength with different percentage of spiral fibres is given. The decrease in the dynamic strength of steel- and carbon-fibre-reinforced concretes was interpreted in terms of a change in the incubation time characteristic. The influence of the fibre shape on the strain rate sensitivity of steel- and synthetic-fibre-reinforced concretes was analysed. It is here shown that the incubation time parameter can be considered to be a convenient tool for assessing the influence of recycled aggregate or fibres on the dynamic strength of concrete.

So, this chapter considers dynamic rock fracture from the viewpoint of the force and energy limiting criteria formulated from the concepts of the structural-temporal approach. For each limiting criterion set at a given fracture time, the incubation time is calculated as a key constant material characteristic within the proposed approach which depends on the scale and is the main measure of the material response. Experimental literature data on three-point bending are used to discuss the strain rate dependences of rock fracture toughness with varying specimen notch length and fracture work. Using the dynamic fracture of coal and granite as an example, it is shown that the incubation time determined by the force criterion is independent of the specimen notch length. Comparison is made of the marble incubation times obtained from the strain rate dependences of fracture toughness and fracture work.

It is shown that the idea of explicitly taking into account relaxation in fracture processes by introducing the incubation time, the characteristic relaxation time, which in the case of fracture is associated with the process of microcracking before

macrofracture, makes it possible to predict the rate dependencies of strength, fracture toughness, fracture work, as well as a number of emerging competition effects. strength characteristics of rocks and concretes under the influence of water saturation, mass fraction of ice, reinforcement, filler.

The results presented in Chapter 1 are published in papers [62–73].

1.1. Structural-Temporal Criterion of Fracture

Initially, the incubation time criterion or the structural-temporal fracture approach [62,74–80] was written in the general form:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \left(\frac{F(t')}{F_c} \right)^\alpha dt' \leq 1 \quad (1)$$

where τ is the parameter of velocity sensitivity of the material or the incubation time – the characteristic relaxation time, which, in the case of fracture, is associated with the process of microcracking before macrofracture, t is the time, $F(t)$ is the temporal dependence of the local force field, creating fracture of the medium, F_c is the static limit of the local force field, α is the parameter of amplitude sensitivity of the material. The time of fracture t^* defines as the moment at which the equality sign in the Eq. (1), that is, when the left side of inequality (1) becomes equal to 1. The parameter τ associates with the dynamics of the micro-cracking relaxation processes preceding the macro-fracture event. The parameter α characterizes the sensitivity to the level of strength of the force field causing fracture.

The main feature of the applied approach is an introduction of the incubation time as a material characteristic. Its nature is due to the preparatory relaxation processes of the development of microdefects in the structure of the material

associated with microcracking. The key role of τ in interpreting the fracture process occurring at different external loading rates is described in detail in [62].

Fracture criterion (1) implies the existence of the incubation period, preceding a macroscopic break of the material. In this case, an incubation process is an essential factor of the fracture process and takes place both in cases of quasi-static and fast impact loads. In this case, an incubation process is an essential factor of the fracture process and takes place both in cases of quasi-static and fast impact loads. Due to the presence of the fracture incubation period, some specific effects do happen under dynamic loading. Among those effects is a well-known strain-rate dependency of strength. As one of the simplest interpretations of the fracture incubation time let us consider an example of fracture caused by a slow ($t^* \gg \tau$) linearly growing tensile stress $\sigma(t) = \dot{\sigma} t H(t)$, where $\dot{\sigma} = \text{const}$ and $H(t)$ is the Heaviside step function. Substituting $F(t) = \sigma(t)$ into (1) we can calculate the time to fracture $t^* = \sigma_c / \dot{\sigma} + 0.5 \tau$ and a value of the critical stress at the moment of fracture $\sigma^* = \sigma(t^*) = \sigma_c + \dot{\sigma}(\tau/2)$, where $\sigma_c = F_c$ is the tabulated value of the material static strength. In the case of very slow stress growth $(\dot{\sigma} \tau) / \sigma_c \ll 1$, the ultimate stress does not differ much from the static strength $\sigma^* \approx \sigma_c$. The obtained expressions show that according to (1) the material remains intact at the moment when the static strength limit is achieved $t_c = \sigma_c / \dot{\sigma}$. It is crucial that before the onset of the macroscopic rupture of the material, preparatory processes having a characteristic temporal period τ evolve in the material structure (Fig 1).

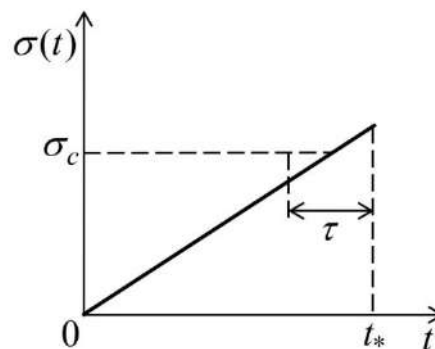


Figure. 1. Temporal dependence of stress for slow linear loading.

One of the most essential features of the structural-temporal approach (1) is a possibility to apply it both for crack growth initiation problems (Section 1.8) and for problems of fracture of initially "intact" media (Section 1.2), which do not contain *a priori* incorporated macro-cracks or sharp notches.

1.2. Calculation scheme of strength in a wide range of strain rates

To calculate the dynamic strength of the material in a wide range of strain rates, we will use the macroscopic characteristic of the material strength as a force characteristic. The strength of the material in the case of brittle fracture for initially intact media according to the criterion of incubation time is determined in the following form [75,80–83]:

$$\frac{1}{\tau_\sigma} \int_{t-\tau_\sigma}^t \left(\frac{\Sigma(t')}{\sigma_*} \right)^{\alpha_\sigma} dt' \leq 1 \quad (2)$$

where τ_σ – the incubation time of fracture, related with period of preparation of the material to fracture and characterised rate sensitivity of the material, $\sigma(t)$ is the time dependence of the average compressive (or tensile) stress in the specimen; σ_* is the static strength of the material; α_σ is the parameter characterizing the sensitivity of the material to the level of intensity (amplitude) of the force field leading to fracture.

The sets of structural-temporal parameters τ_σ and α_σ for the case of tensile and compressive loads are determined by two independent formulations of criterion (2) for the case of tension and compression. In the first case, σ_* is the static tensile strength, in the second case, σ_* is static compressive strength.

Let us construct a calculation scheme for determining the limiting growth of local stresses during compression or tension based on the force criterion (2) for defect-free samples with a linear dependence $\sigma(t)$. The moment of fracture can be determined from the condition of equality (2). In practice, dynamic strength is

estimated by the maximum value of local stresses at which the material does not fail. In this study, it is proposed to consider the dynamic strength of the sample as a process parameter, and as a constant of the material, an incubation time parameter independent of the loading history.

We assume that up to the moment of brittle fracture (the maximum stress value), the growth of strains $\varepsilon(t)$ in the material is described by a linear function in time $\varepsilon(t) = \dot{\varepsilon}tH(t)$, where $\dot{\varepsilon}$ is the strain rate, $H(t)$ is the Heaviside function. The change in local stresses in the material is determined by Hooke's law $\Sigma(t) = E\varepsilon(t)$, where E is Young's modulus. Thus, the time dependence of local stresses is expressed as:

$$\sigma(t) = E\dot{\varepsilon}tH(t) = \dot{\sigma}tH(t), \quad (3)$$

where $\dot{\sigma}$ is the stress rate of the material.

Solution (3) depends on the ratio of the incubation time and the fracture process time: $0 < t_* < \tau_\sigma$ and $t_* \geq \tau_\sigma$. It is permissible to conditionally divide the impacts into quasi-static ones, when the process time t_* is comparable or higher than the incubation time ($t_* \geq \tau_\sigma$), and dynamic, when the material loading time is less than the incubation time ($t_* < \tau_\sigma$).

Local stresses at the moment of failure t_* are determined by the ultimate stress $\sigma_{cr} = \Sigma(t_*)$. In the case of $\alpha_\sigma = 1$, the dependence of the ultimate strength on the strain rate is explicitly given:

$$\sigma_{cr}(\dot{\varepsilon}) = \begin{cases} \sqrt{2\sigma_c E \dot{\varepsilon} \tau_\sigma}, & t_* < \tau_\sigma \\ \sigma_* + \frac{1}{2} E \dot{\varepsilon} \tau_\sigma, & t_* \geq \tau_\sigma \end{cases} \quad (4)$$

or on strain rate:

$$\sigma_{cr}(\dot{\sigma}) = \begin{cases} \sqrt{2\sigma_c \dot{\sigma} \tau_\sigma}, & t_* < \tau_\sigma \\ \sigma_* + \frac{1}{2} \dot{\sigma} \tau_\sigma, & t_* \geq \tau_\sigma \end{cases} \quad (4')$$

The resulting dependence (4) is conditionally divided into the behaviour of the ultimate strength under quasi-static effects (lower part of the expression), and dynamic (upper part of the expression).

The resulting design scheme (4) describes the behaviour of the material under slow and fast impacts within the framework of one approach. As necessary constants for the calculation, the tensile strength and Young's modulus, determined from standard static tests, are used. For most materials, when applying criterion (3), the material sensitivity parameter to the force field amplitude is assumed to be equal to unity ($\alpha_\sigma=1$), while the phenomenological parameter of the incubation time, as noted above, has the physical meaning of the relaxation time associated with the growth of microdefects. To calculate the incubation time, it is necessary to consider the experimental data (strain rate, tensile strength) and estimate the incubation time using the least squares method on the upper part of expression (4). Having a set of parameters σ_* , E , τ_σ , α_σ it is possible to construct a nonlinear dependence of the ultimate strength on the strain rate under dynamic loads (in addition to the linear dependence - under static loads).

1.3. Invariance of the incubation time criterion parameters to loading history

Since a large variety of experiments on the dynamic strength of materials exists, it is necessary to use some universal parameter that would characterize loading history. Since strain rate based fracture criteria are not invariant to the history of loading, strain rate cannot be used as a loading history parameter. Application of the linear dependence of stress on time $\Sigma(t)=E \dot{\epsilon} t H(t)$ in spall experiments shown above and use of strain rate as a parameter of the loading history is complicated since the definition of fracture event in spall experiments [84–86] depends on two experimentally measured parameters of the loading history: pulse amplitude and pulse duration. Dynamic effects observed in the fracture process are caused by existence of threshold pulse duration, less which the fracture occurs under

stresses significantly exceeding the static strength. The effect of a dynamic branch of the ultimate force – fracture time dependence clearly shows that the decrease of the pulse duration leads to the pulse amplitude growth. If the pulse duration is higher than the threshold value than weak dependence of the pulse duration on the threshold pulse amplitude will be observed (stabilization stage). Registering of fracture due to threshold pulses is crucial. Researchers often record the fracture event at the maximum of the loading pulse amplitude for pulses exhibiting an almost linear growth stage. For arbitrary pulses, this is not the case as these pulses are not threshold generally speaking and in this case, the strength of the material is formally nor related the phenomenon of “dynamic branch”. However, the strength of a material is often evaluated considering linear stress – time dependence. The plotted theoretical dependence (4) results only from the “dynamic branch” phenomenon. The strain rate values depend on the pulse shape, and temporal dependencies are different for each case. Thus, a value of strain rate depends on time. In this section, it will show that the evaluation of the ultimate stress as a maximum of linearly growing local stresses using strain rate can lead to mistakes if arbitrary shapes of pulses are considered. Assessment of material strength should not depend on the pulse shape and thus, strain rate cannot be regarded as a universal parameter identifying the loading history. We propose to use pulse duration instead of the strain rate since pulse duration is an independent loading history characteristic. Moreover, the pulse duration is directly measured from an experiment comparing to the strain rate. Consider compressive triangular symmetric wave travelling along a semi-infinite rod:

$$\sigma_-(x, t) = -P_0 \left[\frac{ct + x}{ct_0} (H(ct + x) - H(ct + x - ct_0)) + \left(2 - \frac{ct + x}{ct_0} \right) (H(ct + x - ct_0) - H(ct + x - 2ct_0)) \right] \quad (5)$$

where P_0 is the pulse amplitude, $2t_0$ is the load duration and c is the sound speed. The wave reflects from the stress-free end ($x=0$) of the rod and compression changes to tension:

$$\sigma_+(x, t) = P_0 \left[\frac{ct - x}{ct_0} (H(ct - x) - H(ct - x - ct_0)) + \left(2 - \frac{ct - x}{ct_0} \right) (H(ct - x - ct_0) - H(ct - x - 2ct_0)) \right] \quad (6)$$

The resulting stress in the rod is given by: $\sigma(x, t) = \sigma_-(x, t) + \sigma_+(x, t)$. Obviously, maximum tensile stress firstly appears at point $x_0 = ct_0/2$. Threshold (minimum) amplitude P_* , leading to fracture in the rod can be found using fracture criterion (2) with $\alpha_\sigma = 1$ for any given duration t_0 :

$$\max_{\theta} \int_{\theta-1}^{\theta} \sigma(s) ds = \sigma_* \quad (7)$$

Here, $\theta = t/\tau$ is a non-dimensional time.

The incubation time criterion can predict the behaviour of a material, subjected to differently shaped loading pulses, since it is invariant to the loading history. In [85,86] theoretical dependence of the threshold pulse amplitude on pulse duration was calculated for the symmetrical triangular pulses using criterion (2) with $\alpha_\sigma = 1$:

$$P_{cr}(t_0) = \begin{cases} \frac{\sigma_*}{1 - \frac{\tau_\sigma}{3t_0}}, & t_0 \geq \frac{2}{3}\tau_\sigma \\ \frac{4\tau_\sigma}{3t_0}\sigma_*, & t_0 < \frac{2}{3}\tau_\sigma \end{cases} \quad (8)$$

In [84,86] the theoretical dependence of the threshold amplitude of stress on pulse duration for a regular triangle shape of the pulse was obtained:

$$P_{cr}(t_0) = \begin{cases} \frac{\sigma_*}{1 - \frac{1}{2}\frac{\tau_\sigma}{t_0}}, & t_0 \geq \tau_\sigma \\ 2\sigma_* \frac{\tau_\sigma}{t_0}, & t_0 < \tau_\sigma \end{cases} \quad (9)$$

The dependence (9) is similar to the formula (4) rewritten to fracture time ($\dot{\epsilon} = \sigma_{cr}/(Et_*)$):

$$\sigma_{cr}(t_*) = \begin{cases} \frac{\sigma_*}{1 - \frac{1}{2} \frac{\tau_\sigma}{t_*}}, & t_* \geq \tau_\sigma \\ 2\sigma_* \frac{\tau_\sigma}{t_*}, & t_* < \tau_\sigma \end{cases} \quad (10)$$

In [86] the humidity effect on the spall strength of a micro-concrete was investigated using a split Hopkinson pressure bar. Figure 2 shows the theoretical dependence of the ultimate strength on strain rate with a linear law for strain (4). The calculations are based on experimental data by Brara and Klepaczko [87]. The incubation time for saturated concrete ($\sigma_*=4$ МПа; $\tau_\sigma=66$ мкс) is higher than the value for dry concrete ($t_0/2$). The fracture stresses of the saturated concrete above of strain rate is higher than those for the dry concrete for strain rates higher than in contrast to the biggest static strength of dry concrete. Considering the spall stress to be a sum of travelling and reflecting waves for symmetrical pulse for the symmetrical triangular pulse [85,86], similarly of experimental measures of Brara and Klepaczko [87] we propose that the amplitude of the pulse is fixed not in the final pulse but point of achievement maximum of stress at time . Thus, the temporal dependence of a non-threshold amplitude of pulse ($\sigma(x, t) = \sigma_-(x, t) + \sigma_+(x, t)$) on time is determined by condition:

$$\int_{\frac{3t_0}{2\tau_\sigma}-1}^{\frac{3t_0}{2\tau_\sigma}} \sigma(s) ds = \sigma_* \quad (11)$$

Comparison of the ultimate strength of concrete from Eq. (11) and Eq. (10) is presented in Figure 3. The ultimate stress of the saturated concrete by Eq. (10) for a pulse duration less than ~ 100 μ s is the highest (Figure 3). Opposite behaviour is observed with reference to the static strength. Note that evaluation of the ultimate stress using Eq. (11) does not provide intersection on considered pulse durations. The incubation times for dry and saturated concretes calculated according to Eq. (11) (only pulse duration) are four times less than those calculated using Eq. (10) (only strain rate). The theoretically obtained ultimate strength using Eq. (10) appears to be

the highest. Thus, use of a linear strain – time dependence for an arbitrary pulse results in increased values of strength.

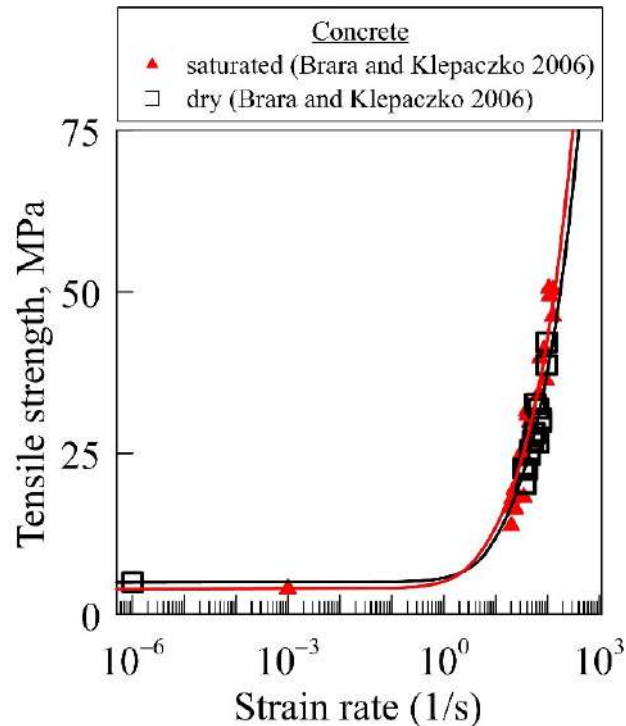


Figure 2. The spall strength of saturated ($\tau_\sigma=66$ мкс) and dry ($\tau_\sigma=46$ мкс) micro-concrete [87] as a function of strain rate plotted by the Eq. (4).

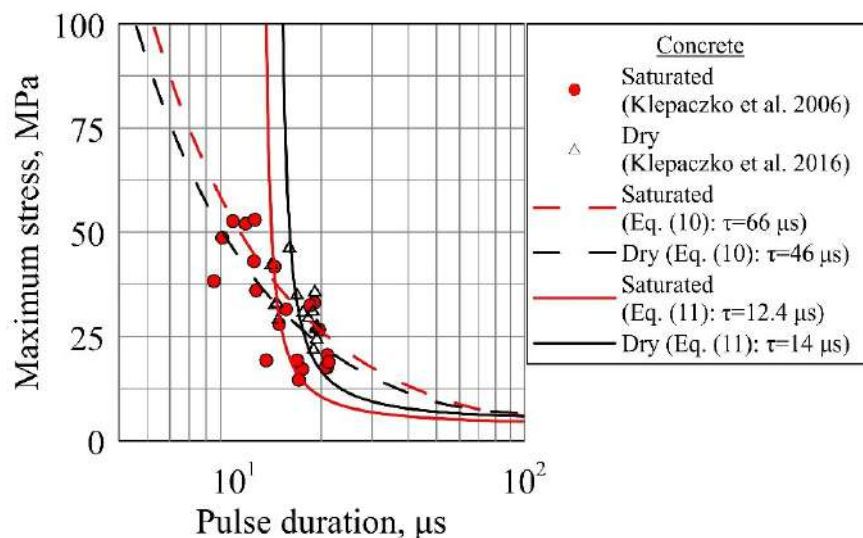


Figure 3. The calculation of spall strength of saturated and dry micro-concrete [87] as a function of pulse duration plotted by linear dependence of strain on time the Eq. (10) and symmetrical triangular pulse Eq. (11).

However, this error can be avoided using the incubation time approach. In [86] the difference of the behaviour of the threshold amplitude of the pulse of rail steel 700 [88] with symmetrical triangular shape and a regular triangle shape pulse was demonstrated (Figure 4). Fracture time for a regular triangle shape of the pulse is higher than the value for the symmetrical triangular pulse. The difference between two shapes of pulses is reduced independently from the temporal shape of the pulse if the pulse duration is decreased. An analysis of the proximity of the solid and dashed lines allows us to confirm the main advantage of using the incubation time criterion - the incubation time parameter is an invariant characteristic that depends only on the strength properties of the material. As shown in Figure 6, the limiting stress on the dash-dotted curve calculated according to (11) is much higher than on other curves. This shows that it is especially important to study the threshold pulse amplitudes.

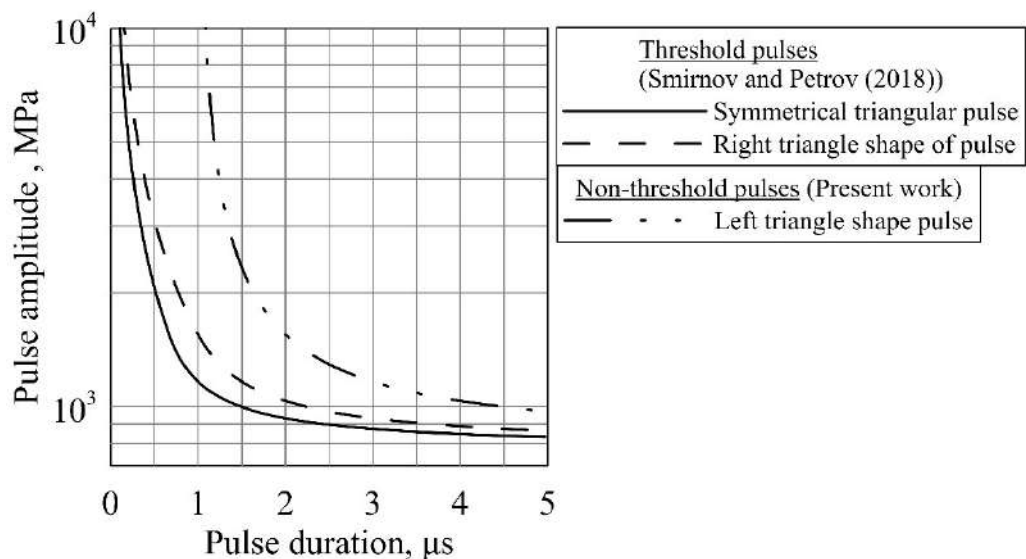


Figure 4. Temporal dependences of threshold amplitude of rail steel 700 [88] for symmetrical triangular pulse (8), right triangle shape of pulse (9) and the dependence of the non-threshold amplitude for rail steel 700 [88] on the basis of incubation time criterion, discussed in [86].

Despite the disadvantages of the linear approach (4) or (10), analysis of the majority of experimental data is carried out in terms of strain rates. This way,

behaviour of strength of the material is often limited by an undefined concept of strain rate, which is used in this paper only for the case of linear dependence of strain on time.

1.4. The effect of strength inversion as a consequence of the velocity sensitivity of the material

An analysis of the position of static strength and dynamic strength on the dependences of strength on the strain rate reveals the effect of inversion of the strength of two materials - a change in the dominant role of the type of strength when changing the type of load (statics to dynamics and vice versa): a material that had a lower strength compared to another material under quasi-static tests may have a higher strength under dynamic loading, and a material with a lower dynamic strength may have a greater static strength in comparison with another material [73].

Consider the behavior of ultimate stress of granite subjected to tensile in split Hopkinson pressure bar tests [89] at strain rates 10^0 – 10^1 s⁻¹, spalling tests [90] and static experiments [90] порядка 10^{-3} s⁻¹. Dependences of limiting tensile stress of dry and saturated granite on strain rate calculated by the fracture criterion (2) are shown in Fig. 5. Compare ultimate stress values of granite in different the range of strain rates depending on the saturation ratio (Fig. 5). The great static strength of dry tuff is as big as dry granite same. In the range of strain rate 10^0 – 10^1 s⁻¹, the ultimate stress of dry granite is a bit higher than saturated granite. Decrease of static strength of the water saturated materials can be partly explained by the assumption that in the presence of water the process of microcracking in the specimen is sharply intensified, and the fracture processes proceed considerably faster comparing to failure of materials with normal saturation ratio. This effect related with an action of hydrostatic pressure in specimen subject to static loading (10^{-3} s⁻¹). In the range of strain rate 10^1 – 10^2 s⁻¹, the ultimate stress of wet granite is a lot bigger than dry granite. The opposite effect of behaviour the ultimate stress of dry and saturated

granite can explain a presence of temporal peculiarities of fracture process, characterized by parameters of incubation time criterion (2). The incubation time of wet granite ($\tau=21.5 \mu\text{s}$; $\alpha=1$) is a bit bigger than dry granite ($\tau=11.8 \mu\text{s}$; $\alpha=1$). The biggest incubation time points out the great dominant influence of incubation process in the material subjected to dynamic loading. Thus, the behaviour of temporal characteristics can predict minimal loading rate with which a beginning of the dominance of incubation process on the ultimate stress in comparison with hydrostatic pressure influence. Thus, the analysis of the values of the incubation time can reveal the material that, in the fixed range of loads, will have large values of ultimate stresses.

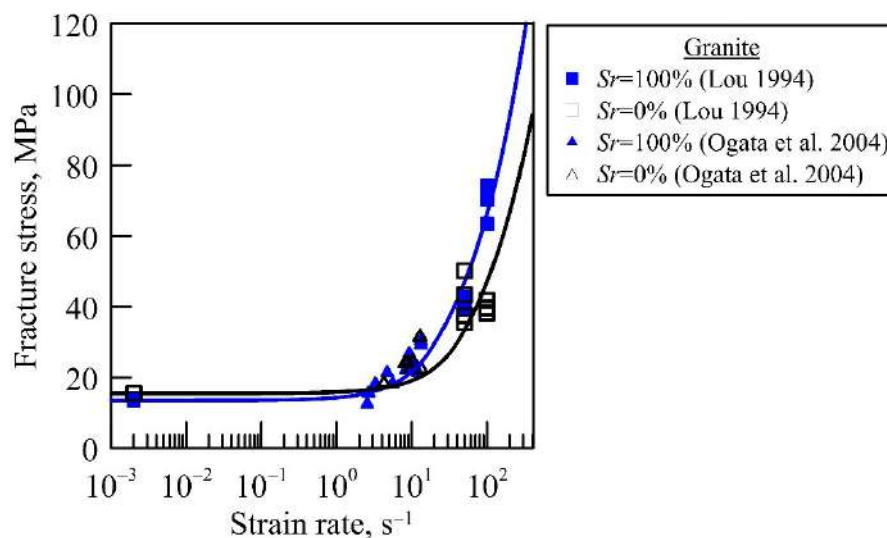


Figure 5. The competition effect between dynamic and static strength dry and wet granite [89,90].

Let us consider the effect of filler on the strength properties of concrete based on experimental data [91] and establish the reasons for the observed effect of strength inversion as an example aggregate concrete and concrete with filler using the incubation time criterion (2). In the paper [91], static and dynamic tests were carried out on two concretes: aggregate concrete and concrete with filler (the proportion of aggregate concrete is 42%). The defective structure for samples made of concrete with filler compared to aggregate concrete was characterized by a more

defective structure and a maximum aggregate concrete size of 9.5 mm. In the paper [91], three types of compression experiments were carried out: quasi-static (for two materials), on Hopkinson rods (10^2 – 10^4 s⁻¹) filler on the base (10^5 s⁻¹). The incubation time was estimated from the experimental data of concrete with filler on Hopkinson rods according to the failure criterion (2) and was equal to 6.5 μ s. We assume that both materials are characterized by the same incubation time, due to the use in them of the same structure of the main component (mortar) in the samples. The dependencies of the average compressive strength on the strain rate for the general strength properties of the two materials (Table 1) are shown in Fig. 6 calculated according to the incubation time criterion (2).

Table 1. Comparison of the properties of aggregate concrete and concrete with aggregate according to experimental data [91] and their dynamic strength.

Material	Aggregate concrete	Concrete with filler
Density, kg/m ³	2600	2100
Poisson's ratio	0.29	0.2
Young's modulus, GPa	45	20
Static strength, MPa	30	46
Dynamic strength, GPa	1.55 (290)	1.2 (290)
(at impact speed, m/s)	1.7 (330)	1.3 (330)
Incubation time, μ s	6.5	6.5

The ultimate strength increases with a strain rate of 1700 s⁻¹. The strength of the material at the strain rate for concrete with aggregate is 4 times higher than the static strength. A rapid increase in the dynamic strength of the material is observed from a strain rate of about 10^2 – 10^3 s⁻¹. The results of Table 1 show that aggregate concrete has a lower static strength and a higher elastic modulus than concrete with aggregate. Fig. 6 and Table 1, it can be noted that in the case of experiments on light gas guns, the tensile strength of aggregate concrete is 30% higher than that of

concrete with filler. Thus, a material with a low tensile strength in quasi-static experiments has a high strength under dynamic influences (strength inversion). The observed phenomenon confirms the assumption that the behaviour of the static and dynamic strength of the material is not identical.

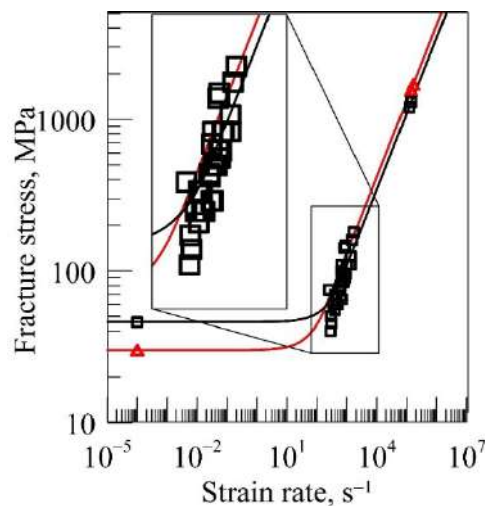


Figure 6. Behaviour of the strength of aggregate concrete (red curve) and concrete with aggregate (black curve) according to the incubation time criterion (2) in a wide range of strain rates 10^{-5} – 10^7 s^{-1} according to experimental data [91] (aggregate concrete – red triangles; concrete with filler – black squares).

On the one hand, the observed effect of strength inversion, according to the authors of [91], is associated with the action of restraining compressive stresses contained in the most defective samples of aggregate concrete, which prevent crack growth during impact experiments, and, on the contrary, increase the probability of crack development during quasi-static compression. On the other hand, such restraining loads in static tests also have a significant effect on the strength of the sample, but, according to the authors of [91], their dominant role is manifested under the action of impacts. Thus, the role of inertial processes at the micro level cannot fully explain the improvement in the properties of concrete under dynamic loads relative to concrete with aggregate.

In this work, it is assumed that the strength inversion effect directly depends on the behaviour of two material properties: Young's modulus and incubation time associated with relaxation processes preceding the development of microstructural defects in the material. Recall that the history of local stresses in criterion (2) was determined from a linear dependence, where the material parameter (E) determined the rate of stress growth. Then, with equal values of the incubation time, the maximum stress achieved during the incubation period will be in the material with the highest Young's modulus.

Thus, at low impact velocities (the loading process time of the sample is comparable to or greater than τ_σ), the role of the material parameter (E) is considered insignificant in determining the maximum stress, and the difference in the behaviour of the two materials is based on their static strength values. In the case of fast impact velocities (incubation time exceeds the time of the sample loading process), Young's modulus has a dominant influence in determining the ultimate strength of the material.

1.5. Fracture of concrete and rock specimens under dynamic loading under the influence of water in the specimen

In this section, on the basis of criterion (2), the dependencies of the strength of concrete on the strain rate will be constructed with a change in the water saturation of concrete and the water content in the concrete mixture, the incubation time of the material and the parameter of the amplitude sensitivity of the material according to criterion (2) will also be estimated, and we will also discuss their change when changing the water content in the concrete mix.

An important point in calculating the dynamic strength of concrete is taking into account the environment in which the material will work. Various types of its processing (such as drying, immersion in water, maintaining a certain humidity of

the environment) make it possible to obtain concrete with different water saturation (Sr) - from dry ($Sr=0\%$) to fully water-saturated ($Sr=100\%$).

The volume fraction of water in concrete samples can cause changes in their strength. In works [92,93], the complexity of studying the issue with inhomogeneous concrete was emphasized: experiments with spall fracture showed that for the cases of statics and dynamics, the strength of dry concrete changes differently than the strength of concrete fully saturated with water.

1.5.1. Strength of concrete and its parameters ($\alpha_\sigma, \tau_\sigma$)

Let us consider static and dynamic experiments on samples with constant water to cement ratio (w/c) 0.46 [94], 0.5 [95] and with different saturation ratio. Two types of concrete (saturated, $Sr=100\%$; dried at 105°C , $Sr=0\%$) in [94,95] were subjected to dynamic loads using split Hopkinson bar tests. Mechanical properties and incubation time of concretes in [94,95] are shown in Table 2 and Table 3. Obtained theoretical dependences show (Fig. 7 and Fig. 8) a good correspondence with experimental data for parameters of amplitude sensitivity $\alpha_\sigma=1$ [94] and $\alpha_\sigma=15$ [95].

Table 2. Mechanical properties of concrete [94] with a constant water to cement ratio 0.46 and its estimations based on fracture criterion (2) at $\alpha_\sigma=1$.

$Sr, \%$	0	100
σ_*, MPa	0.84	1.3
E, GPa	20.7	24.6
τ_σ, ms	0.19	0.65

According to Table 2 and 3, the static tensile strength of saturated and dried concrete differ by 35% [94] and 11% [95], correspondingly. The dynamic strength for dried concrete is 2.5 times less than that of saturated one for strain rate 1 s^{-1}

(Fig. 7) and 1.6 times less for 10 GPa/s loading rate (Fig. 8) compared with the dynamic strength of water-saturated concrete at the same values of strain rate and loading rate.

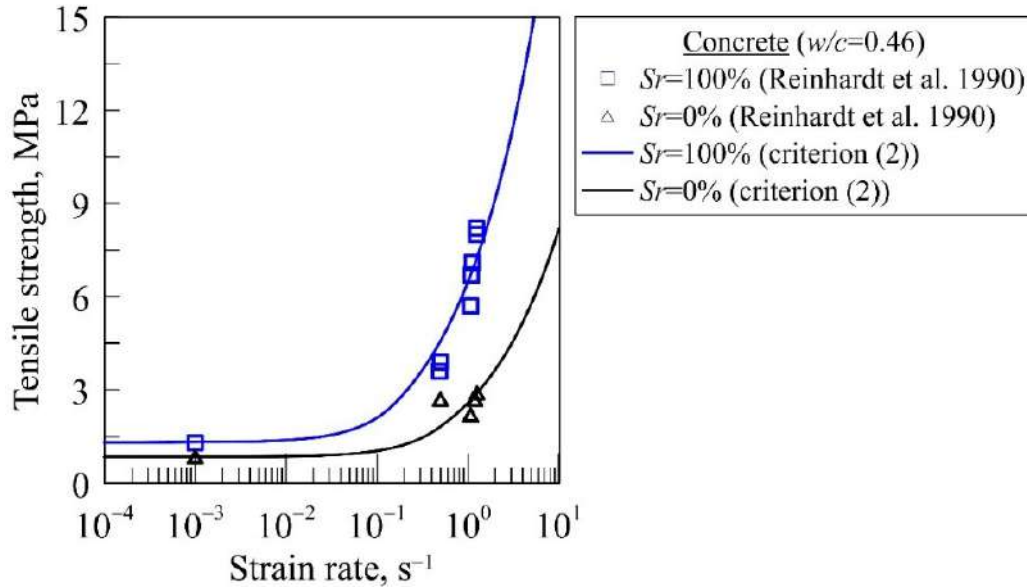


Fig. 7. Theoretical dependences of the tensile strength of the dried concrete (black solid curve) and saturated concrete (blue solid curve) is calculated by fracture criterion (2) at $\alpha_\sigma=1$ based on experimental data [94].

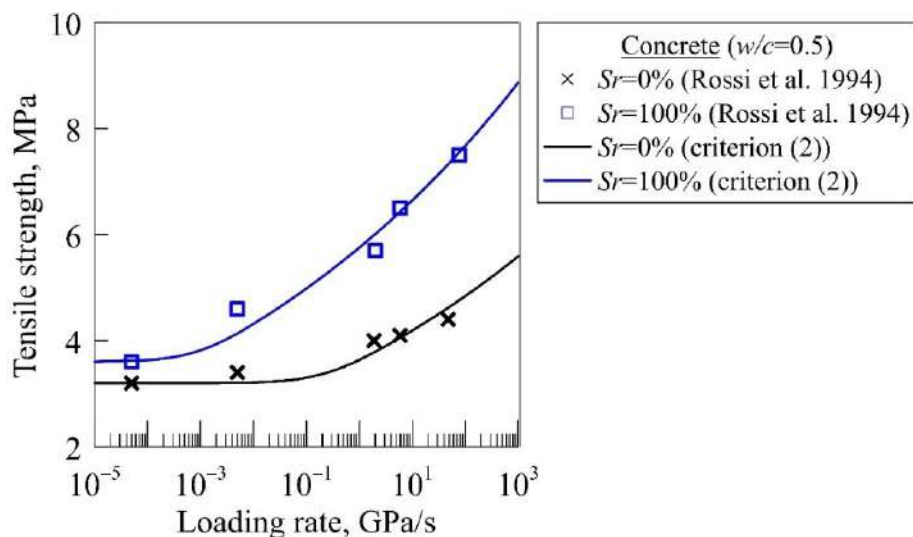


Fig. 8. Theoretical dependences of tensile strength for saturated concrete (blue solid curve) and dried concrete (black solid curve) is calculated by fracture criterion (2) at $\alpha_\sigma=15$ based on experimental data [95].

Table 3. Mechanical properties of concrete [95] with the constant water to cement ratio 0.5 and its estimations based on fracture criterion (2) at $\alpha_\sigma=15$.

$Sr, \%$	0	100
σ_*, MPa	3.2	3.6
τ_σ, ms	1.5	409

Effect of substantial increase of tensile strength under dynamic loading compared to static one can be explained by the presence of hydrostatic pressure in specimens ($Sr=100\%$). This effect becomes stronger with increase of the loading stress rate. Based on a comparative analysis of the incubation times of concretes in Table 2 and 3, it is possible to reveal the following regularity: the greater is the value of incubation time in the material, subjected to water saturation, the higher is dynamic strength in terms of critical tensile stress. It corresponds to considerable (by several times) increase of values of the incubation time for saturated specimens of concrete in comparison with dried concrete by 3.4 times (from 0.19 ms to 0.65 ms) for concretes [94] and by 273 times (from 1.5 ms to 409 ms) for concretes [95]. Thus, the presence of hydrostatic pressure in concrete samples at high strain rates slows down the incubation processes in terms of criterion (2).

The material is characterized by not only a rate sensitivity of the material represented in terms of incubation time τ_σ but also by a sensitivity to the level of amplitudes α_σ : $\alpha_\sigma=1$ [94] и $\alpha_\sigma=15$ [95], which is independent of water saturation for the given set of specimens [94,95] (Table 2 and 3).

Let us apply the incubation time criterion (2) to the experimental data [96], three types of concrete with different levels of water saturation $Sr=0\%$; 50%; 95%. Samples were prepared from concrete with a water to cement ratio of 0.51 at a temperature of 20°C and a humidity of 95%. They were placed in various environmental conditions, resulting in samples of three types: dry concrete ($Sr=0\%$) (drying at 50°C); concrete with water saturation of concrete $Sr=50\%$ (maintenance

of a certain humidity in the environment) and fully water-saturated concrete with $Sr=95\%$ (drying at 50°C and immersion in water). The results of experiments and calculations for three types of samples in a wide range of strain rates are presented in Table. 4 and in Fig. 9.

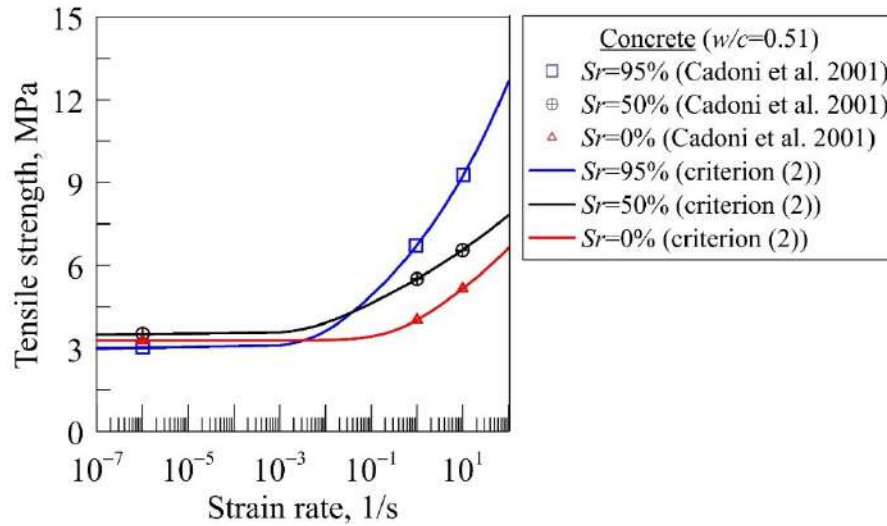


Figure 9. The theoretical dependences of the average tensile strength of concrete [96] with different the saturation ratio: 0% – red solid line, 50% – black solid line, 95% – blue solid line).

Table 4. Mechanical properties of concrete [96] with a constant ratio of water to cement $w/c=0.51$ and its estimations based on fracture criterion (2).

$Sr, \%$	0	50	100
σ_* , MPa	3.3	3.53	3
E , GPa		43.1	
τ_σ , ms	0.054	2.5	3.5
α_σ	8.2	13	6.3

A good correspondence between the experimental data and theoretical calculations was achieved with the values parameters presented in Table 4. At the same time, the incubation time increases with increasing water saturation. Note, that the parameter of amplitude sensitivity of the material for completely saturated

concrete ($Sr=95\%$) turned out to be two times less than for the saturated one ($Sr=50\%$). On the one hand, the greater is the saturation level the lesser is the static strength of concretes. On the other hand, the dynamic strength of concretes increases with the growth of water content. The observed phenomenon of a dramatic dominance of ultimate stress of the completely saturated concrete ($Sr=95\%$) compared to the dried material ($Sr=0\%$) under dynamic loading is defined by the influence of the hydrostatical pressure onto incubation period, which, as noted above, leads to "compression" of microdefects and microcracks in the structure of the material and an increase in the incubation time associated with a slowdown in relaxation processes. The influence of hydrostatic pressure is opposite at low (acceleration of relaxation processes) and high rates (deceleration of relaxation processes) deformations.

Note that the incubation time of fully dried concrete ($Sr=0\%$) is 46 times less than that of concrete with $Sr=50\%$; although at $Sr=50$ and 95% the values of this indicator differ by only 1.5 times. The bigger the incubation time, the higher the strength of concrete under high-speed loading. Therefore, the sample with the minimum incubation time ($54 \mu s$) among the three types of concrete has the lowest dynamic strength at strain rates above $0.01 s^{-1}$. Thus, the incubation time makes it possible to take into account not only the effect of water saturation of concrete on its strength, but also the strength effect associated with it, in which concrete with the most water-saturated structure has greater strength at high speeds.

Beside the saturation ratio (Sr) in a concrete, the porosity of concrete affects the tensile strength under dynamic loading. The porosity of concrete increases as the ratio of water to cement w/c increases and results in a decrease in the static properties of the concrete. Examples of the influence of water on the dynamic tensile strength of saturated concrete by the relation of $w/c=0.3; 0.5; 0.7$ were presented in the paper [95]. Table 4 shows the mechanical properties of concrete samples, as well as estimates of their incubation time and amplitude sensitivity depending on the ratio of water to cement w/c .

Based on the criterion (2) and Table 5, theoretical dependences of strength on loading rate were plotted (Figure 10). Table 5 shows that the static strength is the greatest for concretes with the lowest porosity (0.3). Extrapolating calculated dependences of the ultimate stress on the stress rate (Figure 10) we can see the inversion of ultimate stresses of concretes in the higher rate range (10^6 GPa/s). It can be explained by the appearance of new pores in the structure of the concrete. Note that an increase of the relation of water to cement ratio in the saturated concrete provides higher hydrostatic pressure, which contributes to an increase of the characteristic relaxation time (fracture incubation time) of the concrete. Thus, on the basis of the incubation time approach, the role of the relation of water to cement (w/c) is dominant for the increase of strength with the growing stress rate.

Табл. 5. Mechanical properties of saturated concrete [95] ($Sr=100\%$) with different values w/c and its estimations based on fracture criterion (2).

w/c	0.3	0.5	0.7
σ_* , MPa	6.4	3.6	2.5
τ_{σ} , s	0.79	0.41	0.365
α_{σ}	21	15	10

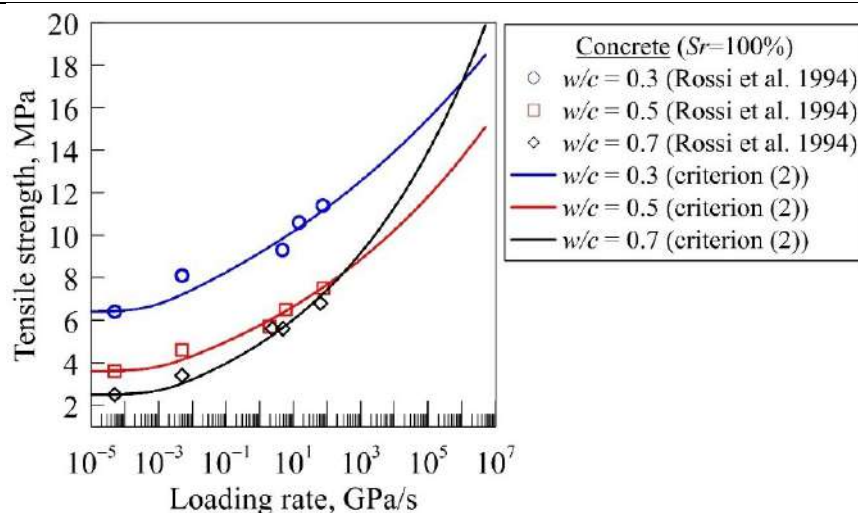


Figure 10. The theoretical dependences of the average tensile strength of saturated concrete [95] with the different ratio of water to cement: 0.3 (circles), 0.50 (squares), 0.7 (rhombuses).

It is interesting to analyse experiments [97] on the combined influence of saturation ratio (Sr) and ratio of a water to cement (w/c). Tests were conducted on cleaving of cube specimens of concrete in the range of strain rate $10^{-5} \text{ s}^{-1} - 10^0 \text{ s}^{-1}$ using three types of samples A, B, C (saturated). Mechanical properties of each type combined with our estimations of incubation time τ_σ and amplitude sensitivity parameter α_σ are presented in Table 6 and Fig. 11. The incubation time for an identical relation of a water to cement ($w/c=0.3$) of types A and B is greater than for saturated concrete of type C. Note that the parameter α_σ is the highest for a concrete with maximum porous inner structure. Extrapolating theoretical rate dependences to the rate range above 10^1 s^{-1} allows one to conclude that the saturated concrete of type C will have greater ultimate stress compared to types A and B. Thus, the combined influence of the water-cement ratio and the water content in conditions dynamic loading plays the key role for the competitive inversion effect.

Table 6. Characteristics of concrete samples, according to [97] and the obtained estimates of the incubation time and the amplitude sensitivity parameter according to criterion (2).

Parameter	Concrete type		
	A	B	C
w/c	0.69	1.02	0.69
$Sr, \%$	0.3	0.3	4.8
σ_*, MPa	2.21	1.18	1.3
E, GPa	28.6	20.3	18.9
τ_σ, s	0.015	0.079	0.441
α_σ	11.4	18.7	11.3

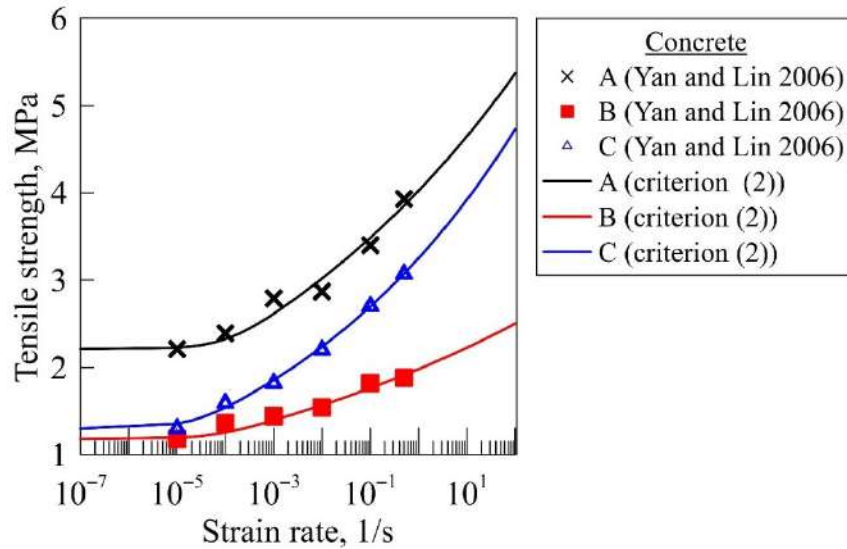


Fig. 11. Theoretical dependences of the tensile strength of concrete [97] (A – solid black line, B – red solid line, C – solid blue line) on the strain rate at different values of w/c and S_r , water-cement ratio and relative humidity according to criterion (2) .

The incubation times take on different values for concretes with different levels of water saturation (S_r) and from the ratio of water to cement (w/c). In Figure 12 plots the dependences of the incubation time on the water-cement ratio on the dynamic tensile strength of concrete [95,97]. It has been observed that the incubation period decreases as parameter of w/c increases.

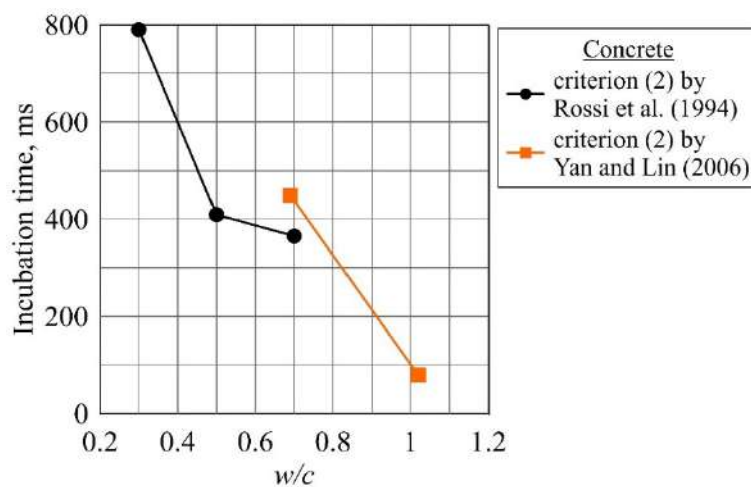


Figure. 12. Dependence of the incubation time on the ratio of water and cement.

On the basis of static and dynamic experiments by Zhou and Ding [98] using split Hopkinson pressure bars, values of incubation time were calculated according to criterion (2). Zhou and Ding [98] used specimens of concrete with the following saturation ratios: 0%, 52%, 87%, 92%, 100%. The greater is the value of the incubation time of the material, subjected to water saturation, and the higher is dynamic strength in terms of critical tensile stress. It corresponds to considerable (be several times) increase of values of the incubation time for saturated specimens of concrete. Note that an increase of relation of water to cement ratio in the saturated concrete results in higher hydrostatic pressure, which contributes to an increase of the characteristic relaxation time (fracture incubation time) of the concrete. The influence of the water saturation level on the dynamic tensile strength of concrete [94–96] is shown in Fig. 13.

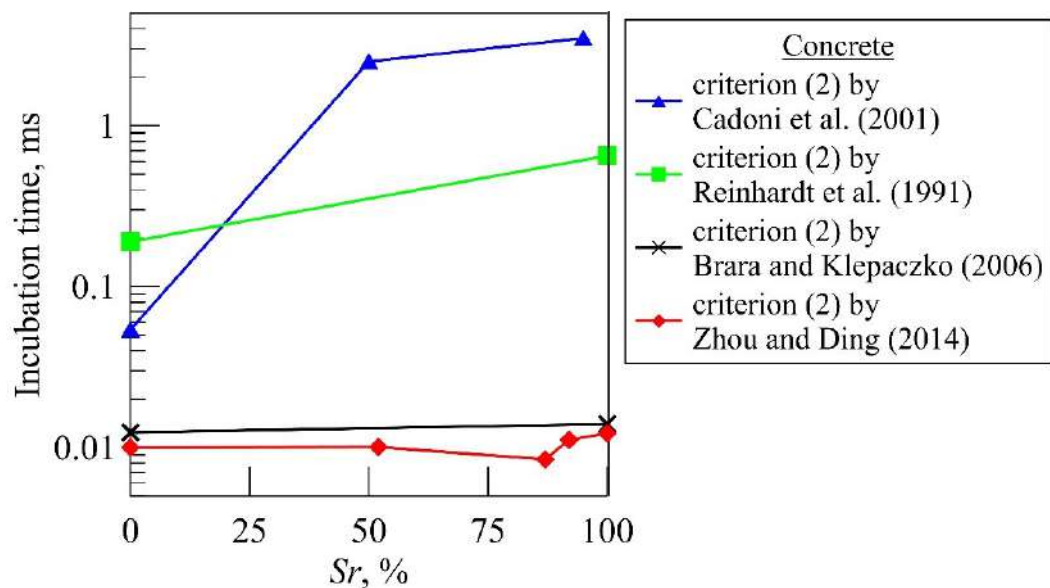


Figure. 13. Dependence of the incubation time on the level of water saturation (Sr) of concrete samples.

1.5.2 Strength of rocks and parameters (α_σ , τ_σ)

The behaviour of the ultimate stress of rocks also depends on a water saturation affecting factor. In this section, the results of various dynamic (spall test,

a split Hopkinson pressure bar test and Brazilian test) and static experiments [99– 103] for dense and permeable rocks are considered. So, the strength behaviour of rock of one type with different density is given using incubation time criterion.

Compressive dynamic tests on a split Hopkinson pressure bar were carried out by 100–500 s⁻¹ [99] and 700–2100 s⁻¹ [100]. Experimental data [99] of dry limestone with density $\rho=2252$ kg/m³ and fully saturated limestone with density $\rho=2334$ kg/m³ have shown an increase of the ultimate stress. View of the sample after the dynamic split test is shown in Fig. 12. The “fully saturated” meant saturation of a sample throughout the volume. It was also assumed in [99] that the sample can no longer absorb water due to prolonged submersion. One of the verifications of the accuracy of obtained experimental data [99] of dynamic tests was expressed in precise fracture (crack) of the specimen along the diametric plane. The highest ultimate stress of the dry limestone under static and dynamic loading is observed. It was shown in [99] that despite this fact, the incubation time for water-saturated limestone $\tau_{\sigma}=74.5$ μ s was longer than for dry limestone $\tau_{\sigma}=47.3$ μ s (Table 7). Theoretical dependencies for water-saturated and dry limestone (Fig. 14) calculated by criterion (2) are in good agreement. The competitive inversion effect of ultimate stresses discussed earlier in Section 1.4, is also observed in the experiments by Mishra et al. [100] on Himalayan sandstone with density $\rho=2630.6$ kg/m³ and Kota sandstone with density $\rho=2668.48$ kg/m³. The theoretical dependencies of strength on strain rate for Himalayan limestone and Kota limestone are plotted in Figure 14. The incubation time of the Himalayan limestone $\tau_{\sigma}=76.5$ μ s is less than that of a Kota limestone $\tau_{\sigma}=308$ μ s (see Table 7). Kota limestone [100] and saturated limestone [99] have bigger density and correspondingly greater incubation time than Himalayan limestone [100] and dry limestone [99].

Table 7. Mechanical properties of limestones [99,100] and parameters of the structural-temporal approach (2) at $\alpha_\sigma=1$.

Reference	$\tau_\sigma, \mu\text{s}$	σ_*, MPa	$\rho, \text{kg/m}^3$
[99] (water-saturated)	47.3	11.3	2252
[99] (dry)	74.5	7.7	2334
[100] (Himalayan)	76.5	-	2630.6
[100] (Kota)	308	-	2668.48

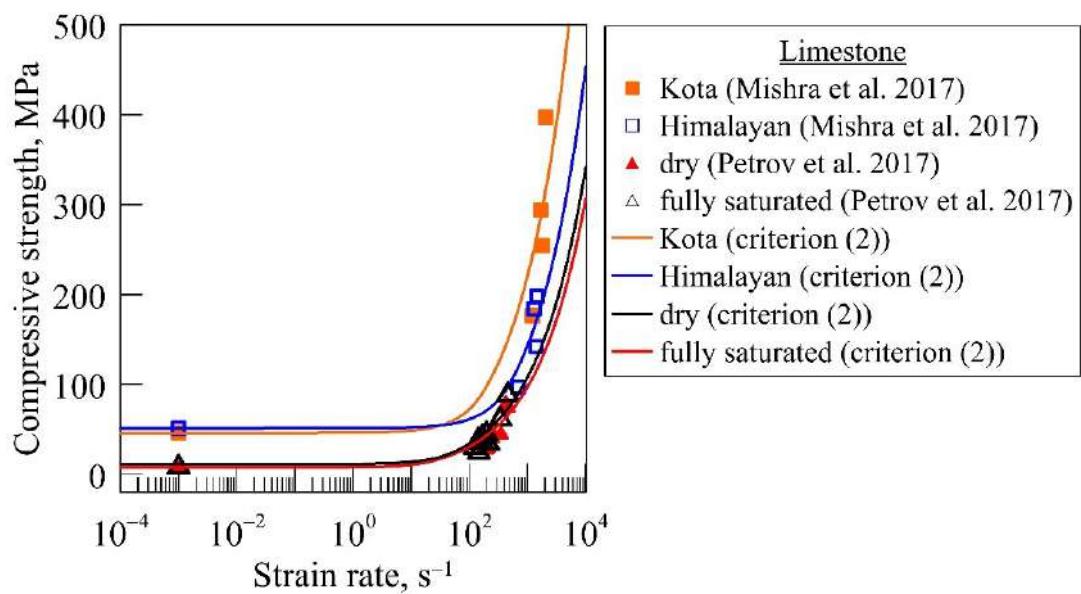


Figure 14. The water affecting factor on ultimate compressive stress of limestone. Theoretical dependences of the compressive strength of limestones on the strain rate under the influence of water, plotted on the basis of experimental data [99,100].

We consider the velocity dependencies of sandstone subjected to compression in split Hopkinson pressure bar tests [100,101] and tensile tests [102,103]. Mechanical properties of sandstones and parameters of the criterion (2) are presented in Table 8 and Table 9.

Figure 15 shows theoretical rate dependencies of limiting tensile stress calculated by the fracture criterion (2) and experimental data [102] for Longyou sandstone and [103] for Changsha sandstone. Similarly to the reasoning carried out

earlier for limestones [99,100], the biggest ultimate stress of dry sandstone under static and dynamic loading is observed in experiments by Zhou et al. [101] in the range of strain rate from 10^1 to 10^2 s⁻¹. On the one hand, the static strength of saturated sandstone is less than the strength of dry sandstone by 7.6 times. On the other hand, the incubation time of saturated sandstone with density $\rho=2330$ kg/m³ is 1.75 times higher than that of dry sandstone with density $\rho=2150$ kg/m³.

Table 8. Mechanical properties of sandstones [102,103] with different water content and parameters obtained by the criterion (2).

Reference	$\tau_\sigma, \mu\text{s}$	α_σ	σ_*, MPa	$\rho, \text{kg/m}^3$
[102] ($Sr=100\%$)	60	0.5	3	2150
[102] ($Sr=0\%$)	105	0.5	0.39	2330
[103]	213.4	2	5.13	2500

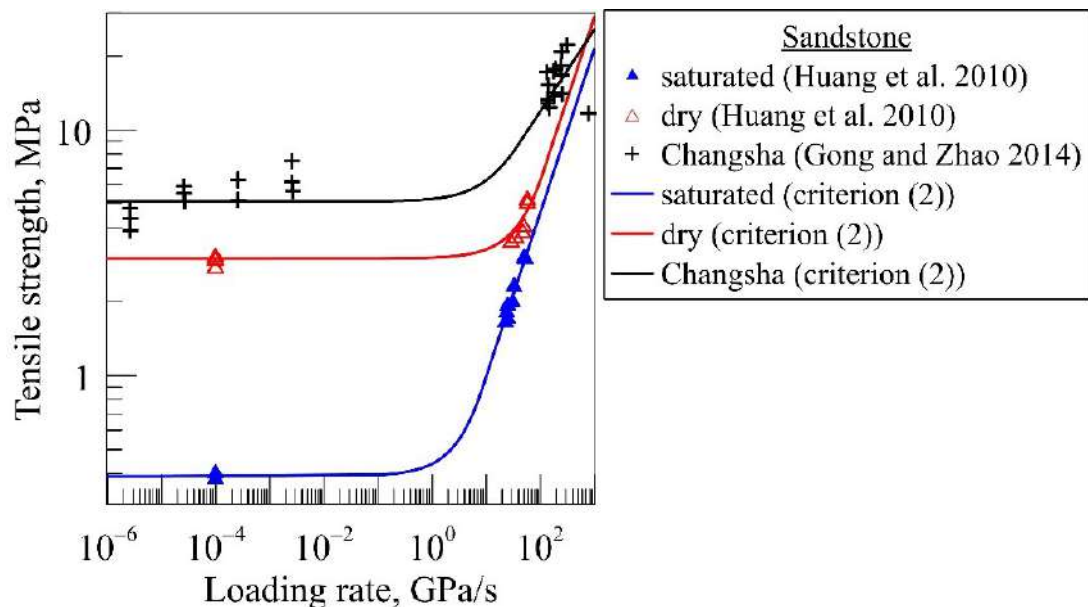


Figure 15. The water affecting factor on ultimate tensile stress of sandstone. Theoretical dependencies of the fracture stress of sandstones [99, 100] on the strain rate under the influence of water, plotted on the basis of experimental data [102, 103].

Table 9. Mechanical properties of sandstones [100,101] with different water content and parameters obtained by the criterion (2).

Reference	τ_{σ} , μs	α_{σ}	σ_{*} , MPa	ρ , kg/m^3
[101] ($Sr=100\%$)	51.8	0.05	25.5	2337.5
[101] ($Sr=0\%$)	49.04	0.2	34.8	
[100] (Kota)	50.81	1.3	39.64	2588.2
[100] (Dholpur)	50.81	1.3	39.3	2631.2

We see the competitive effect of the Longyou sandstone [102] and the Changsha sandstone [103]. The rate dependencies of the ultimate stress of the dry Longyou sandstone [102] and the Changsha sandstone [103] intersect at a point of strain rate 600 s^{-1} (Figure 15). We obtain that ultimate stress of the Changsha sandstone with the biggest incubation time $\tau_{\sigma}=213.4 \mu\text{s}$, $\alpha_{\sigma}=2$, and density $\rho=2500 \text{ kg/m}^3$ exceeds ultimate stress of the Longyou sandstone when a strain rate is less than 600 s^{-1} .

Figure 16 shows theoretical rate dependencies of limiting compressive stress calculated by the fracture criterion (2) and the experimental data by Zhou et al. [101] (dry and saturated fine-grained sandstone) and by Mishra et al. [100] (Kota and Dholpur sandstone). All the effects mentioned above of the principal dependence of ultimate dynamic stresses on incubation times shows that the material incubation time can be considered as the primary measure of the dynamic material strength.

Figure 17 shows the dependence of incubation time on density for limestone under compression tests and sandstone under compression and tensile tests. The incubation time values increase with rising density of rocks. Since saturated rocks have higher density comparing to dry rocks, it exhibits the highest strength. The incubation time is a measure of the dynamic strength of a material, moreover, this parameter is invariant to loading history. Thus, we can predict the behaviour of the

incubation time of concrete and rocks depending on saturation level which provides the possibility to evaluate average ultimate stress for a wide range of applied loads.

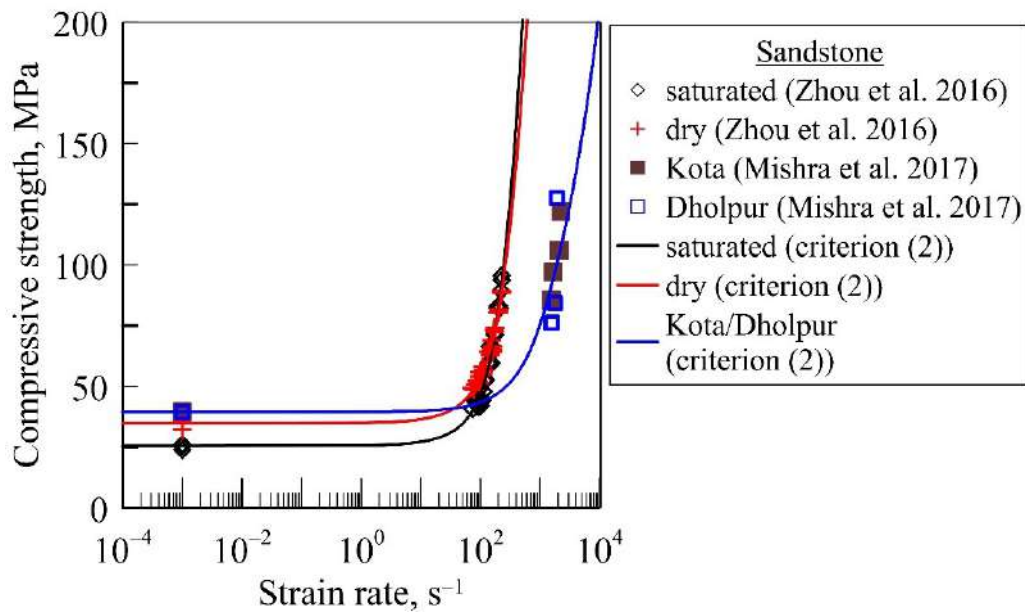


Figure 16. The water affecting factor on ultimate compressive stress of sandstone. Theoretical dependencies of the compressive strength of sandstones [99, 100] on the strain rate under the influence of water, plotted on the basis of experimental data [100,101].

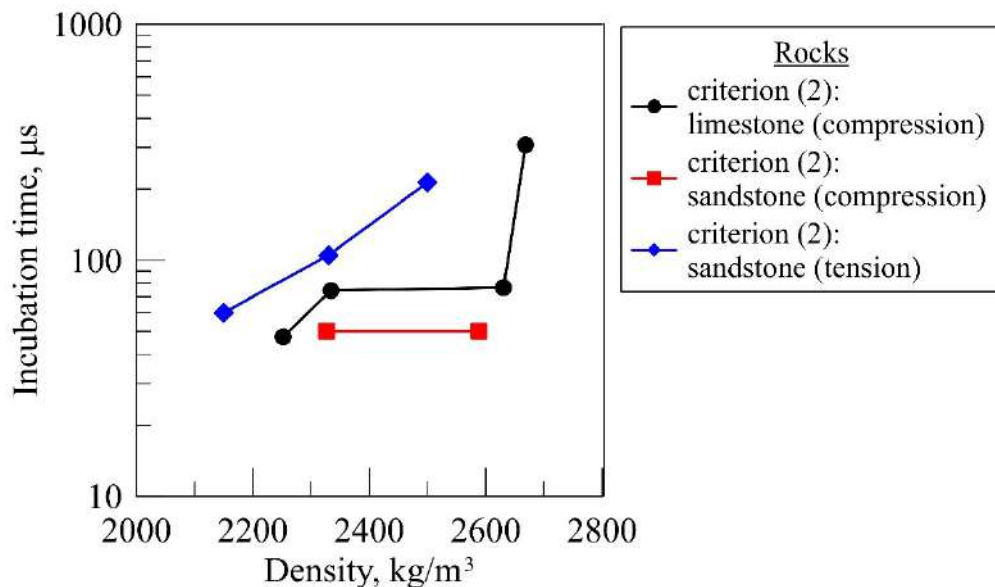


Figure 17. The dependence of incubations time on density of rocks, calculated by the criterion (Section 1.2) from experimental data [99–103].

1.6. Strength of reinforced concrete under dynamic loads

Reinforced concrete is widely used in practice (in particular, in the design of road surfaces [104], and the main studies to improve the methods of its reinforcement began in the 1960s [105]. The development of new materials with increased strength properties when modifying reinforcement (the choice fibre material, the geometry of the reinforcing structure, the choice of the distance between the fibres) is an extensive task to study (in most cases when studying the effect of static loads on the reinforced material).

Fibre reinforcement technology is used to improve the strength properties of concrete. In previous studies [5–7,106], an increase in dynamic and static strengths were observed with the addition of fibre. In other studies [8,107], the tendency of the dynamic strength of reinforced concrete to increase with the fibre volume fraction was not observed, in contrast to static loading. Additionally, certain change trends of the dynamic strength of reinforced concrete [108] can be observed with different fibre shapes and materials. As shown in reference [5], reinforcement with spiral-shaped steel fibres significantly increased the dynamic strength. In references [8,9,109], it was observed that the reinforcement of concrete with steel or carbon-fibre could reduce the velocity sensitivity to dynamic strength. It was shown in [110] that the reinforcement of steel hooked-end fibres significantly increased the static strength, but the dependence of the dynamic increase factor on the strain rate did not show any changes for different volume fractions of fibres.

The strength characteristics of fibre-reinforced concrete reinforced with steel fibre under dynamic loads are studied in [5,6]. Applying the strength criterion (2), for each percentage of steel fibre reinforcement, we plot the speed dependences of the strength and determine the incubation times based on experimental data [5,6].

In Table 10 shows the results of calculating the incubation time for each type of sample depending on the volume fraction of fibre (V_f) by steel fibre according to experimental data [5,6]. The obtained theoretical dependencies of the tensile strength on the strain rate for fibre-reinforced concretes [5,6], plotted according to criterion (2), are shown in Fig. 18 and Fig. 19.

Table 10. Properties of reinforced concrete [5,6].

Characteristic	Reinforced concrete [5]				Reinforced concrete [6]			
Fibre parameters, mm:								
length	30–40				35			
diameter	0.5				0.55			
Fiber volume fraction, %	0	0.5	1	1.5	0	0.5	1	1.5
σ_* , MPa	35.5	40.6	43.3	44.2	51	66	70	74.4
τ_σ , μ s	17.8	21.4	32	40	8.2	11.3	14.6	13.5

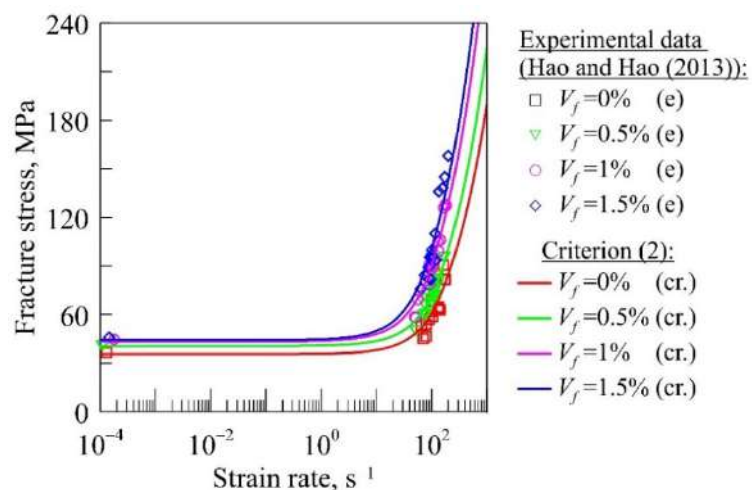


Figure 18. Theoretical dependencies of the fracture stress of fibre-reinforced concrete with different volume fraction of fibres on the strain rate, plotted by criterion (2) based on experimental data [5]

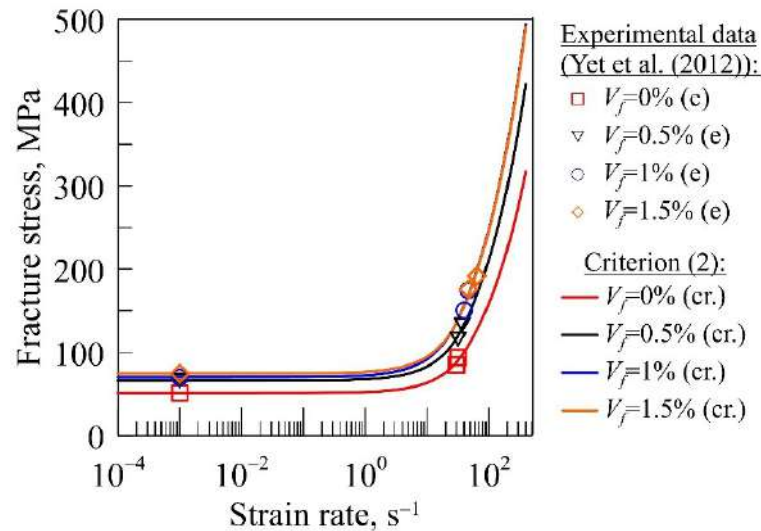


Figure 19. Theoretical dependences of the tensile strength of fibre-reinforced concrete with different volume fraction of fibres on the strain rate, plotted by criterion (2) based on experimental data [6].

The theoretical curves in Figure 18 and Figure 19 coincide by experimental data. The variations of the static strength (order of 5 MPa in Figure 18 and 20 MPa in Figure 19) for different of fibre percentage is insignificant in comparison with difference of fracture stress (at strain rate 100 s⁻¹ order of 20 MPa in Fig. 18 and 50 MPa in Fig. 19). According to Table 10, the incubation time increases monotonically as the reinforcing structures are added. The incubation time is the most important characteristic of structural materials during high-speed deformation, as well as a parameter that does not depend on the geometry and method of loading the sample. The change in this parameter is qualitatively associated with relaxation processes, which manifest themselves as an increase in the number and size of microdefects in the structure of the material [111]. In other words, an increase in the incubation time when reinforcing structures are added to concrete samples leads to an increase in the period of preparation of the material for destruction. In terms of strength change, this means that the material becomes stronger than the original structure. Thus, an

increase in tensile strength under high speed impact will be observed for concrete with a long incubation time.

Let us consider the results of calculations of the incubation time for fibre-reinforced concrete, shown in Fig. 20, based on experimental data under shock-wave impacts with steel fibre [7], basalt fibre [112], glass fibre [112], and data from static experiments with steel fibre [113]. Table 11 shows the parameters of the reinforcing fibre of concretes [6–7,112,113], used in the experiments. The dependence of static strength on the volume fraction of fibre in concrete is shown in Figure 21. The incubation time decreases for concrete with an increase in the fibre volume fraction from 1% to 1.5% according to [113] and from 0 to 6% according to [7], that is, the internal structure of concrete becomes less resistant to destruction, while its static strength is increased. The discrepancy between the tendencies of increasing static strength and incubation time is due to the fact that with an increase in the proportion of reinforcement, the brittle nature of fracture can be replaced by ductile, i.e., the conditions for the brittle-ductile transition must be clarified.

Table 11. Fibre parameters of fibre-reinforced concrete [6–7,112,113].

Reference	Material	Fibre length, mm	Fibre diameter, mm
[5]	Steel	30-40	0.5
[6]	Steel	35	0.55
[7]	Steel	6	0.175
[112]	Glass	12	0.0014
[112]	Basalt	12	0.0014
[113]	Steel	35	0.55

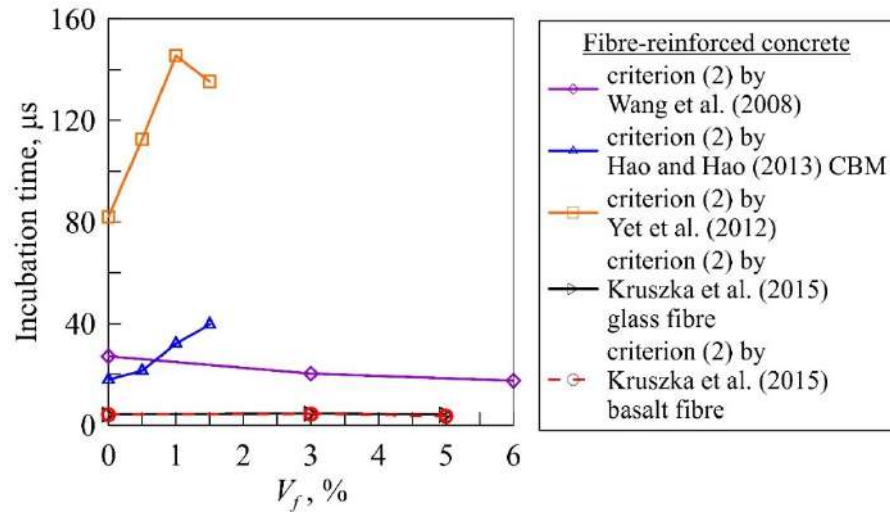


Figure 20. The values of the incubation time estimated by criterion (2) in this study according to experimental data [5–7,112], depending on the volume fraction of fibre for fibre-reinforced concrete (Table 11).

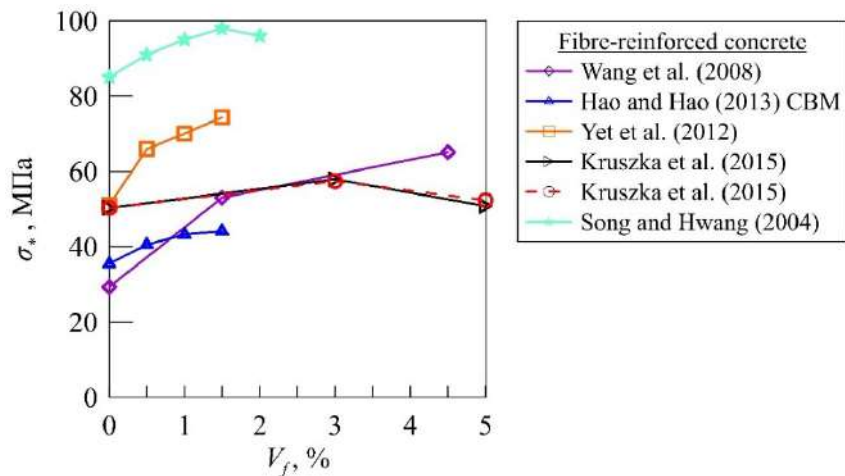


Figure 21. Dependences of the static compressive strength for fibre-reinforced concrete (Table 11) according to experimental data [5–7,112,113], depending on the volume fraction of fibre for fibre-reinforced concrete (Table 11).

Using the example of spiral-steel-fibre-reinforcement of concrete, we will show that two key parameters of fibre-reinforced concrete (incubation time and static strength) increase with the heterogeneity of its structure. According to experiments, when a certain proportion of fibre-reinforced concrete reinforcement with steel fibres is reached, its strength (both static and dynamic) begins to decrease.

The effect of optimal reinforcement, which makes it possible to increase the strength of concrete, can be predicted from the change in incubation time using the structure-time approach.

In dynamic tests, the strength of reinforced concrete can be either greater or lower than that of plain concrete. Based on the increase in static strength during the reinforcement of plain concrete using a certain percentage, it can be assumed that the dynamic strength of fibre-reinforced concrete is also increased. The straight carbon fibre parameters of $\sigma_*=3530$ MPa and $l = 20$ mm for fibre-reinforced concretes were specified in the work [8], and straight steel fibre parameters of $\sigma_*=2500$ MPa and $l = 13$ mm for fibre-reinforced concretes were specified in [9]. Using the data from the quasi-static and dynamic compression [8] and tension [9] tests, the theoretical dependences of the critical fracture stress of concrete on the strain rate with carbon [8] and steel [9] fibres were calculated using the fracture incubation time criterion. These theoretical dependences are presented in Fig. 22, Fig. 23, Table 12, and Table 13.

Good correspondence between the theoretical dependences and the experimental data is observed in Figure 3 and Figure 4. The dynamic strength of plain concrete at a strain rate above $\sim 20\text{--}30$ s⁻¹ was found to be greater than that of fibre-reinforced concretes. In contrast, the critical fracture stress of plain concrete at a strain rate below $\sim 20\text{--}30$ s⁻¹ was found to be lower than that of fibre-reinforced concrete. We assume that this was due to a decrease in the coarse-grained component of concrete with the addition of steel fibres (Table 12). For the strain rate dependences of 1.5% and 3%, the effect of the inversion of strength could be observed, as previously shown for coarse-grained and fine-grained concrete [69]. The influence of the amount of coarse-grained aggregate was not considered in the experiments reported in reference [8], since it was the same for each type of concrete. Fibre-reinforced concrete retains its fragility even with the addition of fibres, which can cause the inversion of strength. The incubation time of concrete, as reported in

[8,9], decreased with the addition of steel fibres (Table 12 and Table 13). Therefore, the estimation of the incubation time can directly predict whether the dynamic strength will increase along with the static strength with the addition of fibres.

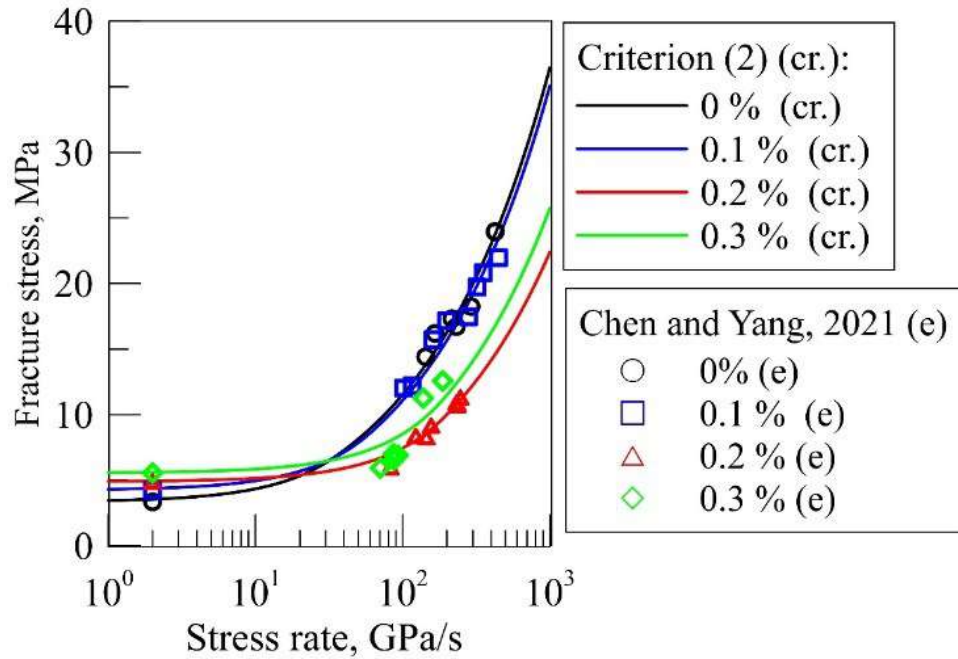


Figure 22. Influence of carbon fibres on critical fracture stress of concrete for a wide range of strain rates. The theoretical dependencies of critical fracture stress were plotted using experimental data [8].

Table. 12. Parameters for plotting the theoretical strain rate dependences of critical fracture stress of carbon-fibre-reinforced concretes using experimental data [8].

V_f %	σ_* , MPa	τ_σ , ms
0	3.35	0.198
0.1	4.23	0.145
0.2	4.89	0.051
0.3	5.55	0.06

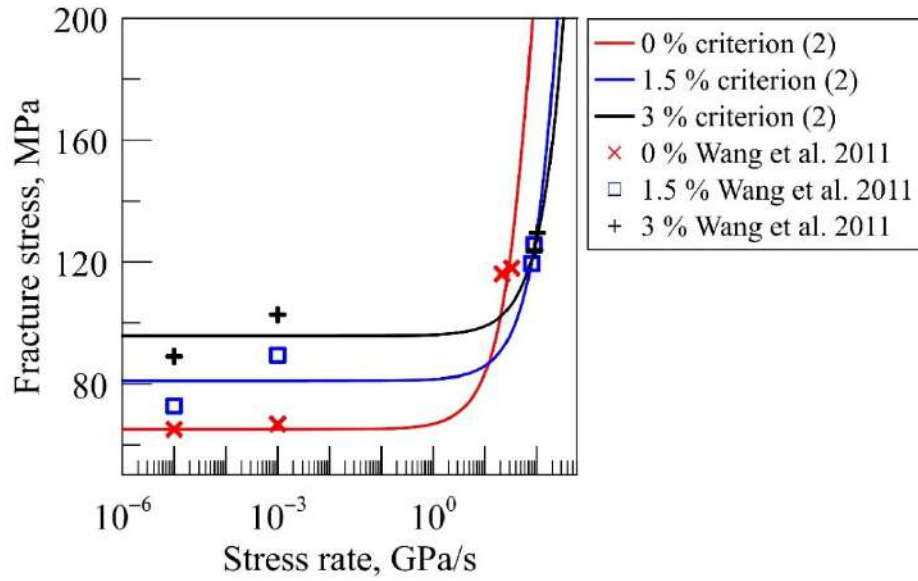


Figure 23. Theoretical dependencies of critical fracture stress of plain concrete, and 1.5% and 3% steel-fibre concretes, plotted using experimental data [9].

Table 13. Parameters for plotting the theoretical strain rate dependencies of critical fracture stress of steel-fibre-reinforced concretes using experimental data [9].

V_f %	σ_* , MPa	τ_σ , ms	Density of coarse aggregate, kg/m ³	Density of steel fibre, kg/m ³
0	65	0.24	850	0
1.5	81	0.065	811	117
3	96	0.042	770	234

According to the experimental data reported in reference [108], the shape and material of the reinforcing fibres can influence the static and dynamic strength of concrete. To plot the theoretical strain rate dependencies of reinforced concretes, we analysed the results of the dynamic and static tests [108] of plain concrete and

concretes reinforced with undulated (U) ($\sigma_*=1000$ MPa), hooked-end (H) ($\sigma_*=1300$ MPa), cold-rolled (C) ($\sigma_*=750$ MPa), spiral (Sp) ($\sigma_*=1300$ MPa) steel and synthetic (Sy) ($\sigma_*=1300$ MPa) fibres of equal lengths $l=35$ MPa and different tensile strengths σ_* . The estimated incubation times (Section 2) and static characteristics [108] of each type of concrete are shown in Table 14. Fig. 24 presents the theoretical strain rate dependences of the critical fracture stress predicted with the incubation time criterion. According to the experimental stress–strain relationships [108], it was only the addition of spiral fibres that caused ductile concrete and other types of fibre-reinforced concretes to experience brittle destruction. As shown in Fig. 24, the Sy theoretical curve in the considered range of strain rates is higher than the C theoretical curve and lower than the S theoretical curve.

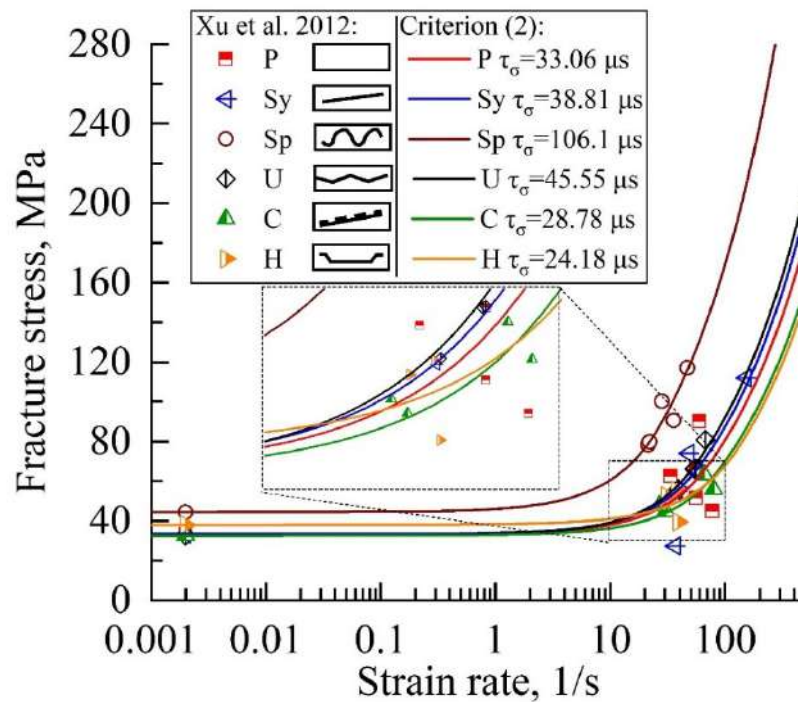
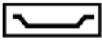

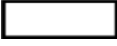
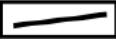
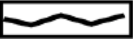



Figure 24. Theoretical (incubation time criterion) and experimental [108] strain rate dependencies of critical fracture stresses of different fibre-reinforced concretes: Sy—synthetic fibres; Sp—spiral steel fibres; U—undulated steel fibre; C—cold-rolled steel fibres; H—hooked-end steel fibres; P—plain concrete.

Table 14. Parameters for plotting the theoretical strain rate dependences of critical fracture stress using experimental data [108].

						
	(H)	(C)	(P)	(Sy)	(U)	(Sp)
E , GPa	24.6	26.2	29.7	29.5	32.82	30.43
σ_* , MPa	38.12	32.6	33.2	33.44	28.4	44.45
τ_σ , μ s	24.18	28.78	33.06	38.81	45.55	106.1

Based on the intersecting theoretical strain rate dependences, it was possible to identify the type of reinforcement with which the dynamic strength was lower than that of plain concrete and the static strength was higher than that of plain concrete. As shown above, the intersection of the theoretical curve of H fibre concrete with the curves of U, Sy, and C fibre concretes and plain concrete for strain rates in the range of 10–100 1/s indicates a decrease in the dynamic strength of hooked-end-reinforced concrete in comparison with the other listed types of concrete. Another intersection of the theoretical dependences of Sy and U fibre-reinforced concretes at a strain rate of ~ 60 1/s can be observed. The strength inversion effect can be explained by a change in the dominant fracture factor during the transition from static to dynamic loads. From the point of view of the proposed approach, it is assumed that the change describes the time parameter of the incubation time, which is responsible for the preparatory processes for fracturing. The longer the incubation time is, the greater the dynamic strength of reinforced concrete is. Therefore, as the incubation time of the hooked-end-fibre-reinforced concrete was the shortest, this type of reinforced concrete had the lowest dynamic strength. On the other hand, the longest incubation time was obtained for the spiral-

fibre-reinforced concrete; therefore, this type of fibre-reinforced concrete had the highest dynamic strength.

Analysing various experimental data on fibre-reinforced concrete, it turned out that the change in incubation time depending on the proportion of reinforcement in the structure of fibre-reinforced concrete is not associated with a change in its static strength. In fact, this means that the increase in dynamic strength with a change in the heterogeneity of the structure of fibre-reinforced concrete is difficult to explain only by a change in static strength or an increase in the degree of heterogeneity of the material. It is necessary to introduce a constant parameter - the incubation time, which depends only on changes in the internal structure and characterizes the speed sensitivity of the material to the load.

Thus, in order to choose the optimal (from the point of view of the structural-temporal approach) proportion of concrete reinforcement, it is required to conduct laboratory dynamic tests of specimens with different structure heterogeneity on split Hopkinson pressure bars. By analysing their results, it is possible to determine the dependence of the incubation time on the fibre volume fraction. The beginning of a decrease in the incubation time will indicate the maximum possible heterogeneity of the structure, at which the strength of fibre-reinforced concrete is maximum in a wide range of strain rates.

1.7. Effect of the mass fraction of ice on the strain rate dependence of strength under dynamic fracture of frozen soil

The results of dynamic experiments [63,114] at a temperature -18°C in the range of strain rates from 400 to 2600 s^{-1} showed that the strength of frozen sandy soil with an ice mass fraction 18% is higher than that of sandy soil with an ice mass fraction 10% (Figure 25). We will analyse these experimental data using the

incubation time criterion at $\alpha_\sigma=1$ by Eq. (2). Experimental data [115] are used the data on the static strength for specimens with different mass fractions of ice. Figure 25 shows the theoretical curves of the ultimate strength versus the strain rate of frozen sandy soil with an ice mass fraction 10% ($\tau_\sigma=4.3 \mu\text{s}$) and 18% ($\tau_\sigma=37 \mu\text{s}$). One can see a gradual increase in the strength of frozen sand soil with an ice mass fraction of 10% for an incubation time 4.3 μs , and a rapid increase in the strength frozen sand with an ice mass fraction 18% at 37 μs . The presence of the point of intersection of theoretical curves of $\sigma_*(\dot{\epsilon})$ for frozen sandy soil of two types at a strain rate 225 s^{-1} indicates that the dependences of static and dynamic strength on ice mass fraction differ: the static strength of frozen sandy soil under quasi-static loads decreases with increasing mass fraction of ice from 15.5% to 24.5% [115,116], and the dynamic strength increases with increasing ice mass fraction from 10 to 18% (see Figure 25). Thus, we have the effect of strength inversion with different mass fractions of ice in the transition from static to dynamic.

In the case of static loading, the effect of ice on frozen sand specimens with an ice mass fractions 10 and 18% leads to their fracture. With a large ice mass fraction the rate of formation of defects increases, and the strength of frozen soil decreases. In the case of dynamic loading, the effects of ice on frozen sandy soil specimens with a mass fraction ice 10 and 18% leads to slow formation of microcracks during the incubation period: the greater the ice mass fraction, the greater the dynamic strength. According to the incubation time criterion, the longer incubation time corresponds to material with greater strength. The results of calculations show that the incubation time is shorter in frozen sandy soil with a smaller mass of ice. Analysis using the structural–temporal model (2) that the employed criteria has an advantage of determine static and dynamic strength.

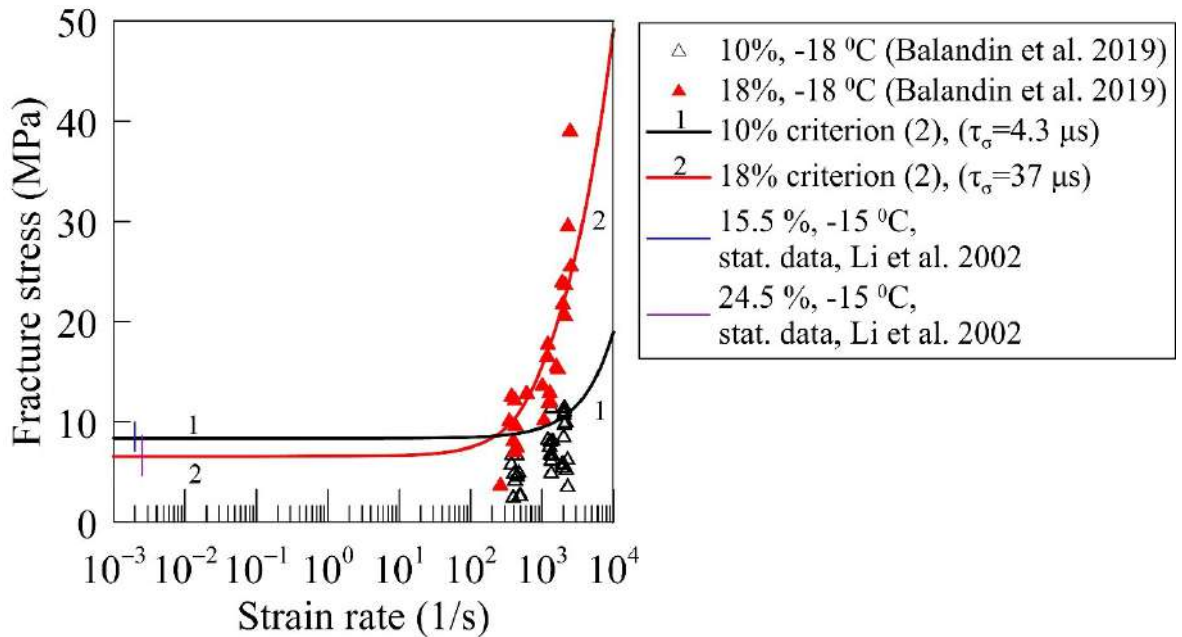


Figure 25. Experimental and theoretical dependencies of ultimate strength on strain rate of frozen sand soils at different temperatures and mass fractions of ice at room temperature: points corresponds to experimental data [63] for frozen sand soil at temperature -18°C with an ice mass fraction 10% and 18% (water-saturated); curves refer to calculation results by criterion (2) for mass fraction 10% ($\tau_{\sigma}=4.3 \mu\text{s}$) and 18% ($\tau_{\sigma}=37 \mu\text{s}$); the scatters of quasi-static experimental data [115] are denoted as black color (ice mass fraction 15.5% and temperature -15°C) and red color (ice mass fraction 24.5% and temperature -15°C).

Also given the results showed that the strength of the material depends on the temperature freezing. Using experimental data on sandy soil [117] with an ice mass fraction of 30% measured at room temperature estimated the parameters of the structural-temporal model when determining the compressive strength in the range of the strain rate 400 s^{-1} – 1000 s^{-1} at freezing temperatures -3°C , -8°C , -18°C , -28°C . Incubation time estimates showed that when the freezing temperature decreases, it increases ($43.6 \mu\text{s}$ at -3°C ; $70.7 \mu\text{s}$ at -8°C ; $51 \mu\text{s}$ at -18°C and $91.1 \mu\text{s}$ at -28°C). Figure 26 shows experimental and theoretical dependencies $\sigma_*(\dot{\epsilon})$ for various values of temperatures. Increase dynamic strength with a decrease in

freezing temperature can be explained by an increase incubation time. The incubation time takes maximum value at a temperature -28°C . The obtained qualitative estimates of incubation time at various mass fractions of ice and various temperatures allow the values of these parameters to be chosen so that the static and dynamic strength of the material in the considered conditions of deformation was chosen optimally.

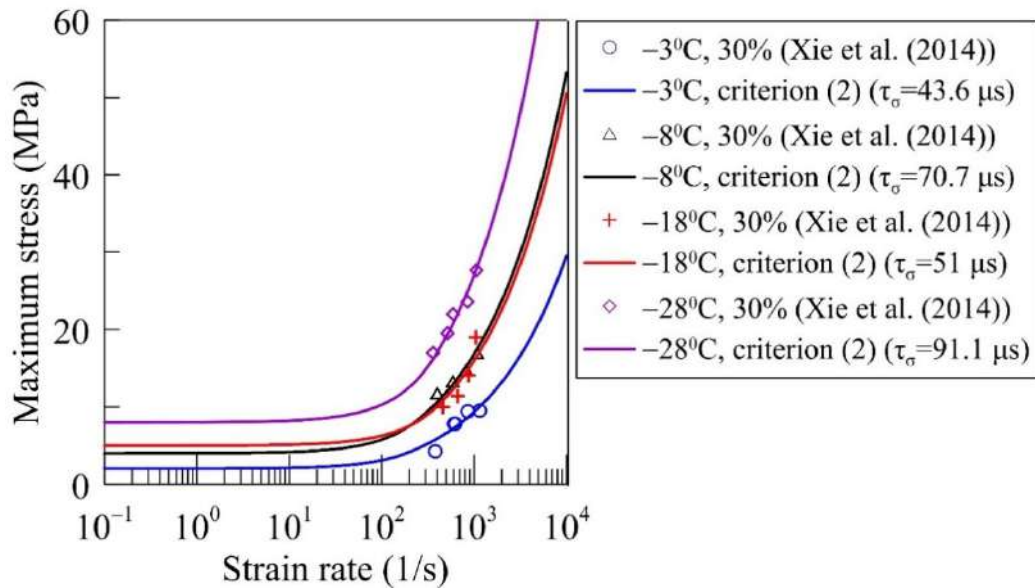


Figure 26. Velocity dependence of strength of frozen sandy soil ice mass fraction 30% measured at room temperature on the strain rate at different temperatures: points correspond to experimental data [117] for temperature -3°C , -8°C , -18°C , -28°C ; curves correspond to the results of the present calculations by criterion (2) for temperature -3°C (1 line, $\tau_{\sigma}=43.6 \mu\text{s}$), -8°C (2 line, $\tau_{\sigma}=70.7 \mu\text{s}$), -18°C (3 line, $\tau_{\sigma}=51 \mu\text{s}$), -28°C (4 line, $\tau_{\sigma}=91.1 \mu\text{s}$).

1.8. Calculation scheme of velocity dependencies of fracture toughness for three-point bending tests

Using the structural-temporal approach (1) we derive the fracture condition for a three-point bending experiment (Fig. 27) to construct the strain rate

dependencies of the stress intensity factor. According to [118], the relationship between the dynamic force applied to the specimen and the stress intensity factor in three-point bending tests is linear:

$$K_I(t) = Y' \frac{P(t)\sqrt{\pi l_n}}{2RB} \quad (12)$$

where $Y' = -1.297 + 9.516\alpha_1 - (0.47 + 16.457\alpha_1)\beta_1 + (1.071 + 34401\alpha_1)\beta_1^2$ is the geometric factor, $\alpha_1 = s/2R$, $\beta_1 = l_n/R$, s is the distance between two supporting pins, R is the specimen radius, l_n is the notch length, B is the specimen thickness.

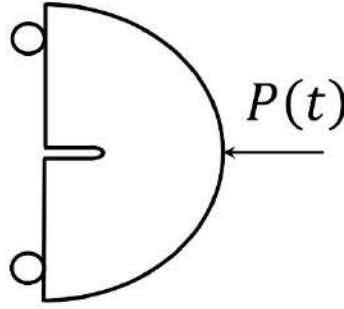


Figure 27. Three-point bending test configuration for a notched semi-circular specimen.

Taking into account Eq. (12), criterion (1) is rewritten in the following form:

$$Y' \frac{\sqrt{\pi l_n}}{2RB} \frac{1}{\tau_K} \int_{t-\tau_K}^t P(s) ds \leq K_{IC} \quad (13)$$

where K_{IC} is the static stress intensity factor in mode I fracture, and τ_K is the fracture incubation time under the fracture toughness limit condition.

Here we use the experimental data on three-point bending of semi-circular sandstone specimens (Fig. 27) presented in [119], where the time dependence of the applied force changes linearly:

$$P(t) = \dot{P}tH(t) \quad (14)$$

where \dot{P} is the force growth rate, and $H(t)$ is the Heaviside function. Taking into account that the condition of equality (13) leads to mode I fracture in the specimen and Eqs. (11), (14), we can calculate the dynamic stress intensity factor of mode I fracture $K_{ID} = K_I(t_*)$ as a dependence on the fracture time and fracture toughness rate \dot{K}_I :

$$K_{Id}(t_*) = \begin{cases} 2K_{IC}(\tau_K/t_*), & t_* > \tau_K, \\ \frac{2K_{IC}}{2 - (\tau_K/t_*)}, & t_* \leq \tau_K, \end{cases} = \begin{cases} K_{IC} + \frac{1}{2}\dot{K}_I\tau_K, & t_* > \tau_K, \\ \sqrt{2K_{IC}\tau_K\dot{K}_I}, & t_* \leq \tau_K. \end{cases} \quad (15)$$

To construct theoretical dependences (14), it is necessary to determine the incubation time, which is estimated from experimental data by the least squares method.

Let us plot the strain rate dependencies of fracture toughness for Beishan granite using the experimental data [120] for specimens tested according to the scheme shown in Figure 28 under dynamic loads at crack lengths $l_n=5$ mm and $l_n=12.47$ mm. Calculations were performed based on the static test results for Beishan granite with static fracture toughness $K_{IC} = 1.3$ MPa m^{1/2}, reported in [121]. For two sets of data with crack lengths $l_n=5$ mm and $l_n=12.47$ mm, we obtained the same incubation time equal to 0.26 ms. Now consider experiments on static and dynamic fracture of coal with a fixed bedding angle of 0°C carried out in [119] by the scheme shown in Fig. 29 for crack lengths $l_n = 4$ mm, $l_n = 7$ mm and $l_n = 10$ mm. The static fracture toughness was $K_{IC} = 0.242$ MPa m^{1/2} at $l_n = 5$ mm, $K_{IC} = 0.204$ MPa m^{1/2} at $l_n = 7$ mm, $K_{IC} = 0.197$ MPa m^{1/2} at $l_n = 10$ mm. The incubation times were calculated by the least squares method: 0.206 ms at $l_n = 5$ mm, 0.228 ms at $l_n = 7$ mm, and 0.297 ms at $l_n = 20$ mm. The theoretically calculated strain rate dependencies of fracture toughness for different notch lengths [119] are depicted in Fig. 29. The deviation from the average incubation time of 0.244 ms, determined

from three strain rate dependencies is small taking into account the scatter of the experimental data in Figure 29 and is equal to 0.038 ms at $l_n = 5$ mm, 0.016 ms at $l_n = 7$ mm, 0.053 ms at $l_n = 10$ mm. Thus, the incubation time is independent of the notch length in three-point bending tests.

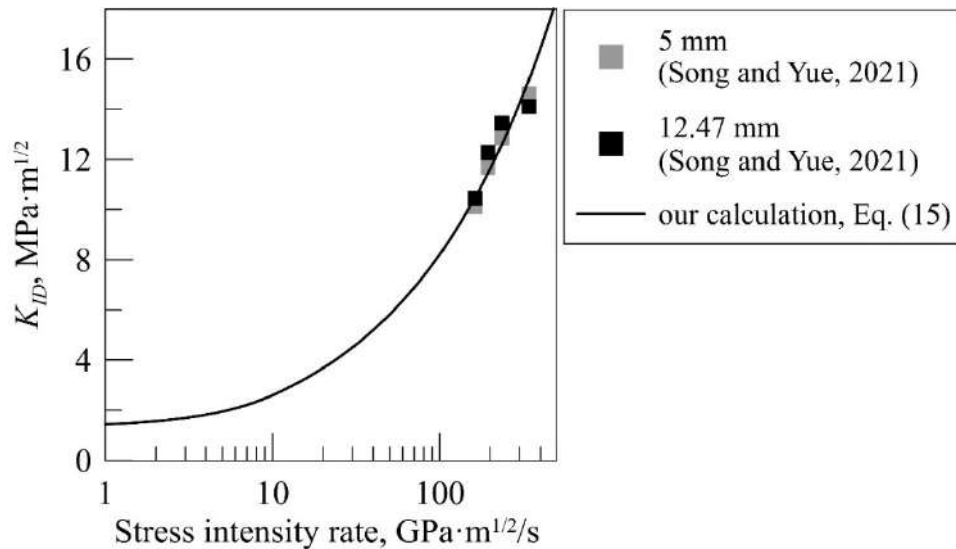


Figure 28. Unified theoretical strain rate curve of fracture toughness for notch lengths $l_n = 5$ mm (\square) and $l_n = 12.47$ mm (\blacksquare), plotted using numerical scheme (15) and experimental data for Beishan granite [120].

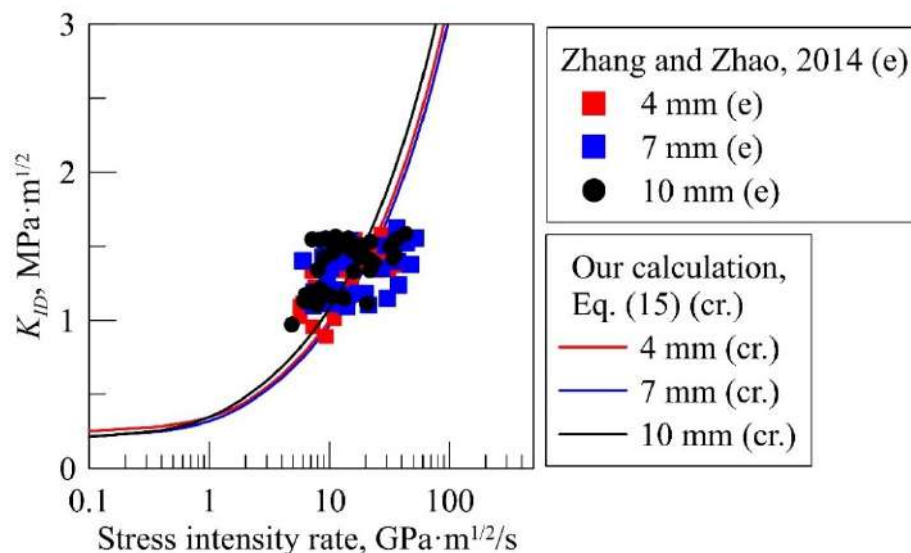


Figure 29. Theoretical strain rate curves of fracture toughness for notch length $l_n = 5$ mm, $l_n = 7$ mm, и l_n and 10 mm, plotted using numerical scheme (15) and experimental data for coal [119].

1.9. Numerical scheme of velocity dependencies of fracture work for three-point bending tests

The structural-temporal approach is also used to calculate the fracture work of a material [122]. In this case, the criterion has the form:

$$\frac{1}{\tau_W} \int_{t-\tau_W}^t W(t') dt' \leq W_{IC} \quad (16)$$

where $W(t)$ is the time dependence of the fracture work per unit area of the specimen, W_c is the specific fracture energy under quasi-static loading, and τ_W is the incubation time under the fracture work limit condition for a U-notched specimen.

Based on the data of [123], the typical curves of time versus applied load $F(t)$ and the resulting deflection $u(t)$ in the middle of the span obtained in a three-point bending test on a notched semi-circular specimen are linear up to the point of mode I fracture (Рис. 30).

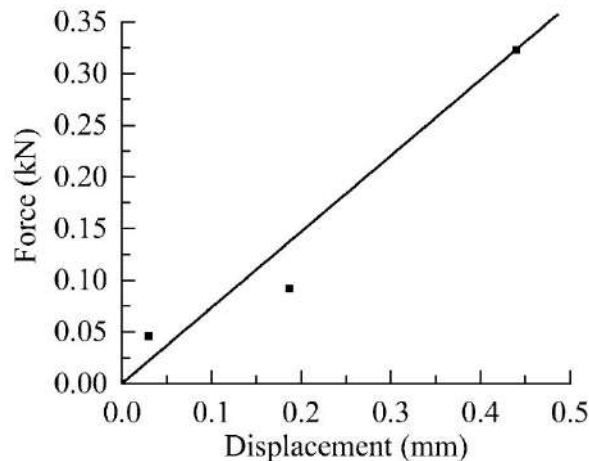


Figure 30. Linear dependence of force versus displacement of the free end of an incident bar [123] in a three-point bending experiment with a notched semi-circular specimen.

The work of fracture $A(t) = \int_0^u ku'du'$ in the case of linear loading is specified as:

$$A(t) = \frac{1}{2}kv^2t^2H(t) \quad (17)$$

where k is the stiffness coefficient of the system, and $v=du/dt$ is the deflection growth rate.

Substituting Eq. (17) into condition (16) and taking into account $W(t) = A(t) / S$, we obtain an expression for the fracture time t_* , from which we can derive expressions for the fracture work per unit area of an unnotched specimen $S = (R-l_n)B$:

$$W_d = W(t_*) = \begin{cases} \frac{(6\tau_w k^2 S W_c v)^{2/3}}{2kS}, & t_* < \tau, \\ \frac{(3\tau_w kv + \sqrt{3}\sqrt{-(\tau_w kv)^2 + 24kS W_c})^2}{72kS}, & t_* > \tau \end{cases} \quad (18)$$

$$= \begin{cases} 3W_c(\tau/t_*), & t_* < \tau, \\ \frac{3W_c(\tau/t_*)}{1 - (1 - (\tau/t_*))^3}, & t_* > \tau \end{cases}$$

1.10. Velocity dependencies of the dynamic fracture toughness and fracture work of rocks

Now we plot the strain rate dependences according to Eqs. (15) and (18) on the basis of experimental data [124] for fine-grained marble. The theoretical dependences were calculated using the following material characteristics $K_{IC} = 1.5$ MPa m^{1/2}, $W_c = 24.2$ J/m² and experimental parameters $k=0.74$ MN/m, $l_n = 5$ mm, $B = 20$ mm, $R = 25$ mm. The incubation time estimated by the least squares method based on the strain rate dependencies $K_{id}(\dot{K})$, $K_{id}(t_f)$, $W_d(\dot{K})$, $W_d(t_f)$, was

$\tau_{K1}=41.42 \mu\text{s}$, $\tau_{K2}=26.84 \mu\text{s}$, $\tau_{W1}=86.32 \mu\text{s}$ and $\tau_{W2} = 390 \mu\text{s}$, respectively. The theoretical time dependencies of fracture toughness $K_{id}(\dot{K})$, $K_{id}(t_f)$ and fracture toughness $W_d(\dot{K})$, $W_d(t_f)$ are shown in Fig. 30. One can see a qualitative agreement between the theoretical curves and experimental data [124] (Figure 31).

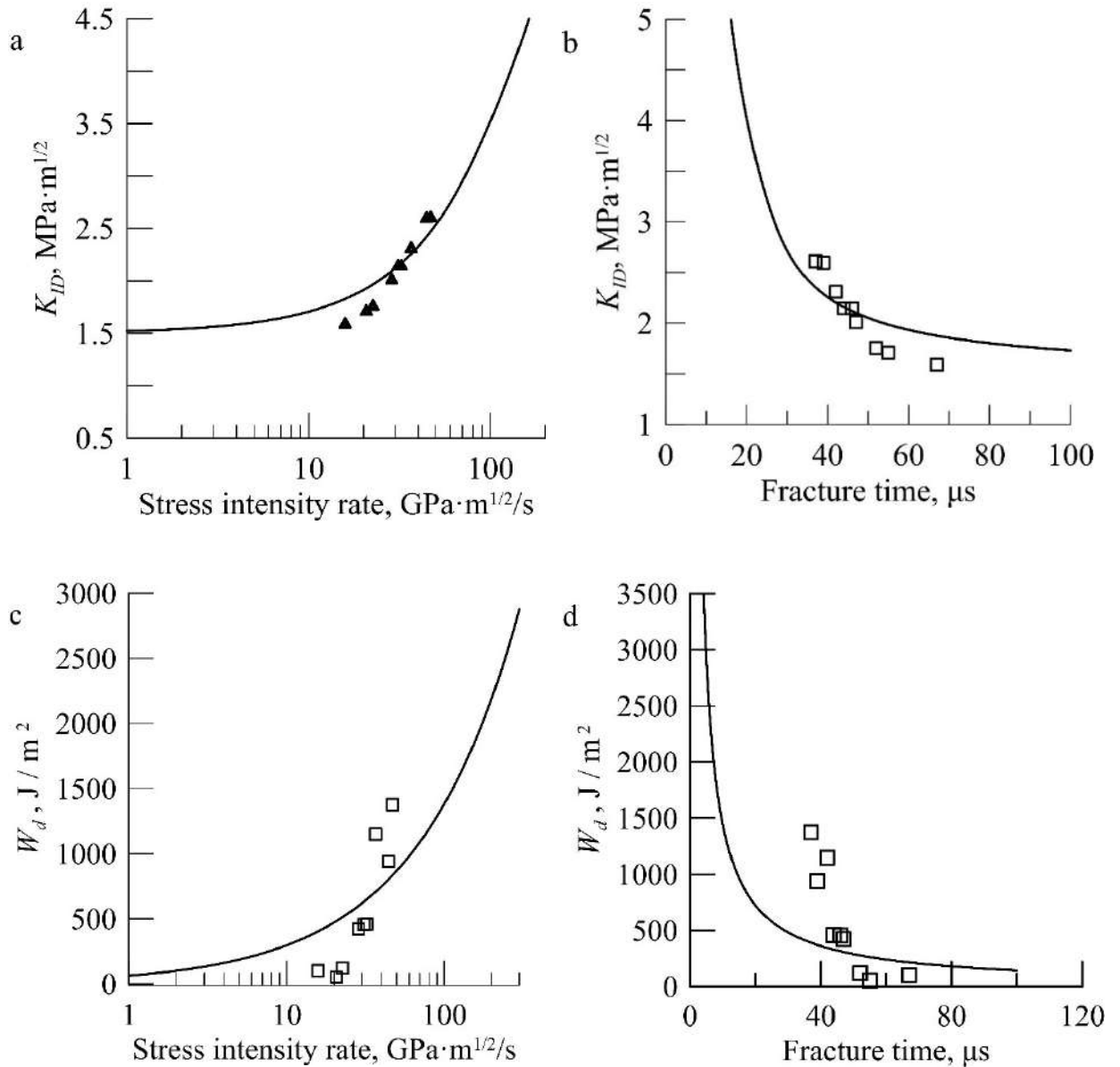


Figure 31. Theoretical time dependencies of fracture toughness (a, b) and fracture work per unit area (c, d) for marble plotted on the basis of experimental data [124].

The structural-temporal approach in the form of the force and energy criteria can be used to predict increasing strain rate dependencies $K_{id}(\dot{K})$, $K_{id}(t_f)$, $W_d(\dot{K})$, $W_d(t_f)$. The incubation times τ_{K1} and τ_{K2} have close values. We assume that the average incubation time for the dependences $K_{id}(\dot{K})$ and $K_{id}(t_f)$ is equal to $\tau_{K1}=34.13 \mu\text{s}$. The incubation time of $86 \mu\text{s}$, determined from the energy limit condition differs from the incubation time of $34.13 \mu\text{s}$ estimated from the force limit condition for fracture toughness and is close to the fracture incubation time of $100 \mu\text{s}$, calculated from the force criterion for strength.

Let us apply force (15) and energy (18) approach for calculation of rate dependencies of fracture toughness for calculation of rate dependencies of fracture toughness and fracture energy based on experimental data of sandstone [125], testes in three-point bending tests with following parameters: $l_n=5 \text{ mm}$, $B=20 \text{ mm}$ (B is thickness of specimen), $R=25 \text{ mm}$, $k=0.74 \text{ MN/m}$. Quasi-static fracture toughness in work [125] $K_{Is}=0.51 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ for dry and $K_{Is}=0.29 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ saturated sandstone were obtained.

Figure 32 shows theoretical stress intensity rate dependencies of fracture toughness and experimental data [125] for dry and saturated sandstone. Figure 33 shows theoretical dependencies of fracture energy depending on fracture toughness and experimental data [125] for dry and saturated sandstone. Plotted theoretical dependencies for dry and saturated sandstone in Figure 32 and Figure 33 have a good correspondence with an experimental data [125]. Incubation times for saturated sandstone is bigger than for dry sandstone. The large values of fracture toughness and work of fracture under dynamic loads for water-saturated sandstone are associated with the action of hydrostatic pressure, discussed earlier in Section 1.5.

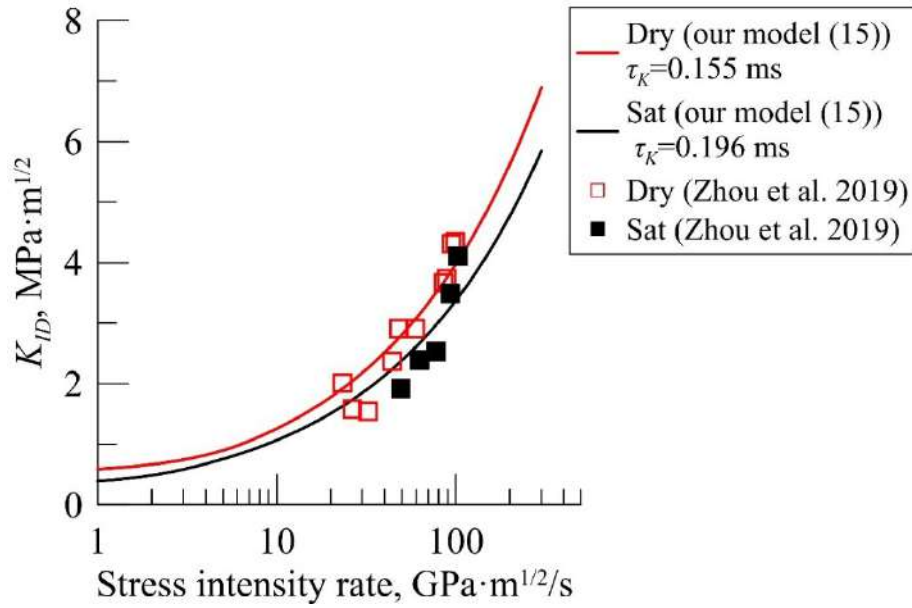


Figure 32. Water-saturation effect of sandstone on theoretical and experimental fracture toughness rate dependencies based of proposed model (15) and data [125].

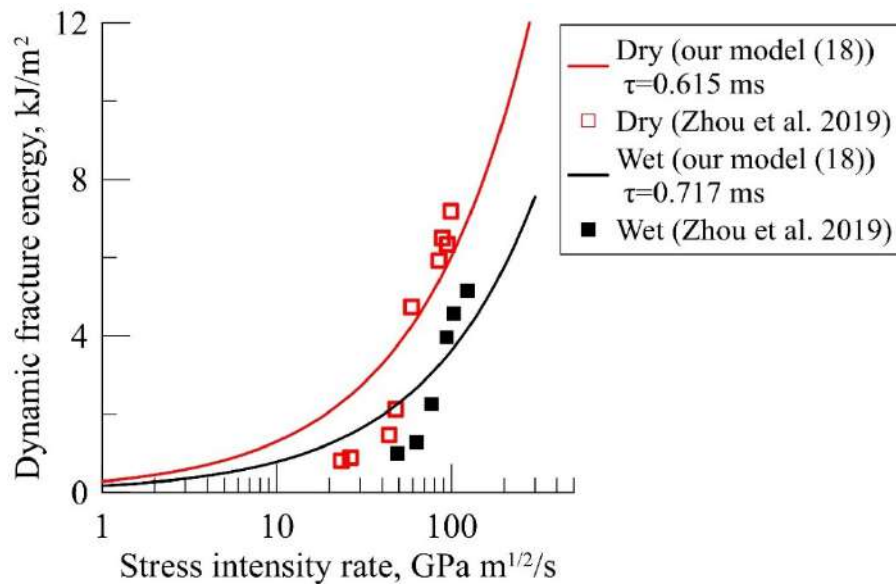


Figure 33. Water-saturation effect of sandstone on theoretical and experimental fracture energy rate dependencies based of proposed model (18) and data [125].

The resulting incubation time estimates obtained from strain rate dependence (18) for fracture work and strain rate dependence (15) differ significantly. This is probably due to the fact that limit condition (1) is a force condition and limit condition (16) is an energy one from a physical point of view. Additionally, the result

can be influenced by the difference in determining the time point and method of calculating the characteristics K_{id} , \dot{K} , t_f , W_d . The fracture toughness rate is measured from the tangent to the $K_i(t)$ curve. The dynamic fracture toughness is determined from the first fracture toughness peak. The point of fracture, defined as the initial point of crack initiation, can be observed before the peak of the $K_i(t)$ curve is reached. Taking into account that $W_d = W(t_f)$, limit condition (13) is activated later than limit condition (16). Therefore, the incubation times τ_{W1} and τ_{W2} are different. The strain rate dependences depicted in Figs. 31b and 31d are more preferable than dependence (15), because the fracture time parameter t^* can be determined directly from the experiment, in contrast to the fracture toughness parameter \dot{K}_I determined from the $K_I(t)$ dependence.

1.11. Conclusions to chapter 1

The incubation time approach is applied to describe the material dynamic strength properties of concrete and rocks in the case of high rate loading. Incubation times for dry and saturated concrete with various relative humidity were determined. Incubation time values for sandstone and limestone with different water content and density were obtained.

The shape of the pulse of loading can have a significant effect on the critical stress values. The dependencies of the ultimate stress of wet and dry concrete on pulse duration with linear and symmetrical (non-threshold) pulse shapes are compared. It was shown that the stress history should be taken into consideration when spall tests are analysed.

Temporal dependences of the strength of the investigated concrete and rocks, which were constructed on the basis of the incubation time criterion, turned out to be in good agreement with experimental data. A phenomenon of a higher dynamic

strength of the saturated concrete ($S_r=100\%$), limestone, sandstone comparing to the unsaturated material was explained in terms of the incubation time approach.

The influence of the fibre shape on the stress/strain rate sensitivity of steel- and synthetic-fibre-reinforced concrete was analysed using the plotted theoretical dependences according to the proposed criterion. Spiral-fibre-reinforced concrete demonstrated a longer incubation time and higher dynamic strength, indicating its benefit for dynamic applications.

It is shown that the dependencies of concrete strength on strain rates with different contents of fibres and aggregates can be calculated using only two material parameters. A comparison of materials under dynamic loads can be carried out by assessing the incubation time of a fracture with an adequate degree of reliability. In addition, the comparison of the incubation time of a fracture allows one to adequately compare the rate sensitivity of the analysed concrete and predict the effect of strength competition. The proposed incubation time approach can be easily applied in engineering practice, and it can be useful for developing standards for dynamic concrete testing.

The behaviour of dense and permeable rocks under dynamic loading was compared. It was shown that rocks with higher density and concretes with the higher level of humidity have increased incubation times. Thus, parameters of the incubation time criterion can be considered as a convenient tool to evaluate an influence of saturation ratio and the ratio of water to cement and to predict a related effect of inversion of ultimate stresses with growing loading rate for different materials.

Based on the structural–temporal approach and the experimental data obtained dependences of the limit dynamic tensile strength from strain rate in wide its range for frozen sand with various mass fractions of ice.

Comparison of experimental dependences with different mass fractions of ice showed that with high-rate deformation greater tensile strength observed at the soil with a higher mass fraction of ice. In the framework structural–temporal approach the observed effect is explained a decrease in incubation time while decreasing the mass fraction ice in frozen soil.

Using the proposed approach, dependencies ultimate strength of strain rate at various values freezing temperatures were plotted. Incubation values determined time at the freezing temperature of -3°C , -8°C , -18°C , -28°C . It is shown that the use of the structural-time approach allows qualitatively (a with sufficient data and quantitative) estimate the influence of the ice mass fraction and temperature on the static and dynamic strength of frozen sandy soil.

The energy and force limiting criteria determined within the structural-temporal approach were used to predict the strain rate dependences of dynamic fracture toughness and fracture work, respectively. The obtained incubation time estimates for coal and granite specimens with different notch lengths showed that the incubation time determined by the force criterion does not depend on the specimen notch length.

A comparison of marble incubation times calculated from the strain rate dependences of fracture toughness and fracture work revealed that the incubation time of $86\ \mu\text{s}$ calculated from the energy limit condition differs from the incubation time of $34.13\ \mu\text{s}$ estimated from the force limit condition for fracture toughness.

The results obtained with the formulated force and energy limiting criteria are valid for different time scales, because the incubation time estimated by the energy limiting criterion is greater than that determined by the force criterion.

Chapter 2. Dynamic Models of Plasticity

The behaviour of the yield strength of steels and a number of aluminium alloys in a wide range of strain rates is investigated, based on the incubation time criterion of yielding and empirical Johnson–Cook and Cowper–Symonds models. In this chapter, expressions for the parameters of the empirical models are derived through the characteristics of the incubation time criterion; a satisfactory agreement of these data and experimental results is obtained. It is shown that the parameters of empirical models depend on the strain rate. The independence of the yielding incubation time criterion characteristics on the loading history and their connection with the structural and temporal features of the plastic deformation process give the advantage by the approach based on the concept of the incubation time over empirical models, as well as an effective and convenient equation for determining the yield strength in a wide range of strain rates. In other words, the introduction of the characteristic relaxation time associated with the process of dislocation motion as an explicit characteristic of the relaxation process at the beginning of plastic deformation makes it possible to successfully predict the rate dependence of the yield strength of metals.

The dynamic plastic deformation of metals is analysed based on the proposed relaxation model of plasticity. The invariance of the parameters of the relaxation model of plasticity with respect to deformation history makes it possible, within the framework of a unified approach, to obtain any set of deformation curves, both monotonic, with a changing yield strength, and nonmonotonic, with an emerging

and changing yield drop, as observed in the experiment. Technical aspects of the selection of three parameters of the relaxation model of plasticity and its influence on predicted deformation dependencies by the relaxation model of plastic deformation are detail considered. Increase of the yield strength with the subsequent hardening process at high-rate and static deformation of high-strength 2.3Ni-1.3Cr steel is also modelled based on the relaxation model of plasticity. It is shown using the examples of DP600 steel and nanocrystalline nickel that the relaxation model of plasticity allows to predict: a smooth transition on the stage of plastic deformation at slow quasi-static loading of $\sim 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ and the appearance of the yield drop at strain rates of 500–6000 s^{-1} . Thus, it is demonstrated on the example of specific materials that we may use the deformation history-invariant parameters of the relaxation model of plasticity for efficient prediction of the deformation dependences of the studied materials in a wide range of strain rates 10^{-4} – 10^4 s^{-1} .

Based on the proposed relaxation model and the known dynamic models of plasticity, the influence of the strain rate on the instability of metal responses to dynamic loading in the range of strain rates is studied 0.001–10000 s^{-1} . The invariance of the parameters of the relaxation plasticity model with respect to deformation history makes it possible, within the framework of a unified approach, to model a wide range of deformation curves, both monotonic, with a changing yield strength, and nonmonotonic, with an emerging and changing yield drop, as observed in the experiment. The constitutive relations of empirical parameters for some dynamic models of plasticity are constructed on the basis of the parameters of the relaxation model of plasticity. It is shown that the parameters of empirical models can depend on some strain rate. It has been found that when predicting the deformation dependences of metals, the relaxation plasticity model based on the concept of incubation time, in comparison with the known dynamic models of plasticity, is the most effective in a wider range of strain rates. It is shown that the improved Johnson-Cook model and the Rusinek-Klepaczko model do not consider the yield drop effect observed in mild steels and aluminium alloy 7075-T6. Thus,

the relaxation plasticity model is an effective and convenient tool for calculating some of the main effects of dynamic plasticity that arise in a wide range of strain rates.

The results presented in Chapter 2 are published in papers [28,60,61,126–137].

2.1. Prediction of the dynamic yield strength of metals using two structural-temporal parameters

On the basis of a comparison of the behaviour of the yield strengths of two materials, calculated using the integral criterion, the fundamental role and necessity of introducing and determining the characteristic relaxation times are shown.

2.1.1. Structural-temporal approach of yielding

The structural–temporal approach for the description of yielding processes makes it possible to calculate the yield strength at the initial moment of plastic strain at a fixed strain rate [57,81,138,139]. Initially, this approach (1) was formulated to describe fracture processes [75] and was an effective tool for describing the time effects of microcrack growth [140,141]. In the case of a uniaxial stress state, the proposed macroscopic yield criterion [57,81,138,139], hereinafter referred to as the incubation time criterion, is determined by the inequality:

$$\frac{1}{\tau_Y} \int_{t-\tau_Y}^t \left(\frac{\Sigma(t')}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y} dt' \leq 1 \quad (19)$$

Here, $\Sigma(t)$ is a stress function of time, τ_Y is an incubation time, σ_Y is a static yield point, and α_Y is a dimensionless parameter of the material's amplitude sensitivity.

We note that the beginning of the macroscopic yield t_Y is determined from the condition of equality of expression (19). The introduced time parameter τ_Y , independent of the features of the deformation process and the geometry of the sample, makes it possible to predict the behaviour of the yield strength of the material under the static and dynamic loads [82,139]. It is assumed that values of the incubation time parameter depending on the initial defective structure of the material can be different. In other words, two structural-various specimens from the same material in response to different technological processes, will be considered to be made from different materials before the plastic deformation testing. Thus, two independent parameters of criterion (19) τ_Y and α_Y characterize the rate (temporal) and amplitude sensitivity of the material, respectively. We note that for the cases of a complex stress state, criterion (19) can be rewritten in the form of invariants [138].

Applying the temporal stress dependence to the elastic deformation stage $\Sigma(t)=E \dot{\epsilon} t H(t)$ in the left side of the inequality (Eq. (19)), we obtain the following expression:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_Y} \int_{t-\tau_Y}^{\tau_Y} \left(\frac{E \dot{\epsilon} s H(s)}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y} ds \\ = \frac{1}{\alpha_Y + 1} \left(\frac{E \dot{\epsilon}}{\tau_Y \sigma_Y} \right)^{\alpha_Y} (t^{\alpha_Y+1} H(t) - (t - \tau_Y)^{\alpha_Y+1} H(t - \tau_Y)). \end{aligned} \quad (20)$$

Using the equality condition in Eq. (19), we define the condition for the onset of yielding t_Y :

$$(E \dot{\epsilon})^{\alpha} (t_Y^{\alpha_Y+1} H(t_Y) - (t_Y - \tau_Y)^{\alpha_Y+1} H(t_Y - \tau_Y)) = (\alpha_Y + 1) (\tau_Y \sigma_Y)^{\alpha_Y}. \quad (21)$$

Here, two cases can specify depending on the dominant role of the incubation time. The first case, when the yielding time is shorter than the incubation time ($0 < t_Y < \tau_Y$), the deformation of the material occurs under fast dynamic loading that causes an unstable growth of the yield strength depending on the strain rate. The second case, when the yielding time is of the same order or greater ($t_Y \geq \tau_Y$) the deformation of the material to a case of quasi-static loading.

Rewriting Eq. (21) as the defining equation for the dynamic yield strength $\Sigma_d = \Sigma(t_Y)$, we obtain the following expression:

$$\begin{aligned} & \left(\left(\frac{\Sigma_d}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y+1} H \left(\frac{\Sigma_d}{\sigma_Y} \right) - \left(\frac{\Sigma_d - \frac{E \dot{\epsilon} \tau_Y}{\sigma_Y}}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y+1} H \left(\frac{\Sigma_d - \frac{E \dot{\epsilon} \tau_Y}{\sigma_Y}}{\sigma_Y} \right) \right) \\ & = (\alpha_Y + 1) \left(\frac{E \dot{\epsilon} \tau_Y}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y}. \end{aligned} \quad (22)$$

In the special case $\alpha_Y=1$, the time of the beginning of the plastic yielding is defined as:

$$t_Y = \begin{cases} \frac{\sigma_Y}{E \dot{\epsilon}} + \frac{\tau_Y}{2}, & \dot{\epsilon} < \frac{2\sigma_Y}{E \tau_Y}, \\ \sqrt{\frac{2\sigma_Y \tau_Y}{E \dot{\epsilon}}}, & \dot{\epsilon} \geq \frac{2\sigma_Y}{E \tau_Y}. \end{cases} \quad (23)$$

Then, the dynamic yield strength, depending on the strain rate or the onset of yield time, at $\alpha_Y=1$ is determined by the formulas:

$$\Sigma_d(\dot{\epsilon}) = \begin{cases} \sqrt{2E \dot{\epsilon} \tau_Y \sigma_Y}, & t_Y \leq \tau_Y \\ \sigma_Y + \frac{E \dot{\epsilon} \tau_Y}{2}, & t_Y > \tau_Y \end{cases} \quad (24)$$

$$\Sigma_d(t_Y) = \begin{cases} 2\sigma_Y(\tau_Y/t_Y), & t_Y \leq \tau_Y \\ \frac{2\sigma_Y}{2 - (\tau_Y/t_Y)}, & t_Y > \tau_Y \end{cases} \quad (25)$$

When using the loading function in the form $\Sigma(t) = G \dot{\epsilon} t H(t)$, where G is the shear modulus, the dependence of the dynamic yield strength on the strain rate can be obtained from Eq. (24), by replacing E to G .

2.1.2. Interpretation of yield strength inversion under the dynamic conditions

The determination of characteristic relaxation times allows one to analyse the dynamic properties of yield strength and to select the material with properties that best meet the load conditions. Consider the competition effect (yield strength inversion) between two materials [142]. Figure 34 displays the ultimate stress as a function of loading time for single crystals of aluminium and copper [142], plotted on the basis of criterion (19) to the numerical scheme (25). The characteristic relaxation times were evaluated with respect to the integral criterion of yielding for aluminium $\tau_Y = 0.24$ ms and copper $\tau_Y = 0.19$ ms. At low duration times ($t_Y < 0.5$ ms), the ultimate stress of aluminium was greater ($\tau_Y = 0.24$ ms, $\sigma_Y = 4.9$ MPa), than for copper ($\tau_Y = 0.19$ ms, $\sigma_Y = 8$ MPa), and vice versa (for $t_Y > 0.5$ ms the ultimate stress was larger for copper).

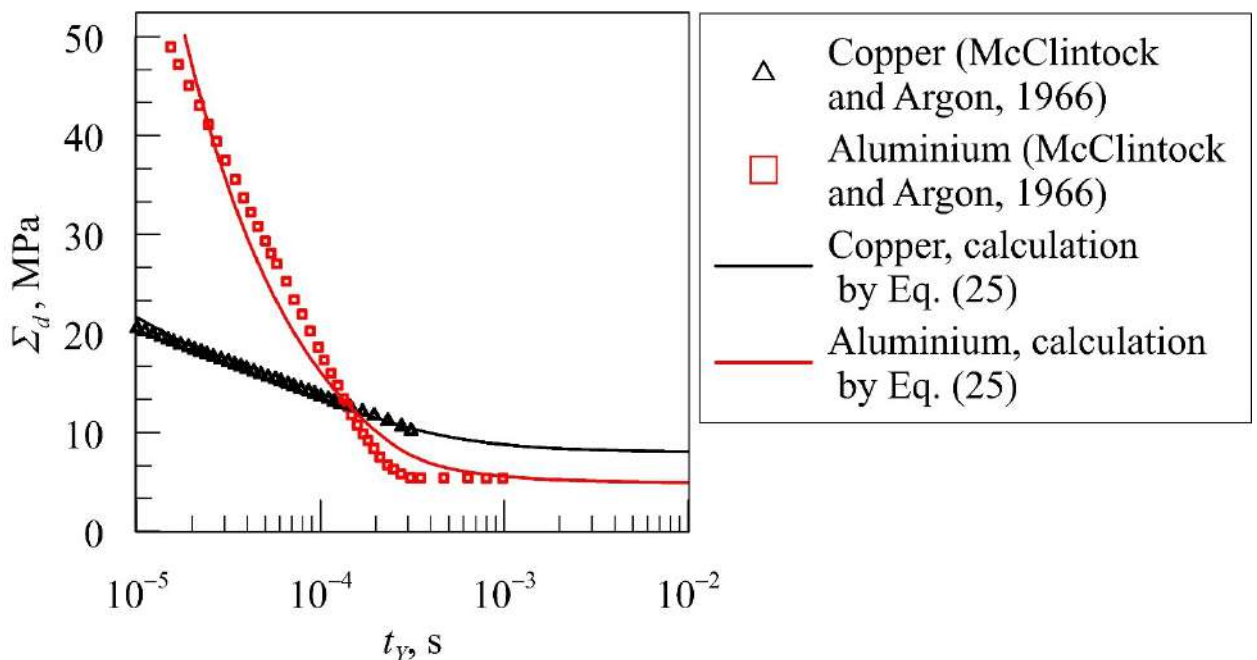


Figure 34. Yielding strength as a function of pulse duration for single crystals aluminium ($\tau_Y = 0.24$ ms, $\sigma_Y = 4.9$ MPa) and copper ($\tau_Y = 0.19$ ms, $\sigma_Y = 8$ MPa) [142] on the basis of the criterion (19) to the numerical scheme (25).

The point of change in the rate sensitivity (Figure 34) deals with the time range, starting from which the density of defects present in the material becomes enough to cause the stress relaxation in the material. The change in the dominant rate sensitivity for aluminium occurs at a duration of about 0.5 ms.

In this case, the characteristic relaxation times of aluminium ($\tau_Y = 0.24$ ms) and copper ($\tau_Y = 0.19$ ms) are of the same order of magnitude (ms) with a single point of change in the rate mechanisms. This may be due to the fact that copper has the greater static yield strength and the larger slope of the dynamic branch of the curve. It can be shown from expression (19), that this slope is proportional to the product of the characteristic relaxation time and its static yield strength; i.e. $\tau_Y \cdot \sigma_Y$.

In order to demonstrate the influence of characteristic relaxation time on the plasticity of materials, consider the mechanical behaviour of two metals with characteristic relaxation times that are different by six orders of magnitude (1 s and 0.6 μ s). These magnitudes refer to characteristic times for nanowhiskers (or, vice versa, for almost defect-free single crystal metals) and bulk polycrystalline and nanocrystalline metals. Figure 35 displays these curves with the parameters corresponding to experimental studies [55,143].

Attention is drawn to two points of the change in dominant rate sensitivity (two intersection of curves) and, consequently, to three ranges where the materials exhibit a diverse compartment relative to each other. At greater times of the process (pulse durations), there arises the plastic flow determined by the conventional quasi-static magnitude of yield strength of the material, which is found to be greater for nickel. By analogue with Figure 34, the point of change in the rate sensitivity shows the critical duration time t_y that is the onset of time dynamic effects and is in fact the characteristic relaxation time (see Figure 35). For iron, this time is much higher, causing an abrupt increase in its dynamic yield strength over a wide pulse duration range of 0.1 s – 10 μ s. At durations times to 1 μ s nickel is steel behaving in a quasi-

static behaviour and its yield strength is constant. This first change in the dominant rate sensitivity is completely determined by the fact that material with a lower yield strength has a larger characteristic relaxation time; i.e., by the τ_Y / σ_Y ratio. In the second time range (10 ns—0.1 s) the dynamic yield strength of iron exceeds the appropriate value for nickel. This means that nickel at these moderate duration times becomes more ductile than iron. Finally, the second point of change in the dominant rate sensitivity at the duration time of 10 ns deals with a greater slope of the dynamic curve of iron, which is defined by the $\tau_Y \cdot \sigma_Y$ ratio. In this case the critical factor is a high characteristic relaxation time for iron. For pulses less than a nanosecond (that is typical of laser ultrashort pulse exposures of metals) iron becomes again more ductile than nickel with a lower dynamic yield strength. Thus, the variation of the relationship between the static yield strength and the characteristic relaxation time may favour the emergence of duration (pulse) time ranges where one metals become more or less ductile than others. If the deformation is accompanied with failure, this may evidence the visco-brittle transition in the dynamics.

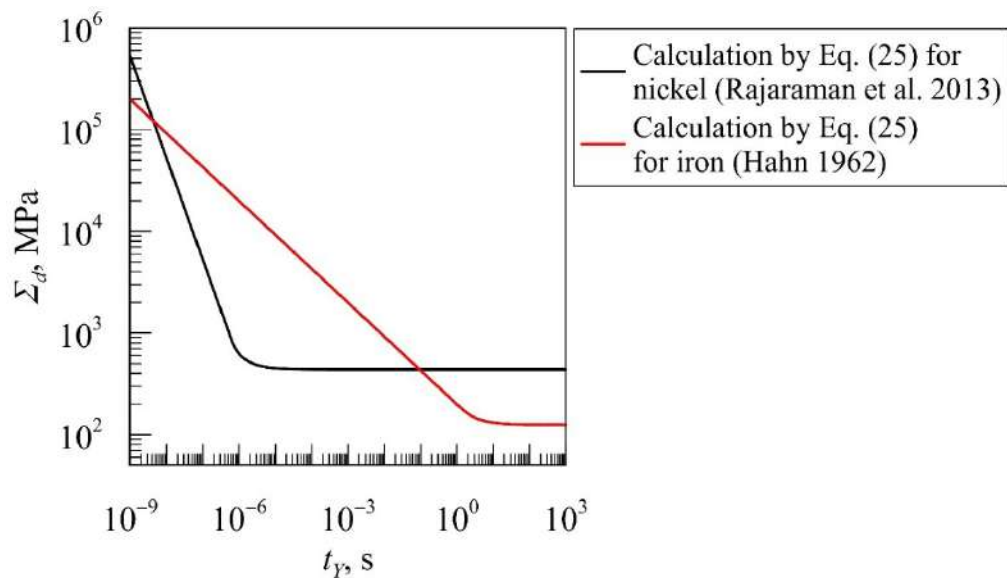


Figure 35. Theoretical dependence of the yield strength for whiskers of iron and polycrystalline nickel on the pulse duration. The model parameters are taken from the appropriate experimental works [55,143].

2.1.3. Influence of the material structure on the rate dependences of the yield strength

With a change in the structure of the material, the static yield strength of the metal can be increased. The characteristic relaxation time parameter determined by the criterion (19), characterizes the velocity sensitivity of the material to the applied load. In this section, the influence of the metal structure on the characteristic relaxation time will be investigated. τ_Y , and theoretical dependences of the yield strength on the strain rate will also be constructed for 1) pure aluminium (Figure 36) on the basis of the experimental data [144–147]; 2) aluminium alloy 6016 T6 (Figure 37) on the basis of the experimental data [145,148–150]; 3) copper (Figure 38) on the basis of the experimental data for initially deformed copper [147,151,152] and for single crystals of copper [153–155]; 4) nickel (Figure 39) on the basis of the experimental data [55,156,157].

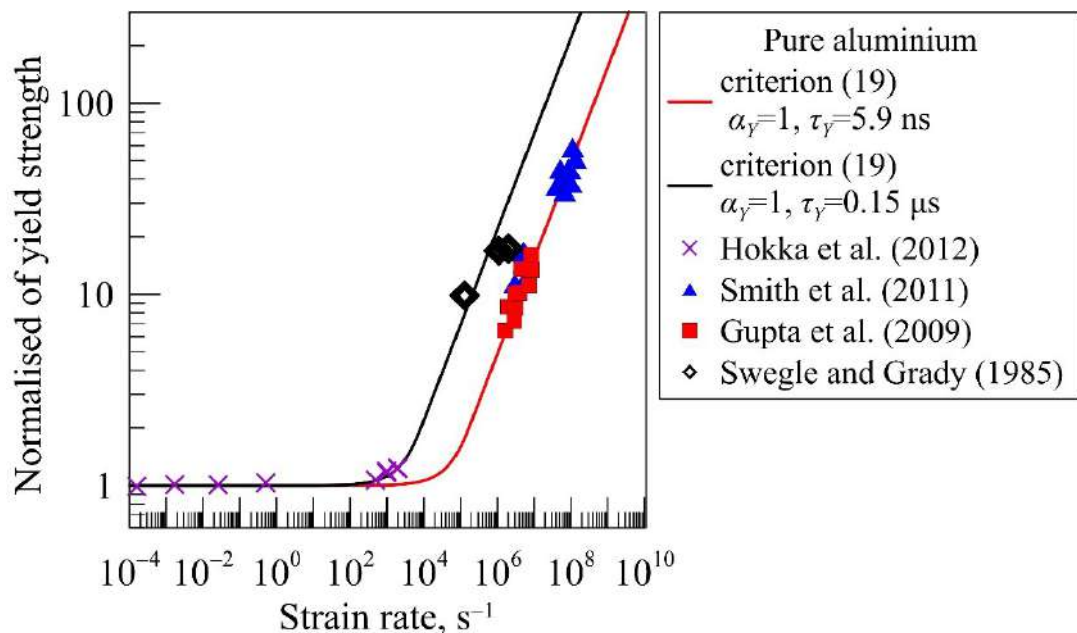


Figure 36. Rate dependencies of normalised of yield strength of pure aluminium. Theoretical dependencies, plotted based on criterion (19), are marked by solid lines. Symbols x [144], ▲ [145], ■ [146], and ◇ [147] are marked by experimental data.

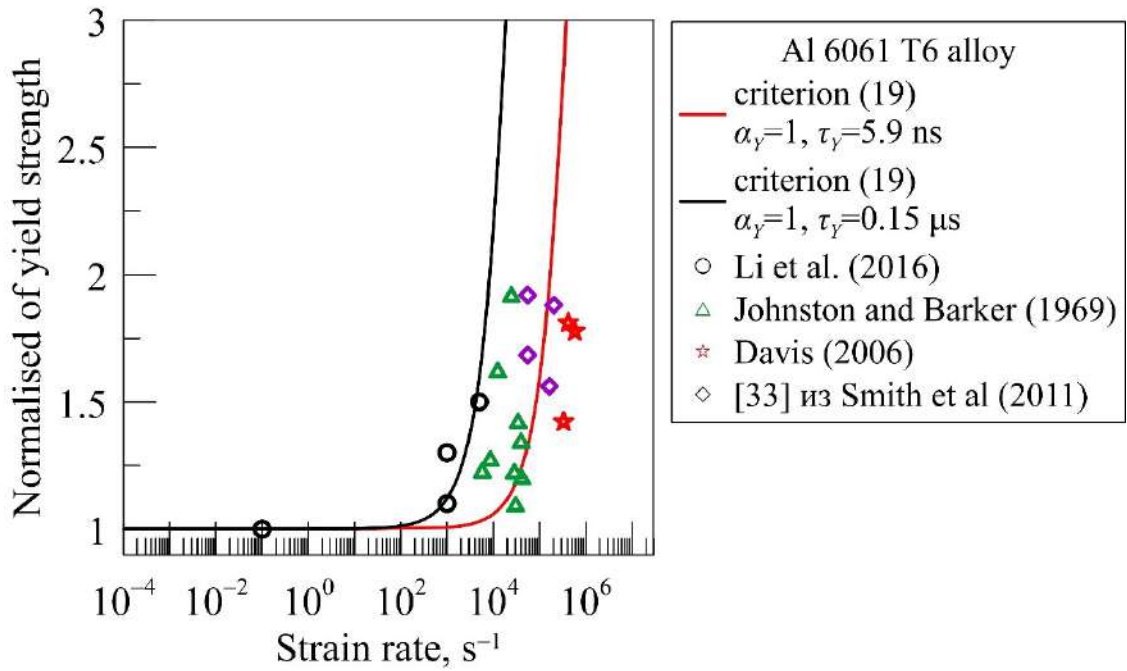


Figure 37. Rate dependencies of normalised of yield strength of 6061 T6 aluminium alloy. Theoretical dependencies, plotted based on criterion (19), are marked by solid lines. Symbols ○ [148], △ [149], ★ [150], ◇ [145] are marked by experimental data.

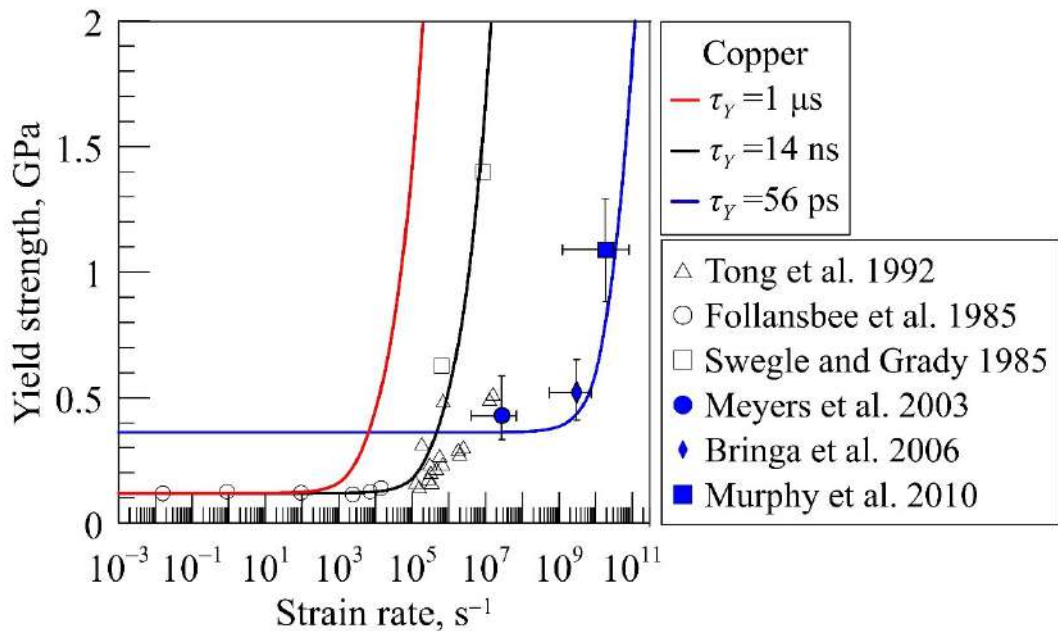


Figure 38. Rate dependencies of normalised of yield strength of copper, plotted on criterion (19) and experimental data from review paper [158] for initially deformed copper [147,151,152] and for single crystals [153–155].

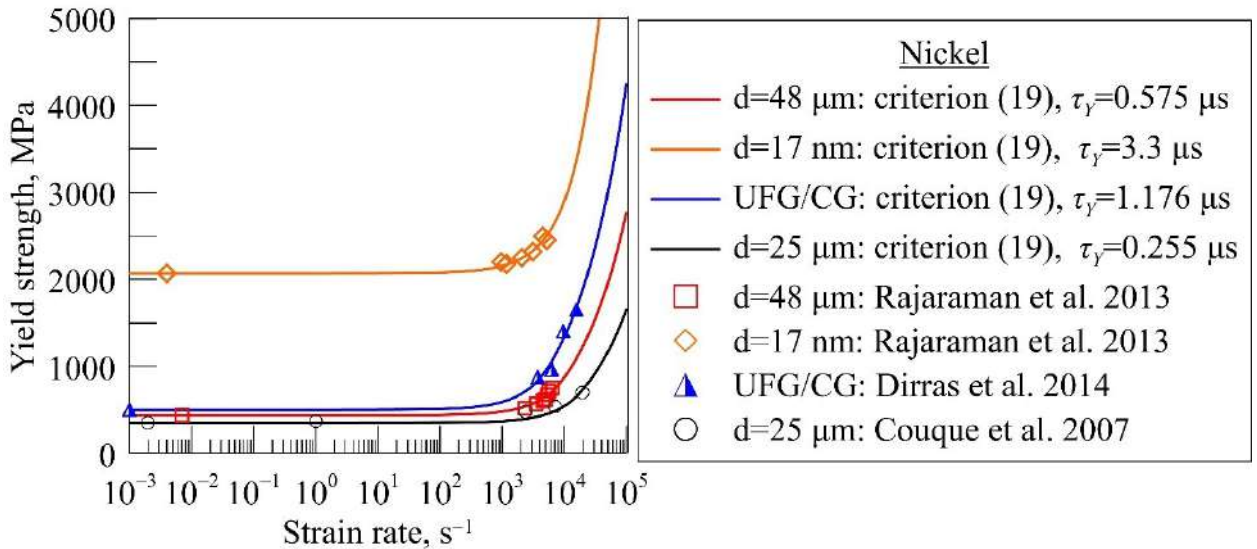


Figure 39. Theoretical dependencies of yield strength on strain rate, plotted on criterion (19), for micro- (red curve) and nanocrystalline (orange curve) nickel, dual phase ultrafine-polycrystalline nickel (blue curve) and polycrystalline nickel (black curve) based on the experimental data \diamond [55], Δ [156], \circ [159], \square [55].

Theoretical rate dependencies of normalised of yield strength of pure aluminium and Al 6061 T6 aluminium alloy are shown in Figures 36 and 37, respectively, on the basis of the yielding criterion (19) and experimental data [144– 150]. Experimental data on dynamic yield strength shown in Figures 36 and 37 can be placed between two theoretical rate dependencies calculated at different yield strengths, but at the same characteristic relaxation times of 0.15 μs and 5.9 ns.

The incubation time was obtained for the initially "deformed" copper 14 ns ($G = 42.4 \text{ GPa}$, $\sigma_Y = 119 \text{ MPa}$), copper single crystals 56 ps ($G = 42.4 \text{ GPa}$, $\sigma_Y = 362 \text{ MPa}$). Note that with a change in the crystal structure of the metal, the incubation time for copper increased by a factor of 250.

The velocity sensitivity of copper (or the period of material preparation for plastic deformation) slows down with decreasing grain size. Figure 38 shows that initially "deformed" copper has a higher yield strength than copper in the form of single crystals at a strain rate above $4 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$. It should be concluded that the

incubation time parameter makes it possible to qualitatively observe the conditional transition, up to which the material has a constant yield strength, and, starting from which, the yield strength begins to increase monotonically with the strain rate.

Consider the examples of the definition of the relaxation time as a function of the plasticity mechanism, which are consistent with characteristic relaxation time. In contrast to the characteristic relaxation time, which is an invariant characteristic of the loading history, the relaxation time has different values depending on the loading history. The relaxation time for the dominant dislocation plasticity mechanism [59,60,137,160] at quasi-static loading $\sim 10^{-4} - 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ is given as: $\tau_{DP}^{low} = \frac{B_D}{\rho_D G b^2}$, where B_D is the phonon dragging force [161] ($B_D = (\nu_D/2)\rho b^2$, $\nu_D \sim 10^{13} \text{ s}^{-1}$ is a frequency close to the Debye frequency, ρ is the material density), ρ_D is the scalar dislocation density, and b is the Burgers vector. The relaxation time for the dominant grain boundary sliding for nanocrystalline materials [8,39] at high strain rates $\sim 10^7 \text{ s}^{-1}$: $\tau_{GB}^{high} = \frac{k_b T d}{6 G b \nu_D V_s} \exp\left\{\frac{U_b}{k_b T}\right\}$, where k_b is the Boltzmann constant, T is the temperature, d is the grain size, U_b is the activation energy, and V_s is the activation volume for the considered process ($V_s \sim b^3$). The relaxation time for the dominant grain boundary sliding for nanocrystalline materials [60,137,160] at medium strain rates $\sim 10^3 - 10^6 \text{ s}^{-1}$: $\tau_{GB}^{med} = \frac{k_b T d^3}{40 G b^3 D_c \delta}$, where D_c is the diffusion coefficient and δ is the width of field of the grain boundary self-diffusion.

Figure 38 present three theoretical curves, plotting on the basis of incubation time criterion (19) and experimental data for initially deformed copper [147,151,152] and for copper single crystals [153–155]. Comparison of the obtained characteristic relaxation times and relaxation times (τ_{DP}^{low} ; τ_{GB}^{med} ; τ_{GB}^{high}), calculated considering the dominant plasticity mechanism, for copper, is presented in Table 15. The times for copper are of the same order. With an increase in the density of dislocations, the relaxation time decreases.

Table 15. Comparison of the obtained characteristic relaxation times and relaxation times (τ_{DP}^{low} ; τ_{GB}^{med} ; τ_{GB}^{high}), calculated taking into account the dominant mechanism of plasticity, for copper in Figure 36.

Curve number	Dislocation density, cm^{-2}	Relaxation time [60]	Characteristic relaxation time
1	10^6	9 μs	1 μs
2	10^9	9 ns	14 ns
3	10^{12}	9 ps	56 ps

Rate dependence of dynamic yield strength normalized to the value of the static yield strength, which is normalized to the value of the static yield strength, for micro- (red curve) and nanocrystalline (orange curve) nickel, dual phase ultrafine-polycrystalline nickel (blue curve) and polycrystalline nickel (black curve) based on the experimental data \diamond [55], Δ [156], \circ [159], \square [55]. The characteristic times found were $\tau_Y = 0.575 \mu\text{s}$ for microcrystalline nickel ($\sigma_Y = 438 \text{ MPa}$, grain size $48.44 \mu\text{m}$), $\tau_Y = 3.3 \mu\text{s}$ for nanocrystalline nickel ($\sigma_Y = 2072 \text{ MPa}$, grain size 17 nm), for dual phase ultrafine-polycrystalline nickel $\tau_Y = 1.176 \mu\text{s}$ and polycrystalline nickel $\tau_Y = 0.255 \mu\text{s}$. The values of the static yield strength for nanocrystalline nickel are 4.7 times higher than for microcrystalline nickel. The values of the static yield strength for nanocrystalline nickel are 4.7 times higher than for microcrystalline nickel. The rate dependence of the yield stress for nanocrystalline nickel and two-phase nickel (ultrafine-grained nickel 36% and polycrystalline nickel 64%) shifted towards higher values of the yield strength and the characteristic times increased compared to polycrystalline and microcrystalline nickel (Figure 39). Thus, the refinement of the nickel structure increases the characteristic relaxation time several times, but no more than 6 times.

2.2. Problem of prediction of the dynamic yield strength using numerical models

In engineering practice related to plastic high-rate strain of metals, a number of empirical models are widely used. Let us consider and analyse the results of some of them used for predicting the dynamic yield strength at the initial moment of plastic strain without taking into account further hardening and thermal effect.

2.2.1. Definition of parameters of numerical models through two structural-temporal parameters, invariant to history loading

The yield strength for the Cowper-Symonds model [162] is evaluated in the following form based on the empirical parameters B_{CS} and q_{CS} :

$$\Sigma_{CS}(\dot{\epsilon}) = \sigma_Y \left(1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{B_{CS}} \right)^{1/q_{CS}} \right) \quad (26)$$

Drawing the analogy between the incubation time criterion of yield (19) and the Cowper–Symonds model (26), we obtain relations for parameters B_{CS} and q_{CS} for the case of $t_Y > \tau_Y$, namely,

$$q_{CS} = \alpha_Y + 1; B_{CS}(\dot{\epsilon}) = \left[\left(1 - \frac{1}{(\alpha_Y + 1)^{1/\alpha_Y}} \right) \frac{E\tau_Y}{\sigma_Y} \right]^{-\alpha_Y - 1} \dot{\epsilon}^{-\alpha_Y} \quad (27)$$

and for the case of $t_Y \leq \tau_Y$:

$$q_{CS} = \alpha_Y + 1; B_{CS} = \frac{\sigma_Y}{E\tau_Y(\alpha_Y + 1)} \quad (28)$$

Thus, one of the parameters of the Cowper–Symonds model is expressed through the parameter of the amplitude sensitivity of the material, and the other, through two independent parameters τ_Y and α_Y . Parameter B_{CS} in Eq. (27), depends on the strain rate.

The classical Johnson–Cook model [13,163] and its modification [21] are given by equations:

$$\Sigma_{JC}(\dot{\varepsilon}) = (A_{JC} + B_{JC}\varepsilon_p^{n_{JC}}) \left(1 + C_{JC} \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right) \right) \left(1 - \left[\frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right]^{m_{JC}} \right) \quad (29)$$

$$\Sigma_{MCJC}(\dot{\varepsilon}) = (A_{JC} + B_{JC}\varepsilon_p^{n_{JC}}) \left(1 + C_{JC} \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right) + D_C \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_C} \right)^{k_C} \right) \left(1 - \left[\frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right]^{m_{JC}} \right) \quad (30)$$

where A_{JC} , B_{JC} , C_{JC} , n_{JC} and m_{JC} are the constant parameters of the classical Johnson–Cook model (29); ε_p is the equivalent plastic strain ($\bar{\varepsilon}$ is the small-strain tensor $\varepsilon_p = \sqrt{(2/3)\varepsilon_{ij}^{dev}:\varepsilon_{ij}^{dev}}$); $\dot{\varepsilon}$ is the plastic strain rate; $\dot{\varepsilon}_{JC} = 1000 \text{ s}^{-1}$ according to [21]; T is temperature; $\dot{\varepsilon}_{JK}$ is the plastic strain rate ($\dot{\varepsilon}_{JC} = 1 \text{ s}^{-1}$ according to [13,163,164] and $\dot{\varepsilon}_{JC} = 0.001 \text{ s}^{-1}$ according to [165]); D_C and k_C are the constants of the modified model (30); T – температура; T_m is the melting temperature; T_0 is the temperature used to determine A_{JC} , B_{JC} and n_{JC} .

Let us consider the classical Johnson-Cook model (29) and modified model to determine the yield stress at the initial instant of plastic deformation ($\varepsilon_p = 0$) and $T=T_0$, that is, only the rate factor from the Johnson-Cook model remains:

$$\Sigma_{JC}(\dot{\varepsilon}) = A_{JC} \left(1 + C_{JC} \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right) \right) \quad (31)$$

$$\Sigma_{MCJC}(\dot{\varepsilon}) = A_{JC} \left(1 + C_{JC} \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right) + D_{JC} \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_C} \right)^{k_C} \right) \quad (32)$$

Substituting the conditions for determining parameter A_{JC} ($\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{JC}$, $T=T_0$) into criterion (19) with conditions (31), we obtain a correspondence between parameter

A_{JC} and static yield stress σ_Y at $T=T_0$. A comparison of models of structural-temporal-approach (19) and classical Johnson-Cook model (31) (at $\dot{\varepsilon} < [(\alpha_Y + 1)^{1/\alpha_Y} \sigma_Y] / [E\tau_Y]$) at $T = T_0$, provides an expression for determining parameters C_{JC} and A_{JC} :

$$C_{JC}(\dot{\varepsilon}) = \left(1 - \frac{1}{(\alpha_Y + 1)^{1/\alpha_Y}}\right) \frac{E\dot{\varepsilon}\tau_Y}{\sigma_Y} \left[\ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}}\right)\right]^{-1}; A_{JC} = \sigma_Y \quad (33)$$

Parameters of modified Johnson-Cook model (32) D_C and k_C are similarly compared with criterion (19), while the parameter k_C has an inversely proportional dependence on the coefficient α_Y :

$$k_C = \frac{1}{\alpha_Y + 1}, D_C(\dot{\varepsilon}_C) = \left((\alpha_Y + 1) \frac{E\dot{\varepsilon}_C\tau_Y}{\sigma_Y}\right)^{1/(\alpha_Y + 1)} \quad (34)$$

The empirical parameters of the Johnson–Cook D_C and C_{JC} are dependent on a fixed strain rate, and parameter k_C is inversely proportional to the parameter of the amplitude sensitivity of material α_Y . The behavior of the yield strength at high strain rates is better described by the modified Johnson–Cook model. Thus, two parameters characterize the behaviour of the dynamic yield strength, both in the Johnson–Cook model and in the Cowper–Symonds model, and one of them depends on the strain rate.

2.2.2. Comparative analysis of rate dependencies of the yield strength of Cowper–Symonds model, Johnson–Cook model and structural–temporal approach

It is shown by an example of steel [164] ($\sigma_Y=558$ MPa, $E=210$ GPa) that the “linear” growth of the yield strength with the strain rate according to the classical Johnson–Cook model (29) ($A_{JC}=530$ MPa, $C_{JC}=0.0017, \dot{\varepsilon}_{JC}=1$ s⁻¹) formally gives a good agreement with the experimental data (Figure 40, curve 1). The application of

criterion (19) ($\alpha_Y=26$, $\tau_Y=9.58 \mu\text{s}$) enables predicting unstable behavior of the yield point over a wide range of strain rates (Figure 40, curve 2). Then, according to (38) parameter C_{JC} at a strain rate of 10 s^{-1} is 0.00186 and coincides numerically with that obtained in [164].

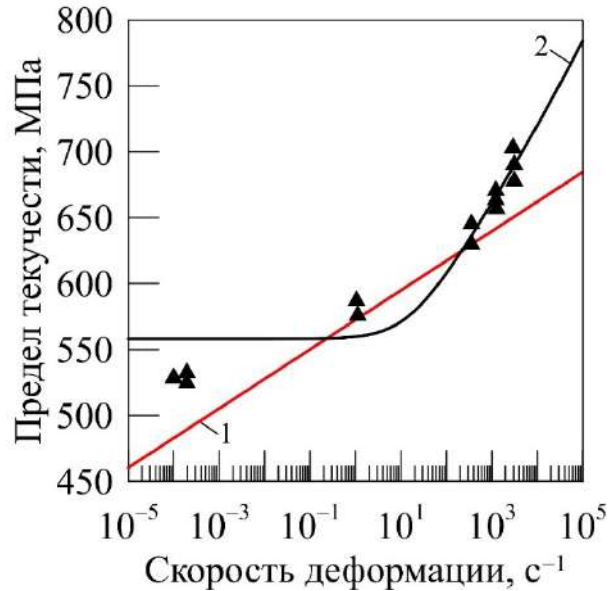


Figure 40. Dependence of the yield strength on the strain rate for ASTM A36 steel (the experimental values [164] are indicated by triangles) according to (curve 1) the classical Johnson–Cook model (6) and (curve 2) criterion (19).

Let us consider the experimental data for aluminium alloy 7075-T6 [165] and nickel [166]. Figures 41 and 42 show the dependences of the yield strength in a wide range of strain rates, constructed from the Johnson–Cook models (29), (30) (Figure 41: $A_{JC}=473 \text{ MPa}$, $C_{JC}=0.033$; Figure 40: $A_{JC}=200 \text{ MPa}$, $C_{JC}=0.01$, $D_C=0.25$, $k_C=0.5$) and the approach (19) (Figure 41: $\sigma_Y=473 \text{ MPa}$, $\tau_Y=6.5 \mu\text{s}$, $\alpha_Y=1$; Figure 40: $\sigma_Y=240 \text{ MPa}$, $\tau_Y=0.5 \mu\text{s}$, $\alpha_Y=1$). Approach (19) and model (30) gives good agreement with the experimental data both in statics and in dynamics (Figure 42). As shown in Figure 42, the classical Johnson–Cook model (29) gives a satisfactory estimate of the yield point only up to a strain rate of the order of 10^3 s^{-1} . The characteristics of the Johnson–Cook models (29) and (30) were calculated through the parameters of structural-temporal approach of yielding according to the formulas (33), (34):

$C_{JC}=0.036$, $D_C=1.4$ (at $\dot{\epsilon}=1000 \text{ s}^{-1}$), $k_C=0.5$ [165]; $C_{JC}=0.032$ (at $\dot{\epsilon}=1000 \text{ s}^{-1}$), $D_C=0.9$ (at $\dot{\epsilon}=1000 \text{ s}^{-1}$), $k_C=0.5$ [166]. The structural–temporal approach of yielding (19) and Cowper–Symonds model (26) give a good correspondence to definition of the yield strength beginning with strain rate 10^2 s^{-1} (Figure 41) and 10^3 s^{-1} (Figure 42).

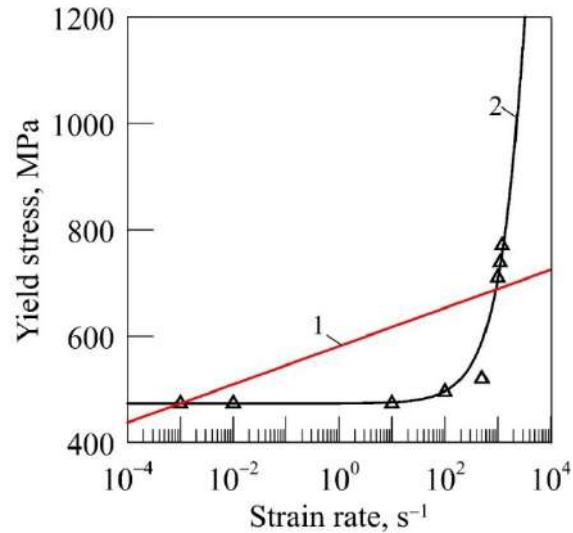


Figure 41. Dependence of the yield strength on the strain rate for aluminium alloy 7075-T6 (experimental values [165] are denoted by triangles) according to (curve 1) the classical Johnson–Cook model (29) and (curve 2) approach (19).

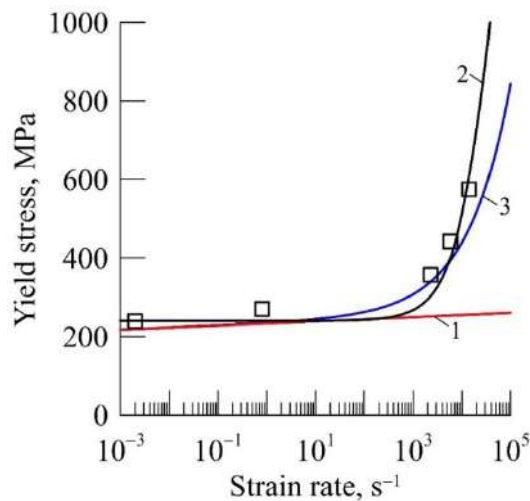


Figure 42. Dependence of the yield strength on the strain rate for nickel (experimental values [166] are denoted by squares) according to (curve 1) the classical Johnson–Cook model (29), (curve 2) approach (19), and (curve 3) the modified Johnson–Cook model (30).

The rate dependences of the yield strength for aluminium alloy 7449-T7651 [167] ($\sigma_Y=519$ MPa, $E=70$ GPa), plotted using the Cowper–Symonds model (26) ($B_{CS}=15007$ s⁻¹, $q_{CS}=0.95$), presented in Figure 43, can coincide better with the prediction by the incubation time criterion ($\alpha_Y=1$, $\tau_Y=0.94$ μ s), as shown in Figure 41 by the example of an aluminium alloy.

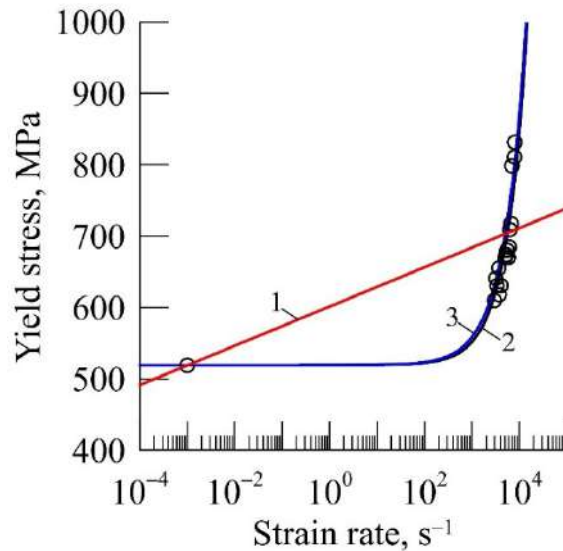


Figure 43. Dependence of yield strength on the strain rate for aluminium alloy 7449-T7651 (the experimental values [167] are indicated by circles) according to the classical Johnson–Cook model (29), (curve 2) approach (19), and (curve 3) the Cowper–Symonds model (26).

Let us compare theoretical dependencies of the yield stress on strain rate, calculated by the Cowper–Symonds model (26), the Johnson–Cook model (29) and the incubation time criterion of yielding (19). Using experimental results of tension in split Hopkinson bar tests [168] of DP1200 steel ($\sigma_Y=1.1$ GPa, $E=210$ GPa) and DP 1400 ($\sigma_Y=1.3$ GPa, $E=210$ GPa) we examine efficiencies of the Cowper–Symonds model (26) and the incubation time criterion of yielding (19) (Figure 44 and Figure 45). Fitted in [168] parameters of the Cowper–Symonds model (26) and the incubation time criterion of yielding (19) for steels are presented in Table 16. Both models give a good correspondence with experimental data for steels in the range of strain rates 10^{-3} – 10^3 s⁻¹. An intersection of theoretical rate dependencies,

plotted by the Cowper–Symonds model (26) and the incubation time criterion of yielding (19), are observed at strain rate $\sim 10^3 \text{ s}^{-1}$.

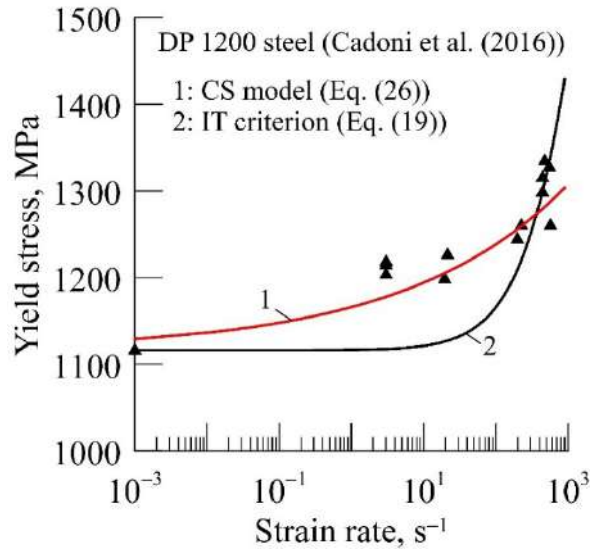


Figure 44. Rate dependence of yield stress of DP1200 steel (experimental data from [168]), plotted on (curve 1) Cowper-Symonds model (26) and (curve 2) incubation time criterion of yielding (19).

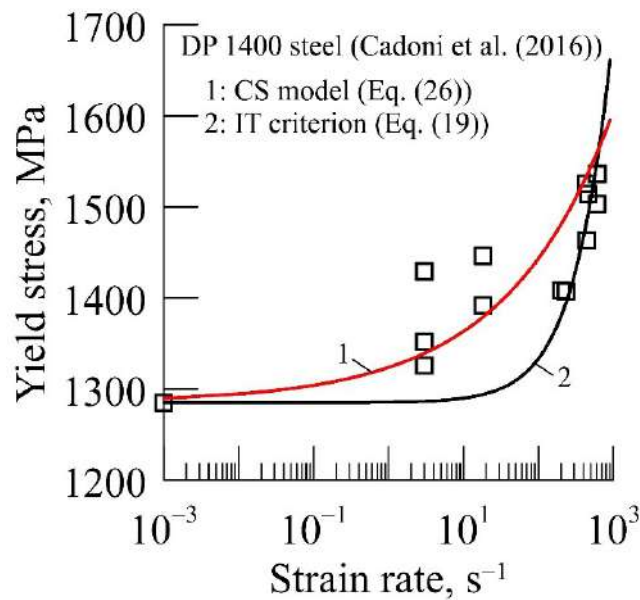


Figure 45. Rate dependence of yield stress of DP1400 steel (experimental data from [168]), plotted on (curve 1) Cowper-Symonds model (26) and (curve 2) incubation time criterion of yielding (19).

Table 16. Determination of the parameters of the Cowper–Symonds model (26) by the characteristics of criterion (19) and comparison their with original parameters, fitted according to the Cowper–Symonds model (Eqs. (27), (28)).

Material	Referen ce	Parameter s of criterion (19)	Parameters of model (26)			Parameters of model (26), calculated through parameters of criterion (19)		
			α_Y	τ_Y , μs	B_{CS} , s^{-1}	q_{CS}	B_{CS} (27), s^{-1}	$(\dot{\epsilon})$ B_{CS} (28), s^{-1}
Al alloy 7449- T7651	[167]	1	0.94	15007	0.95	15080 (16500)	3944	2
B500A steel	[170]	1	1.48	141917	2.89 6	141200 (92)	901	2
DP 1200 steel	[168]	4.14	3.78	857000 0	5.14	8708000 (390)	339.6	5.14
DP 1400 steel	[168]	2.27	4	94000	3.27	94320 (910)	339.6	3.27

Experimental results in split Hopkinson bar tests for Al alloy 6082-T6 ($\sigma_Y=335$ MPa, $E=71.7$ GPa) [169], and theoretical dependencies of yield stress on strain rate are plotted in Figure 46. Table 17 shows parameters of the Johnson–Cook model (29), obtained in the paper [169], and parameters of the incubation time criterion of yielding (19) for Al alloy 6082-T6. As shown in Figure 46, the Johnson–Cook model (29) gives a satisfactory estimation of the yield point only up to a strain rate of the order of 10^4 s^{-1} . In an opposite case, the criterion (19) allows predicting

values of the yield point for a whole range of strain rates 10^{-4} – 10^5 s^{-1} , including experimental data of yield stress for strain rates greater than 10^4 s^{-1} .

Table 17. Determination of the parameters of the Johnson-Cook model (29) by the characteristics of criterion (19) and comparison their with original parameters, fitted according to the Johnson-Cook model (Eq. (33)).

Material	Parameters of criterion (19)		Parameters of criterion (29)		Parameters of model (29), calculated through parameters of criterion (19)	
	α_Y	$\tau_Y, \mu s$	$\dot{\epsilon}_{JC}, s^{-1}$	C_{JC}	$C_{JC}(\dot{\epsilon})$	
Al alloy 7075-T6 [165]	1	6.5	0.001	0.033	0.036 (1000 s^{-1})	
Al alloy 6082-T6 [169]	1	0.27	0.001	0.00519	0.00514 (2600 s^{-1})	
ASTM A36 steel [164]	26	9.58	1	0.0017	0.00186 (10 s^{-1})	
Ni [21]	1	0.5	1	0.01	0.12 (300 s^{-1})	

Let us consider the experimental data for B500A steel [170] ($\sigma_Y=560$ MPa, $E=210$ GPa) and compare the calculated patterns of the dynamic yield strength, obtained by the incubation time criterion (19) ($\alpha_Y=1$, $\tau_Y=1$ μs), the Cowper–Symonds model (26) and the classical Johnson–Cook model (29) ($A_{JC}=564$ MPa, $C_{JC}=0.001769$) (Figure 47). Model (26) and approach (19) give a good

correspondence with experimental data for steel in a wide range of strain rates 10^{-3} – 10^3 s^{-1} , in contrast to model (29).

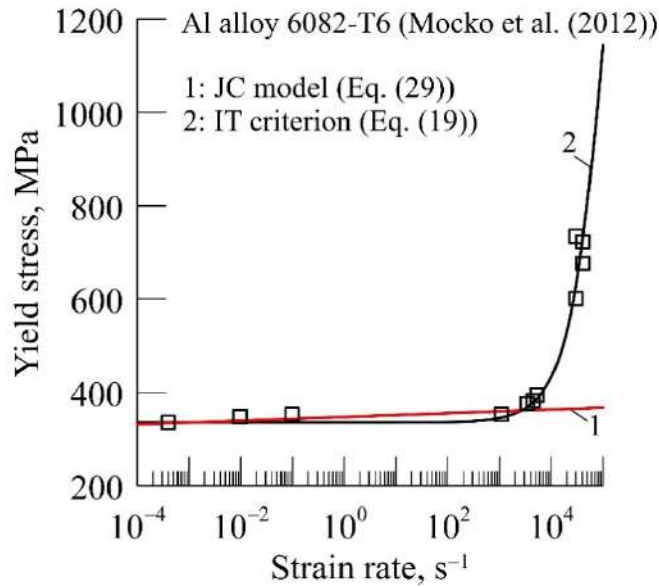


Figure 46. Rate dependence of yield stress of DP1400 steel (experimental data from [169]), plotted on (curve 1) Johnson-Cook model (29) and (curve 2) incubation time criterion of yielding (19).

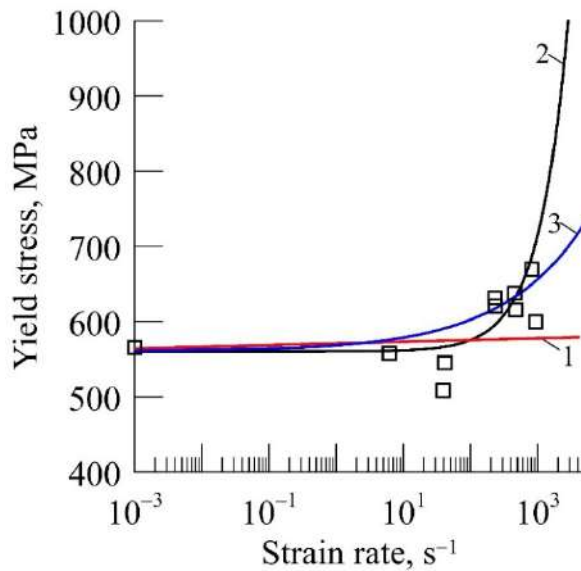


Figure 47. Dependence of yielding strength on the strain rate for B500A steel (experimental values [170] are denoted by squares) according to (curve 1) the classical Johnson–Cook model (29), (curve 2) approach (19), and (curve 3) the Cowper–Symonds model (26).

In the empirical models presented, there are two parameters, as well as in the incubation time criterion of yield. However, one of these empirical parameters is associated only with the parameter of the amplitude sensitivity of the material (α_Y), and the other with amplitude sensitivity (α_Y) and strain rate sensitivity (τ_Y) simultaneously, and the second empirical parameter is associated with a certain strain rate, which is not always the same from experiment to experiment. Thus, three empirical constants can be distinguished in the Johnson–Cook and Cowper–Symonds models. The results presented in Table 16 show that in the Cowper–Symonds model (26), there are initially two constants, but to obtain them from the parameters of the criterion, one should compare them not with the dynamic branch (28), but with the static one (27).

Table 16 and Table 17 represent empirical parameters of the Johnson-Cook (29) and the Cowper-Symonds model (26) for different metals (nickel; steels: DP 1200 [168], DP 1400 [168], ASTM A36 [164], B500A [170]; aluminium alloys: 7449–T7651 [167], 7075–T6 [165], 6082–T6 [169]) from the works of the authors and the calculated parameters of the Johnson-Cook and Cooper-Symonds models through the parameters of the incubation time criterion (19). These parameters α_Y and τ_Y criterion (19) are calculated based on the experimental values of the yield strength depending on the strain rate. Table 16 and Table 17 show that estimating the parameters of the Cowper-Symonds (26) and Johnson-Cook (29) models according to the static branch of the incubation time criterion (27), where the parameters depend on the strain rate, gives a better fit with respect to the dynamic branch of the incubation time (28). Thus, three parameters are actually used to predict the theoretical yield strength dependence rates from the Cooper-Symonds (26) and Johnson-Cook (29) models. Modifications of simple empirical models for predicting the relationship between stress and strain under dynamic loading, proposed in [17] greatly complicate the original empirical model, taking into account a number of new parameters. However, criterion (19) uses only two loading history-

invariant characteristics that do not require additional modifications at high strain rates.

2.3. Plasticity relaxation model for homogeneous materials

2.3.1. General formulation

The relaxation model of plasticity [59,60] as a development of the structural-temporal approach for plasticity [57,171] is based on the material incubation time concept [172]. The use of material incubation time to describe the temporal effects of plastic deformation considers shear stress relaxation to be a temporal process related to defect motion [59,60]. The relaxation itself can be realized by various physical mechanisms depending on the particular material. In terms of the material incubation time, the relaxation mechanism is not explicitly described, but it is stated that it requires some characteristic time owing to the motion of microdefects. The beginning of plastic yielding for an arbitrary loading pulse is determined using the incubation time-based [57,58,138,171] structural-temporal approach (Section 2.1.1).

The observed temporal effects of yield on the strain dependences, which differ in the growing strain rate, are taken into account using the incubation time criterion. To construct the entire set of deformation dependences in a wide range of strain rates, we consider a generalized structural-temporal approach to plastic deformation, called the relaxation model of plasticity [59,60]. Let us introduce the dimensionless relaxation function $0 < \gamma(t) \leq 1$:

$$\gamma(t) = \begin{cases} 1, & \frac{1}{\tau_Y} \int_{t-\tau_Y}^t \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y} ds \leq 1, \\ \left[\frac{1}{\tau_Y} \int_{t-\tau_Y}^t \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y} ds \right]^{-1/\alpha_Y}, & \frac{1}{\tau_Y} \int_{t-\tau_Y}^t \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y} ds > 1, \end{cases} \quad (35)$$

The equality $\gamma(t) = 1$ in Eq. (35) corresponds to the case of accumulating elastic deformation before the onset of the macroscopic yield at t_Y . A decrease in the relaxation function in the range of $0 < \gamma(t) < 1$ corresponds to the transition of the material to the plastic deformation stage. During the plastic deformation stage, where $t \geq t_Y$ is satisfied for $\gamma(t)$:

$$\frac{1}{\tau_Y} \int_{t-\tau_Y}^t \left(\frac{\gamma(t)\Sigma(s)}{\sigma_Y} \right)^{\alpha_Y} ds = 1. \quad (36)$$

Equality in Eq. (36) is retained because the state is fixed at the yield moment when $t=t_Y$ and the accumulated elastic stresses are subsequently relaxed in the material ($0 < \gamma(t) < 1$). The true stresses, $\sigma(t)$, are determined in the following form:

$$\sigma(t) = E(t)\varepsilon(t), \quad (37)$$

where $E(t) = E\gamma^{1-\beta}(t)$ is the coefficient related to the behavior of stresses and β is the dimensionless scalar parameter ($0 \leq \beta < 1$), which describes the degree of hardening of the material. The case where $\beta=0$ corresponds to the absence of hardening. Considering the stages of elastic and plastic deformations separately, the general stress–strain relationship from Eq. (37) is written as:

$$\sigma(t) = \begin{cases} E\varepsilon(t), & t < t_*, \\ E\varepsilon(t)\gamma(t)^{1-\beta}, & t \geq t_*. \end{cases} \quad (38)$$

The set of fixed parameters, α_Y , τ_Y , β , used in drawing the deformation curve is independent of the strain rate and is only related to the changes in the material's structure. Using the set of parameters from the structural–temporal approach and the relaxation model of plasticity (α_Y , τ_Y , β) we can predict different types of deformation curves for one material in a wide range of strain rates.

2.3.2. Technical aspects of the selection of α_Y , τ_Y , β parameters for plotting strain diagrams

In this section, the changes in the deformation curve under the influence α_Y , τ_Y , and β parameters are discussed. Recall that the parameters α_Y , τ_Y , and β are invariant to the loading rate and, accordingly, have fixed values for the hypothetical material under consideration. Thus, theoretical deformation curves with different unique sets of parameters (α_Y , τ_Y , β) formally correspond to different hypothetical materials.

In general concepts of any two deformation curves with different strain rates, there are three measurable quantities: the yield stress, the distance between the curves at the hardening stage, and the hardening angle, determined between the deformation dependences in the case of ideal plasticity and in the case of hardening. A unique set of three parameters of α_Y , τ_Y and β is optimal (minimal) since for any two deformation curves with different strain rates, three reactions of a material to a load are observed: amplitude (characterized by α_Y), rate (characterized by τ_Y) and hardening (characterized by β). Three limiting cases $\alpha_Y=1$, $\tau_Y=0$ and $\beta=0$ for each of the parameters describe three cases of insensitivity to amplitude, velocity and hardening, respectively. The two parameters of α_Y and τ_Y are determined from the dependence of the yield stress on the strain rate obtained from a set of deformation curves over a wide range of strain rates. Both parameters have an opposite effect on the dynamic yield strength. By increasing the parameter α_Y or τ_Y , the yield stress increases or decreases (Figures 48a, 49a), respectively. The τ_Y and α_Y parameters also perform the task of regulating the distance between deformation curves after the beginning of yielding, which differ in terms of the strain rate (Figures 48b, 48c, 49b, 49c). In contrast to the change in parameter τ , in addition to the change in the distance between the deformation curves, its slope angle at the point of the yield strength changes. This is noticeable when comparing two pairs of figures: Figures

48*b* and 49*c*; Figures 48*c* and 49*b*. Moving away according to deformations at the hardening stage, the distance between the deformation curves gradually decreases. By decreasing the value of τ_Y (Figure 48*c*) or by increasing the value of α_Y (Figures 49*b*, 49*c*), we can slow down the process of convergence of deformation dependencies for different strain rates. When fitting the deformation curves to determine the parameter β only the hardening angle changes (Figure 50). The higher the value of the parameter β , is, the greater the stress in the deformation curve, without changing the value of the yield strength.

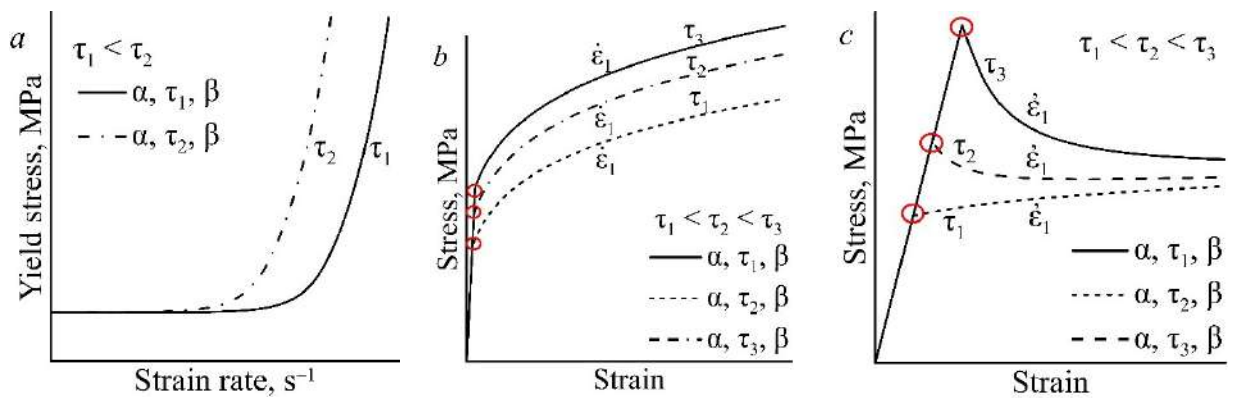


Figure 48. (a) Strain rate dependencies of the yield stress for two materials with different τ_Y parameters; (b) and (c). Changes in the yield stress on stress–strain diagrams with different τ parameters, predicted by the relaxation model of plasticity

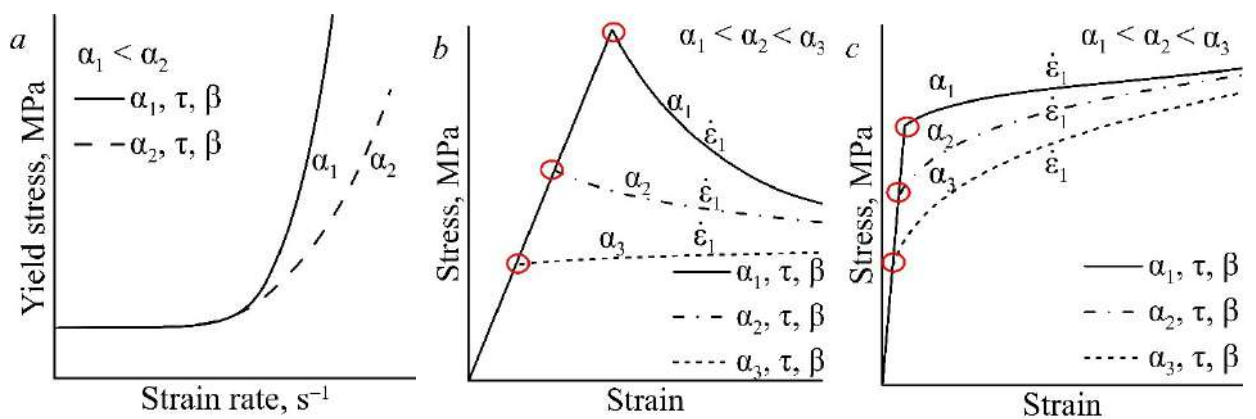


Figure 49. (a) Strain rate dependencies of the yield stress for two materials with different α_Y ; (b) and (c). Changes in yield stress on permitted stress–strain diagrams with different α parameters, predicted by the relaxation model of plasticity

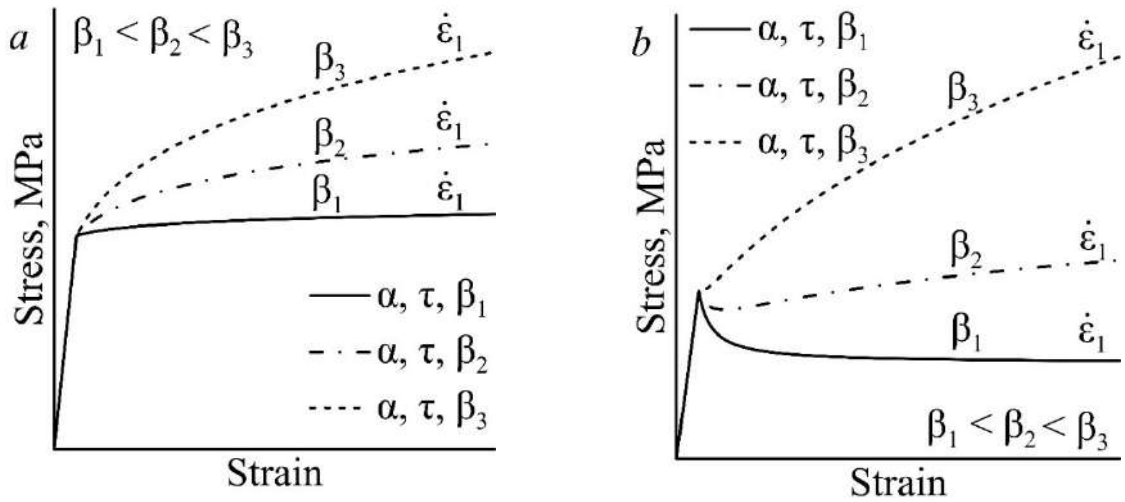


Figure 50. Changes in the yield stress on stress–strain diagrams with different β parameters, predicted by the relaxation model of plasticity

The deformation curves may or may not have a yield drop effect with different sets of α_Y , τ_Y and β parameters (Figures 48, 49, 50). An example of sets for various hypothetical materials, used in the plotting of deformation curves in Figures 48, 49, 50, are presented in Tables 18, 19, 20. Thus, the presence of the yield drop effect on the deformation curve is performed automatically in the model using the entire set of three parameters.

Table 18. Parameters of different hypothetical materials, shown in Figure 48 and plotted by strain rate at $\dot{\epsilon}_1=500 \text{ s}^{-1}$ (Figure 48b) and $\dot{\epsilon}_1=1800 \text{ s}^{-1}$ (Figure 48c).

Number of Figure	E , GPa	σ_Y , MPa	α_Y	τ_1 , μs	τ_2 , μs	τ_3 , μs	β
Figure 48a	210	558	1	10	100	–	–
Figure 48b	205	610	20	4	50	300	0.18
Figure 48c	205	1400	1	0.5	6	15	0.1

Table 19. Parameters of different hypothetical materials, shown in Figure 49 and plotted by strain rate $\dot{\epsilon}_1=5000 \text{ s}^{-1}$ (Figure 49b) and $\dot{\epsilon}_1=5000 \text{ s}^{-1}$ (Figure 49c).

Number of Figure	E , GPa	σ_Y , MPa	α_1	α_2	α_3	τ_Y , μs	β
Figure 49a	210	558	1	3	–	100	–
Figure 49b	150	1400	1	3	18	18	0.1
Figure 49c	205	450	3	5	15	10	0.3

Table 20. Parameters of different hypothetical materials, shown in Figure 50 and plotted by strain rate $\dot{\epsilon}_1=5000 \text{ s}^{-1}$ (Figure 50a) and $\dot{\epsilon}_1=800 \text{ s}^{-1}$ (Figure 50b).

Number of Figure	E , GPa	σ_Y , MPa	α_Y	τ_Y , μs	β_1	β_2	β_3
Figure 50a	206.9	450	10	20	0.12	0.2	0.28
Figure 50b	206.9	310	1	5	0	0.2	0.4

The relaxation model of plasticity describes the time effects of materials that occur at the initial stage of plastic deformation. The presented model does not claim to predict entire deformation curve up to failure. Any other effects that occur at large strains may not be predicted by the model. So, the limitation of the model is that in order to determine the material parameters (α_Y , τ_Y , β), it is necessary to use the experimental data of dynamic experiments: dependencies of the yield stress on the strain rate and unstable deformation curves at different strain rates.

2.3.3. The yield drop effect as an examples steels

The qualitative form of the deformation curve depends significantly on the strain rate regime of deformation. Let us consider the emerging yield drop effect with an increase in the strain rate on an entire deformation curve for TRIP 800 sheet steel [173], 590 MPa grade steel [174] and DP600 steel [175], observed in dynamic and quasi-static experiments in a wide range of strain rates. These types of steel are actively used in the automotive industry. Using diagrams of steels [173–176] at different strain rates, we show that any set of stress-strain curves of metals, with a changing yield strength and with an emerging yield drop effect, can be predicted based on the relaxation model of plasticity.

Theoretical stress-strain dependencies, plotted in Figure 51 for TRIP 800 steel ($E=150$ GPa, $\sigma_Y=510$ MPa), 590 MPa grade steel ($E=210$ GPa, $\sigma_Y=280$ MPa), DP600 steel ($E=200$ GPa; $\sigma_y=310$ MPa) and 2.3Ni-Cr steel ($E=200$ GPa; $\sigma_y=610$ MPa) gives a good correspondence with experimental data [173–176]. Parameters of relaxation model of plasticity are presented in Table 21.

Table 21. Parameters of the relaxation model of plasticity for steels, which are determined from experimental data [173–176].

Grade steel	Reference	α_Y	$\tau_Y, \mu\text{s}$	β
TRIP 800	[173]	2	2.8	0.13
590 MPa	[174]	2.5	8.5	0.17
DP600	[175]	1	14	0.16
2.3Ni-Cr	[176]	20	70	0.18

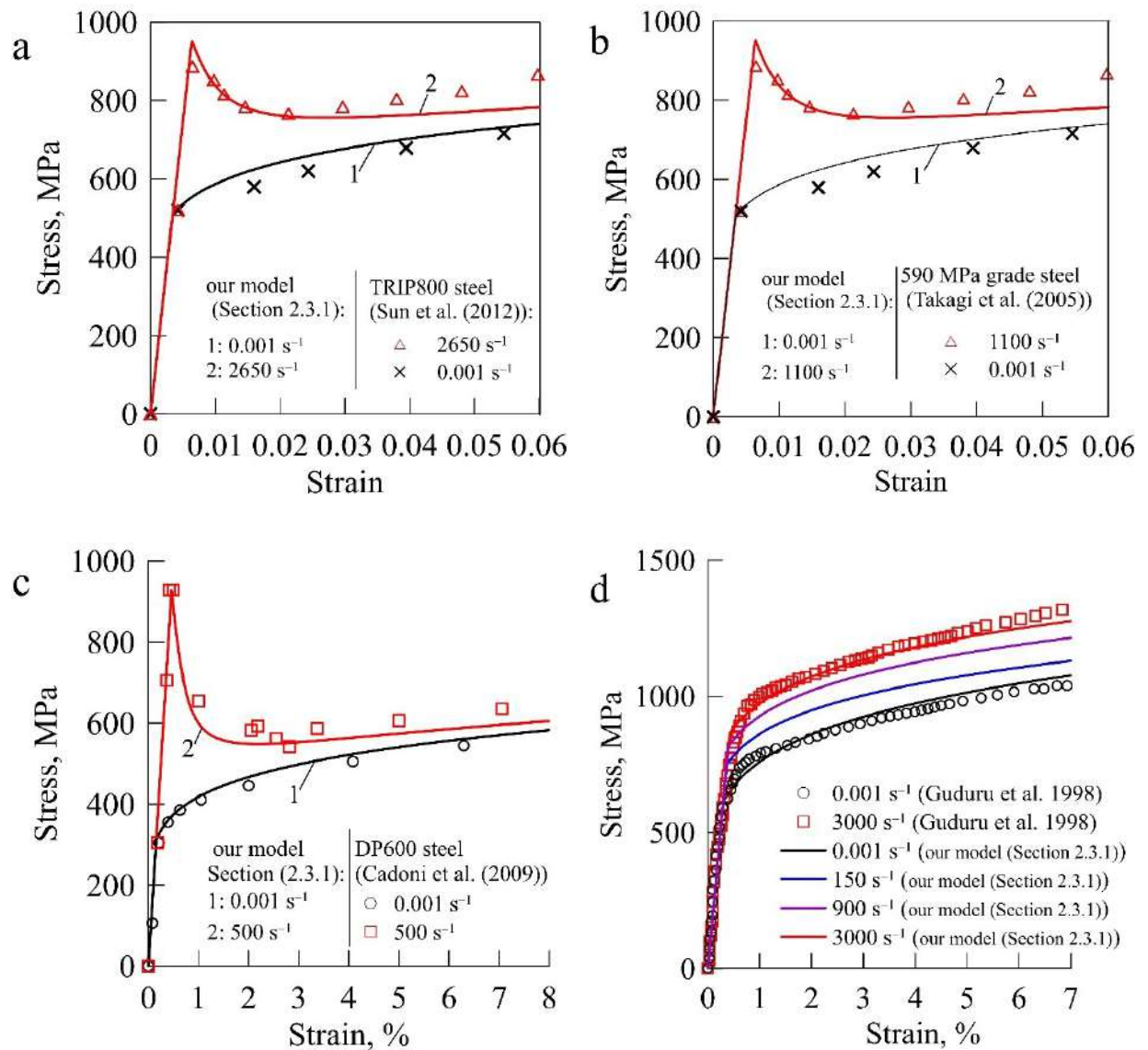


Figure 51. Deformation curves calculated using the relaxation model of plasticity (Section 2.3.1) for: (a) TRIP800 sheet steel [173] at strain rates 0.001 s^{-1} and 2650 s^{-1} , (b) 590 MPa grade steel [174] at strain rates 0.001 s^{-1} and 1100 s^{-1} , (c) DP 600 steel [175], (d) 2.3Ni-1.3Cr steel [176].

In the experiments of steels TRIP 800, 590 MPa, DP600, shown in Figure 51 *a, b, c*, we observed the smooth transition to the yielding stage at the strain rate of 0.001 s^{-1} and the effect of abnormally high stress (the yield drop) at the strain rate of 2650 s^{-1} (Figure 51 *a*), 1100 s^{-1} (Figure 51 *b*), 500 s^{-1} (Figure 51 *c*), respectively. With the help of the relaxation plasticity model, the hardening after the beginning of yielding is efficiently modelled both in the dependence with the smooth transition

(line 1) and in the dependence with the sharp (line 2) transition expressed by the yield drop.

In the theoretical stress–strain dependences the yield limit increases gradually with the subsequent hardening stage for the four strain rates: 0.001 s^{-1} , 150 s^{-1} , 900 s^{-1} , 3000 s^{-1} . Here, the absence of the yield drop for the steel [176] in the range of strain rates 0.001 s^{-1} – 3000 s^{-1} predicted with the constant parameters of the relaxation model of plasticity (Table 21).

The relaxation model of plasticity allows one predicting a wide spectrum of stress-strain relations in conditions of quasi-static and dynamic loading, which can be grouped into two types. The first type includes typical stress–strain relations where the yield stress changes proportionally with the whole deformation curve (Figure 51*d*). Appearance and disappearance of the yield drop phenomenon, observed in Figs. 51 *a*, *b*, *c*, imply the other type of stress-strain curves. Thus, the effect of the increase in the yield strength and the subsequent stress drop associated with the ongoing relaxation processes in the material with the strain rate can be predicted based on the relaxation model of plasticity.

2.4. Comparison of deformation responses according to the relaxation model of plasticity with known numerical models

Design of an efficient tool for calculations of stress-strain relationships in a wide range of strain rate is relevant for the development of engineering applications. Stress-strain relationships for metals under dynamic loading depend on the loading history. The simultaneous growth of the yield point and of the whole stress-strain curve after the beginning of yielding is typical evidence of the temporal nature of plastic deformation. However, experiments on soft steels [170,174,175,177,178] in a wide range of strain rates exhibit another temporal effect, known as a yield drop

phenomenon. Often, the anomalous increase of the peak stress accompanied by a subsequent drop of stresses is ignored by many of existing models of dynamic plasticity. This is probably due to the fact that we obtain the same dependencies of yield stress on strain rate for each of temporal effect. It is necessary to develop approaches that would allow one to consider both temporal effects of strain rate sensitivity of the materials.

The occurrence of the yield drop indicates the dominant role of temporal processes before the beginning of the plastic deformation. In the case of yield drop, the beginning of the yield process can be defined by two critical stresses called “high yield stress” and “low yield stress”. The yield drop effect is critical to understanding the dynamic nature of stress relief. According to the proposed relaxation model of plasticity (Section 2.3.1), peak stress or high yield strength defines the upper yield strength.

Let us now consider tension tests of B500A steel, performed in the paper [170]. By the Johnson-Cook model (Figure 52 *a*) and the relaxation model of plasticity (Figure 52 *b*), stress-strain relationships at strain rates 0.001 s^{-1} and 1000 s^{-1} are plotted. Parameters of the relaxation model of plasticity equal to $\tau_Y=1.48 \text{ } \mu\text{s}$, $\alpha_Y=1$, $\beta=0.032$. Similarly, by the plastic deformation of TRIP800 steel (Figure 51 *a*) and 590 MPa grade steel (Figure 51 *b*), the yield drop phenomenon at strain rate 1000 s^{-1} and monotonic transition from elastic to plastic deformation at 0.001 s^{-1} . The Johnson-Cook model can predict only typical stress-strain relations where the yield stress can change while the deformation curve keeps to being monotonic. However, the phenomenological relaxation model of plasticity is explained and predicted the dynamic effects of plasticity using a fixed set of parameters.

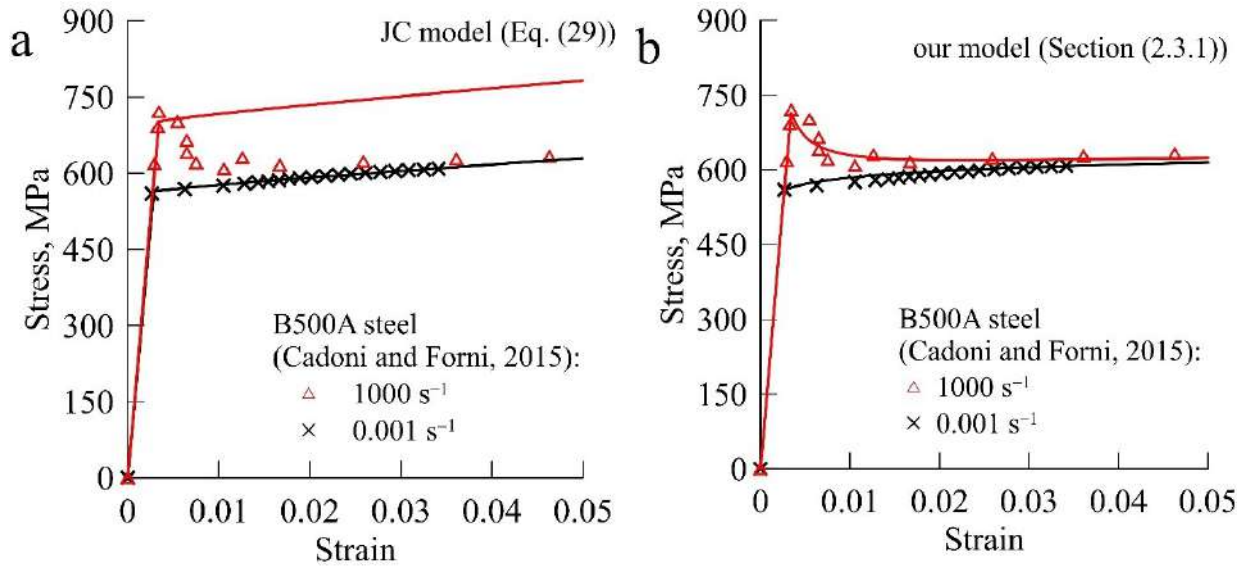


Figure 52. Stress-strain dependencies of B500A steel [170] on the strain rates 0.001 s^{-1} and 1000 s^{-1} , predicted by the Johnson-Cook model (a) and the relaxation model of plasticity (b).

The computational Johnson-Cook [13] and Rusinek–Klepaczko [179] models are not always capable to describe strain rate effects (Section 2.2.2). Extended empirical models have many parameters (Section 2.2.2), but they do not provide one a unified point of view on predicting the strain rate effect. The yield drop effect, defined as a stress peak at the onset of irreversible deformation, cannot be predicted by dynamic models of plasticity (Figure 52 a), presented in the Section 2.2.2. The occurrence of the yield drop indicates the dominant role of temporal processes before the beginning of the plastic deformation. In the case of yield drop, the beginning of the yield process can be defined by two critical stresses called “high yield stress” and “low yield stress”. Johnson-Cook empirical dynamic models of plasticity calculate the strain rate dependence of the upper yield stress and ignore the yield drop effect (Figure 52 a). Models based on the dislocation theory take into account the extent of the upper yield stress and the stage of drop stress before establishing uniform yielding but do not evaluate the strain rate dependence of the material [23], in contrast to the relaxation model of plasticity (Figure 52 b). Therefore, to develop

a model to describe a wide range of loads, it is necessary to take into account both the structural and temporal peculiarities of the plastic deformation process in solids.

In this section, we compare some of the well-known dynamic plastic deformation models by prediction of temporal effects of yielding process. We will give expressions for some of the parameters of empirical models and of the extended Rusinek-Klepaczko model through characteristics of the relaxation model of plasticity. Stress-strain dependencies in a wide range of strain rate for AA 7075 T6, AA 2519A aluminium alloys and B500A, AISI 4340, TRIP800, 2.3Ni-Cr, 590 MPa grade steels will be predicted by our phenomenological model, by existing original and improved empirical models (the Johnson-Cook model [13], the Zerilli-Armstrong model [180], the Khan-Huang-Liang model [14]) and by another the extended phenomenological model by Rusinek–Klepaczko [163]. Main issues of existing dynamic plasticity models in simultaneous prediction of monotonic growth of yield stress and yield drop effect at small strain will be discussed. It will be shown that parameters of original and modified empirical models and the Rusinek–Klepaczko model are not invariant to the loading.

2.4.1. Comparison with modified Johnson-Cook models

Empirical models of plastic deformation are not always capable to describe temporal effects of yielding in the material. Let us consider different extensions of the original the Johnson–Cook model (29). In the paper [181], the modification of hardening part of the original Johnson–Cook model, known as the Liu-He-Chen-Tang model (LHCT model), can be written as:

$$\Sigma_{MJC2}(\varepsilon_p) = A_{JC}(1 + E_{MJC2}\varepsilon_p + F_{MJC2}\varepsilon_p^2) \left(1 + C_{JC} \ln \left\{ \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right\}\right) \left(1 - \left\{ \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right\}^{m_T}\right) \quad (39)$$

where E_{MJC2} , F_{MJC2} are new empirical parameters. Comparison of theoretical stress-strain relationship of 2519A aluminium alloy [181] for strain rates 0.001 s^{-1} , 2357 s^{-1} , 5542 s^{-1} , plotted before strain 6% by the Johnson-Cook model at $\dot{\epsilon}_{JC}=1 \text{ s}^{-1}$, LHCT model at $\dot{\epsilon}_{JC}=1 \text{ s}^{-1}$ and the relaxation model of plasticity (Section 2.3.1), are presented in Figure 53.

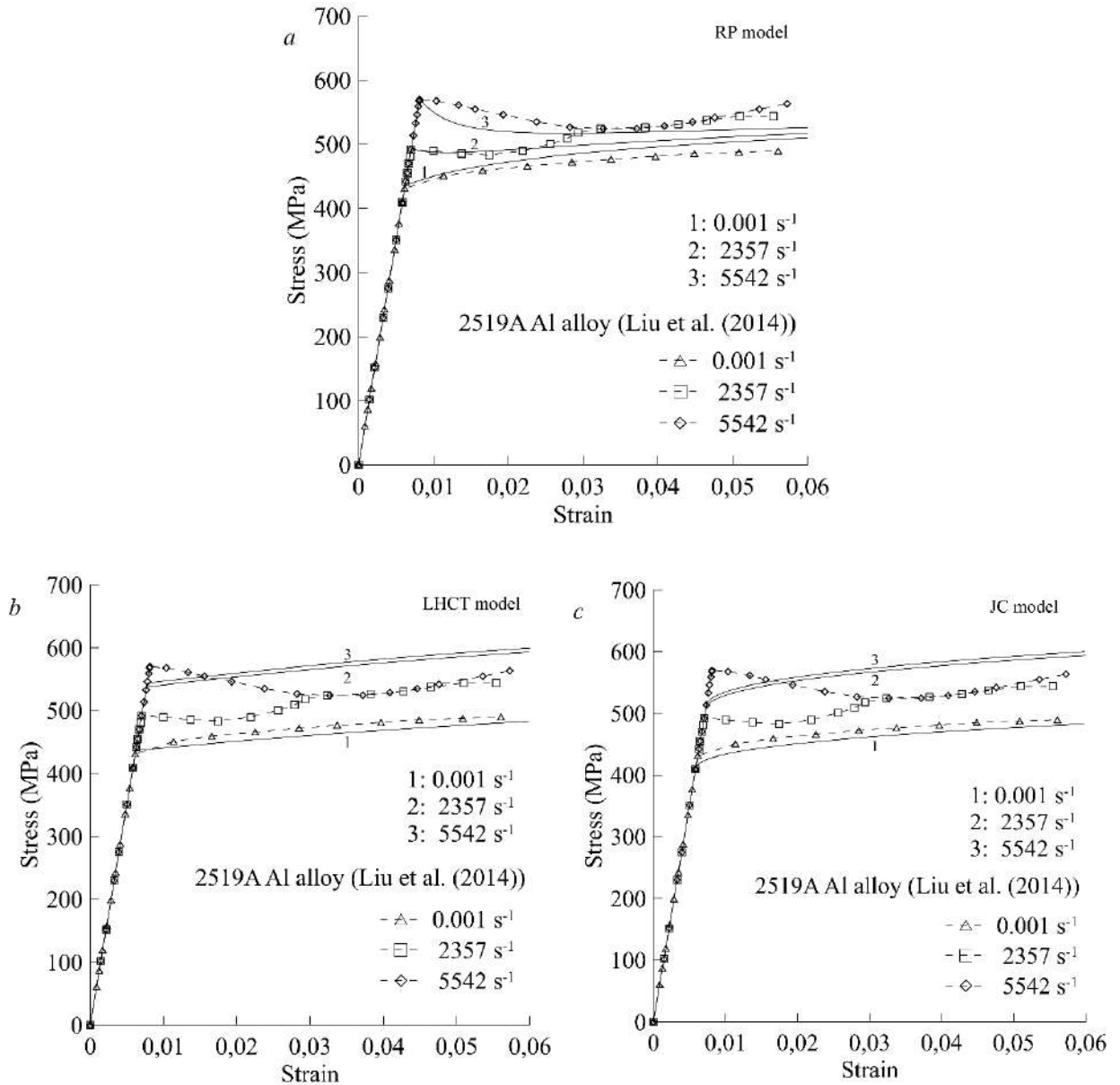


Figure 53. Stress-strain relationships of 2519 A aluminium alloy (experimental data from [181]), plotted by (a) the relaxation model of plasticity, (b) LHCT model and (c) Johnson-Cook model.

Both the JC model and the LHCT model produce theoretical monotonic increase of the yield point with strain rate on the initial stage of plastic deformation and demonstrate the absence of the yield drop (yield drop effect) that does not correspond to experimental data [181]. On the contrary the relaxation model of plasticity gives a good correspondence with experimental data both in statics and in dynamics.

In other the Huh-Kang model (HK model) [182] a component of strain rate sensitivity of the yield stress (presented in the Johnson–Cook model (26)) is significantly modified by the following form:

$$\Sigma_{JCHK}(\varepsilon_p) = (A_{JC} + B_{JC}\varepsilon_p^{n_{JC}}) \left(1 + C_{JC} \ln \left\{ \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right\} + C_{HK} \left(\ln \left\{ \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right\} \right)^2 \right) \left(1 - \left\{ \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right\}^{m_T} \right) \quad (40)$$

where C_{HK} is the empirical parameter. Given the decisive contribution to the rate sensitivity this parameter, the parameter C_{HK} can be defined through parameters of the relaxation model of plasticity:

$$C_{HK} = [(\alpha + 1)\sigma_y E \dot{\varepsilon} \tau]^{1/(\alpha+1)} \left[\ln \left\{ \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right\}^2 \right]^{-1} \quad (41)$$

Many models can also draw the deformation curves without the elastic part of the deformation curve by laying off the plastic strain along the x axis. Then, numerical scheme (38) of the relaxation model of plasticity will be rewritten in the new coordinates in the case linear loading $\varepsilon(t) = \dot{\varepsilon}tH(t)$:

$$\sigma(\varepsilon_p(t)) = E\gamma^{1-\beta}(\varepsilon_p(t)/\dot{\varepsilon})\varepsilon_p(t) \quad (42)$$

where $\varepsilon_p(t) = \varepsilon(t) - \dot{\varepsilon}t_*H(t_*)$ is the plastic strain.

A good correspondence of dependencies of stress on plastic strain under static ($\dot{\epsilon}=0.001 \text{ s}^{-1}$) and dynamic loading (1740 s^{-1}) for entire compared models (the HK model, the Johnson-Cook model and the relaxation model of plasticity) with experimental data AISI4340 steel [183] is observed in Figure 54. Bothe HK model (Figure 54 *b*) and the Johnson–Cook model (Figure 54 *c*) are identical behave before strain 5% in spite of use in the HK model of new parameters.

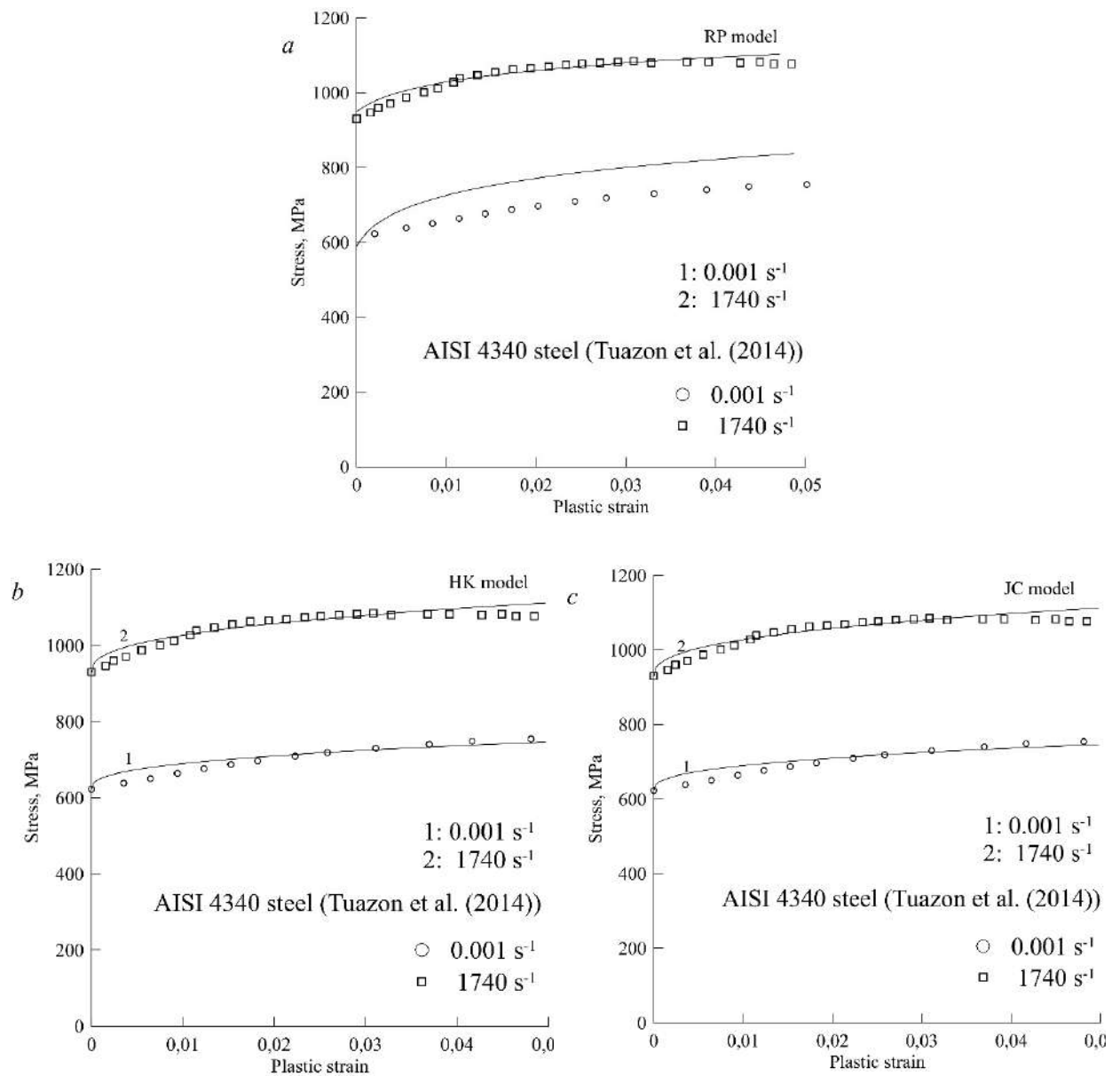


Figure 54. Stress-strain relationships of AISI4340 (data from [183]), plotted by (a) the relaxation model of plasticity, (b) HK model and (c) the Johnson-Cook model.

Recently, extended empirical models are formulated using combined functions of temperature, strain and strain rate, such as the Khan-Huang-Liang (KHL) model [14]:

$$\Sigma_{KHL}(\varepsilon_p) = \left(A_{KHL} + B_{KHL} \left(1 - \frac{\ln \dot{\varepsilon}}{\ln D_{KHL}} \right)^{k_{KHL}} \varepsilon_p^{n_{KHL}} \right) \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{KHL}} \right)^{C_{KHL}} \left(1 - \left\{ \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right\}^{m_T} \right) \quad (43)$$

where $A_{KHL}, B_{KHL}, C_{KHL}, D_{KHL}, k_{KHL}, n_{KHL}, \dot{\varepsilon}_{KHL}$ are empirical parameters, and integrated model [184] based on the Johnson-Cook model (29) and the Zerilli-Armstrong model [180] (Eq. (43)), written in Eq. (45):

$$\Sigma_{ZA} = \begin{cases} C_0^{BCC} + C_1^{BCC} \varepsilon^{n_{ZA}} \exp \left(-C_3^{BCC} T + C_4^{BCC} T \ln \left\{ \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right\} \right) + C_5^{BCC} \varepsilon^{n_{ZA}} \\ C_0^{FCC} + C_1^{FCC} \varepsilon^{n_{ZA}} \exp \left(-C_3^{FCC} T + C_4^{FCC} T \ln \left\{ \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right\} \right) \end{cases} \quad (44)$$

$$\Sigma_{JZK} = \left(\sigma_y + B_{KHL} \left(1 - \frac{\ln \dot{\varepsilon}}{\ln D_{KHL}} \right)^{n_1} (\varepsilon_p)^{n_0} \right) \exp \left[- (C_3 + C_4 \varepsilon) \left\{ \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right\}^{m_T} + \left(C_5 + C_6 \left\{ \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right\}^{m_T} \right) \ln \left\{ \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{JC}} \right\} \right] \quad (45)$$

where $C_0^{BCC}, C_1^{BCC}, C_2^{BCC}, C_3^{BCC}, C_4^{BCC}, C_5^{BCC}, n_{ZA}, C_0^{FCC}, C_1^{FCC}, C_3^{FCC}, C_4^{FCC}$ are empirical parameters of the Zerilli-Armstrong; $n_0, n_1, C_3, C_4, C_5, C_6$ are other empirical parameters.

Figs. 53 and 54 indicate that extended models based on the Johnson–Cook model cannot improve the prediction of stress-strain relationships with increasing strain rates. On the one hand, the relaxation model of plasticity and the Cowper–Symonds model require only two parameters for prediction the strain rate sensitivity of yield stress. On the other hand, more than two parameters are used in extended

the HK model and the model (30). Thus, a set of parameters in extended empirical models (Table 21) for description of dependence of yield stress on strain rate is often insufficient (for example, even seven parameters of the KHL model). Extended empirical models have many parameters (Table 21), but they do not provide one a unified point of view on predicting the temporal effects of plastic deformation.

Table 21. Empirical models based on original Johnson-Cook model

Model	Ссылка	Strain rate parameters	Hardening parameters
Johnson–Cook model (29)	[13]	$C_{JC}, \dot{\epsilon}_{JC}$	B_{JC}, n_{JC}
Cowper-Symonds model (26)	[162]	B_{CS}, q_{CS}	–
LHCT model (39)	[181]	$C_{JC}, \dot{\epsilon}_{JC}$	E_{MJC}, F_{MJC}
HK model (40)	[182]	$C_{JC}, \dot{\epsilon}_{JC}, C_{HK}$	B_{JC}, n_{JC}
Couque model (30)	[21]	$C_{JC}, \dot{\epsilon}_{JC}, D_{MJK}, k_{MJK}$	B_{JC}, n_{JC}
KHL model (42)	[14]	$A_{KHL}, B_{KHL}, C_{KHL}, D_{KHL}, k_{KHL}, n_{KHL}, \dot{\epsilon}_{JC}$	

2.4.2. Comparison with extended Rusinek–Klepaczko model

In order to describe the plastic flow of mild steel, the observation based on materials science is applied so that the total stress in BCC microstructures is additive in the form of the internal and effective stress components [179]. The unique feature of this constitutive relation [179] is an assumption that the strain hardening is rate and temperature sensitive. In the case of steels, when the strain rate increases a decrease of the rate of strain hardening is observed at the same time [179]. This is due to dislocation multiplication and thermal softening [179]. In the Rusinek-Klepaczko formulation [179], by similarity to the physical models, for example [180,185–190], is assumed that the total stress is the sum of two components, the

internal stress $\hat{\sigma}_\mu(\dot{\epsilon}_p, \dot{\epsilon}_p, T)$ and the effective stress $\hat{\sigma}_*(\dot{\epsilon}_p, T)$. In extended of the Rusinek-Klepaczko model [191] a third stress component is added for defining viscous-drag stress at high strain rates as it was discussed in [192]:

$$\hat{\sigma}(\dot{\epsilon}_p, \dot{\epsilon}_p, T) = \frac{E(T)}{E_0} [\hat{\sigma}_\mu(\dot{\epsilon}_p, \dot{\epsilon}_p, T) + \hat{\sigma}_*(\dot{\epsilon}_p, T)] + \hat{\sigma}_d(\dot{\epsilon}_p) \quad (46)$$

The term acting as multiplicative factor of the stresses add $E(T)/E_0$ defines the Young's modulus evolution with temperature [193]:

$$E(T) = E_0 \left\{ 1 - \frac{T}{T_m} \exp \left[\theta_* \left(1 - \frac{T}{T_m} \right) \right] \right\} \quad (47)$$

The internal stress is determined by

$$\hat{\sigma}_\mu(\dot{\epsilon}_p, \dot{\epsilon}_p, T) = B(\dot{\epsilon}_p, T) (\epsilon_0 + \dot{\epsilon}_p)^{n(\dot{\epsilon}_p, T)} \quad (48)$$

The explicit formulations describing the modulus of plasticity and the strain hardening exponent are given:

$$B(\dot{\epsilon}_p, T) = B_0 \left(\left(\frac{T}{T_m} \right) \log \left(\frac{\dot{\epsilon}_{max}}{\dot{\epsilon}_p} \right) \right)^{-\nu} \quad (49)$$

$$n(\dot{\epsilon}_p, T) = n_0 \begin{cases} f_{R1}(\dot{\epsilon}_p, T), & f_{R1}(\dot{\epsilon}_p, T) \geq 0, \\ 0, & f_{R1}(\dot{\epsilon}_p, T) < 0; \end{cases} \quad (50)$$

where $f_{R1}(\dot{\epsilon}_p, T) = 1 - D_2(T/T_m) \log(\dot{\epsilon}_p/\dot{\epsilon}_{min}) < 0$. Thus, based on experimental observations, [192], set the following relations

$$\hat{\sigma}_d(\dot{\epsilon}_p) = \chi [1 - \exp(-\alpha_D \dot{\epsilon}_p)] \quad (51)$$

The effective stress is obtained using Arrhenius relation which couples temperature with strain rate:

$$\hat{\sigma}_*(\dot{\epsilon}_p, T) = \sigma_*^0 \begin{cases} f_{R2}(\dot{\epsilon}_p, T)^{m_*}, & f_{R2}(\dot{\epsilon}_p, T) \geq 0, \\ 0, & f_{R2}(\dot{\epsilon}_p, T) < 0; \end{cases} \quad (52)$$

where $f_{R2}(\dot{\epsilon}_p, T) = 1 - D_1(T/T_m) \log(\dot{\epsilon}_{\max}/\dot{\epsilon}_p) < 0$. All parameter designations of extended the Rusinek-Klepaczko model are presented in Table 22. As empirical Cowper-Symonds model and the Johnson-Cook model, an explicit function predicting the strain rate dependence of plastic deformation is given by two parameters χ and α_D .

Let us apply the extended the Rusinek-Klepaczko model and the relaxation model of plasticity to compression split Hopkinson bar tests of Al alloy ($E=55$ GPa, $\sigma_Y=600$ MPa) [194]. Parameters of the relaxation model of plasticity equal to $\alpha = 4.2$, $\tau = 4.5 \mu\text{s}$, $\beta = 0.06$. Figure 55 illustrates a comparison of prediction of stress-strain relationships by the Rusinek-Klepaczko model and the relaxation model of plasticity at strain rate 0.01 s^{-1} , 1100 s^{-1} and 2200 s^{-1} . The Rusinek-Klepaczko model begins modeling of plastic deformation with low yield stress unlike the relaxation model of plasticity. In the case of yield drop, the same prediction of stress-strain dependence by the Rusinek-Klepaczko model was shown in the paper [195].

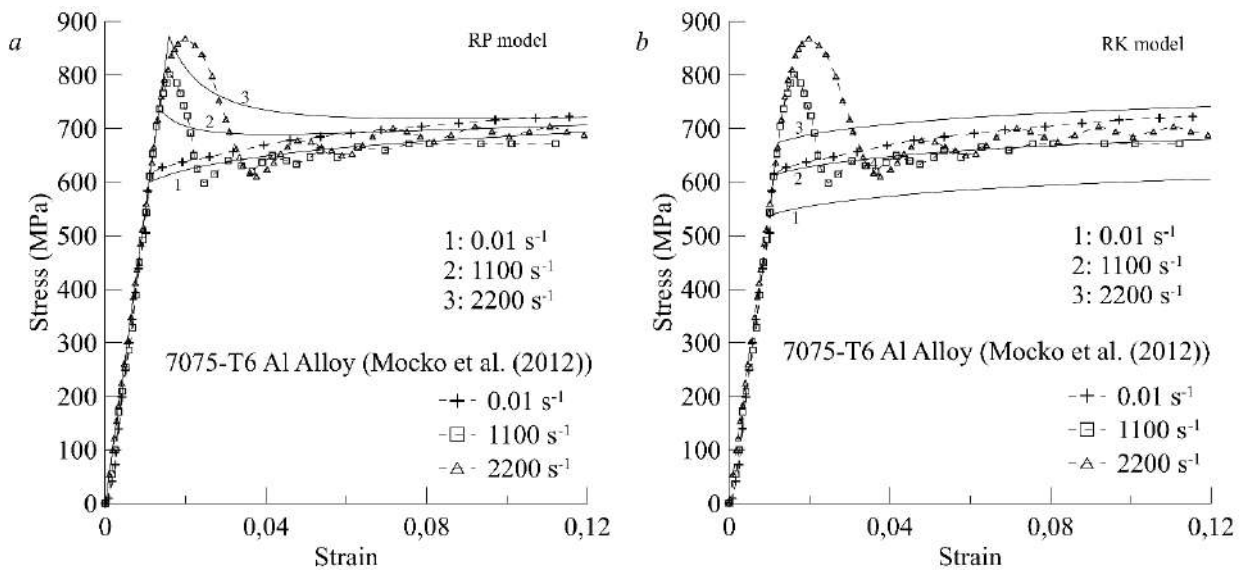


Figure 55. Stress–strain relationships of aluminium alloy 7075-T6 [194], plotted by (a) the relaxation model of plasticity and (b) Rusinek-Klepaczko model.

Table 22. Parameters of extended Rusinek-Klepaczko model

Mechanical properties of extended Rusinek–Klepaczko model	
E_0	Young's modulus at $T=0$ K
T_m	Melting temperature
Materials constants of hardening	
B_0, D_2	Material constants
n_0	Strain hardening exponent at $T = 0$ K
θ_*	The characteristic homologous temperature
ν	Temperature dependence
Material constants of temperature dependence	
σ_*^0, D_1	Material constants
m_*	Constant allowing to define the strain rate–temperature dependence
Strain rate parameters	
χ	Material constant
α_D	an effective damping coefficient affecting the dislocation motion [191]
Parameter of model	
$\dot{\epsilon}_{min}$	the lower limit of the model
$\dot{\epsilon}_{max}$	the maximum strain rate accepted for a particular material

2.5. Conclusions in chapter 2

The incubation time is considered as the main characteristic of the material of the structural–temporal approach, which predicts the behaviour of the yield point in a wide range of strain rates.

The Cowper–Symonds model can yield results that coincide with the results of the incubation time criterion when determining the yield strength as a function of the strain rate. However, criterion (19) is more preferable, since the parameters characterize two independent processes: the rate and amplitude sensitivity of the material, in contrast to the parameters of the Cowper–Symonds model.

The advantage of calculating the yield strength by the incubation time criterion is the necessary number of parameters that do not require further modifications at high strain rates, unlike the Johnson–Cook and Cowper–Symonds empirical models. Thus, the presented incubation time criterion of yield has the most convenient numerical algorithm for the yield strength at the initial moment of plastic strain, showing good agreement with experiment both in the strain rate range where the empirical modified Johnson–Cook model (29) is implemented and in a much wider rate range.

The proposed relaxation model of plasticity as an extended variant of the structural–temporal approach allows predicting different types of deformation curves of materials in a wide range of strain rates.

Using the relaxation model, we analysed the experimental deformation dependences for metals in a wide range of strain rates. Exemplifying by DP600 steel and nanocrystal nickel, we demonstrate that the relaxation model of plasticity allows predicting the smooth transition to the plastic deformation stage at quasi-static loadings with $\sim 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ and appearance of the yield drop for strain rates of 500–6000 s^{-1} . The absence of the yield drop exemplified by 2.3Ni-1.3Cr steel in a wide

range of strain rates 10^{-3} – 10^4 s⁻¹ can also be explained by the relaxation model of plasticity.

It was shown that the estimation of the fixed material constants associated with the rate sensitivity τ , with the amplitude sensitivity α , and with the degree of hardening β , allows automatically drawing the theoretical deformation curves with the varying yield limit and peaks (the yield drop), thus forecasting the corresponding loading regimes at which these phenomena appear. In contrast to other approaches, a small number of parameters and their invariant character ensures efficiency and practical utility of the proposed model.

Predictions of strain rate sensitivity of the material by different dynamic models of plastic deformation are reviewed. The Cowper-Symonds model can yield results that coincide with the results of the proposed incubation time criterion when determining the yield strength as a function of the strain rate. The advantage of calculating the yield strength by the incubation time criterion is a limited set of material parameters that do not require further modifications in conditions of high strain rates. Besides empirical models based on the Johnson–Cook model and the phenomenological extended Rusinek–Klepaczko model we considered the relaxation model plasticity as a generalized model of plastic deformation based on the structural-temporal approach (19). It is shown that the relaxation model predicts the yield drop effect during the high-rate deformation of TRIP800 steel, 590 MPa grade steel and an absence of such effect for a wide range of strain rates for the 2.3Ni-1.3Cr steel. The relaxation model gave better correspondence of stress-strain relations in conditions of high strain rates with experimental data compared to the improved Johnson–Cook models. This approach can describe the anomalous behaviour of plastic deformation, such as the yield drop. It is shown that improved Johnson–Cook model and Rusinek–Klepaczko model don't take into account yield drop phenomenon, observed in soft steels and 7075-T6 aluminium alloy. Thus, the relaxation model of plasticity is an efficient and convenient tool for calculations of

some of the principal dynamic plasticity effects occurring within a wide range of strain rates.

Chapter 3. Irreversible Deformation Effects for Homogeneous Materials

To predict of appearance and disappearance of yield drop effects with regard to different dynamics, temperatures or other factors, the wide spectrum of the initial plastic stage of stress–strain diagrams for homogeneous materials is considered. Compared with unchanged quasi-static stress–strain diagrams, the dynamic changes in stress–strain diagrams depending on loading history are classified. In addition to a group of monotonic diagrams, varying only in yield strength, a group of three nonmonotonic diagrams, with the appearance or disappearance of the yield drop effect at different strain rates, is predicted on the basis of the relaxation model of plasticity, in which the relaxation function is explicitly introduced. It is shown that unlike classical dynamic plasticity models, explicitly not taking into account the relaxation occurring relaxation processes during plasticity, which are able to construct only the first set of diagrams, the relaxation model of plasticity allows the prediction of any set of deformation curves on the basis of a minimal number of parameters, which are invariant to the strain rate and generally to the loading history. Based on experimental data from the literature, dynamic deformation dependencies with an emerging yield drop at a fixed strain rate for different metals are predicted. Similar dynamic effects on stress–strain diagrams for materials with different strain rate sensitivities and structural-temporal parameters are revealed.

The results presented in Chapter 3 are published in papers [60,61,127,132–134,136,137,196–199].

3.1. Examples of six responses of deformation curves with varying strain rate for one material

In this section, we consider groups of unstable stress–strain diagrams for one material under dynamic loading on the basis of the relaxation model of plasticity. This means that for every particular material we can define a unique set of material parameters (α, τ, β), which are invariant to the strain history, and predict stress–strain diagrams for a wide range of strain rates. In sections 2.1 and 2.2 it was shown in detail that the dependence of yield stress on strain rate makes it possible to determine parameters α and τ , and several dynamic and static dependencies give the value of the parameter β .

The qualitative form of the deformation curve depends significantly on the strain rate regime of deformation. Besides various deformation dependencies for one material (see Figure 56), the relaxation model of plasticity allows the prediction of the appearance of a yield drop on the deformation curve. Introducing the independent mechanisms controlled by the α, τ and β parameters makes it possible to predict the strain rate sensitivity effect of the material response and the appearance of the ‘yield drop’ effect in both the case without hardening (Figure 57 *a*), and that with hardening (Figure 57 *b*).

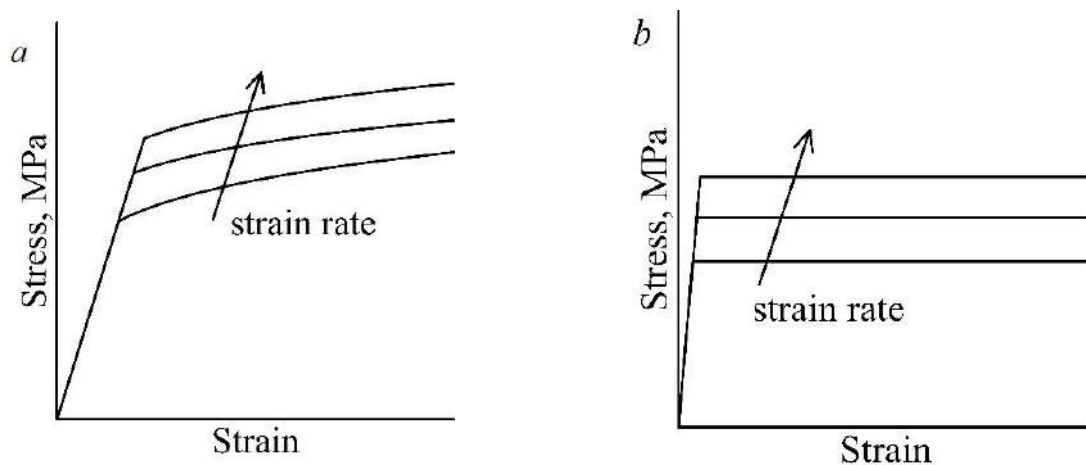


Figure 56. Typical changing deformation dependencies depending on the strain rate.

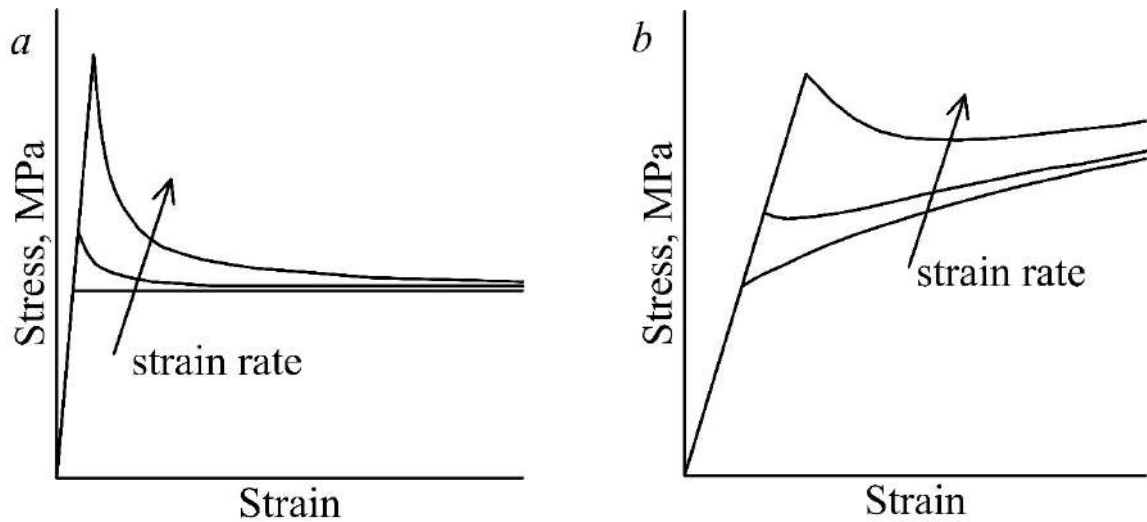


Figure 57. Prediction of the ‘yield drop’ effect without hardening (*a*) and with hardening (*b*) using the relaxation model of plasticity.

In contrast to the first works on the relaxation model of plasticity [59], where the effect of abnormally high stress at small deformation was observed at strain rates of 10^{-5} – 10^{-2} s^{-1} and was explained by the presence of a certain characteristic relaxation time associated with the process of dislocation motion, in this work, the same effect manifests itself in other range of strain rates of 10^2 – 10^3 s^{-1} . In the same range of strain rates of 10^2 – 10^3 s^{-1} , the effect of anomalous high stress can either be observed or absent. This became possible by taking into account the competition between the time intervals of the local loading process and the characteristic relaxation time of the material. Using a set of fixed parameters of the relaxation model of plasticity (α , τ , β) that characterize the physics of the plastic deformation process, one can construct two types of deformation curves with smooth and sharp transitions to the plastic deformation stage.

Figure 58 shows examples of unstable stress–strain diagrams for ultrafine iron [200] ($\sigma_Y = 700$ MPa, $E = 23$ GPa), which belong to the schema in Figure 57 *a*, which plotted by the relaxation model of plasticity. The unique parameters of the

relaxation model of plasticity $\alpha_Y = 14$, $\tau_Y = 190 \mu\text{s}$, $\beta = 0$ for ultrafine iron [200] and $\alpha_Y = 1$, $\tau_Y = 3.3 \mu\text{s}$, $\beta = 0$ [55].

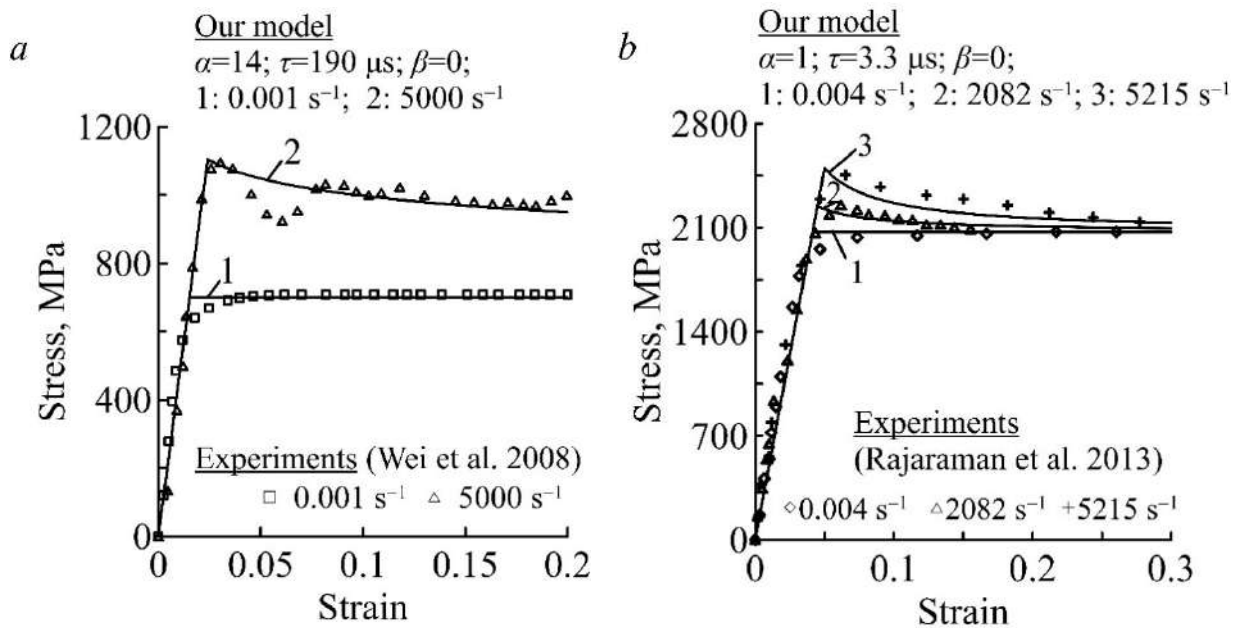


Figure 58. (a) The stress–strain diagrams for ultrafine grained iron [200] and its theoretical stress–strain diagrams at strain rates 0.001 s^{-1} и 5000 s^{-1} , plotted using the relaxation model of plasticity. (b) The stress–strain diagrams for nanocrystalline [55] at strain rates 0.004 s^{-1} , 2082 s^{-1} and 5215 s^{-1} , plotted using the relaxation model of plasticity

Figure 59 shows examples of unstable stress–strain diagrams for TRIP800 steel [173] ($\sigma_Y = 510 \text{ MPa}$, $E = 150 \text{ GPa}$) and B500A steel [170] ($E = 210 \text{ GPa}$, $\sigma_Y = 560 \text{ MPa}$), which belong to the schema in Figure 57 b. The parameters of the relaxation model of plasticity are $\alpha_Y = 2$, $\tau_Y = 2.8 \mu\text{s}$, $\beta = 0.13$ for TRIP800 steel and $\alpha_Y = 1$, $\tau_Y = 1.48 \mu\text{s}$, and $\beta = 0.032$ for B500A steel. The hardening after the beginning of yielding is modelled efficiently both in the stress–strain diagrams with the smooth transition (line 1) at a strain rate of 0.001 s^{-1} and in the diagram with the sharp transition (line 2) expressed by the yield drop at a strain rate of 10^3 s^{-1} . The theoretical dependencies are in good agreement with the experimental data both in the cases with hardening and without hardening. The theoretical stress–strain diagrams for iron, nickel, and the steel materials in Figures 58 and 59 at a strain rate

on the order of 10^3 – 10^4 s^{-1} demonstrate experimental stress peaks, as well as the subsequent process of stress relaxation. Figure 60 shows examples of unstable stress–strain diagrams for the nanocrystalline iron with grain size 71 nm [201] at strain rates 0.001 and 3500 s^{-1} ($\sigma_Y = 940$ MPa and $E = 164$ GPa), belonging to the schema in Figure 56 *a*. The parameters of the relaxation model of plasticity are $\alpha_Y = 25$, $\tau_Y = 36$ μs , $\beta = 0.04$ for nanocrystalline iron. The theoretical stress–strain diagrams nanocrystalline iron in Figure 56 *a* at a strain rate on the order of 10^2 – 10^4 s^{-1} are monotonous in character; that is, the transition to the stage of plastic stress occurs without a pronounced peak stress.

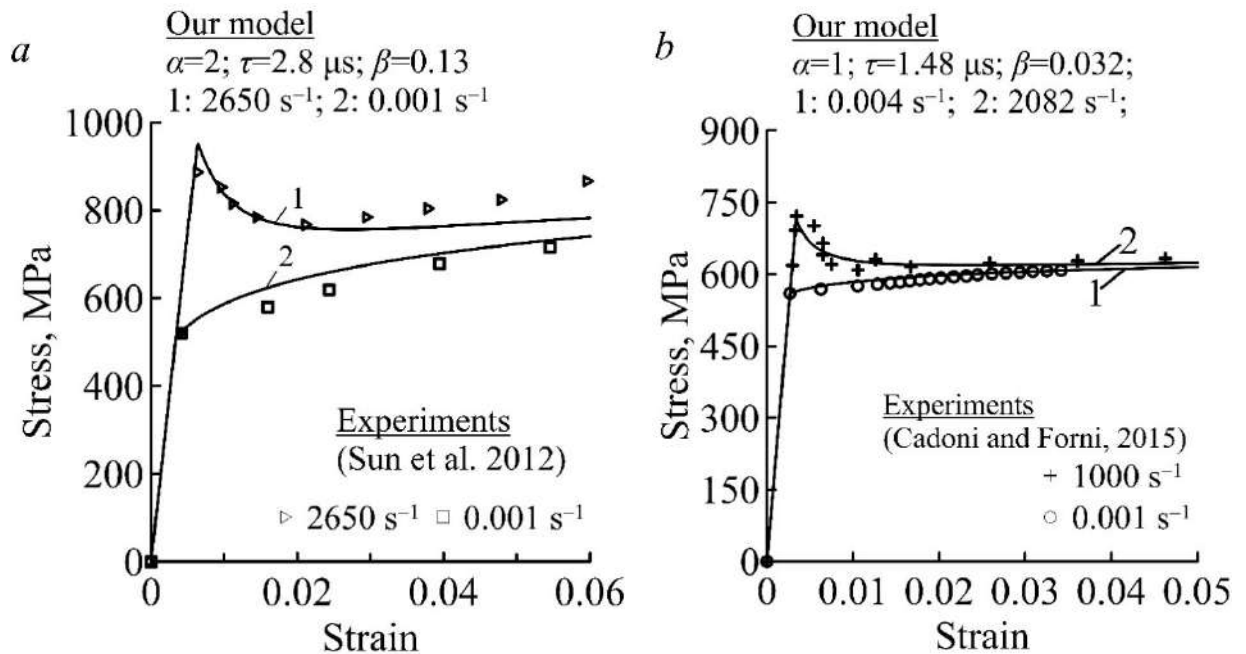


Figure 59. (a) Stress–strain relationships of TRIP800 [173] for strain rates 0.001 s^{-1} and 2650 s^{-1} , predicted using the relaxation model of plasticity. (b) Stress–strain relationships of B500A steel [170] for strain rates 0.001 s^{-1} and 1000 s^{-1} , predicted using the relaxation model of plasticity.

Materials with deformation dependencies, as shown in Figures 58–60, exhibit a temporal nature of irreversible deformation under dynamic loads on par with the usual dependence of yield strength on strain rate. Classical dynamic models of plastic deformation are unable to predict stress–strain diagrams from the united viewpoint the groups of deformation diagrams shown in Figures 58–60. Here, the

strain rate (temporal) dependencies of the yield strength for materials according to the schemes in Figure 56 (Figure 60) and in Figure 57 (Figures 58 and 59) qualitatively have the same form of increasing dependence on the strain rate, but their deformation curves respond on the strain rate differently. By contrast to classic models, the relaxation model of plasticity at constant parameters α_Y , τ_Y and β can take into account the structural and temporal peculiarities of the material and predict three different types of stress–strain diagrams for metals over a wide range of strain rates.

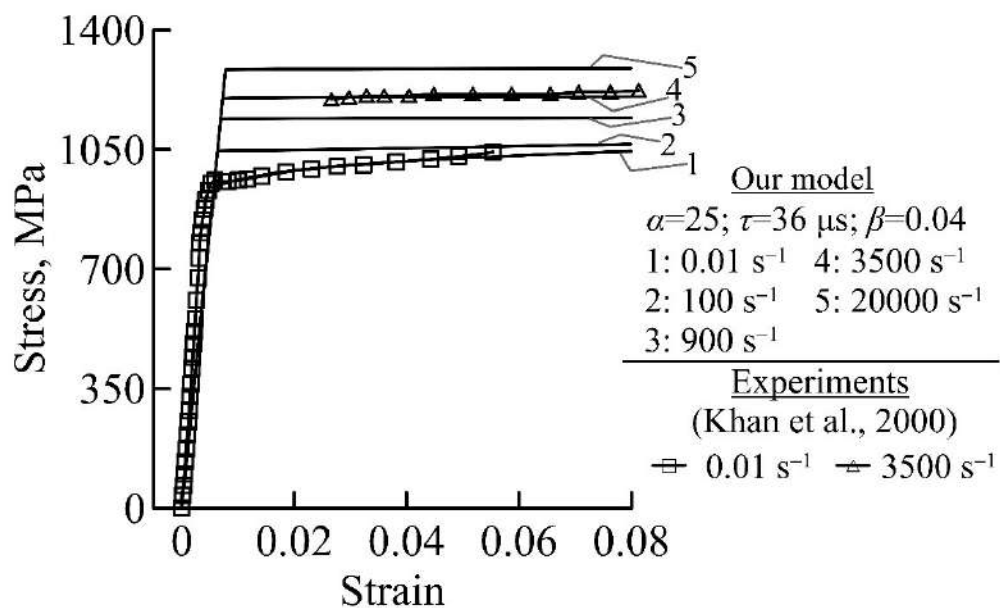


Figure 60. Theoretical stress–strain relationships for nanocrystalline iron with grain size 71 nm at strain rates 0.001 , 3500 s^{-1} , calculated based on the relaxation model of plasticity by experimental data [201].

The relaxation model of plasticity may be used not only for metals, but also for describing the response of polymethylmethacrylate at the high-rate deformation. Figure 61 presents the dependences of the stress of polymethylmethacrylate ($E=5.76 \text{ ГПа}$; $\sigma_y=85 \text{ МПа}$) [202] on the plastic strain for the uniaxial compression at the strain rates of 0.0001 s^{-1} , 2000 s^{-1} and 4000 s^{-1} . We observe good agreement of the experimental results [202] with the theoretical dependences drawn with the relaxation model of plasticity for the constant parameters ($\alpha=0.75$, $\tau=106 \mu\text{s}$ and

$\beta=0.15$). Despite the absence of the elastic segment in lines 2 (2000 s⁻¹) and 3 (4000 s⁻¹) in the experimental and theoretical curves, we can notice the stress drop before the plastic strain of 6% similar to the yield drop effect in metals presented in Figures 58 and 59. Here, at the quasi-static strain rate of 0.0001 c⁻¹, we predict the deformation hardening process. Thus, the developed approach allows simulating the two different behaviours of the deformation curves also for the polymethylmethacrylate subjected to the high-rate deformation.

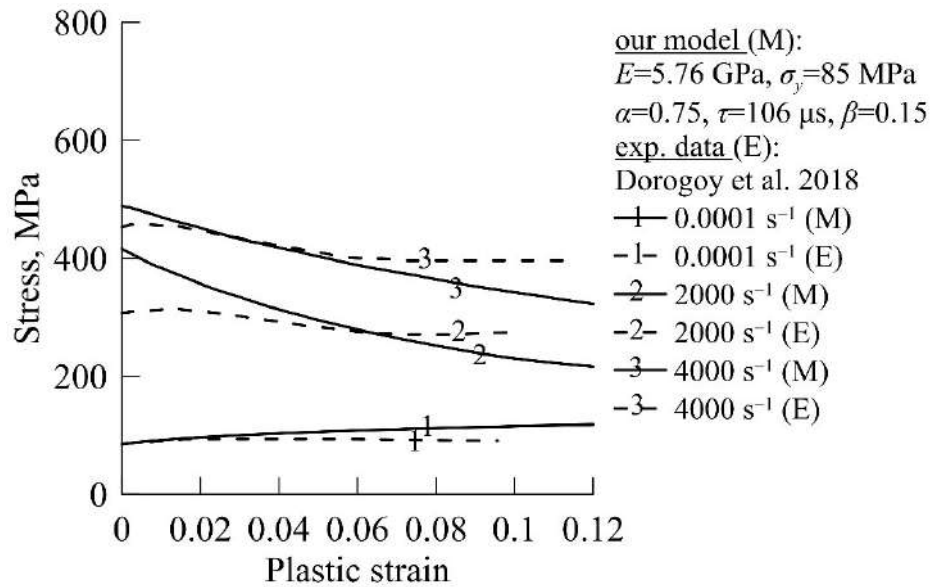


Figure 61. Theoretical stress–strain dependences for polymethylmethacrylate [202] at strain rates 0.0001 s⁻¹, 2000 s⁻¹, 4000 s⁻¹, plotted by the relaxation model of plasticity (Section 2.3.1).

3.2. Examples of three responses of deformation curves with varying strain rate for different materials

In this section, we analyse groups of dynamic stress–strain diagrams at a fixed strain rate for materials made initially from the same homogeneous material, which are either subjected to different deformations or heat treatment prior to deformation or are tested at different temperatures. Three unstable stress–strain diagrams for

homogeneous materials with different structural-temporal characteristics are shown schematically in Figure 62. By changing the strain rate for the stress–strain relationship and fixing new stress–strain relationships, we obtain Figures 62 *a*, 62 *b* or 62 *c* from Figures 56 *a*, 57 *a* or 57 *b*. To determine the structural-temporal parameters for each material, represented by the stress–strain relationships in Figure 62, it is necessary to consider several unstable stress–strain diagrams at different strain rates. These structural-temporal characteristics are defined based on static and dynamic dependencies, as shown in Sections 2.3; 3.1.

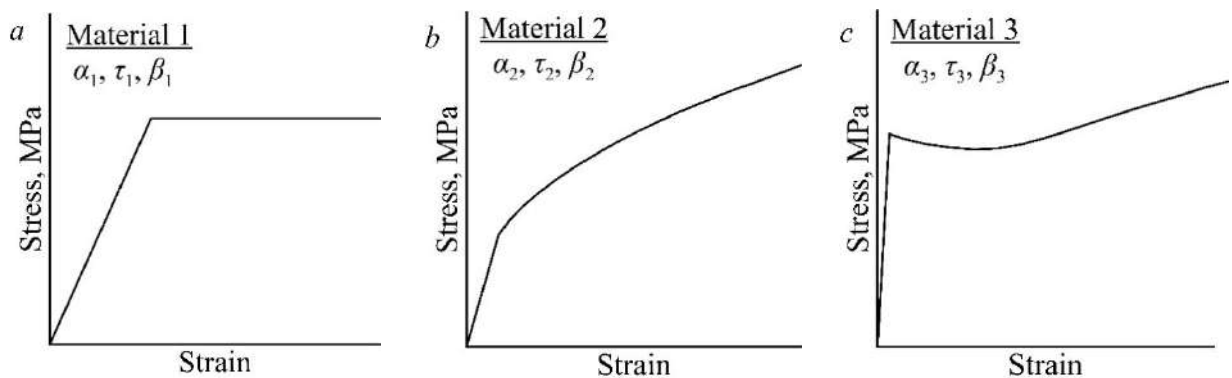


Figure 62. Material responses based on the relaxation model of plasticity: (a) material with perfect plasticity without the ‘yield drop’ effect; (b) material with hardening and without the ‘yield drop’ phenomenon; and (c) appearance and disappearance of the ‘yield drop’ effect

3.2.1. Yield drop effect at varying temperatures and a fixed strain rate

Dynamic stress–strain relationships of Cu–Al alloys [27,203] at different temperatures ($-45\text{ }^{\circ}\text{C}$, $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, $150\text{ }^{\circ}\text{C}$ and $300\text{ }^{\circ}\text{C}$), are predicted using the relaxation model of plasticity (Section 2.3) and are presented in Figure 63. Characteristic time τ and hardening parameter β decrease with increasing temperature (Table 23). The theoretical dependencies in Figure 63 satisfactorily predict the increase in peak stress

with decreasing temperature. Valuations of structural-temporal parameters for the relaxation model of plasticity are different for all temperatures because we deal with different materials. The appearance of a yield drop with increasing temperature can be interpreted by the well-known principle of temperature–time correspondence. The physical microcosmic mechanisms of plastic relaxation lead to the yield drop effect when strain rate increases are fairly well-understood and based on dislocation theory. One of the main advantages of our phenomenological model is that the set of structural–temporal parameters (α , τ , β) of the proposed model at a fixed temperature, with prestrain and other technological manufacturing conditions for the given material, does not depend on the strain rate. This makes it possible to utilize these characteristics coupled with their temperature dependencies to simultaneously predict the deformation of an aluminium alloy under varying temperature and strain rate conditions and to observe the quantitative form of the temperature–time correspondence principle based on the relaxation model of plasticity.

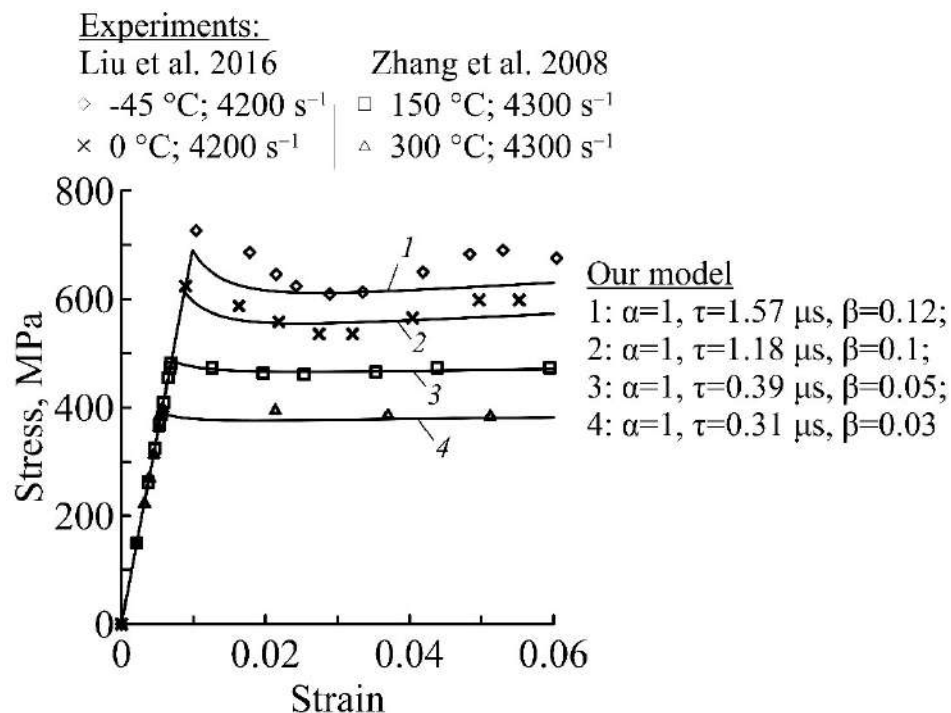


Figure 63. Theoretical dynamic stress-strain relationships at strain rate 4300 s⁻¹ for aluminium alloy 2519A [27,203] over a wide range of temperatures, plotted using the relaxation model of plasticity

Table 23. The obtained parameters of the relaxation model of plasticity for experimental data [27,203].

Temperature, °C	α_Y	$\tau_Y, \mu\text{s}$	β
-45	1	1.57	0.12
0	1	1.18	0.1
150	1	0.39	0.05
300	1	0.31	0.03

3.2.2. Effect of magnesium content on the deformation dependencies of Al-Mg

In this section, we consider the dynamic deformation dependencies of aluminium magnesium alloys, in which the yield drop effect is observed in the deformation dependences with a higher strain rate. Experimental deformation dependencies of Al-13Mg [204] in various strain rates (0.1 and 1 s⁻¹) and temperatures (325 °C and 425 °C) (Figure 62) were verified on the basis of the temperature relaxation model of plasticity (Section 2.3). Dynamic deformation dependencies in Figure 64 *b* have an almost monotonic dependence in contrast to the dependencies in Figure 64 *a*. The yield drop phenomenon in Figure 64 *a* is explained by the solute drag creep still dominating plastic flow after beginning of yielding [204]. Thus, the temperature relaxation model of plasticity is able to predict non-monotonic dependences with an emerging yield drop when the temperature changes from 325 °C to 425 °C.

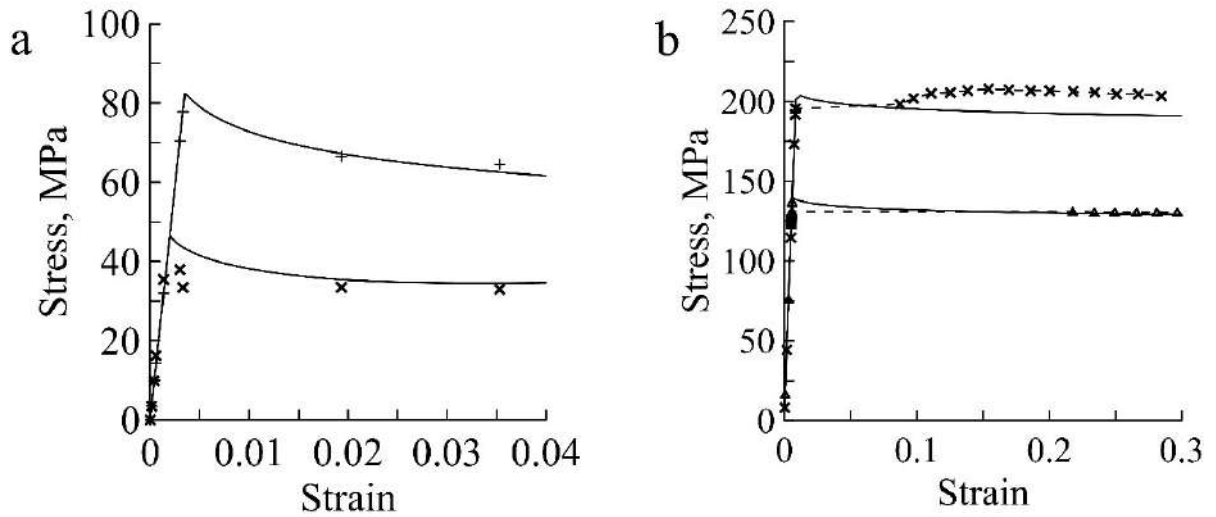


Figure 64. (a) Stress-strain dependencies of Al-13Mg [204] at strain rates 0.1 and 1 s⁻¹ and at temperature 425 °C. (b) Stress-strain dependencies of Al-13Mg [204] at strain rates 0.1 and 1 s⁻¹ and at temperature 325 °C.

3.2.3. Pre-treatment effect

We recall that in terms of the proposed model (Section 2.3), relaxation can be realized using various physical mechanisms, depending on the considered material, and expressed using different values for the structural-temporal parameters, which are invariant to loading history. Figure 65 shows the stress–strain diagrams of interstitial steel [177] with and without a prestrain of 8%. The yield drop effect remains after a prestrain of 8% for steel, similar to Figure 65. The calculated parameters of the relaxation model of plasticity for both steels [177] are the same, i.e. $\alpha_Y = 3.8$; $\beta = 0.16$; and $\tau_Y = 0.27$ ms, but the static yield stress is different, i.e., $\sigma_Y = 101$ MPa for steel without prestrain and $\sigma_Y = 118$ MPa for steel with a tensile prestrain of 8%. the same structural-temporal characteristics for both steels belong to the same type of dynamic dependence at strain rate 1000 s⁻¹, corresponding to Figure 62 c.

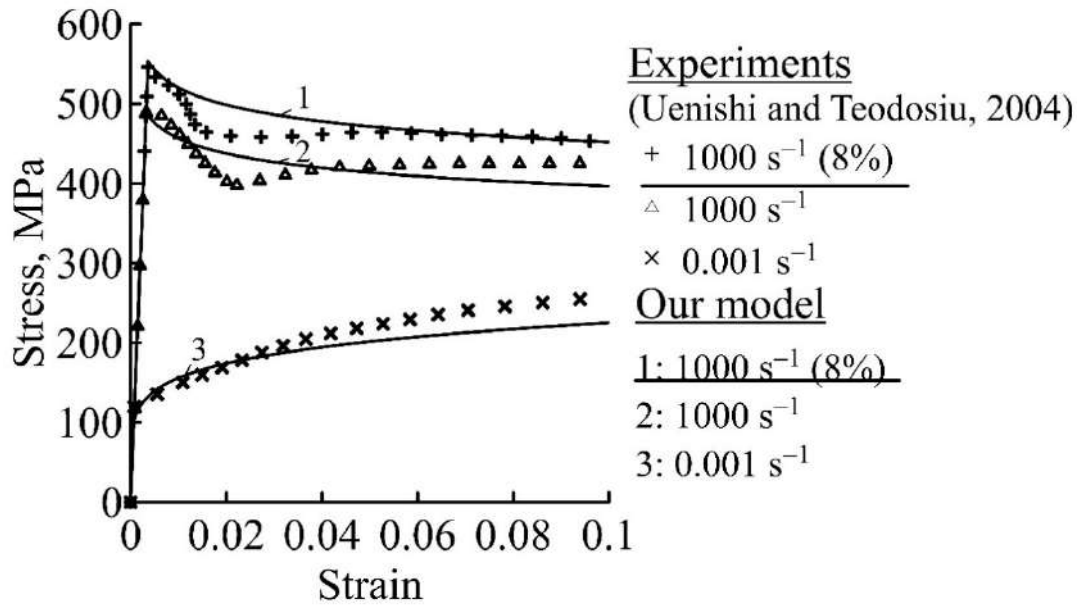


Figure 65. The responses of interstitial-free steel [177] to tensile loading without prestrain at strain rates of 0.001 s^{-1} and 1000 s^{-1} , and after a tensile prestrain 8% at a strain rate of 1000 s^{-1} , calculated using the relaxation model of plasticity ($\alpha_Y = 3.8$; $\beta = 0.16$; $\tau_Y = 0.27 \text{ ms}$; $E = 151 \text{ GPa}$; $\sigma_Y = 101 \text{ MPa}$ for steel without prestrain and $\sigma_Y = 118 \text{ MPa}$ for steel after a tensile prestrain of 8%).

3.3. Conclusions in Chapter 3

Different material responses of metals to quasi-static and dynamic loading over a wide range of strain rates are predicted based on the relaxation model of plasticity (Figure 66). The diagrams show the appearance and disappearance of the yield drop effect in the initial stage of plastic deformation with changing strain rates, which characterizes a pronounced manifestation of the temporal nature of the yielding process.

It was shown that the estimation of the fixed material constants associated with the rate sensitivity τ_Y , amplitude sensitivity α_Y and degree of hardening β allows the automatic plotting of the deformation curves of a particular material with varying

yield limits and spikes (yield drops), thus forecasting the corresponding loading regimes at which these phenomena are expected. In contrast to other approaches, the small number of parameters and their invariants, with respect to the strain rate, ensure the efficiency and practical convenience of the proposed phenomenological model.

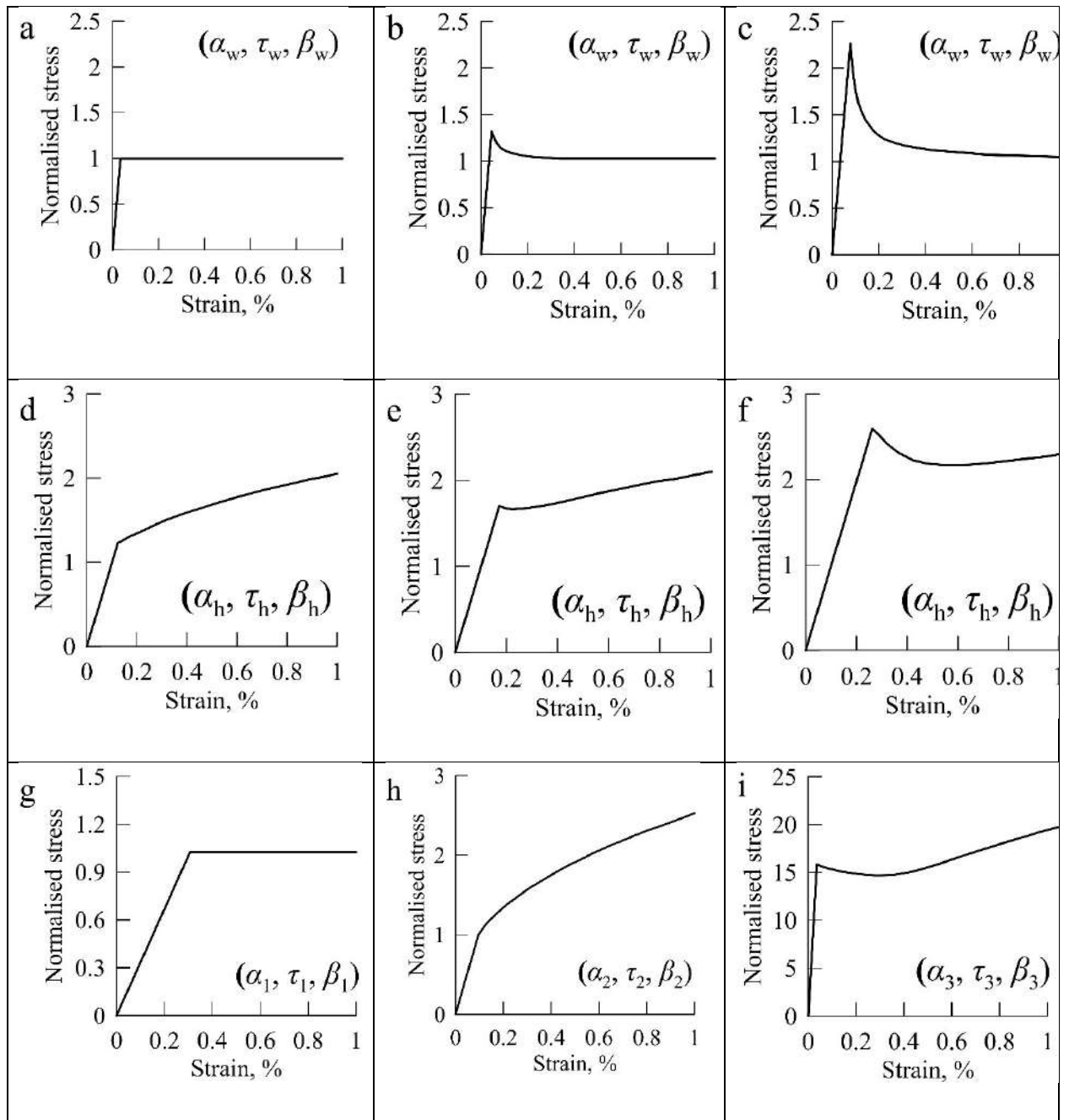


Fig. 66. The variety of materials responses provided by the relaxation model of plasticity.

Nine new material responses (Figures 57 and 62) together with three simulated dependencies (Figure 56), coincided with known classical models, were predicted based on the relaxation model of plasticity (Figure 66). The dynamic deformation dependencies with an emerging (and disappearing) yield drop at a fixed strain rate for micro- and nanocrystalline nickel, steel (without and with prestrain), and aluminium alloy 2519 A at different temperatures were plotted. Similar dynamic effects on stress–strain diagrams for materials with different strain rate sensitivities and structural-temporal parameters were revealed.

Chapter 4. The relaxation model of plasticity for cyclic loads. Analytical modelling of the process of accumulation of deformations under cyclic loads

The proposed analytical model (structural-temporal model of cyclic loading) is based on the assessment of structural-temporal characteristics at the initial stage of yield (Section 2.1) [57,58] and the relaxation model of plasticity (Section 2.3) [59–61]. Effective prediction of deformation behaviour makes it possible to develop a structural model of cyclic deformation for an arbitrary deformation law in a particular cycle.

An analytical relaxation model of plasticity is proposed for predicting the deformation characteristics of cyclically stabilised materials. The model is modified for cyclic deformation conditions and involves the determination of the structural-temporal and relaxation characteristics of the material. It is shown that the earlier developed relaxation model of plastic deformation for single loading can predict the rapid relaxation of plastic strains (stabilisation effect). The phenomenological model results agree well with the experimental data for steel DP500 as well as for steel 50 subjected to thermal and thermomechanical treatments under unidirectional cyclic deformation. The characteristic times of structured and nanostructured steel 50 are estimated and compared. It is shown that the time sensitivity factor of the material included in the relaxation model of plasticity can take into account the material processing method.

The adaptability of steel 45 to low-cycle deformation from 100 to 1000 cycles at different constant strain amplitudes, characterised by the effect of plastic-strain

stabilisation, is considered. Steel 45 is widely used for the manufacture of shafts and characterised by its superior strength. Here, we experimentally investigate the phenomenon of plastic deformation stabilization at rigid loading. In this study, the proposed structural–temporal model of cyclic deformation simultaneously predicted the stress-strain dependence and the effect of plastic-strain stabilisation based on hysteresis width. Using the hysteresis loop at each cycle, we calculate the accumulated damage in the material during the stabilisation of plastic deformation. Experiments show that range of cycles for stable plastic deformation decreases with an increase in the strain amplitude and strain rate. The proposed model takes into account deformation history experimental data of low-cycle deformation of steel 45 and the presence of an established stabilisation effect.

The results presented in Chapter 3 are published in papers [205–209].

4.1. Model formulation

The model discussed above (Section 2.3) can be modified for the case of cyclic deformation under arbitrary loading history for a separate cycle. Based on the relaxation model of plasticity, we schematize the deformation process at the j th cycle with an additional condition of unloading:

$$\sigma_j(\varepsilon_j(t)) = \begin{cases} \sigma(\varepsilon_j(t)), & t < t_j^{\text{unl}}, \\ E(\varepsilon_j(t) - \varepsilon_j^{\text{unl}})H(\varepsilon_j(t) - \varepsilon_j^{\text{unl}}), & t \geq t_j^{\text{unl}}. \end{cases} \quad (53)$$

where $\sigma_j(\varepsilon_j(t))$ is the stress-time dependence, $\varepsilon_j(t)$ is the current strain time dependence, t_j^{unl} is the unloading time, and $\varepsilon_j^{\text{unl}}$ is the strain at t_j^{unl} . In each $(j+1)$ th cycle, the static yield stress will be determined from the condition

$$\sigma_Y^{j+1} + \sigma_Y^j = 2 \left| \sigma_j \left(\varepsilon_j(t_j^{unl}) \right) \right|, \quad (54)$$

where $\sigma_Y^0 = \sigma_Y$.

$$\sigma_Y^{j+1} + \sigma_Y^j = 2 \left| \sigma_j(\varepsilon_j(t_j^{unl})) \right|, \quad (55)$$

$\sigma_Y^0 = \sigma_Y$. The structural-temporal model of cyclic deformation based on the relaxation model of plasticity allows a calculation of the strain diagram and dependence of accumulated plastic strains. In this study, as accumulated strains, we use the width of the deformation hysteresis loop, defined as the difference between the maximum and minimum strains at zero stress j cycle.

Figure 67 exemplifies the calculation results for the strain dependence under alternating loading. In the case of unidirectional deformation, residual strains accumulated during N cycles can be calculated:

$$\sum_j \varepsilon_j^{\text{res}} = \varepsilon_j^{\text{unl}} - \sigma_Y^j/E, \quad \varepsilon_0^{\text{res}} = 0 \quad (56)$$

then the strain-time dependence in the $(j + 1)$ th cycle will have the form

$$\varepsilon_{j+1}(t) = \varepsilon(t) + \sum_j \varepsilon_j^{\text{res}}. \quad (57)$$

It is assumed [210, 211], that average accumulated strain rather than accumulated strain can be studied under alternating loading

$$\varepsilon_r = 1/2 (\ln(1 + \varepsilon_{\text{max}}) + \ln(1 + \varepsilon_{\text{min}})), \quad (58)$$

where ε_{max} are the maximum strains maximum strains in the cycle, and ε_{min} are minimum strains in the cycle. Further calculations using the structural-temporal (relaxation) model of plasticity are carried out for unidirectional deformation of steels [212, 213] with a constant stress cycle amplitude (A) on each cycle and semi-triangular pulse of duration $\lambda\tau$:

$$\varepsilon(t) = (A/\lambda)(t/\tau)H(t)[1 - H(t - \lambda\tau)]. \quad (59)$$

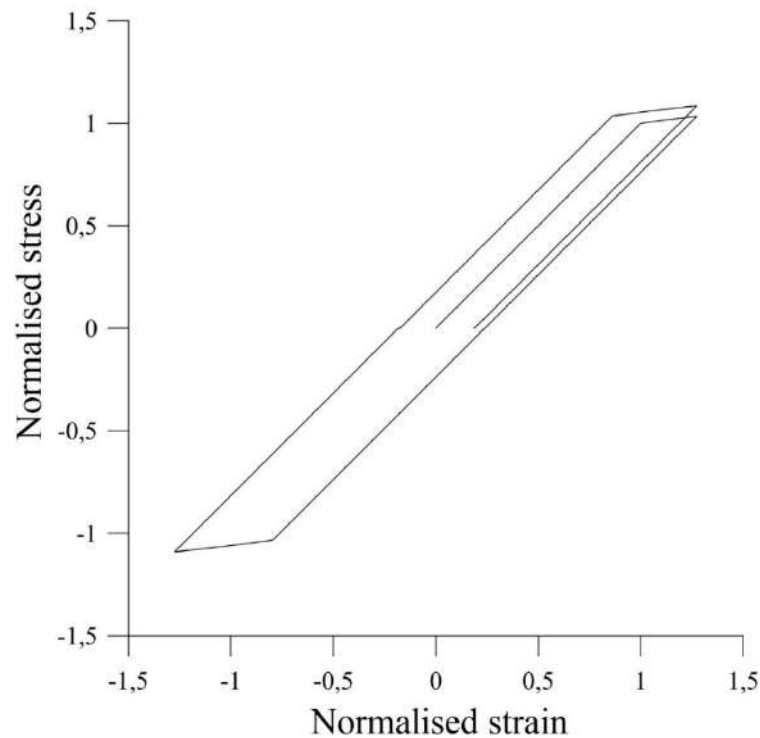


Figure 67. Schematic of the hysteresis loop calculated by the structural-temporal model of cyclic deformation. Normalized stress is the ratio of stress to static strain in the first cycle, and normalized strain is the ratio of strain to elastic strain in the first cycle.

4.2 Effect of stabilisation of plastic deformation with a final elastic stage of deformation

The constructed calculation scheme (53) – (55) based on the relaxation theory of plasticity (Section 2.3.1) allows one to calculate the deformations and stresses in the material for the entire period of cyclic loading with a triangular pulse shape. In addition to the deformation curve, the model can be tested using the experimental dependence of the accumulated plastic deformations on the cycle number. As a result of testing, it is possible to evaluate the temporal sensitivity of the material under cyclic loads (the parameter of the characteristic stress relaxation time), which is responsible for the sensitivity to the frequency (period) of exposure.

4.2.1. Example on DP500 steel

Rapid attenuation of plastic deformation in a cyclically stable material is considered by the example of cyclic deformation of dual-phase steel DP500 [212]. Moćko et al. [212] performed cyclic deformation tests at the constant stress amplitude 400 MPa and loading rate 20 Hz, which means that the minimum stress equalled 0 and the average stress was half the maximum stress. In the paper [212], the effect of plastic deformation stabilisation was kept up to the 10⁵th cycle. In the present paper, we study plastic deformation accumulation up to the 1000th cycle. The dependence of the plastic strain amplitude on the number of cycles calculated by the structural-temporal model of cyclic deformation and the experimental data are given in Figure 68. The theoretical dependences are plotted at the parameters $\lambda=338$, $A=0.0375$ (providing that the stress amplitude 400 MPa is constant), and $\beta=0$. Criterion (1) is used to find the incubation time of dual-phase steel DP500 $\tau_Y=0.67$ ms. Figure 68 shows that the structural-temporal model of cyclic deformation predicts qualitatively the onset of the stable cycle up to the 100th cycle and constant plastic strain in the material.

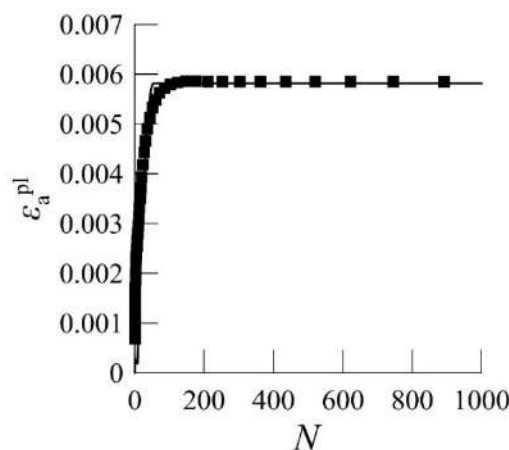


Figure 68. Plastic strain amplitude as a function of the number of cycles for dual-phase steel DP 500 [212] at the constant stress amplitude 400 MPa. Squares are experimental data [212], and a solid line corresponds to the calculation by the structural-temporal model of cyclic deformation.

Figure 69 shows the total stress–strain dependence for dual-phase steel DP500 calculated by the structural–temporal model of cyclic deformation and the experimental hysteresis in the 100th and 1000th cycles, observed in experiments [212]. It is seen that the stable cycle is followed by the material deformation by the linear elastic law. Thus, the proposed model is in qualitative agreement in respect to the determination of strain characteristics in a particular cycle and stabilization modelling.

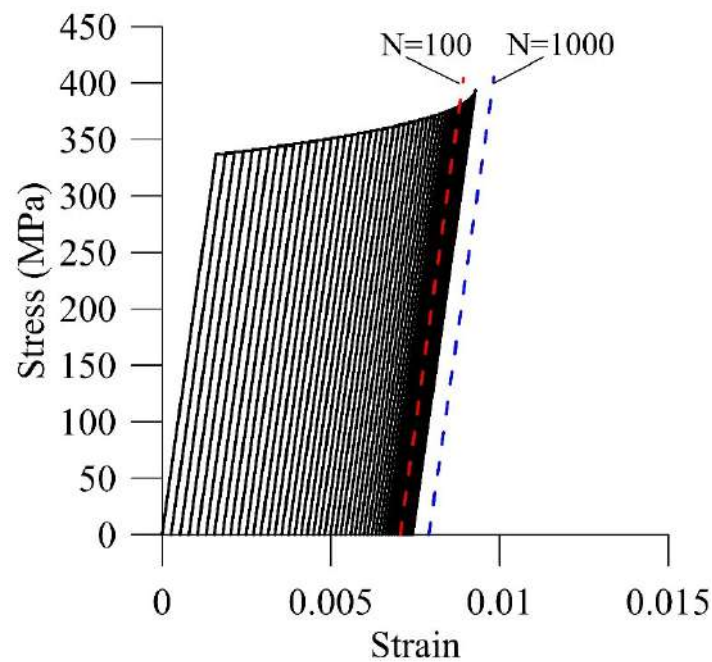


Figure 69. Total stress–strain dependence for dual-phase steel DP500 [212] at the constant stress amplitude 400 MPa. Dashed lines stand for the experimental hysteresis in the 100th and 1000th cycles, and a solid lines corresponds to the calculation by the structural-temporal model of cyclic deformation.

4.2.2. Structural–temporal effects of low–cycle deformation on steel 50

Characteristic times of cyclically stable materials allow variously treated materials to be compared. The structural-temporal model of cyclic deformation was

applied to the experiments on severe cyclic deformation of hard steel 50 [213]. Under thermomechanical treatment resulting in nanostructured steel, the static yield stress is insufficiently higher ($\sigma_Y^0=1440$ MPa) than that under thermal treatment ($\sigma_Y^0=1420$ MPa) when the steel remains stably structured. Unidirectional deformation (tension) of steel specimens [213] is performed at the loading rate 0.5 Hz with the constant amplitude of total strain per cycle $A=0.011$. The theoretical dependences are plotted at the parameters $A=0.011$, $\beta=0$, $\lambda=385$ for the combined thermomechanical treatment and $\lambda=500$ for the thermal treatment. As is shown in Figure 70, the developed model allows a qualitative description of a sufficient increase in residual strain up to the 200th cycle and the effect of stabilization of plastic deformation starting with the 1200th cycle. The latter is observed in the experimental research [213] of the structure of the surface layer of steel specimens at the end of cyclic deformation, where an increased resistance to deformation is proved despite the macrocrack propagation with every next cycle (Figure 71).

A higher incubation time derived for the combined treatment (4.16 ms), in contrast to that under the thermal treatment (0.22 ms), corresponds to a lower accumulated plastic strain. Makarov et al. [213] point to the fact that the additional deformation treatment of steel 50 changes the internal structure of the material (the structure was nanostructured after the thermomechanical treatment) and causes the yield plateau to disappear under static action, though the yield stress remains qualitatively unchanged. Within the structural-temporal model of cyclic deformation, a variation in characteristic times of stress relaxation depending on the processing method can be related to the structure rearrangement, which affects the time sensitivity to the loading rate.

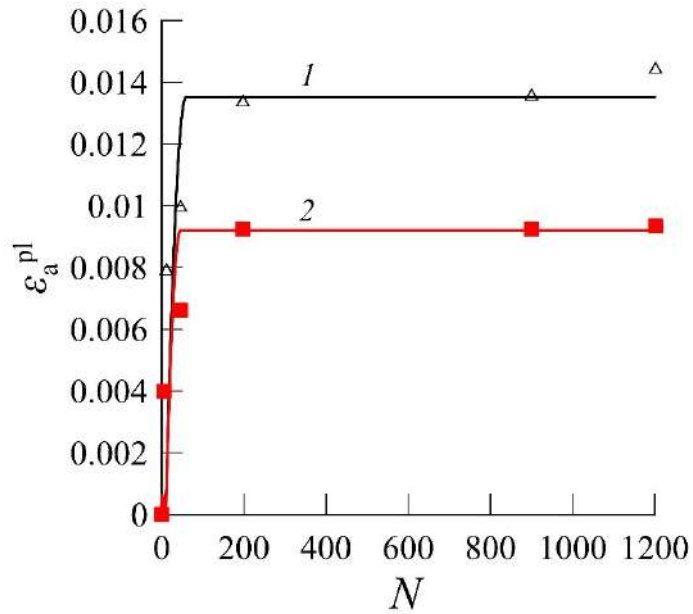


Figure 70. Plastic strain accumulated under low-cycle deformation of hard steel 50 [213] subjected to thermal treatment, $\tau_Y=0.22$ ms (curve 1), and combined thermomechanical treatment $\tau_Y=4.16$ ms (curve 2). Squares and triangles stand for the experiment, and solid lines correspond to the calculation by the structural-temporal model of cyclic deformation.

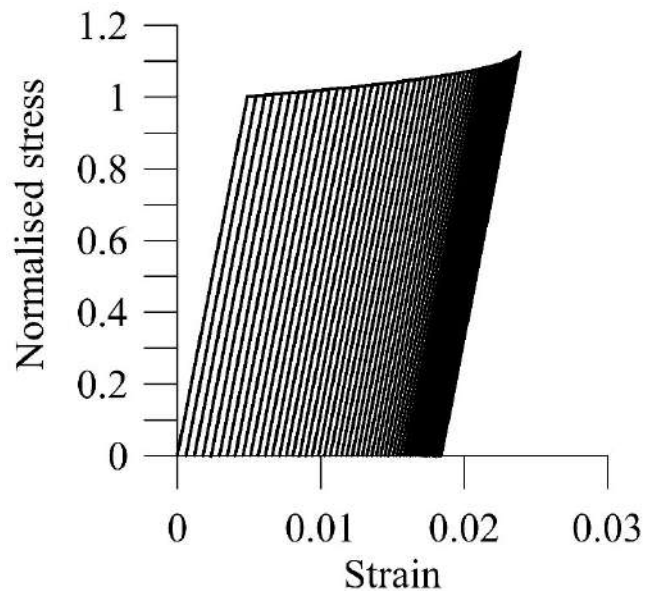


Figure 71. Total strain dependence for thermally treated hard steel 50 [213] calculated by the structural-temporal model of cyclic deformation.

4.3. Hysteresis loop stabilization effect. Experiment on the stabilization effect in soft (at constant stress) and hard cycles (at constant strain)

4.3.1. Experiment Details

For the quasi-static and low-cycle fatigue tests, standard high-strength structural carbon steel (grade C45E, Russia) was used. Experimental samples were prepared from a round bar with a diameter of 6 mm, corresponding to Russian standards (GOST 1050-88, GOST 1051-73 and 7417-75), with the chemical composition shown in Table 24. Each sample had a diameter $d = 3$ mm and a distance between shoulders $l = 25$ mm for the quasi-static tests and $d = 1.3$ mm and $l = 16.6$ mm for the low-cycle fatigue tests (Figure 72). Prepared samples were quenched at 840 °C and polished before the mechanical tests. Quasi-static tensile tests were performed using a testing machine Shimadzu AG-50 kNX.

Table 24. Chemical composition of steel C45E.

C (%)	Mn (%)	Si (%)	S (%)	P (%)	Cr (%)	Ni (%)	Cu (%)
0.48	0.59	0.3	0.019	0.022	0.07	0.06	0.03

Low-cycle fatigue experiments were carried out on an Instron Electropuls E3000 setup with a loading frequency of 0.5 Hz. The specimens were tested in two strain-controlled modes in a zero-deformation cycle ($\varepsilon_{min}=0$): (i) a constant strain amplitude $\varepsilon_a=0.6$ % and a loading rate of 0.5 %/s and (ii) при постоянной амплитуде деформации $\varepsilon_a = 0.7$ % and loading rate 0.65 %/s. The deformation dependence of true stress was calculated from the output data of stress (σ_s) and stroke strain (ε_s) using the Instron software, according to the force characteristics of the entire sample and the displacement defined as the distance between the grips that capture the sample. In further calculations of stress-strain dependences, true strains $\varepsilon = \ln(1 + \varepsilon_s)$ and true stresses $\sigma = \sigma_s(1 + \varepsilon_s)$ were used.

a



b



Figure 72. View of samples for (a) static and (b) cyclic tests

4.3.2. Experimental results

Results of the static tests for carbon steel C45E before and after quenching at 840 °C, obtained from the experimental data for the four samples, are shown in Figure 73, where a typical deformation dependence is presented. The static yield strength was 430 MPa for the static specimens after quenching at 840 °C.

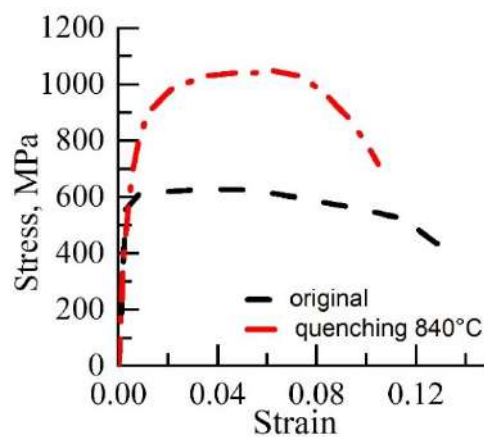


Figure 73. The static strain diagrams of steel C45E before and after quenching at 840 °C.

The hysteresis strain width stabilised with a constant strain amplitude of 0.6% and different velocity of loading (Figure 74 *a*), and it stabilised earlier for a higher loading velocity at the same strain amplitude (рис. 74 *b*). Fig. 3 shows the hysteresis loops of steel C45E at 100 and 2050 cycles, as well as the width of the hysteresis loop for two loading regimes: strain amplitude $\varepsilon_a = 0.6\%$ and loading strain rate $\dot{\varepsilon} = 0.5\%/s$, and strain amplitude $\varepsilon_a = 0.7\%$ and loading strain rate $\dot{\varepsilon} = 0.65\%/s$. The hysteresis loops at the beginning of the stabilization effect and at the stage of hardening under low-cycle deformation are different (Figure 75 *a*). Moreover, the cycles for stable plastic deformation ranged from 100 to 950 cycles with a constant strain amplitude of 0.6% and from 75 to 280 cycles with a constant strain amplitude of 0.7%.

The duration of the stability of the hysteresis strain width decreases with increasing amplitude. Thus, the stability of the hysteresis strain width depends on strain amplitude and velocity of loading. Revealing the experimentation of the stabilisation regime for various materials improves the quality of the assessment of the strength and resources of a structure subjected to cyclic loading.

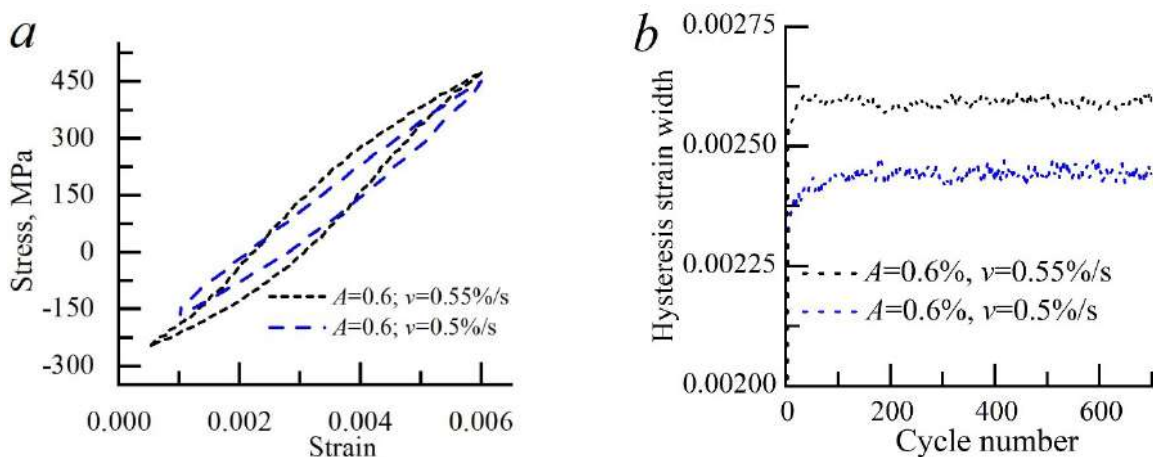


Figure 74. (a) The hysteresis loops of steel C45E at 750 cycle, and (b) The dependencies of width of hysteresis loop of steel C45E on cycle number at constant amplitude 0.6 % and two strain rate $\dot{\varepsilon} = 0.5$ and 0.55 % /s.

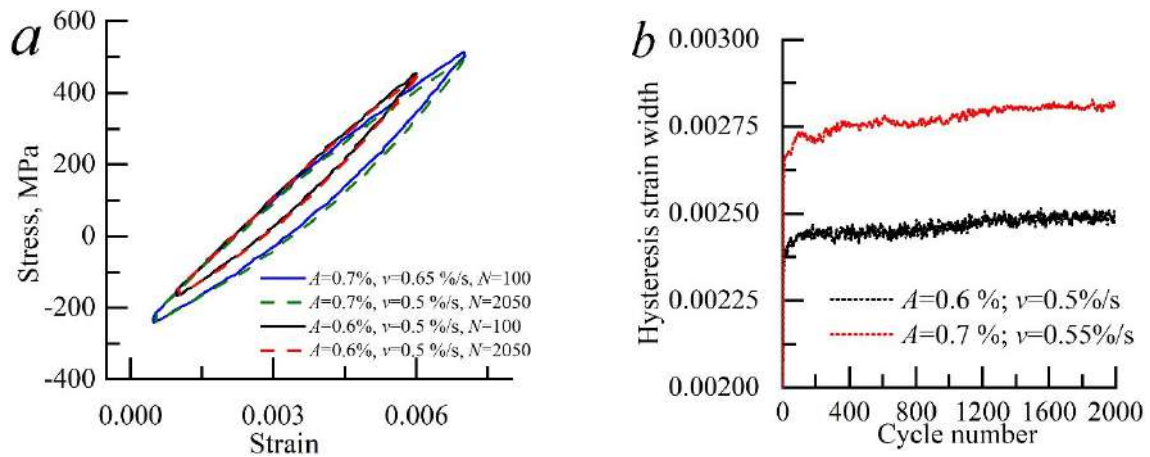


Figure 75. (a) The hysteresis loops of steel C45E at 100 and 2050 cycles, and (b) The dependencies of width of hysteresis loop of steel C45E for two loading regimes: $\varepsilon_a = 0.6\%$, $\dot{\varepsilon} = 0.5\%/s$ and $\varepsilon_a = 0.7\%$, $\dot{\varepsilon} = 0.65\%/s$.

4.3.3. Comparison of theory and experiments

With a fixed set of invariant parameters of loading history (E , α , τ , β) it is possible to predict the deformation of the material under various types of loading, specified by the function $\Sigma(t)$ in Eqs. (19) and (35). In particular, the proposed model can be used at different strain amplitudes. Using the selected amplitudes as an example, the presence of the effect of stabilisation of the hysteresis loop and the absence of this effect with a changing hysteresis loop are shown. Figure 76 shows the typical stress-strain dependence for steel 45, obtained from the experimental data for the four samples. The static yield strength was 430 MPa for the static specimens. Hysteresis loops for the first, 100 cycle of experimental and theoretical stress-strain responses of steel 45 at constant strain amplitude $\varepsilon_a=0.6\%$ are shown in Figure 77.

Experiments revealed that the width of the hysteresis loop, determined from the maximum and minimum deformation at zero stresses, changed with each new cycle. The adaptability to stabilised plastic deformation occurs when a new hysteresis deformation loop coincides with the previous hysteresis loop.

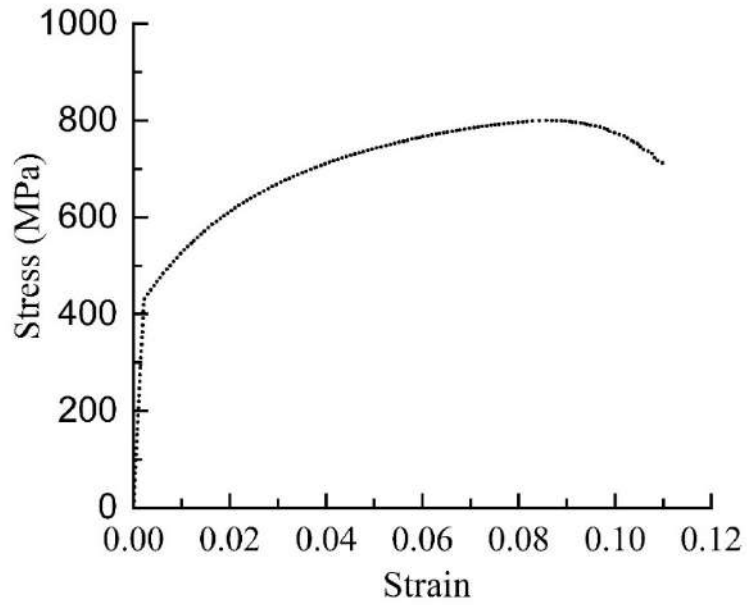


Figure 76. Typical stress-strain dependence of steel C45E under static loading.

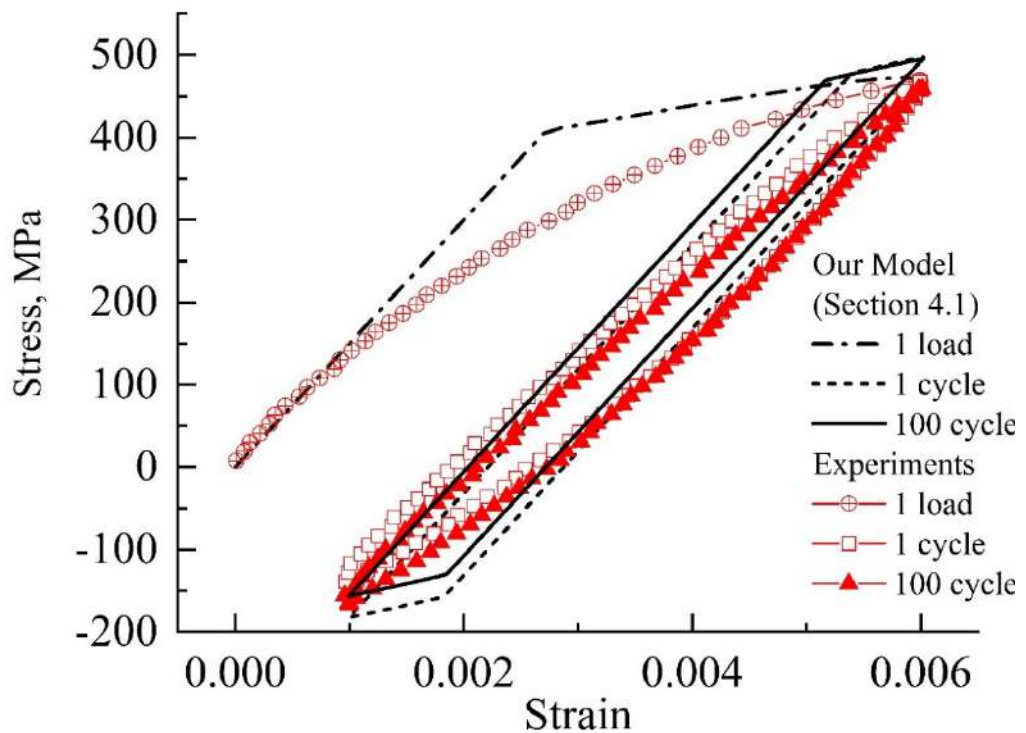


Figure 77. Experimental and theoretical hysteresis loops for steel C45E for the first and stable cycles of a strain-controlled low-cycle test.

Figure 78 shows the experimental and theoretical dependencies of the strain hysteresis loop width at the constant strain amplitudes 0.6 % and 0.7 % and loading

regime $\varepsilon(t)=(A/\lambda)(t/\tau)H(t)(1-H(t-\tau))$ with strain amplitude A and loading parameter λ . The regime of adaptability to the plastic deformation stable cycle is followed by the material deformation due to the repeated hysteresis loop. The cycles for stable plastic deformation ranged from 100 to 950 cycles with a constant strain amplitude of 0.6% and from 75 to 280 cycles with a constant strain amplitude of 0.7%.

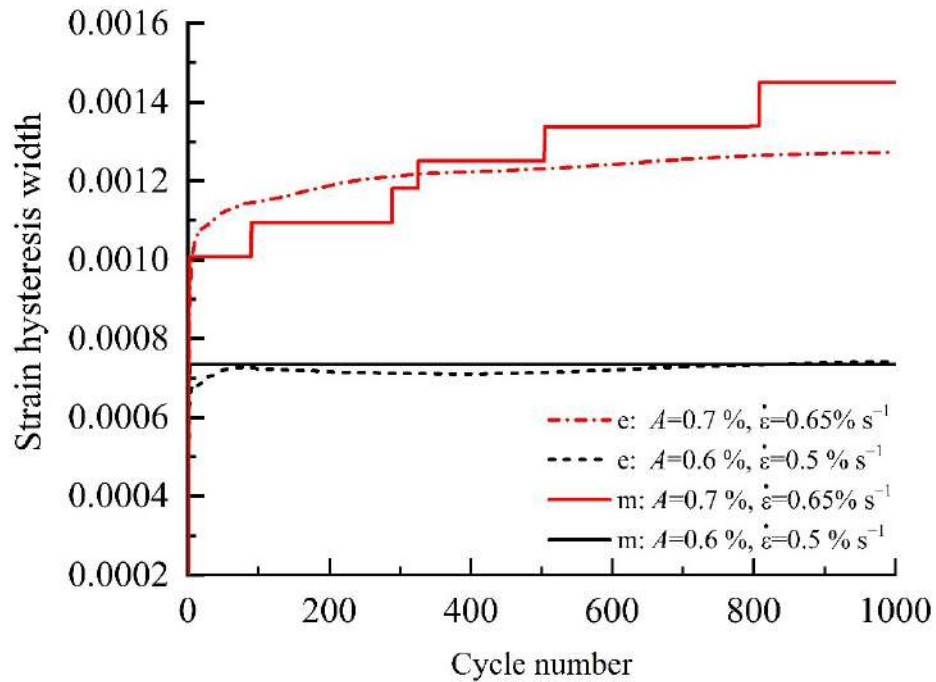


Figure 78. Strain hysteresis width as a function of the number of cycles for steel 45 at the constant strain amplitudes 0.6% and 0.7% at strain-controlled low-cycle tests. We use symbols ‘e’ for experimental dependencies and ‘m’ for theoretical dependencies, plotted by the structural-temporal model of cyclic loading (Section 4.1).

Good correlation between theoretical dependencies and experimental data in Figure 77 and the deformation accumulation process of plastic strain in Figure 78. To calculate the theoretical dependencies in Figure 77 and Figure 78 using the structural-temporal model, we evaluated the material parameters of steel 45 $E=200$ GPa, $\sigma_y=300$ MPa, $\beta=0.4$ and loading parameters $\lambda=12$, $A=0.006$ (at strain amplitude 0.6 %) and $\lambda=3.8$, $A=0.007$ (at strain amplitude 0.7 %). The proposed

model qualitatively predicts, at various strain amplitudes during low-cycle deformation, the case of gradual accumulation of plastic deformation up to 1000 cycles and the case of stabilisation of plastic deformation up to 1000 cycles. The correlation coefficient between the experimental and theoretical dependences in Figure 78 is 0.88 % for a strain amplitude of 0.6 % and 0.83 % for a deformation amplitude of 0.7 %. Thus, the proposed model qualitatively agrees with plastic deformation history, the determination of strain characteristics in a particular cycle and stabilisation modelling.

4.4. Conclusions in chapter 4

The results obtained for steel 50 showed that the time sensitivity parameter of the material introduced in the relaxation plasticity model can serve as a good measure of the technological actions performed on the material and a corresponding measure of structural changes.

We have formulated a new structural-temporal model applicable to cyclic deformation at the arbitrary law of deformation in a particular cycle. The model is used to build the total strain dependence under cyclic deformation, to model the plastic strain accumulation process, and to find the number of the stable cycle.

An introduction of the single constant time factor dependent on the material structure provides a simple calculation scheme for residual strain accumulation per cycle. The results obtained for the steel show that the time sensitivity factor introduced into the relaxation model of plasticity can serve as a convenient characteristic for comparison of different processing methods changing the material structure. The developed model can be used for the calculation of the number of the cycle in which the specimen accumulates no more plastic strain and after which the material can be long deformed elastically, omitting fracture.

Low-cycle fatigue tests for steel effects in rigid loading were examined. Strain amplitude and strain rate effects on the stable cycle at low-cycle deformation for steel C45E were experimentally studied. The stabilisation effect of the hysteresis loop for steel C45E with varying durations of cycles was revealed in the selected loading regimes. Finally, the duration of the stability of the hysteresis strain width decreases with increasing amplitude.

In summary, the regime of adaptability to plastic deformation and deformation history was predicted by the proposed structural–temporal model of cyclic loading. Strain amplitude and strain rate effects on the stable cycle at low-cycle deformation for steel 45 were experimentally studied. The results show that the structural–temporal model of cyclic loading can serve as a convenient tool for modelling cyclic deformation at different strain amplitudes and strain rates. The developed model can be used for the calculation of the number of the cycles in which the specimen accumulates no more plastic strain and after which the material can be long deformed elastically, omitting fracture.

Chapter 5. Multi-stage irreversible deformation of composite layered materials (laminates)

In this chapter, the temporal nature of the process of static and dynamic deformation of various composite laminates, or laminates, metal multilayer composites reinforced with polymer fibre epoxy layers, and their components is discussed. The aim of the study is to verify the proposed innovative model using layered composites. The modified relaxation model is based on the earlier formulated relaxation model of irreversible deformation and fracture for homogeneous materials (Section 2.3.1). The proposed relaxation model makes it possible to describe the deformation of the layered composites from elastic to irreversible deformation, finalised by the failure moment. In addition, the developed approach allows us to consider the effects of the transition from static to dynamic loading. This means that the model-calculated dynamic limiting characteristics of the metal and the strength of brittle materials will have a determining character, depending on the loading history. The verification of the model using a glass fibre reinforced aluminium composite, glass fibre reinforced titanium composite, carbon fibre reinforced aluminium composite, and Kevlar fibre reinforced aluminium composite with different thickness ratios between metal and polymer layers is given. It is shown that the theoretical deformation curves of the metal composites at the various strain rates, finalised by brittle fracture of the polymer layers or continued irreversible deformation of remaining unbroken metal layers with destroyed polymer (fibre/epoxy) layers, are predicted. Based on the same structural-temporal parameters for five (Ti/GFRP (0/90)/Ti/GFRP(90/0)/Ti) and three

(Ti/GFRP(0/90/90/0)/Ti) layers glass fibre reinforced titanium composites and the polymer layers, one-stage and two-stage stress drops during the irreversible deformation of the composite under static and dynamic loading are simulated. The change of the multi-stage fracture of the composite from static to dynamic loading and the fracture characteristic times of the polymer and the metal are correlated. Continued plastic deformation of the composite after fracture of the polymer layers is related with different values of the characteristic relaxation times of the polymer (fibre/epoxy) and the metal layers.

The results presented in Chapter 5 are published in papers [214–217].

5.1. Relaxation Model of irreversible deformation and fracture for Heterogeneous Materials

5.1.1. Model formulation

Let us consider a model for predicting the deformation process of inhomogeneous fibrous metal laminates based on the relaxation plasticity model (Section 2.3.1) and the yield incubation time criterion (Section 2.1.1). Previously, this model has been proposed for homogeneous materials and has been used to predict stress-strain curves over a wide range of strain rates. A fibre-reinforced multilayer metal composite is considered as a single composite material with effective mechanical properties. Considering the uniaxial deformation behaviour of fibrous metal laminates, such as the flow of metal layers, delamination and fracture of the fibrous layer, in this section it is proposed to extend the relaxation model of plasticity with the addition of the failure condition for some fibrous epoxy layers in a way that was observed in experiments. Let us consider the numerical scheme of the model:

$$\sigma_{comp}(t) = \begin{cases} E_0 \varepsilon(t), & \varepsilon/\dot{\varepsilon} < t_y^{eff}, \\ E_0 \left\{ \gamma(t) \Big|_{\Sigma(t)=E_0 \dot{\varepsilon} t; \sigma_y = \sigma_y^{eff}} \right\}^{1-\beta_0} \varepsilon(t), & t_y^{eff} \leq \varepsilon/\dot{\varepsilon} < t_*^1, \\ E_0 \left\{ \gamma(t) \Big|_{\Sigma(t)=E_1 \dot{\varepsilon} t; \sigma_y = \sigma_y^{Me}} \right\}^{1-\beta_1} \varepsilon(t), & t_*^1 \leq \varepsilon/\dot{\varepsilon} < t_*^2, \\ \dots \\ E_0 \left\{ \gamma(t) \Big|_{\Sigma(t)=E_{n-1} \dot{\varepsilon} t; \sigma_y = \sigma_y^{Me}} \right\}^{1-\beta_{n-1}} \varepsilon(t), & \varepsilon/\dot{\varepsilon} > t_*^n. \end{cases} \quad (60)$$

where $\sigma_{comp}(t)$ is the temporal dependence of the stress of the fibre metal laminate, E_0 is the initial Young's modulus of the fibre metal laminate, $\varepsilon(t)$ is the temporal dependence of the strain of fibre metal laminate, t_y^{eff} is the yielding time of the metal layers, $\gamma(t)$ is the relaxation function; $t_*^1, t_*^2, \dots, t_*^n$ are the fracture times of the brittle fibre layers of the composite; E_1, E_2, \dots, E_{n-1} are the Young's modulus of fibre metal laminate upon fracture of brittle 1... $n-1$ fibrous layers, n is the number of fibrous layers, $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n-1}$ are the degree of hardening of fibre metal laminate upon fracture of brittle 1... $n-1$ fibrous layers; and $\Sigma(t)$ is the temporal dependence of the load function in the specimen of the fibre metal laminate. The critical times, t_y^{eff} and t_*^i , were determined on the basis of the structural-time approach (Section 2.1.1, Eq. (19)), written for the metal layers, as follows:

$$\frac{1}{\tau_y^{eff}} \int_{t_y^{eff} - \tau_y^{eff}}^{t_y^{eff}} \left(\frac{\Sigma(t_1)}{\sigma_y^{eff}} \right)^{\alpha_{eff}} dt_1 = 1 \quad (61)$$

And brittle layers (Section 1.1, Eq. (2)):

$$\frac{1}{\tau_f^i} \int_{t_*^i - \tau_f^i}^{t_*^i} \left(\frac{\Sigma(t_1)}{\sigma_f^i} \right)^{\alpha_f^i} dt_1 = 1. \quad (62)$$

where τ_f^i and τ_y^{eff} are the characteristic times of the fibre layers and metal layers, and α_{eff} and α_f^i are sensitivity parameters of the material to the amplitude of the force field causing irreversible deformation of the aluminium and fibrous layers.

Structural–temporal parameters α , α_{eff} , α_f^i , τ_f^i , τ_y^{eff} and β_i have constant values at any strain rate and different values for structurally different materials. σ_y^{Al} and σ_f^i are the static yield strength of the aluminium and the static strength of the brittle fibres, respectively. Detailed physical interpretations of the model parameters are given in following papers [60,171,127,214]. This model takes into account the change in the elastic modulus of the composite from E_{or} to E_{fin} upon fracture of the brittle fibre layers and the change in the cross-sectional area of fibre metal laminate from S_{or} to S_{fin} , as follows:

$$E_{or}S_{or} = E_{fin}S_{fin} \quad (63)$$

Using the proposed model, it is possible to calculate the elastic, inelastic, and irreversible stages of composite deformation until the composite is completely destroyed. The proposed relaxation model for layered composites makes it possible to effectively describe the deformation response of the composite from elastic deformation to irreversible deformation, and to investigate further until the moment of failure. Moreover, this approach allows us to consider the effects of transition from static to dynamic loading, in which the dynamic limiting characteristics of the metal yield strength and the strength of brittle materials will have a determining character, depending on the loading history $\Sigma(t)$. A united set of characteristic plasticity and fracture characteristic times also makes it possible to effectively predict important competitive phenomena in materials with a complex heterogeneous structure.

5.1.2. Rheological model of irreversible deformation of a multilayer composite

Before presenting the proposed model in Section 5.1.1 as a rheological model, one can schematically consider the relaxation plasticity model in Section 2.3.1 as a rheological model (Figure 79), consisting of two Hooke elastic h and o elements and

one plastic element p . Proposed model differs from the viscoelastic Zener model in the Maxwell representation by the presence of a plastic element with the yield condition in Eq. (19), instead of a viscous element. Based on the proposed deformation condition in Eq. (19) for hypothetical plastic element p , we construct a calculated stress–strain relationship for a wide range of strain rates for a heterogeneous material, for which the simplest rheological element is shown schematically in Figure 79. The model consists of two Hooke elastic h and o elements and one plastic element p . By analogy with Eq. (38), equivalent stresses, σ_{eqv} , for the rheological model in Figure 79 are specified by the formulae:

$$\sigma_{eqv}(\varepsilon) = \begin{cases} E_0 \varepsilon_{eqv}, & \frac{1}{\tau} \int_{t_*-\tau}^{t_*} \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_y} \right)^\alpha ds < 1 \\ (E_0 - E_h) \frac{\Sigma_d}{E_0} + E_h \varepsilon_{eqv}, & \frac{1}{\tau} \int_{t_*-\tau}^{t_*} \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_y} \right)^\alpha ds \geq 1 \end{cases} \quad (64)$$

where Σ_d is the yield strength for a wide range of strain rates, defined by criterion (19).

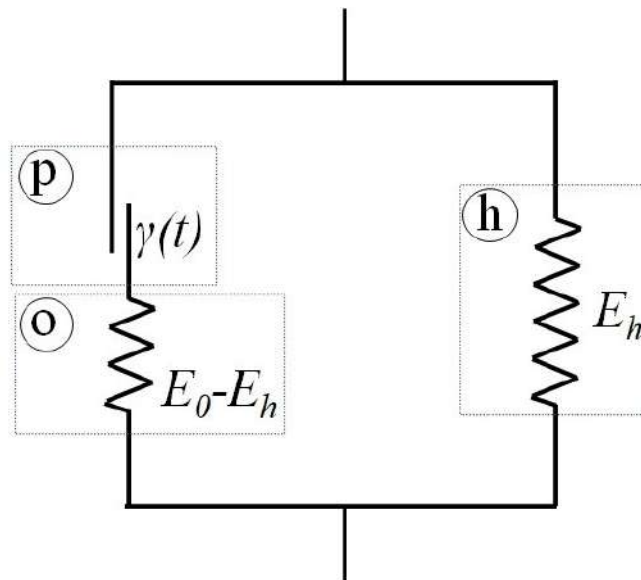


Figure 79. The rheological elastic–plastic model with yielding condition (19).

Parameters E_0 and E_h of elastic elements are defined through the parameters of the relaxation model of plasticity:

$$E(t) = \begin{cases} E_0, & \frac{1}{\tau} \int_{t_*-\tau}^{t_*} \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_y} \right)^\alpha ds < 1, \\ E_h, & \frac{1}{\tau} \int_{t_*-\tau}^{t_*} \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_y} \right)^\alpha ds \geq 1, \end{cases} \quad (65)$$

$$E_h = E_0 \frac{\gamma(t)^{1-\beta} \varepsilon_{eqv} - \frac{\Sigma_d}{E_0}}{\varepsilon_{eqv} - \frac{\Sigma_d}{E_0}} \quad (66)$$

Eqs. (64)–(66) show how accounting for plastic deformation with a given yield condition, using the relaxation function $\gamma(t)$, can be correlated with the simplest rheological model corresponding to the scheme shown in Figure 79, from the point of view of the relaxation model of plasticity.

The process of deformation of a multilayer composite can be represented in the form of a rheological model, as schematically shown in Figure 80. In this paper, the St. Venant element (sliding element), designated as p element in Figure 80, is given by the homogeneous relaxation model of plasticity (Section 2.3.1). The model consists of a combined AA body (effective compound material), which describes the deformation of an aluminium alloy, and Hooke elastic bodies connected in parallel to it, which describe the deformation of fibres. The AA body consists of two Hooke elastic bodies and a plastic p body, and models elastic–plastic deformation with hardening. The yielding point t_y^{eff} , determined by Eq. (61), defines the reference point of the deformation of the plastic p body in two stages $\varepsilon \neq \dot{\varepsilon} \neq 0$, to which the deformation is zero $\varepsilon = \dot{\varepsilon} = 0$. The general rheological equation of the model in Figure 80 is divided by the start point of the plastic flow, as follows:

$$\sigma_{eff} = \begin{cases} E_{eff}\varepsilon_{eff}, & Int < 1, \\ E_{eff}\varepsilon_{eff} + (E_{eff} - E_h - E_f)(\varepsilon_{eff} - \varepsilon_p), & Int \geq 1. \end{cases} \quad (67)$$

$$\text{where } Int = \frac{1}{\tau_{eff}} \int_{t_* - \tau_{eff}}^{t_*} \left(\frac{\Sigma(s)}{\sigma_y^{eff}} \right)^{\alpha_{eff}} ds.$$

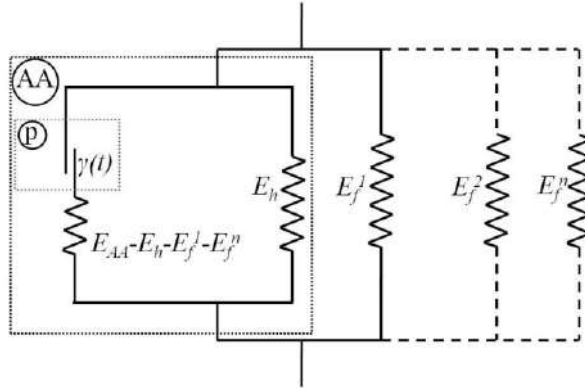


Figure 80. The rheological model of the fibre metal laminate.

To establish the relationship between the parameters of the relaxation model of plasticity and the rheological model of the composite in Figure 80, there are two limiting cases of deformation:

$$E_h + E_f \xrightarrow{\beta=0} 0 \quad (68)$$

$$E_h + E_f \xrightarrow{\beta=1} E_{eff} \quad (69)$$

Delamination between aluminium layers and fibres leads to a sharp drop in stress, corresponding to the removal of Hooke's elastic elements E_f^i . A stepped stress drop is observed with a multilayer composite with two or more prepreg layers.

5.2 Dynamic Deformation of Metal Composites

In this section, the structural-temporal parameters of the composite and its components are determined for metal composites with different structures. Table 25

lists the materials [45–48,218–220], used for numerical simulation of the plasticity relaxation model for layered materials. We used the notations Me/F/Me/F/Me or Me/F/Me for general definition of the sequence of metal (Me) and polymer fibre/epoxy layers (F). For instance, the abbreviation Me/F/Me/F/Me means that the fibre metal laminate consists of three metal layers and two polymer layers. We used the following abbreviations for notations materials: GFRP—glass fibre reinforced polymer; CFRP—carbon fibre reinforced polymer; KFRP—Kevlar fibre reinforced polymer; (0/90/90/0), (0/0/0/0), (0/90), and (90/0)—sequence of polymer layers with orientations of 0 and 90.

Table 25. Review of the layered materials utilised for numerical modelling using the relaxation model of plasticity for layered materials.

Reference	Composite Structure	Metallic Layer	Type of Fibre	Thickness One Me Layer, mm	Thickness of Composite, mm	Thickness Ratio of Metal and Polymer Layers
[218]	Me/F/Me/F/Me	Al 2024-T3 alloy	GFRP	0.4	2.2	1.2
[45,46]	Me/F/Me	Al 2024-T3 alloy	GFRP	0.6	3.7	0.48
[47,48]	Me/F/Me	Ti-6Al-4V alloy	GFRP	0.6	3.1	0.63
	Me/F/Me/F/Me		GFRP	0.4	3.15	0.62
[219]	Me/F/Me/F/Me	LY12CZ Al alloy	CFRP	0.246	1.34	1.23
[220]	Me/F/Me/F/Me	Al alloy	KFRP	0.24	1.34	1.16

Figures 81, 82 and 83 show the theoretical deformation curves of different fibre metal laminates, plotted by experimental data in the studies [45–48,218–220]. The verification of the proposed relaxation model, as an example of the static and dynamic deformation dependencies, is carried out for various layered composites: Al/GFRP/Al/GFRP/Al, Ti/GFRP/Ti/GFRP/Ti, Al/GFRP/Al, Ti/GFRP/Ti, Al/CFRP/Al/CFRP/Al, and Al/KFRP/Al/KFRP/Al. Each of the presented static and dynamic theoretical dependencies shows the model performance for two composites: with different thickness ratios for the metal and polymer layers (Figure 81), with different metal layer materials for the composite (Figure 82), and with different polymer layer materials for the composite (Figure 83).

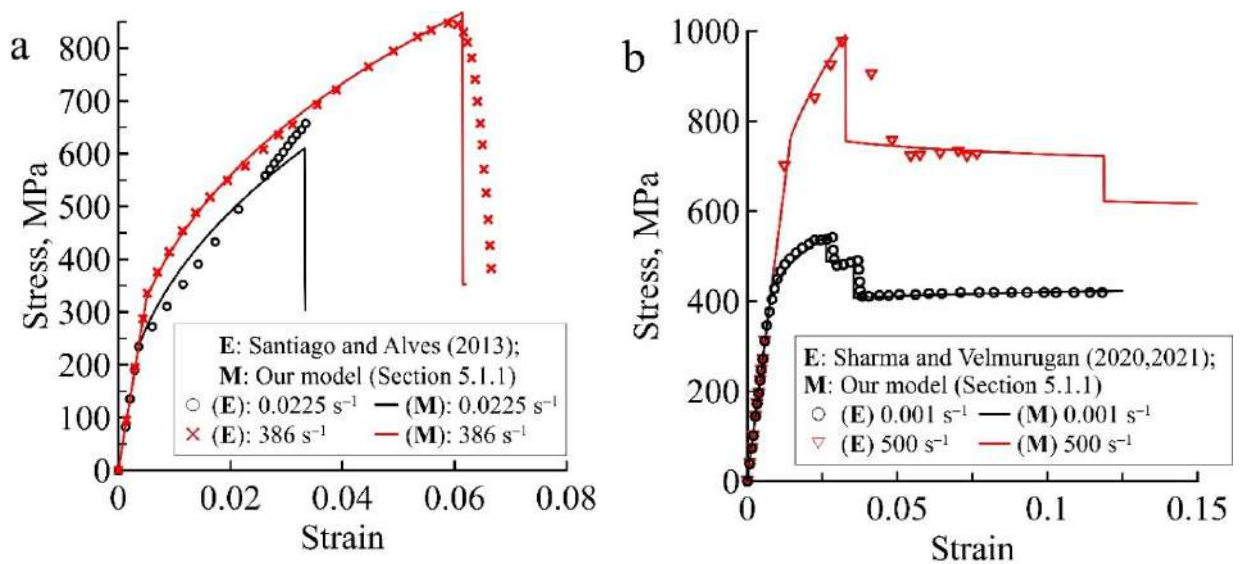


Figure 81. Predicted static and dynamic deformation curves of Me/GFRP/Me/GFRP/Me laminates using the proposed model (Section 5.1.1), marked by solid lines, with different total thickness ratios of metal and polymer layers: (a) 1.2 and (b) 0.62. Experimental static and dynamic deformation curves for: (a) Al/GFRP/Al/GFRP/Al [218] and (b) Ti/GFRP/Ti/GFRP/Ti [47,48] are marked by points.

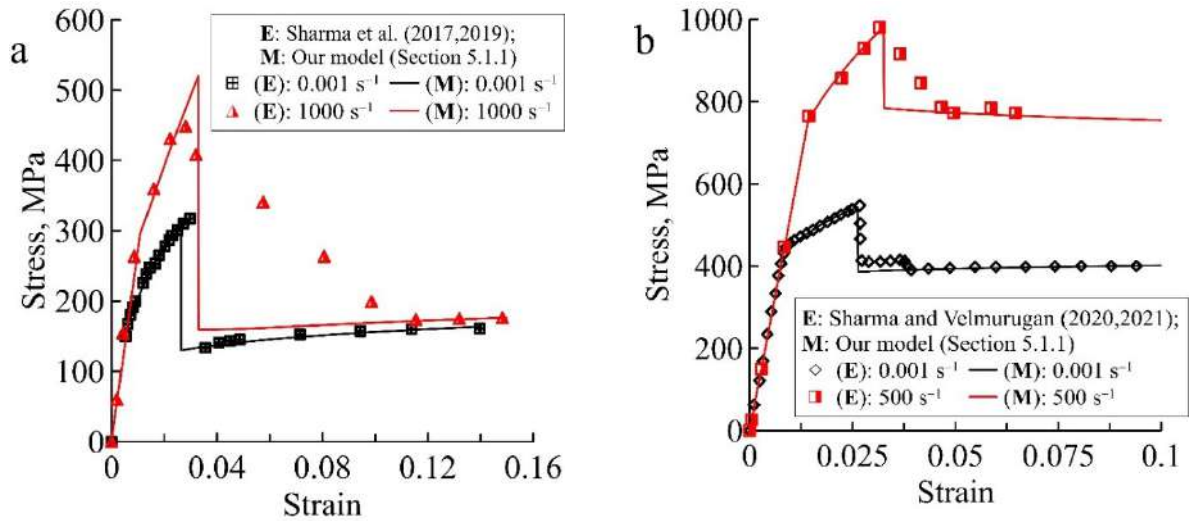


Figure 82. Predicted static and dynamic deformation curves of Me/GFRP/Me laminates using the proposed model (Section 5.1.1.), marked by solid lines, with close values for the total thickness ratio of metal and polymer layers: (a) 0.48 and (b) 0.63. Experimental static and dynamic deformation curves for: (a) Al/GFRP/Al [45,46] and (b) Ti/GFRP/Ti [47,48] are marked by points.

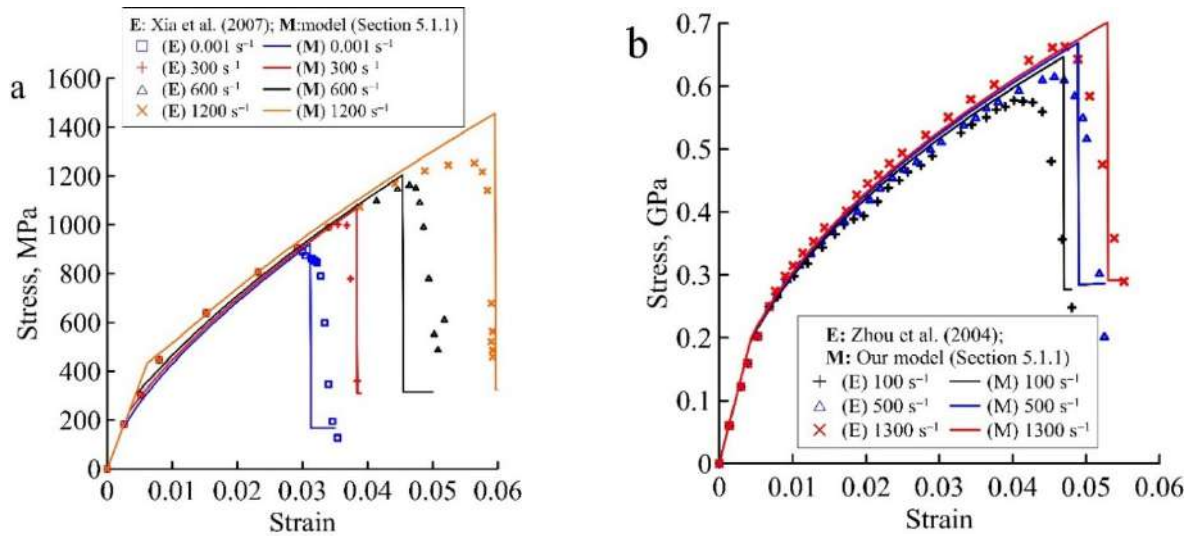


Figure 83. Predicted static and dynamic deformation curves of Al/CFRP/Al/CFRP/Al and Al/KFRP/Al/KFRP/Al laminates using the proposed model (Section 5.1.1.), marked by solid lines, with close values for the total thickness ratio of metal and polymer layers: (a) 1.23 and (b) 1.16. Experimental static and dynamic deformation curves for: (a) Al/CFRP/Al/CFRP/Al [219] and (b) Al/KFRP/Al/KFRP/Al [220] are marked by points.

The structural–temporal parameters of the layered composites for calculation of the theoretical dependencies are presented in Tables 26, 27, 28, 29, 30. The parameters of the relaxation model of irreversible deformation and fracture are invariant to the loading history, and using the table data, one can predict the rate sensitivity of the composites with an increase in the strain rate on the theoretical deformation dependencies (Figures 81, 82, 83). Tables 27 and 28 show that the same structural–temporal parameters for the Ti/GFRP(0/90/90/0)/Ti and Ti/GFRP(0/90)/Ti/GFRP(90/0)/Ti laminates and GFRP (0/90/90/0) of the polymer layers of composites, presented in Figures 81*b* and 82, are used. The multistage of irreversible deformation of the layered composites are conditionally divided into three stages: elastic, nonlinear viscous-elastic, and preparation to fracture.

Table 26. Parameters of the model and materials [218] for the calculated deformation curves of the GLARE Al/GFRP/Al/GFRP/Al composite in Figure 81 *a*.

Material	Parameter	Unit	Value
Al/GFRP/Al/GFRP/Al composite	σ_y^{eff}	MPa	235
	E_0	GPa	65
	α_{eff}	–	15
	τ_y^{eff}	ms	1
	β	–	0.43
Al 2024-T3 alloy	σ_y^{Me}	MPa	302.29
	β	–	0
GFRP (0/90/90/0)	σ_f^1	MPa	340
	E_f	GPa	14
	α_f^1	–	1
	τ_f^1	s	11

Table 27. Parameters of the model and materials [45,46] for the calculated deformation curves of the GLARE Ti/GFRP(0/90/90/0)/Ti composite laminate and Ti/GFRP(0/90)/Ti/GFRP(90/0)/Ti laminate, shown in Figures 81 *b* and Figure 82 *b*.

Material	Parameter	Unit	Value
Ti/GFRP(0/90/90/0)/Ti laminate or Ti/GFRP(0/90)/Ti/ GFRP(90/0)/Ti laminate	σ_y^{eff}	MPa	430
	E_0	GPa	53
	α_{eff}	–	15
	τ_y^{eff}	ms	8.4
	β at 0.001 s ⁻¹	–	0.2
	β at 500 s ⁻¹	–	0.36
Ti-6Al-4V alloy	σ_y^{Me}	MPa	984
	β	–	0.03
GFRP (0/90/90/0)	σ_f^1	MPa	310
	E_f	GPa	14
	α_f^1	–	60
	τ_f^1	s	15400
GFRP (0/0/0/0)	σ_f^2	MPa	665
	E_f	GPa	33.26
	α_f^2	–	10
	τ_f^2	s	1000

Static experimental stress–strain curves of Al/GFRP/Al [45,46] and Al/GFRP/Al/GFRP/Al [45,46] laminates unlike dynamic stress–strain curves have explicitly the stress drop after reaching of peak stress [215]. Figures 84 show damage Al/GFRP/Al [45,46] and Al/GFRP/Al/GFRP/Al [45,46] laminates under dynamic

loading at the moment of peak stress in Fig. 82a, when fibre layers brittle destroyed. Parameter models are presented in the work [215].

Table. 28. Parameters of the model and materials [46,47] for the calculated deformation curves of the GLARE Al/GFRP/Al/GFRP/Al composite, shown in Figure 81 a.

Material	Parameter	Unit	Value
Al/GFRP/Al/GFRP /Al composite	σ_y^{eff}	MPa	160
	E_0	GPa	27.22
	α_{eff}	–	1
	τ_y^{eff}	μs	10
	β at 0.001 c^{-1}	–	0.45
	β at 1000 c^{-1}	–	0.65
Al 2024-T3 alloy	σ_y^{Me}	MPa	302.29
	β	–	0.14
GFRP (0/90/90/0)	σ_f^1	MPa	310
	E_f	GPa	14
	α_f^1	–	60
	τ_f^1	s	15400

The pre-fracture stage may consist of the fracture of the polymer epoxy/glass fibre layers (including delamination process), which is different depending on the thickness of the composite layers (Figure 81). As the thickness of the metal layers in comparison with the polymer epoxy/fibre layers was greater [218] (Figure 81 a) than in [47,48] (Figure 81 b), the pre-fracture stage on theoretical and experimental deformation curves had a stress drop at a strain rate $\dot{\epsilon}=386 \text{ s}^{-1}$ (Figure 81 a) and

continued to experience plastic deformation of the retained metal layers until fracture of the polymer epoxy/fibre layers at strain rates of $\dot{\epsilon}=0.001 \text{ s}^{-1}$ and $\dot{\epsilon}=500 \text{ s}^{-1}$ (Figure 81 *b*).

Table 29. Parameters of the model and materials [219] for the calculated deformation curves of the GLARE Al/CFRP/Al/ CFRP/Al composite, shown in Figure 83a.

Material	Parameter	Unit	Value
Al/CFRP/Al/CFRP/Al composite	σ_y^{eff}	MПа	160
	E_0	ГПа	70
	α_{eff}	–	1
	τ_y^{eff}	МКс	7
	β	–	0.67
LY12CZ aluminium alloy	σ_y^{Me} ,	MПа	302.29
	β	–	0
CFRP (0/90/90/0)	σ_f^1	ГПа	1
	E_f	ГПа	32
	α_f^1	–	1
	τ_f^1	МКс	47.3

The theoretical static and dynamic deformation curves, marked by solid lines in Figure 81, have a good correspondence with the static and dynamic experimental deformation curves, marked by symbols (Figures 81 *a*, 81 *b*), which verify that the relaxation model for the layered materials is capable of simulating two initial stages of deformation and both cases of pre-fracture stages. Note that to model of the theoretical deformation dependencies in Figures 81 *a* and 83, Eq. (71) was not taken into account and the stress drops were also plotted as the thickness of the metal layers was greater than that the polymer epoxy/fibre layers.

Table 30. Parameters of the model and materials [220] for the calculated deformation curves of the Al/KFRP/Al/KFRP/Al composite, shown in Figure 83 *b*

Material	Parameter	Unit	Value
Al/KFRP/Al/ KFRP /Al composite	σ_y^{eff}	MPa	170
	E_0	GPa	46
	α_{eff}	–	60
	τ_y^{eff}	ms	1
	β	–	0.51
Aluminium alloy	σ_y^{Me}	MPa	302.29
	β	–	0
KFRP (0/90/90/0)	σ_f^1	GPa	1.3
	E_f	GPa	28
	α_f^1	–	1
	τ_f^1	μ s	10

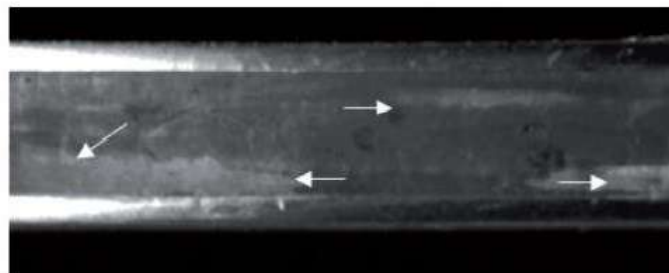


Figure 84. Damage of Al/GFRP/Al composite [45,46] at strain rate of 1000 s^{-1} the moment of reaching of the peak stress on stress–strain curves, shown in the papers [45,46,215].

The two-stage stress drop for statics (in Figure 81 *b*) differs from the one-stage stress drop for dynamics. Continuing the dynamic theoretical dependence in Figure 81 *b*, the second step of stress drop is also observed. The characteristic

relaxation time of polymer glass fibre/epoxy layers (11 s in Table 26, 15400 s and 100 s in Table 27) is usually several orders of magnitude higher than that of metal (1 ms in Table 26, 8.4 ms in Table 27); therefore, the fracture processes proceed faster. Figure 85 shows a comparison of the strain rate dependence of the strength for Ti-6Al-4V, calculated using the structural–temporal approach in [221], and the strain rate dependencies of the polymer fibre/epoxy strength in Table 27. Thus, the disappearance of the second stress release for the dynamic deformation curve of the composite with a high percentage of polymer can be explained by the predominance of preparatory processes for the fracture of these polymer layers in comparison with metal layers. Thus, the use of the technique for determining the characteristic times of the destruction of polymeric materials, the characteristic relaxation times of the metal material that is part of the composite, and the characteristic time of the composite make it possible to simultaneously take into account competing processes such as ductile-brittle transition, phase transition, and transient processes in the composite for different impact rates and materials of different structures.

Invariant structural–temporal characteristics of the loading history $\Sigma(t)$ allow for the application of the proposed model for various combinations of metal and polymer layers. As shown in Table 27, theoretical deformation curves in Figure 82 are plotted with the same structural-temporal model parameters as the polymer glass/fibre layer [45–48]. The characteristic time of the Ti-based layered composite (8.4 ms in Table 27) is greater than the characteristic time of the Al-based layered composite (10 μ s in Table 28). By changing only the structural-temporal parameters of the aluminium alloy to the titanium alloy, the theoretical deformation dependences of composites with one polymer layer, but a different metal matrix, are calculated on the basis of the proposed model with parameters (Tables 26 and 27). The absence of smooth stress relief for the theoretical dynamic curve in Figure 82 *a* is explained by taking into account the processes of destruction, without the process of delamination of the fibrous layers.

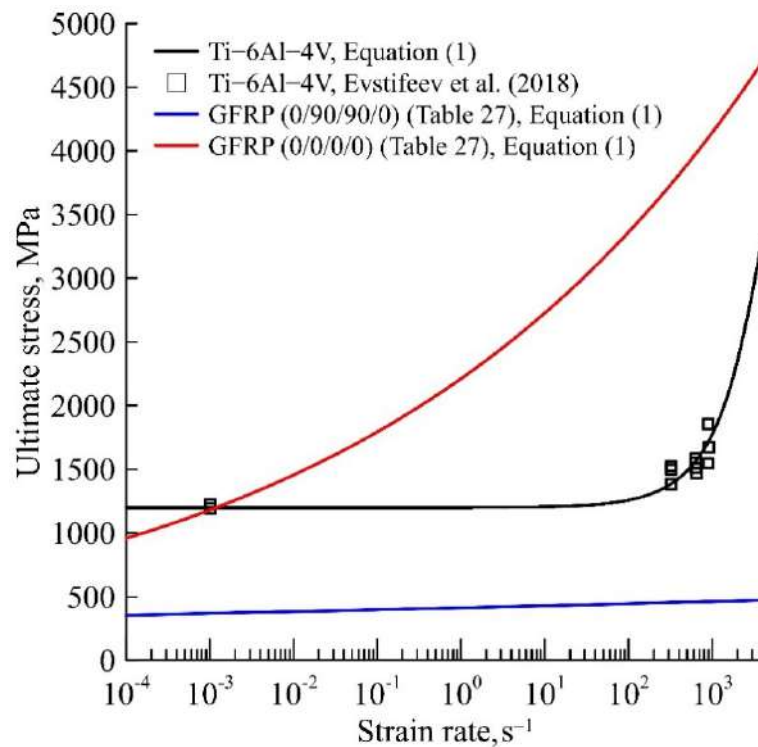


Figure 85. Comparison of the theoretical rate dependence of the ultimate strength for Ti-6Al-4V, constructed according to criterion (2) based on experimental data [221], and two theoretical rate dependences for a polymer layer consisting of a fiber and epoxy layer, with orientations (0/90/90/0) and (0/0/0/0), the structural and temporal parameters of which are indicated in Table. 27.

Typical dynamic dependences of layered composites with carbon [219] and Kevlar fibres [220] are also predicted based on the proposed model (Figure 83). Irreversible deformation of layered composites and the level of stress relief at the preparatory stage to fracture corresponded well with the experimental deformation curves [219,220]. A slight increase in the deformation curve at the second non-linear viscous-elastic stage of deformation of the layered composite was modelled using the structural-temporal parameters.

5.3 Conclusions in chapter 5

The modified plasticity relaxation model for heterogeneous materials was applied and verified for metal layered composites with different metallic and polymeric (fibre/epoxy) materials, tested under static ($\dot{\epsilon}=0.001 \text{ s}^{-1}$) and dynamic loads ($\dot{\epsilon}=100\text{--}1300 \text{ s}^{-1}$). The proposed relaxation model for the layered composites makes it possible to consider the effects of the transition from static to dynamic loading, in which the dynamic limiting characteristics of the metal yield strength and the strength of brittle materials will have a determining character, depending on the loading history.

Based on the proposed model, the pre-fracture stages of the composite with stress drops and continuous plastic deformation of the unbroken metal layers were predicted. Based on the same structural-temporal parameters for five- (Ti/GFRP(0/90)/Ti/GFRP(90/0)/Ti) and three-layer (Ti/GFRP(0/90/90/0)/Ti) glass fibre reinforced titanium composites and polymer layers, one-stage and two-stage stress drops during the irreversible deformation of the composite under static and dynamic loading were simulated. The one-stage stress drop on the dynamic curve of the composite and the two-stage stress drop on the static curve of the composite were compared according to the competition principle of the temporal preparatory processes of the layers fracture stress of the polymer and the metal.

The various deformation responses of metal composites in a wide range of strain rates, characterised by brittle, ductile, or ductile \square brittle fractures, were predicted by the relaxation model of plasticity for heterogeneous materials. To model the important competitive phenomena on composite materials, a united set of characteristic times for plasticity and fracture was used.

Thus, the use of the plasticity relaxation model is not limited to homogeneous materials, but can be very effective for layered composites. Using examples of the

composites with different thickness layers and calculated characteristic relaxation times for polymer (fibre/epoxy) and metal layers, the presence of elastic-plastic deformation after the fracture of the polymer (fibre/epoxy) layers of the composite is interpreted.

We believe that the basic ideas regarding the incubation time approach and the relaxation plasticity can serve as an effective tool in developing a new experimental standard and corresponding numerical schemes accounting for the unstable behaviour of deformation diagrams in the composite materials and their different components.

Conclusion

In this work, based on the idea of explicitly taking into account relaxation, models of irreversible deformation were proposed to describe the effects of unstable behaviour in various processes: fracture, yield, plasticity, and cyclic deformation.

Taking into account the relaxation in the fracture processes, the incubation time criterion was applied to describe the rate dependencies of the strength characteristics of concrete, rocks and frozen soil in the case of high-speed loading.

The effect of higher dynamic strength of saturated concrete, limestone, sandstone compared to unsaturated material was explained within the incubation time approach, due to the influence of the role of relaxation processes characterized by incubation time: the presence of water in the sample at low speeds deformation processes of microcracking are accelerated, and at high speeds they are slowed down. The values of incubation times were determined as a key characteristic of relaxation processes during destruction for: a) concretes depending on the level of water saturation and the ratio of water to cement mortar, b) and also, for sandstone and limestone with different water content and density. Higher density rocks and higher moisture levels have been shown to have increased incubation times.

Comparison of the experimental speed dependences of the strength of frozen sandy soil with different mass fractions of ice showed that under high-speed deformation, a higher tensile strength is observed in soil with a larger mass fraction of ice. Within the framework of the structural-temporal approach, the observed

effect was associated with a decrease in the incubation time with a decrease in the mass fraction of ice in the frozen ground. The different behaviour of the static and dynamic strength of frozen soil under the influence of the mass fraction of ice was successfully predicted based on the criterion of incubation time and is associated with the effect of competition of relaxation processes for each of the soils with different mass fractions of ice, characterized by different characteristic times.

Using the constructed theoretical dependences according to the proposed incubation time criterion, the influence of the fibre shape on the sensitivity of steel and synthetic fibre-reinforced concrete to the strain rate was analysed. Greater incubation time and greater dynamic strength were observed in concrete reinforced with helical fibre.

Comparison of materials under dynamic loads can be made by estimating the incubation time of failure with a sufficient degree of certainty. In addition, comparison of the incubation time of destruction allows one to adequately compare the speed sensitivity of materials and predict the effect of strength competition.

The energy and strength limiting criteria, determined by the structural-temporal approach, were used to predict the rate dependences of the dynamic fracture toughness and fracture work, respectively. The obtained estimates of the incubation times for coal and granite with different sample cut lengths showed that the incubation time determined by the force criterion does not depend on the sample cut length.

Thus, the proposed fracture incubation time approach can be easily applied in engineering practice and can be useful in developing standards for dynamic testing of concrete, rocks, and frozen soil. Thus, the parameters of the incubation time criterion, which explicitly take into account relaxation processes during fracture, can be considered as a convenient tool for predicting the fundamental dynamic effects

of the strength characteristics of concrete, rocks, and frozen soil under the influence of water saturation, the mass fraction of ice, and reinforcement.

The incubation time has been considered as the main characteristic of the material of the structure-time yield approach, which predicts the behaviour of the yield strength over a wide range of strain rates. The prediction of the velocity sensitivity of the material using various dynamic models of plastic deformation was considered. Analytical expressions were constructed for the parameters of the empirical models of Johnson-Cook and Cooper-Symonds through the parameters of the criterion of the incubation time of yield, which showed that some of the parameters of the empirical models of Johnson-Cook and Cooper-Symonds depend on the strain rate. The advantage of calculating the yield strength according to the incubation time criterion is the required number of parameters that are invariant to the loading rate, which do not require further modifications at high strain rates, in contrast to the empirical models of Johnson-Cook and Cooper-Symonds. The presented yield incubation time criterion has the most convenient numerical algorithm for the yield strength at the initial moment of plastic deformation, showing good agreement with experiment both in the range of strain rates, where the empirical modified Johnson-Cook model (29) is implemented, and in a much wider range of rates.

The proposed relaxation model of plasticity, with an explicit relaxation function introduced and the use of the characteristic relaxation time, made it possible to predict various types of deformation curves of materials in a wide range of strain rates (Fig. 84). The diagrams showed the appearance and disappearance of the yield tooth effect at the initial stage of plastic deformation with a change in strain rates, which characterizes a pronounced manifestation of the temporal nature of the plastic deformation process. It is shown that the evaluation of the fixed material constants associated with the speed sensitivity τ , amplitude sensitivity α and the degree of hardening β makes it possible to automatically build theoretical deformation curves

with varying yield stress and peaks (“yield drop”), providing a prediction of the corresponding loading modes, for which these phenomena occur. A small number of parameters and their invariance to the strain rate, in contrast to other approaches, ensures the efficiency and practical value of the proposed model.

A comparison of the relaxation plasticity model with dynamic plasticity models (classical and improved Johnson-Cook models, phenomenological extended Rusinek-Klepachko models) was carried out to determine different dynamic deformation responses of materials. It is shown that the relaxation model predicts the effect of dropping the yield strength during high-speed deformation of TRIP800 steel, 590 MPa steel, and the absence of such an effect in a wide range of strain rates for the 2.3Ni-1.3Cr steel grade. The relaxation model gave a better fit of the stress-strain relationships under conditions of high strain rates to the experimental data compared to the improved Johnson-Cook models. This approach can describe anomalous plastic deformation behaviour such as yield tooth. It is shown that the improved Johnson-Cook model and the Rusinek-Klepachko model do not take into account the effect of dropping the yield strength observed in mild steels and aluminium alloy 7075-T6. Thus, the relaxation plasticity model is an effective and convenient tool for calculating some of the main effects of dynamic plasticity that arise in a wide range of strain rates.

Unlike other approaches, a small number of parameters and their invariants with respect to the strain rate ensure the efficiency and practical convenience of the proposed phenomenological model. Based on the relaxation plasticity model (Fig. 84), nine new material responses (Figs. 55 and 60) were predicted along with three simulated dependencies (Fig. 54) that match known classical models. Dynamic dependences of deformation with emerging (and disappearing) drop in yield at a fixed strain rate were shown for micro- and nanocrystalline nickel, steel (without pre-strain and with pre-strain) and aluminium alloy 2519 A at various temperatures.

Similar dynamic effects were revealed on the tension diagrams for materials with different sensitivity to strain rate and structural-temporal parameters.

A new model of cyclic deformation was formulated for an arbitrary deformation law on a separate cycle based on the relaxation plasticity model developed earlier for a single loading. On the basis of the proposed model, a complete deformation dependence was simultaneously constructed during cyclic deformation and the process of accumulation of plastic deformations was modelled, and the number of a stable cycle was also established. The results obtained for steel show that the time sensitivity parameter of the material introduced in the relaxation plasticity model can serve as a good characteristic for comparing various treatments of the material that significantly change its structure. The resulting model can be used to calculate the cycle in which the sample no longer accumulates a new plastic deformation, after which the material can be deformed elastically for a sufficiently long time without failure.

Low-cycle fatigue tests on steel under severe loading were considered. The influence of the amplitude and strain rate on the stable cycle at low-cycle deformation of C45E steel has been experimentally studied. The effect of stabilization of the hysteresis loop for steel 45 is revealed for different cycle times in the selected loading modes. The proposed structural-temporal model of cyclic loading predicted the mode of adaptability to plastic deformation and the prehistory of deformation. The influence of the amplitude and strain rate on the stable cycle at low-cycle deformation of steel 45 was experimentally studied. The results show that the structural-temporal model of cyclic loading can serve as a convenient tool for modeling cyclic deformation at various amplitudes and strain rates. The developed model can be used to calculate the number of cycles at which the sample ceases to accumulate plastic deformation and after which the material can be elastically deformed for a long time without failure.

A modified relaxation model of the irreversible deformation and fracture of heterogeneous materials was applied and tested on metal layered composites with various metal and polymer (fibre/epoxy) materials tested at static ($\dot{\epsilon}=0.001 \text{ s}^{-1}$) and dynamic ($\dot{\epsilon}=100\text{--}1300 \text{ s}^{-1}$) loads. On the basis of the proposed model, both the stages of preliminary fracture with stress relief and continuous plastic deformation of the remaining metal layers before its destruction were predicted. Based on the same structural and temporal parameters for Ti/GFRP(0/90/90/0)/Ti and Ti/GFRP(0/90)/Ti/GFRP(90/0)/Ti composites and polymer layers, one Staged and two-stage stress relief is simulated during irreversible deformation of the composite under static and dynamic loading. The one-stage voltage drop on the dynamic curve of the composite compared to the two-stage voltage drop on the static curve was explained by the competition between the time preparatory processes for the destruction of the polymer and metal layers.

It was shown that various deformation responses of metal composites in a wide range of strain rates, which are characteristic of brittle, ductile-brittle, or ductile-brittle fracture, are predicted by the proposed relaxation model of irreversible deformation and fracture of heterogeneous materials. The idea was to use a single set of characteristic ductility and fracture times to predict important competitive phenomena in composite materials. To construct the dynamic and static deformation dependences of the composite, the structural-temporal parameters of the composite and its constituent materials (metal and polymer layers) were determined. It is shown that the proposed model simultaneously takes into account several different preparatory processes of irreversible deformation, which are specified by the characteristic times of destruction of polymeric materials, the characteristic relaxation times of the metal material that is part of the composite, and the characteristic time of the composite. Consequently, emerging competing processes, such as ductile-brittle transition, phase transition, and transient processes in a composite at different impact velocities and materials of different structures, can be

described using a single set of characteristic times for the composite and its components.

Thus, the use of the relaxation model of irreversible deformation and fracture is not limited to homogeneous materials, but it turns out to be very effective for layered composites. On the example of composites with different layer thicknesses, the presence of elastoplastic deformation of the composite after the destruction of the polymer layer is interpreted by different values of the characteristic relaxation times for the polymer (fibre/epoxy) and metal layers.

It is assumed that the main ideas of explicitly taking into account competing relaxation processes in the relaxation model of irreversible deformation and fracture can serve as an effective tool in the development of new experimental standards and corresponding numerical schemes that take into account the unstable behaviour of strain diagrams in composite materials and their various components.

Bibliography

1. Zhou X.Q., Hao H. Modelling of compressive behaviour of concrete-like materials at high strain rate. 2008. Vol. 45. No. 17. pp. 4648–4661.
2. Hao Y., Hao H. Numerical investigation of the dynamic compressive behaviour of rock materials at high strain rate // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2012. Vol. 46. No. 2. pp. 373–388.
3. Alam M.S., Chakraborty T., Matsagar V., Rao K.S., Sharma P., Singh M. Characterization of Kota sandstone under different strain rates in uniaxial loading // *Geotechnical and Geological Engineering*. 2015. Vol. 33. No. 1. pp. 143–152.
4. Chakraborty T., Mishra S., Loukus J., Halonen B., Bekkala B. Characterization of three himalayan rocks using a split hopkinson pressure bar // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2016. Vol. 85. pp. 112–118.
5. Hao Y., Hao H. Dynamic compressive behaviour of spiral steel fibre reinforced concrete in split pressure bar tests // *Construction and Building Materials*. 2013. Vol. 48. pp. 521–532.
6. Yet T.C., Hamid R., Kasamuri M. Dynamic Stress-Strain Behaviour of Steel Fiber Reinforced High-Performance Concrete with Fly Ash // *Advances in Civil Engineering*. 2012. pp. 1–6.

7. Wang Z.L., Liu Y.S., Shen R.F. Stress-strain relationship of steel fiber-reinforced concrete under dynamic compression // *Construction and Building Materials*. 2008. Vol. 22. No. 811–819.
8. Chen Z.Y., Yang J. Experimental study on dynamic splitting characteristics of carbon fiber reinforced concrete // *Materials*. 2021. Vol. 14. Pp. 94.
9. Wang Z.L., Shi Z.M., Wang J.G. On the strength and toughness properties of SFRC under static-dynamic compression // *Composites Part B: Engineering*. 2011. Vol. 42. pp. 1285–1290.
10. Barton N.R., Rhee M. A multiscale strength model for tantalum over an extended range of strain rates // *Journal of Applied Physics*. 2013. Vol. 114. Pp. 123507.
11. Barton N.R., Bernier J.V., Becker R., Arsenlis A., Cavallo R., Marian J., Rhee M., Park H.S., Remington B.A., Olason R.T. A multiscale strength model for extreme loading conditions // *Journal of Applied Physics*. 2011. Vol. 109. Pp. 073501.
12. Rabotnov Yu.N. Creep of structural elements. Moscow: Science, 1966. 752 pp (in Russian).
13. Johnson G.R., Cook W.H. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures // *Engineering Fracture Mechanics*. 1985. Vol. 21. No. 1. pp. 31–48.
14. Khan A.S., Suh Y.S., Kazmi R. Quasi-static and dynamic loading responses and constitutive modeling of titanium alloys // *International Journal of Plasticity*. 2004. Vol. 20. No. 12. pp. 2233–2248.
15. Lin Y.C., Chen X.M., Liu G. A modified Johnson-Cook model for tensile behaviors of typical high-strength alloy steel // *Materials Science and Engineering A*. 2010. Vol. 527. No. 26. pp. 6980–6986.

16. Wang Y.P., Han C.J., Wang C., Li S.K. A modified Johnson-Cook model for 30Cr2Ni4MoV rotor steel over a wide range of temperature and strain rate // *Journal of Materials Science*. 2011. Vol. 46. No. 9. pp. 2922–2927.
17. Gambirasio L., Rizzi E. An enhanced Johnson-Cook strength model for splitting strain rate and temperature effects on lower yield stress and plastic flow // *Computational Materials Science*. 2016. Vol. 113. pp. 231–265.
18. Camacho G.T., Ortiz M. Adaptive Lagrangian modelling of ballistic penetration of metallic targets. 1997. Vol. 142. No. 3-4. pp. 269–301.
19. Rule W.K., Jones S.E. A Revised Form for the Johnson-Cook Strength Model // *International Journal of Impact Engineering*. 1998. Vol. 21. No. 8. pp. 609–624.
20. Khan A.S., Liang R. Behaviors of three BCC metal over a wide range of strain rates and temperatures: Experiments and modeling // *International journal of plasticity*. 1999. Vol. 15. No. 10. pp. 1089–1109.
21. Couque H., Boulanger R., Bornet F. A modified Johnson-Cook model for strain rates ranging from 10^{-3} to 10^5 s⁻¹ // *Journal De Physique. IV : JP*. 2006. Vol. 134. pp. 87–93.
22. Maheshwari A.K., Pathak K.K., Ramakrishnan N., Narayan S.P. Modified Johnson-Cook material flow model for hot deformation processing // *Journal of Materials Science*. 2010. Vol. 45. No. 4. pp. 859–864.
23. Johnston W.G. Yield points and delay times in single crystals // *Journal of Applied Physics*. 1962. Vol. 33. No. 9. pp. 2716–2730.
24. Johnston W.G., Gilman J.J. Dislocation velocities, dislocation densities, and plastic flow in lithium fluoride crystals // *Journal of Applied Physics*. 1959. Vol. 30. pp. 129–144.

25. Liu W., He Z., Tang C., Chen Y. Effect of deformation condition on dynamic mechanical properties and microstructure evolution of 2519A aluminum alloy // *Cailiao Gongcheng/Journal of Materials Engineering*. 1999. Vol. 30. pp. 129–144.
26. Ye L., Dong Y., Zhang Y., Sun D., Zhang X. Effect of test temperature and strain rate on dynamic mechanical behavior of aluminum alloy 2519A // *Journal of Materials Engineering and Performance*. 2019. Vol. 28. pp. 4964–4971.
27. Zhang X., Li H., Li H., Gao H., Gao Z., Liu Y., Liu B. Dynamic property evaluation of aluminum alloy 2519A by split Hopkinson pressure bar // *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*. 2008. Vol. 18. pp. 1–5.
28. Selyutina N.S., Petrov Y.V. Comparative analysis of dynamic plasticity models // *Reviews on Advanced Materials Science*. 2018. Vol. 57. No. 2. pp. 199–211.
29. Moussavi-Torshizi S.E., Dariushi S., Sadighi M., Safarpour P. A study on tensile properties of a novel fiber/metal laminates // *Mater. Sci. Eng. A*. 2010. Vol. 527. pp. 4920–4925.
30. Zheng Z., Du Y., Chen Z., Li S., Niu J. Experimental and theoretical studies of FRP-Steel composite plate under static tensile loading // *Constr. Build. Mater*. 2021. Vol. 271. Pp. 121501.
31. Dadej K., Bienias J., Surowska B. On the effect of glass and carbon fiber hybridization in fiber metal laminates: Analytical, numerical and experimental investigation // *Compos. Struct*. 2019. Vol. 220. pp. 250–260.
32. Zakeri M., Mansoori H., Sadeghian M., Guagliano M. Impact response of fiber metal laminates based on aluminum and UHMWPE composite: Numerical simulation // *Thin-Wall. Struct*. 2022. Vol. 172. Pp. 108796.
33. Li H., Li Z., Xiao Z., Wang X., Xiong J., Zhou J., Guan Z. Development of an integrated model for prediction of impact and vibration response of hybrid fiber

metal laminates with a viscoelastic layer // *Int. J. Mech. Sci.* 2021. Vol. 197. Pp. 106298.

34. Carvalho A., de Castro Xavier G., Alexandre J., Pedroti L.G., de Azevedo A.R.G., Vieira C.M.F., Monteiro S.N. Environmental durability of soil-cement block incorporated with ornamental stone waste // *Mater. Sci. Forum.* 2014. Vol. 798-799. pp. 548–553.

35. Xie X., Qi L., Li X. Deformation, strength and water variation characteristics of unsaturated compacted loess // *Case Studies in Construction Materials.* 2022. Vol. 16. Pp. e01129.

36. Yılmaz A. Engineering properties of basalt aggregates in terms of use in granular layers of flexible pavements // *Case Studies in Construction Materials.* 2022. Vol. 17. Pp. e01182.

37. Soltani P., Keikhosravy M., Oskouei R.H., Soutis C. Studying the tensile behaviour of GLARE laminates: a finite element modelling approach // *Appl. Compos. Mater.* 2010. Vol. 18. pp. 271–282.

38. Kashfi M., Majzoubi G.H., Bonora N., Iannitti G., Ruggiero A., Khademi E. A new overall nonlinear damage model for fiber metal laminates based on continuum damage mechanics // *Engineering Fracture Mechanics.* 2019. Vol. 206. pp. 21–33.

39. Romanowicz M. A mesoscale study of failure mechanisms in angle-ply laminates under tensile loading // *Composites Part B Engineering.* 2016. Vol. 90. pp. 45–57.

40. Mahboob Z., Chemisky Y., Meraghni F., Bougherara H. Mesoscale modelling of tensile response and damage evolution in natural fibre reinforced laminates // *Composites Part B Engineering.* 2017. Vol. 119. pp. 168–183.

41. Sugiman S., Crocombe A.D., Katnam K.B. Investigating the static response of hybrid fibre-metal laminate doublers loaded in tension // *Composites Part B Engineering*. 2011. Vol. 42. pp. 1867–1884.
42. Chen J.F., Morozov E.V., Shankar K. Progressive failure analysis of perforated aluminium/CFRP fibre metal laminates using a combined elastoplastic damage model and including delamination effects // *Composite Structures*. 2014. Vol. 114. pp. 64–79.
43. Bellini C., Di Cocco V., Sorrentino L. Interlaminar shear strength study on CFRP/Al hybrid laminates with different properties // *Frattura ed Integrita Strutturale*. 2020. Vol. 14. pp. 442–448.
44. McCarthy M.A., Xiao J.R., Petrinic N., Kamoulakos A., Melito V. Modelling of bird strike on an aircraft wing leading edge made from fibre metal laminates - Part 1: Material modelling // *Applied Composite Materials*. 2004. Vol. 11. pp. 295–315.
45. Sharma A.P., Khan S.H., Parameswaran V. Response and failure of fiber metal laminates subjected to high strain rate tensile loading // *Journal of Composite Materials*. 2019. Vol. 53. pp. 1489–1506.
46. Sharma A.P., Khan S.H., Parameswaran V. Experimental and numerical investigation on the uni-axial tensile response and failure of fiber metal laminates // *Composites Part B: Engineering*. 2017. Vol. 125. pp. 259–274.
47. Sharma A.P., Velmurugan R. Effect of high strain rate on tensile response and failure analysis of titanium/glass fiber reinforced polymer composites // *Journal of Composite Materials*. 2021. Vol. 55. pp. 3443–3470.
48. Sharma A.P., Velmurugan R. Uni-axial tensile response and failure of glass fiber reinforced // *Thin-Walled Structures*. 2020. Vol. 154. Pp. 106859.

49. Sun J., Huang Y. Modeling the Simultaneous Effects of Particle Size and Porosity in Simulating Geo-Materials // *Materials*. 2022. Vol. 15. Pp. 1576.
50. Li J., Zhu T., Yip S., Van Vliet K.J., Surech S. Elastic criterion for dislocation nucleation // *Materials Science and Engineering: A*. 2004. Vol. 365. pp. 25–30.
51. Oettl G., Stark R.F., Hofstetter G. A comparison of elastic–plastic soil models for 2D FE analyses of tunnelling // *Computers and Geotechnics*. 1998. Vol. 23. pp. 19–38.
52. Tuler F.R., Butcher B.M. A criterion for the time dependence of dynamic fracture // *International Journal of Fracture*. 1968. Vol. 4. No. 4. pp. 431–437.
53. Li P.R., Fan Q.B., Zhu X.J., Gong H.C. Study of high-speed-impact-induced conoidal fracture of Ti alloy layer in composite armor plate composed of Ti- and Al-alloy layers // *Defence Technology*. 2021. Vol. 17. pp. 1434–1443.
54. Brenner S.S. Tensile strength of whiskers // *Journal of Applied Physics*. 1956. Vol. 27. No. 12. pp. 1484–1491.
55. Rajaraman S., Jonnalagadda K.N., Ghosh P. Indentation and dynamic compression experiments on microcrystalline and nanocrystalline nickel // *Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*, 1. 2013. pp. 157–163.
56. Laber K., Kawałek A., Sawicki S., Dyja H., Borowski J., Lesniak D., Jurczak H. Investigation of plasticity of hard-deformed aluminium alloys of 5XXX series using torsion plastometer // *Arch Metall Mater*. 2016. Vol. 61. No. 4. pp. 1853–1860.
57. Gruzdkov A.A., Petrov Y.V. On temperature-time correspondence in high-rate deformation of metals // *Doklady Physics*. 1999. Vol. 44. No. 2. pp. 114–116.

58. Borodin E.N., Mayer A.E., Petrov Y.V., Gruzdkov A.A. Maximum yield strength under quasi-static and high-rate plastic deformation of metals // *Physics of the Solid State*. 2014. Vol. 56. No. 12. pp. 2470–2479.
59. Petrov Y.V., Borodin E.N. Relaxation mechanism of plastic deformation and its justification using the example of the sharp yield point phenomenon in whiskers // *Physics of the Solid State*. 2015. Vol. 57. No. 2. pp. 353–359.
60. Selyutina N., Borodin E.N., Petrov Y., Mayer A.E. The definition of characteristic times of plastic relaxation by dislocation slip and grain boundary sliding in copper and nickel // *International Journal of Plasticity*. 2016. Vol. 82. pp. 97–111.
61. Selyutina N.S., Petrov Y.V. Instabilities of Dynamic Strain Diagrams Predicted by the Relaxation Model of Plasticity // *Journal of Dynamic Behavior of Materials*. 2022. Vol. 8. No. 2. pp. 304–315.
62. Selyutina N.S., Petrov Y.V. Fracture of saturated concrete and rocks under dynamic loading // *Eng. Fract. Mech.* 2020. Vol. 225. No. 106265.
63. Balandin V.V., Selyutina N.S., Petrov Y.V. Effect of the mass fraction of ice on the strain rate dependence of strength under dynamic fracture of frozen soil // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2019. Vol. 60. No. 3. pp. 533–538.
64. Selyutina N.S., Petrov Y.V. The water-saturation effect for concretes and rocks subjected to high strain rates // *Procedia Structural Integrity*. 2018. Vol. 13. pp. 705–709.
65. Martemyanov A., Selyutina N.S., Katorina A. Incubation time criterion analysis of rock materials under dynamic loadings // *Procedia Structural Integrity*. 2017. Vol. 77–82. No. 6.

66. Selyutina N., Petrov Y. The dynamic strength of concrete and macroscopic temporal parameter characterized in fracture process // *Procedia Structural Integrity*. 2016. Vol. 2. pp. 438–445.
67. Petrov Y., Selyutina N. Scale and size effects in dynamic fracture of concretes and rocks // *EPJ Web of Conferences*. 2015. Vol. 94. Pp. 04005.
68. Petrov Y., Selyutina N. Dynamic behaviour of concrete and mortar at high strain rates // *Materials Physics and Mechanics*. 2013. Vol. 18. No. 2. pp. 101–107.
69. Petrov Y., Smirnov I., Evstifeev A., Selyutina N. Temporal peculiarities of brittle fracture of rocks and concrete // *Fratture ed Integrita Strutturale*. 2013. Vol. 24. pp. 112–118.
70. Selyutina N.S. Strain Rate Dependences of Dynamic Fracture Toughness and Fracture Energy of Rocks // *Physical Mesomechanics*. 2022. Vol. 25. No. 4. pp. 366–372.
71. Selyutina N. Structural-temporal peculiarities of dynamic deformation of rock // *Procedia Structural Integrity*. 2022. Vol. 42. pp. 420–424.
72. Selyutina N., Smirnov I. Dynamic fractures of concrete made of recycled aggregate or reinforced with fibres // *Mechanics of materials*. 2023. Vol. 179. Pp. 104613.
73. Norel, B.K. Petrov Yu.V., Selyutina N.S. Energy and time characteristics of the limiting state of rocks. St. Petersburg: St. Petersburg University Press, 2018. 132 p (in Russian).
74. Petrov Y.V. On “quantum” nature of dynamic fracture of brittle solids 1991. Vol. 36. pp. 802–804.
75. Morozov N.F., Petrov Y.V. Dynamics of Fracture. Berlin; Heidelberg; New York: Springer, 2000. 98 pp.

76. Petrov Y.V., Utkin A.A. Dependence of the dynamic strength on loading rate 1989. Vol. 25. No. 2. pp. 153–156.
77. Petrov Y.V. Incubation time criterion and the pulsed strength of continua: fracture, cavitation, and electric breakdown // Dokl. Phys. 2004. Vol. 49. No. 4. pp. 246–249.
78. Petrov Y.V., Sitnikova E.V. Dynamic cracking resistance of structural materials predicted from impact fracture of an aircraft alloy // Tech. Phys. 2004. Vol. 49. No. 1. pp. 57–60.
79. Petrov Y.V., Karihaloo B.L., Bratov V.V., Bragov A.M. Multi-scale dynamic fracture model for quasi-brittle materials // Int. J. Eng. Sci. 2012. Vol. 61. pp. 3–9.
80. Petrov Y.V., Gruzdkov A.A., Bratov V.A. Structural-temporal theory of fracture as a multi-scale process // Phys. Mesomech. 2012. Vol. 15. No. 3-4. pp. 232–237.
81. Petrov Y.V., Morozov N.F. On the modeling of fracture of brittle solids // ASME J. Appl. Mech. 1994. Vol. 61. No. 3. pp. 710–712.
82. Gruzdkov A., Sitnikova E., Morozov N., Petrov Y. Thermal effect in dynamic yielding and fracture of metals and alloys // Mathematics and Mechanics of Solids. 2009. Vol. 14. pp. 72–87.
83. Bratov V., Petrov Y. Application of incubation time approach to simulate dynamic crack propagation // Int. J. Fract. 2007. Vol. 146. pp. 53–60.
84. Petrov Y.V., Smirnov I.V., Utkin A.A. Effect of strain-rate strength dependence in nanosecond load duration range // Mech Solids. 2010. Vol. 45. No. 3. pp. 476–484.
85. Smirnov V., Petrov Y.V., Bratov V. Incubation time approach in rock fracture dynamics // Sci China Phys Mech. 2012. Vol. 55. No. 1. pp. 78–85.

86. Smirnov V.I., Petrov Y.V. Effect of pulse shape on spall strength // *J Appl Mech Tech*. 2018. Vol. 59. No. 2. pp. 303–309.
87. Brara A., Klepaczko J.R. Experimental characterization of concrete in dynamic tension // *Mech Mater*. 2006. Vol. 38. pp. 253–267.
88. Smirnov V.I. On the threshold force pulses for spall fracture of materials // *J Appl Mech Tech Phy*. 2006. Vol. 47. No. 5. pp. 696–703.
89. Ogata Y., Lou W. Effect of the strain rate and water saturation for the dynamic tensile strength of rocks // *Materials Science Forum*. 2004. Vol. 465–466. pp. 361–366.
90. Lou W. Dynamic fracture behaviour of dry and waterlogged granites // *Explosion and shock waves*. 1994. Vol. 14. No. 3. pp. 249–254.
91. Grore D.L., Park S.W., Zhou M. Dynamic behavior of concrete at high strain rates and pressures: I. experimental characterization // *International Journal of Impact Engineering*. 2001. Vol. 25. pp. 869–886.
92. Erzar B., Forquin P. Experiments and mesoscopic modelling of dynamic testing of concrete // *Mechanics of Materials*. 2011. Vol. 43. pp. 505–527.
93. Forquin P., Erzar B. Dynamic fragmentation process in concrete under impact and spalling tests // *International Journal of Fracture*. 2010. Vol. 163. pp. 193–215.
94. Reinhardt H.W., Rossi P., Mier J.M. Joint investigation of concrete at high rates of loading // *Materials and Structures*. 1990. Vol. 23. pp. 213–216.
95. Rossi P., Mier J.M., Toutlemonde F., Maou F., Boulay C. Effect of loading rate on the strength of concrete subjected to uniaxial tension // *Materials and Structures*. 1994. Vol. 27. pp. 260–264.

96. Cadoni E., Labibes K., Albertini C., Berra M., Giangrasso M. Strain rate effect on the tensile behaviour of concrete at different relative humidity levels // *Materials and Structures*. 2001. Vol. 34. pp. 21–26.
97. Yan D., Lin G. Dynamic properties of concrete in direct tension // *Cement and Concrete Research*. 2006. Vol. 36. pp. 1371–1378.
98. Zhou J., Ding N. Moisture effect on compressive behavior of concrete under dynamic loading // *Journal of Central South University*. 2014. Vol. 21. pp. 4714–4722.
99. Petrov Y.V., Smirnov I.V., Volkov G.A., Abramian A.K., Bragov A.M., Verichev S.N. Dynamic failure of dry and fully saturated limestone samples based on incubation time concept // *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. 2017. Vol. 9. pp. 125–134.
100. Mishra S., Meena H., Parashar V., Khetwal A., Chakraborty T., Matsagar V., Chandel P., Singh M. High strain rate response of rocks under dynamic loading using split Hopkinson pressure bar // *Geotechnical and Geological Engineering*. 2018. Vol. 36. pp. 531–549.
101. Zhou Z., Cai X., Zhao Y., Chen L., Xiong C., Li X. Strength characteristics of dry and saturated rock at different strain rate // *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*. 2016. Vol. 26. pp. 1919–1925.
102. Huang S., Xia K., Yan F., Feng X. An experimental study of the rate dependence of tensile strength softening of Longyou Sandstone // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2010. Vol. 43. pp. 677–683.
103. Gong F.Q., Zhao G.F. Dynamic indirect tensile strength of sandstone under different loading rates // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2014. Vol. 47. pp. 2271–2278.

104. Abtahi S.M., Sheikhzadeh M., Hejazi S.M. Fiber-reinforced asphalt-concrete – A review // *Construction and Building Materials*. 2010. Vol. 24. pp. 871–877.
105. Roumaldi J.P., Batson G.B. Mechanics of crack arrest in concrete // *J. Eng. Mech. Div. ASCE*. 1963. Vol. 89 (EM3). pp. 147–168.
106. Ren G.M., Wu H., Fang Q., Liu J.Z. Effect of steel fiber content and type on dynamic compressive mechanical properties of UHPCC // *Constr Build Mater*. 2018. Vol. 164. pp. 29–43.
107. Camille C., Hewage D.K., Mirza O., Mashiri F., Kirkland B., Clarke T. Performance behaviour of macro-synthetic fibre reinforced concrete subjected to static and dynamic loadings for sleeper applications // *Constr Build Mater*. 2021. Vol. 270. Pp. 121469.
108. Xu Z., Hao H., Li H.N. Experimental study of dynamic compressive properties of fibre reinforced concrete material with different fibres // *Materials and Design*. 2012. Vol. 33. pp. 42–55.
109. Wang Z., Ma G., Ma Z., Zhang Y. Flexural behavior of carbon fiber-reinforced concrete beams under impact loading // *Cement Concrete Comp*. 2021. Vol. 118. Pp. 103910.
110. Jin L., Zhang R., Tian Y., Dou G., Du X. Experimental investigation on static and dynamic mechanical properties of steel fiber reinforced ultra-high-strength concretes // *Constr Build Mater*. 2018. Vol. 178. pp. 102–111.
111. Morozov N.F., Petrov Yu.V. Problems of fracture dynamics of solids. St. Petersburg: St. Petersburg University, 1997. 129 pp (in Russian).
112. Kruszka L., Mocko W., Fenu L., Cadoni E. Comparative experimental study of dynamic compressive strength of mortar with glass and basalt fibres // *EPJ Web of Conference*. 2015. Vol. 94. Pp. 05008.

113. Song P.S., Hwang S. Mechanical properties of high-strength steel fiber-reinforced concrete // *Construction and Building Materials*. 2004. Vol. 18. pp. 669–673.
114. Balandin V.V. Experimental study of the impact interaction of cylindrical impactors with sandy barriers at impact velocities from 50 to 400 m/s, Nizhny Novgorod, Abstract of diss. cand. tech. Nauk 2018. 19 p. (in Russian)
115. Li H.P., Zhu Y.L., Pan W.D. Uniaxial compressive strength of the saturated frozen silt at constant strain rates // *J. Glaciology Geocryology*. 2002. Vol. 24. No. 5. pp. 659–664.
116. Yu W., Zhu Y., Zhang J., He P. Studied on using a preboring pressuremeter test to determine the mechanical properties of frozen soils // *J. Glaciology Geocryology*. 2000. Vol. 22. No. 4. pp. 366–371.
117. Xie Q., Zhu Z., Kang G. Dynamic stress-strain behavior of frozen soil: Experiments and modeling // *Cold Regions Sci. Technol*. 2014. Vol. 106/107. pp. 153–160.
118. Lim I.L., Johnston I.W., Choi S.K. Stress intensity factors for semi-circular specimens under three-point bending // *Engineering Fracture Mechanics*. 1993. Vol. 44. No. 3. pp. 363–382.
119. Zhao Y., Gong S., Hao X., Peng Y., Jiang Y. Effect of loading rate and bedding on the dynamic fracture toughness of coal: Laboratory experiments // *Engineering Fracture Mechanics*. 2017. Vol. 178. pp. 375–391.
120. Song Y., Yue Z. Experimental study on dynamic fracture behaviors of Beishan NSCB and CCNSCB granite specimens under different loading rates // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2021. Vol. 141. Pp. 106512.

121. Miao S., Pan P., Yu P.Z., Zhao S. Fracture analysis of Beishan granite after high-temperature treatment using digital image correlation // *Engineering Fracture Mechanics*. 2020. Vol. 225. Pp. 106847.
122. Bragov A.M., Petrov Y.V., Karihaloo B.L., Konstantinov A.Y., Lamzin D.A., Lomunov A.K., Smirnov I.V. Dynamic strength and toughness of an ultra high performance fibre reinforced concrete // *Engineering Fracture Mechanics*. 2013. Vol. 110. pp. 477–488.
123. Chen R., Xia K., Dai F., Lu F., Luo S.N. Determination of dynamic fracture parameters using a semi-circular bend technique in split Hopkinson pressure bar testing // *Engineering Fracture Mechanics*. 2009. Vol. 76. pp. 1268–1276.
124. Zhang Q.B., Zhao J. Quasi-static and dynamic fracture behaviour of rock materials: phenomena and mechanisms // *International Journal of Fracture*. 2014. Vol. 189. pp. 1–32.
125. Zhou Z., Cai X., Ma D., Du X., Chen L., Wang H., Zang H. Water saturation effects on dynamic fracture behaviour of sandstone // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2019. Vol. 114. pp. 46–61.
126. Selyutina N.S., Petrov Y.V. Prediction of the Dynamic Yield Strength of Metals Using Two Structural-Temporal Parameters // *Physics of the Solid State*. 2018. Vol. 60. No. 2. pp. 244–249.
127. Selyutina N.S., Petrov Y.V. Modelling the time effects of irreversible deformation based on the relaxation model of plasticity // *Physics of the Solid State*. 2019. Vol. 61. pp. 935–940.
128. Borodin E.N., Gruzdkov A.A., Mayer A.E., Selyutina N.S. Physical nature of strain rate sensitivity of metals and alloys at high strain rates // *Journal of Physics: Conference Series*. 2018. Vol. 991. No. 1. Pp. 012012.

129. Selyutina N.S., Petrov Y.V. *Procedia Structural Integrity // Temporal effects of dynamic yielding under high-rate loading*. 2018. Vol. 13. pp. 700–704.
130. Selyutina N.S., Petrov Y.V. *Structural and temporal features of high-rate deformation of metals // Doklady Physics*. 2017. Vol. 62. No. 2. pp. 102–105.
131. Selyutina N.S., Petrov Y.V. *The definition of flow stress under dynamic loading based on relaxation model of plasticity // Procedia Structural Integrity*. 2017. Vol. 6. pp. 77–82.
132. Selyutina N., Petrov Y. *Structural-temporal features of high-rate deformation of high strength steels // METAL 2017 - 26th International Conference on Metallurgy and Materials, Conference Proceedings*. 2017. Vol. 2017-January. pp. 623–628.
133. Selyutina N.S., Petrov Y.V. *Temporal nature of plasticity in the design of materials // 15th International Conference on Computational Plasticity. Fundamentals and Applications, COMPLAS 2019*. 2019. pp. 395–401.
134. Borodin E.N., Selyutina N.S., Petrov Y.V. *Determining characteristic plastic-relaxation times using micro- and nanocrystalline nickel as an example // Doklady physics*. 2016. Vol. 61. No. 3. pp. 143–146.
135. Borodin E.N., Selyutina N.S., Petrov Y.V., Mayer A.E. *Dependence of relaxation times on the material microstructure for different mechanisms of plasticity // Materials Physics and Mechanics*. 2016. Vol. 26. No. 1. pp. 42–44.
136. Petrov Y., Borodin E., Cadoni E., Selyutina N. *Relaxation model for dynamic plastic deformation of materials // EPJ Web of conference*. 2015. Vol. 94. Pp. 04039.
137. Selyutina N., Borodin E.N., Petrov Y.V. *Structural–temporal peculiarities of dynamic deformation of nanostructured and nanoscaled metals // Physics of the Solid State*. 2018. Vol. 60. No. 1813–1820.

138. Gruzdkov A.A., Petrov Y.V., Smirnov V.I. An invariant form of the dynamic criterion for yield of metals // *Physics of the Solid State*. 2002. Vol. 44. No. 11. pp. 2080–2082.
139. Petrov Y.V., Sitnikova Y.V. Temperature dependence of spall strength and the effect of anomalous melting temperatures in shock-wave loading // *Technical Physics*. 2005. Vol. 50. No. 8. pp. 1034–1037.
140. Bratov V.A., Gruzdkov A.A., Krivosheev S.I., Petrov Y.V. Energy balance in the crack growth initiation under pulsed-load conditions // *Doklady Physics*. 2004. Vol. 49. No. 5. pp. 338–341.
141. Berezkin A.N., Krivosheev S.I., Petrov Y.V., Utkin A.A. Effect of delayed crack nucleation under threshold pulse loading // *Doklady Physics*. 2000. Vol. 45. No. 11. pp. 617–619.
142. McClintock F.A., Argon A.S. *Mechanical Behaviour of Materials*. Massachusetts: Addison-Wesley, Reading, 1966. 770 pp.
143. Hahn G.T. A model for yielding with special reference to the yield-point phenomena of iron and related bcc metals // *Acta Metallurgica*. 1962. Vol. 10. No. 8. pp. 727–738.
144. Hokka M., Kokkonen J., Seidt J., Matrka T., Gilat A., Kuokkala V.T. High strain rate torsion properties of ultrafine-grained aluminum // *Experimental Mechanics*. 2012. Vol. 52. pp. 195–203.
145. Smith R.F., Eggert J.H., Rudd R.E., Swift D.C., Bolme C.A., Collins G.W. High strain-rate plastic flow in Al and Fe // *Journal of Applied Physics*. 2011. Vol. 110. Pp. 123515.
146. Gupta Y.M., Winey J.M., Trivedi P.B., LaLone B.M., Smith R.F., Eggert J.H., Collins G.W. Large elastic wave amplitude and attenuation in shocked pure aluminium // *Journal of Applied Physics*. 2009. Vol. 105. Pp. 036107.

147. Swegle J.W., Grady D.E. Shock viscosity and the prediction of shock wave rise times // *Journal of Applied Physics*. 1985. Vol. 58. No. 2. pp. 692–701.
148. Li L., Flores-Johnson E.A., Shen L., Proust G. Effects of heat treatment and strain rate on the microstructure and mechanical properties of 6061 Al alloy // *International Journal of Damage Mechanics*. 2016. Vol. 25. No. 1. pp. 26–41.
149. Johnston J.N., Barker L.M. Dislocation dynamics and steady plastic wave profiles in 6061-T6 Aluminum // *Journal of Applied Physics*. 1969. Vol. 40. Pp. 4321.
150. Davis J.P. Experimental measurement of the principal isentrope for aluminum 6061-T6 to 240 GPa // *Journal of Applied Physics*. 2006. Vol. 99. Pp. 103512.
151. Tong W., Clifton R.J., Huang S. Pressure-shear impact investigation of strain rate history effects in oxygen-free high-conductivity copper // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1992. Vol. 40. No. 6. pp. 1251–1294.
152. Follansbee P.S., Kocks U.F., Regazzoni G. Mechanical threshold of dynamically deformed copper and nitronic 40 // *Journal de Physique (Paris), Colloque*. 1985. Vol. 46. No. 8. pp. 25–34.
153. Meyers M.A., Gregori F., Kad B.K., Schneider M.S., Kalantar D.H., Remington B.A., Ravichandran G., Boehly T., Wark J.S. Laser-induced shock compression of monocrystalline copper: Characterization and analysis // *Acta Materialia*. 2003. Vol. 51. No. 5. pp. 1211–1228.
154. Bringa E.M., Rosolankova K., Rudd R.E., Remington B.A., Wark J.S., Duchaineau M., Kalantar D.H., Hawreliak J., Belak J. Shock deformation on face-centred-cubic metals on subnanosecond timescales // *Nature Materials*. 2006. Vol. 5. No. 10. pp. 805–809.
155. Murphy W.J., Higginbotham A., Kimminau G., Barbrel B., Bringa E.M., Hawreliak J., Kodama R., Koenig M., McBarron W., Meyers M.A., et al. The

- strength of single crystal copper under uniaxial shock compression at 100 GPa // Journal of Physics Condensed Matter. 2010. Vol. 22. No. 6. Pp. 065404.
156. Dirras G., Tingaud D., Csiszár G., Gubicza J., Couque H., Momprou F. Characterization of bulk bimodal polycrystalline nickel deformed by direct impact loadings // Materials Science and Engineering A. 2014. Vol. 601. pp. 48–57.
157. Couque H., Boulanger R. EFP simulations with Johnson–Cook models // Sanchez-Galves(Eds.), Proceedings of the 23rd International Symposium on Ballistics, Tarragona, Spain. 2007. pp. 255–262.
158. Armstrong R.W., Zerilli F.J. High rate straining of tantalum and copper // Journal of Physics D: Applied Physics. 2010. Vol. 43. Pp. 492002.
159. Couque H., Boulanger R. Proceedings of the 23rd International Symposium on Ballistics, Tarragona, Spain. 2007. pp. 255–262.
160. Borodin E., Mayer A., Gutkin M. Coupled model for grain rotation, dislocation plasticity and grain boundary sliding in fine-grained solids // International Journal of Plasticity. 2020. Vol. 134. Pp. 102776.
161. Krasnikov V.S., Mayer A.E. Influence of local stresses on motion of edge dislocation in aluminum // International Journal of Plasticity. 2018. Vol. 101. pp. 170–187.
162. Cowper G.R., Symonds P.S. Strain-hardening and strain rate effects in the impact loading of cantilever beams. Vol 28. Division of applied mathematics report. Brown University, 1957. No. 28, 46 p. pp.
163. Johnson G.R., Cook W.H. A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strains, High Strain Rates, and High Temperatures // Proceedings 7th International Symposium on Ballistics, The Hague. 19-21 April 1983. pp. 541–547.

164. Schwer L. Optional strain-rate forms for the Johnson-Cook constitutive model and the role of the parameter ϵ_0 // 6th Eur. LS-DYNA Users' Conf. 2007.
165. Zhang D.N., Shanguan Q.Q., Xie C.J., Liu F. A modified Johnson-Cook model of dynamic tensile behaviors for 7075-T6 aluminum alloy // Journal of Alloys and Compounds. 2015. Vol. 619. No. 186–194.
166. Couque H. The use of the direct impact Hopkinson pressure bar technique to describe thermally activated and viscous regimes of metallic materials // Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 2014. Vol. 372. No. 2023. Pp. no. 20130218.
167. Mylonas G.I., Labeas G.N. Mechanical characterisation of aluminium alloy 7449-T7651 at high strain rates and elevated temperatures using split hopkinson bar testing // Experimental Techniques. 2014. Vol. 38. No. 2. pp. 26–34.
168. Cadoni E., Singh N.K., Forni D., Singha M.K., Gupta N.K. Strain rate effects on the mechanical behavior of two Dual Phase steels in tension // European Physical Journal: Special Topics. 2016. Vol. 225. No. 2. pp. 409–421.
169. Moćko W., Rodríguez-Martínez J.A., Kowalewski Z.L., Rusinek A. Compressive viscoplastic response of 6082-T6 and 7075-T6 aluminium alloys under wide range of strain rate at room temperature: Experiments and modelling // Strain. 2012. Vol. 48. No. 6. pp. 498–509.
170. Cadoni E., Forni D. Strain rate effects on reinforcing steels in tension // EPJ Web of Conferences. 2015. Vol. 94. Pp. no. 01004.
171. Petrov Y.V., Gruzdkov A.A., Sitnikova E.V. Anomalous behavior of yield stress upon an inncrease in temperature under high strain rate conditions // Doklady Physics. 2007. Vol. 52. No. 12. pp. 691–694.
172. Petrov Y. Fracture, electric breakdown and phase transformations under impact loading // Procedia Materials Science. 2014. Vol. 3. pp. 467–472.

173. Sun X., Soulam A., Choi K.S., Guzman O., Chen W. Effects of sample geometry and loading rate on tensile ductility of TRIP800 steel // *Materials Science and Engineering A*. 2012. Vol. 541. pp. 1–7.
174. Takagi S., Tokita Y., Sato T., Shimizu K., Hashiguchi K., Oqawa K., Mimura S., Tanimura S. Stress-Strain curves of high strength steel sheets at strain rates from 10^{-3} to $10^3/s$ obtained with various types of tensile testing machines // *SAE Technical Paper*. 2005. pp. №2005-01-0494.
175. Cadoni E., D'Aiuto F., Albertini C. Dynamic behaviour of Advanced High Strength Steels used in the automobile structures // *DYMAT 2009*. 2009. Vol. 1. pp. 135–141.
176. Guduru P.R., Singh P.R., Ravichandran G., Rosakis A.J. Dynamic crack initiation in ductile steels // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1998. Vol. 46. No. 10. pp. 1997–2016.
177. Uenishi A., Teodosiu C. Constitutive modelling of the high strain rate behaviour of interstitial-free steel // *International Journal of Plasticity*. 2004. Vol. 20. No. 4-5. pp. 915–936.
178. Larour P., Rusinek A., Klepaczko J.R., Bleck W. Effects of strain rate and identification of material constants for three automotive steels // *Steel Research International*. 2007. Vol. 78. No. 4. pp. 348–358.
179. Rusinek A., Klepaczko J.R. Shear testing of a sheet steel at wide range of strain rates and a constitutive relation with strain-rate and temperature dependence of the flow stress // *International journal of plasticity*. 2001. Vol. 17. No. 1. pp. 87–115.
180. Zerilli F.J., Armstrong R.W. Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations // *Journal of Applied Physics*. 1987. Vol. 61. No. 5. pp. 1816–1825.

181. Liu W.H., He Z.T., Chen Y.Q., Tang S.W. Dynamic mechanical properties and constitutive equations of 2519A aluminum alloy // Transactions of Nonferrous Metals Society of China (English Edition). 2014. Vol. 24. No. 7. pp. 2179–2186.
182. Kang W.J., Cho S.S., Huh H., Chung D.T. Modified Johnson-Cook model for vehicle body crashworthiness simulation // International Journal of Vehicle Design. 1999. Vol. 21. No. 4-5 SPEC. ISS. pp. 424–435.
183. Tuazon B.J., Bae K.O., Lee S.H., Shin H.S. Integration of a new data acquisition/processing scheme in SHPB test and characterization of the dynamic material properties of high-strength steels using the optional form of Johnson-Cook model // Journal of Mechanical Science and Technology. 2014. Vol. 28. No. 9. pp. 3561–3568.
184. Che J., Zhou T., Liang Z., Wu J., Wang X. An integrated Johnson–Cook and Zerilli–Armstrong model for material flow behavior of Ti–6Al–4V at high strain rate and elevated temperature // Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. 2018. Vol. 40. No. 5. Pp. art. no. 253.
185. Seeger A. Dislocations and Mechanical Properties of Crystals. New York: Wiley. 243 pp.
186. Kocks U.F., Argon A.S., Ashby M.F. Laws for work-hardening and low-temperature creep // Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME. 1976. Vol. 98. No. 1. pp. 76–85.
187. Klepaczko J. Thermally activated flow and strain rate history effects for some polycrystalline f.c.c. metals // Materials Science and Engineering. 1975. Vol. 18. No. 1. pp. 121–135.
188. Klepaczko J.R., Chiem C.Y. On rate sensitivity of f.c.c. metals, instantaneous rate sensitivity and rate sensitivity of strain hardening // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1986. Vol. 34. No. 1. pp. 29–54.

189. Klepaczko J.R. Engineering model for yielding and plastic flow of ferritic steels // Proceedings - International Conference on High Energy Rate Fabrication. 1984. Vol. 45–53.
190. Meyers M.A., Benson D.J., Vöhringer O., Kad B.K., Xue Q., Fu H.H. Constitutive description of dynamic deformation: Physically-based mechanisms // Materials Science and Engineering A. Vol. 322. No. 1-2. pp. 194–216.
191. Rusinek A., Rodríguez-Martínez J.A. Thermo-viscoplastic constitutive relation for aluminium alloys, modeling of negative strain rate sensitivity and viscous drag effects // Materials and Design. 2009. Vol. 30. No. 10. pp. 4377–4390.
192. Kapoor R., Nemat-Nasser S. Comparison between high and low Strain-Rate deformation of tantalum // Metallurgical and Materials Transactions A: Physical Metallurgy and Materials Science. 2000. Vol. 31. No. 13. pp. 815–823.
193. Klepaczko J.R. A general approach to rate sensitivity and constitutive modeling of FCC and BCC metals // in: Impact: Effects of Fast Transient Loadings, Rotterdam. 1988. pp. 3–35.
194. Moćko W., Rodríguez-Martínez J.A., Kowalewski Z.L., Rusinek A. Compressive viscoplastic response of 6082-T6 and 7075-T6 aluminium alloys under wide range of strain rate at room temperature: Experiments and modelling // Strain. 2012. Vol. 48. No. 6. pp. 498–509.
195. Rusinek A., Rodríguez-Martínez J.A., Klepaczko J.R., Pecherski R.B. Analysis of thermo-visco-plastic behaviour of six high strength steels // Materials and Design. 2009. Vol. 30. No. 5. pp. 1748–1761.
196. Selyutina N. Temperature relaxation model of plasticity for metals under dynamic loading. // Mechanics of Materials. 2020. Vol. 150. Pp. 103589.

197. Selyutina N. Prediction of the temperature-time effects of irreversible deformation for 2519A aluminum alloy // *Physical Mesomechanics*. 2020. Vol. 23. No. 6. pp. 487–493.
198. Selyutina N.S. Influence of Mg and Cu on the dynamic yield stress of aluminium alloys // *Materials Physics and Mechanics*. 2021. Vol. 47. pp. 408–415.
199. Selyutina N., Borodin E., Petrov Y. Dynamical models of plasticity with nonmonotonic deformation curves for nanomaterials // *Metals*. 2022. Vol. 12. No. 11. Pp. 1835.
200. Wei Q., Schuster B.E., Mathaudhu S.N., Harwig K.T., Kecskes L.J., Dowding R.J., Ramesh K.T. Dynamic behaviors of bodycentered cubic metals with ultrafine grained and nanocrystalline microstructures // *Mater Sci Eng A*. 2008. Vol. 493. pp. 58–64.
201. Khan A.S., Zhang H., Takacs L. Mechanical response and modeling of fully compacted nanocrystalline iron and copper // *International Journal of Plasticity*. 2000. Vol. 16. pp. 1459–1476.
202. Dorogoy A., Godinger A., Rittel D. Application of the incubation time criterion for dynamic brittle fracture // *International Journal of Impact Engineering*. 2018. Vol. 112. pp. 66–73.
203. Liu W., He Z., Tang C., Chen Y. Effect of deformation condition on dynamic mechanical properties and microstructure evolution of 2519A Aluminum Alloy // *Journal of Materials Engineering*. 2016. Vol. 44. No. 1. pp. 47–53.
204. Kim W.J., Jeong H.T. Pronounced yield drop phenomenon at high temperatures in Al-Mg alloys with high contents of Mg (5-13 wt%) // *Materials Science and Engineering A*. 2019. Vol. 74. pp. 590–596.
205. Selyutina N.S., Petrov Y.V. Effect of plastic strain stabilization under low-cycle deformation // *Physical Mesomechanics*. 2020. Vol. 23. No. 5. pp. 384–389.

206. Selyutina N.S., Smirnov I.V., Petrov Y.V. Stabilisation effect of strain hysteresis loop for steel 45 // *International Journal of Fatigue*. 2021. Vol. 145. Pp. 106133.
207. Selyutina N., Smirnov I., Petrov Y. Low-cycle deformation of steel C45E under rigid loading // *Procedia Structural Integrity*. 2022. Vol. 39. pp. 157–160.
208. Petrov Y.V., Selyutina N.S. Prediction of the effect of plastic-strain stabilization under cyclic deformation based on the structural–temporal approach // *Doklady Physics*. 2017. Vol. 62. No. 10. pp. 475–477.
209. Petrov Y.V., Selyutina N.S. On the temporal peculiarities of stabilization effect under cyclic deformation for steel // *Procedia Structural Integrity*. 2017. Vol. 6. pp. 265–268.
210. Hübel H. Basic conditions for material and structural ratcheting // *Nuclear Engineering and Design*. 1996. Vol. 162. No. 1. pp. 55–65.
211. Kang G., Liu Y., Li Z. Experimental study on ratchetting-fatigue interaction of SS304 stainless steel in uniaxial cyclic stressing // *Materials Science and Engineering A*. 2006. Vol. 435-436. pp. 396–404.
212. Moćko W., Brodecki A., Kruszka L. Mechanical response of dual phase steel at quasi-static and dynamic tensile loadings after initial fatigue loading // *Mechanics of Materials*. 2016. Vol. 92. pp. 18–27.
213. Makarov A.V., Savrai R.A., Gorkunov E.S., Yurovskikh A.S., Malygina I.Y., Davydova N.A. Structure, mechanical characteristics, and deformation and fracture features of quenched structural steel under static and cyclic loading after combined strain-heat nanostructuring treatment // *Physical Mesomechanics*. 2015. Vol. 18. No. 1. pp. 43-57.
214. Selyutina N. Dynamic deformation of fiber-metal laminates depending on its metal thickness // *Procedia Structural Integrity*. 2020. Vol. 28. pp. 1310–1314.

215. Selyutina N., Petrov Y., Parameswaran V., Sharma A. Influence of dynamic loads on the fracture of brittle layers of a multilayer composite // *Journal of Dynamic Behavior of Materials*. 2022. Vol. 8. No. 1. pp. 155–158.
216. Selyutina N.S., Petrov Y.V. Structural-Temporal Peculiarities of Dynamic Deformation of Layered Materials // *Materials*. 2022. Vol. 15. Pp. 4271.
217. Selyutina N.S., Petrov Y.V., Parameswaran V., Sharma A.P. The strain-rate sensitivity of irreversible deformation of the metallic multilayer composite GLARE // *Doklady Physics*. 2019. Vol. 64. No. 8. pp. 340–343.
218. Santiago R.C., Alves M. Dynamic characterization of fiber-metal laminate // *Key Engineering Materials*. 2013. Vol. 535–536. pp. 48-51.
219. Xia Y., Wang Y., Zhou Y., Jeelani S. Effect of strain rate on tensile behavior of carbon fiber reinforced aluminium laminates // *Materials Letters*. 2007. Vol. 61. pp. 213–215.
220. Zhou Y., Wang Y., Mallick P.K. An experimental study on the tensile behavior of Kevlar fiber reinforced aluminum laminates at high strain rates // *Materials Science and Engineering: A*. 2004. Vol. 381. pp. 355–362.
221. Evstifeev A.D., Petrov Y.V., Kazarinov N.A., Valiev R.R. Strength of the Ti-6Al-4V titanium alloy under conditions of impact and short pulse loading // *Physics of the Solid State*. 2018. Vol. 60. No. 12. pp. 2358–2362.