

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Сайтова Регина Ринатовна

**ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПОЛЗУЧЕСТЬ И ОХРУПЧИВАНИЕ
МАТЕРИАЛОВ В УСЛОВИЯХ ДЛИТЕЛЬНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ**

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научная специальность 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук
Арутюнян Александр Робертович

Санкт-Петербург

2023

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Обзор литературы	19
1.1. Теория поврежденности Работнова.....	24
1.2. Концепция сплошности Качанова.....	26
1.3. Поврежденность в металлах и известные методы ее измерения.....	29
1.3.1. Скалярный параметр поврежденности.....	30
1.3.2. Векторный параметр поврежденности.....	37
1.3.3. Тензорный параметр поврежденности.....	41
Выводы.....	44
Глава 2. Кинетика накопления повреждений и деформаций в условиях высокотемпературной ползучести	46
2.1. Кинетические уравнения для параметра поврежденности и деформации ползучести.....	46
2.2. Точное решение в виде $\psi(\varepsilon)$	47
2.3. Случай чисто хрупкого разрушения и малых деформаций.....	48
2.3.1. Случай чисто хрупкого разрушения и малых деформаций при $e^{m\varepsilon} \approx 1, e^{n\varepsilon} \approx 1$	48
2.3.2. Случай чисто хрупкого разрушения и малых деформаций при $e^{m\varepsilon} \approx 1 + m\varepsilon, e^{n\varepsilon} \approx 1 + n\varepsilon$	53
2.4. Критерий длительной прочности.....	57
2.5. Сравнение полученных решений с экспериментальными результатами.....	59
2.6. Теория ползучести и длительной прочности, основанная на концепции разрыхления.....	65
Выводы.....	67
Глава 3. Экспериментально-теоретические исследования высокотемпературной ползучести алюминиевого сплава АМг2 в условиях ступенчатого нагружения	70

3.1. Материалы и методы.....	70
3.2. Экспериментальные исследования на растяжение	72
3.3. Экспериментальные исследования на ползучесть	73
3.4. Теоретическое описание ступенчатого нагружения при ползучести	74
3.5. Сравнение экспериментальных данных с теоретическими кривыми	78
Выводы	79
Глава 4. Эволюция процессов поврежденности металлов в условиях высокотемпературной ползучести.....	80
4.1. Определение изменений параметра сплошности из экспериментальных кривых ползучести	81
4.2. Описание кривых деформации ползучести	82
4.3. Определение изменений параметра сплошности	84
4.4. Критерии длительной прочности	85
4.5. Изменения параметра сплошности	88
Выводы	89
Заключение	91
Литература	94

Введение

Актуальность темы исследования:

При длительном воздействии высоких температур и относительно небольших напряжений многие металлические сплавы и чистые металлы теряют пластичность и разрушаются хрупко, с деформацией 1-2% (эффект тепловой хрупкости). Поскольку данный эффект наблюдается в элементах многих важных инженерных объектов, проблема хрупких разрушений стала предметом многочисленных теоретических и экспериментальных исследований.

Проблема высокотемпературной ползучести и длительной прочности металлических материалов актуальна в таких ответственных областях современного машиностроения, как тепловые и атомные энергетические установки, авиационные и космические аппараты и др. В связи с этим данная проблема интенсивно исследуется и по сей день, в частности, имеются многочисленные экспериментальные исследования по изменению пористости и плотности различных металлов и сплавов вследствие образования и развития микропор и микротрещин в условиях высокотемпературной ползучести. Результаты этих исследований позволяют рассматривать плотность в качестве интегральной меры накопления структурных микродефектов, а параметр поврежденности задается как отношение текущей величины плотности к начальной.

Степень разработанности темы исследования:

Высокотемпературная ползучесть металлов характерна тем, что в теле наряду с накоплением необратимых деформаций ползучести происходит образование и развитие дефектов (пор, микро- и макротрещин), приводящее к разрушению. Исследования, в которых используются предположения механики сплошной среды с учетом накопления микроразрушений, привели к формированию отдельного направления механики разрушения —

механики континуального разрушения. Это направление было создано двумя выдающимися советскими учеными-механиками профессором Л.М. Качановым и академиком Ю.Н. Работновым. В конце 50-х годов XX века они ввели в рассмотрение ползучести при одноосном растяжении новый параметр — поврежденность материала. Вскоре Ю.Н. Работнов на основе этого подхода разработал кинетическую теорию ползучести и длительной прочности. В дальнейшем существенные результаты в рассматриваемой области были получены Ю.Н. Работновым, Л.М. Качановым, Н.Н. Малининым, А.А. Ильюшиным, В.С. Наместниковым, С.А. Шестериковым, Ю.К. Петреней, А.А. Чижиком, А.М. Локощенко, О.В. Сосниным, Ю.П. Самариним, А.Ф. Никитенко и другими российскими учеными.

Вслед за работами Л.М. Качанова и Ю.Н. Работнова механика континуального разрушения стала развиваться в Европе, в основном применительно к процессам ползучести металлов. Представители британской школы механиков F.A. Leckie и D.R. Hayhurst внесли значительный вклад в развитие теории накопления повреждений. Группа ученых во главе с prof. H. Altenbach'ом (Германия) строят и применяют реологические модели неупругого деформирования для описания обратной ползучести и поврежденности материалов. Определенные успехи были достигнуты в работах польских (M. Chrzanowski и W. Trzczyński) и японских (S. Murakami) ученых. Во Франции основы механики континуального разрушения были сформулированы с использованием аппарата термодинамики (J. Lemaitre). В начале 80-х годов XX века благодаря работам многих ученых этот раздел механики стал активно развиваться в США. С тех пор данная область исследований находится в центре внимания во всем мире в отношении развития как ее основ (далеко не все теоретические проблемы решены), так и приложений.

За последние 60 лет механика континуального разрушения (Continuum Damage Mechanics (CDM) в англоязычных публикациях) получила значительное развитие. Накопление повреждений рассматривается как процесс постепенного разрушения материала. Во многих работах отечественных и зарубежных ученых при изучении сложного напряженного состояния рассматриваются параметры поврежденности, имеющие не только скалярную, но также векторную и тензорную природу. С помощью современных вариантов кинетической теории можно описывать деформирование и длительное разрушение металлов при непропорциональном нагружении, учитывать анизотропию свойств металлов, использовать возможности теории при решении технологических задач и т.д.

Цели и задачи исследования:

Целью данной работы является теоретическое и экспериментальное исследование высокотемпературной ползучести, поврежденности и длительной прочности металлических материалов и сплавов с использованием концепции поврежденности, основанной на относительном изменении плотности (в формулировке Р.А. Арутюняна).

Для достижения данной цели требовалось решить следующие **задачи**:

- выполнить обзор имеющихся в мировой научной литературе экспериментальных и теоретических результатов по ползучести, длительной прочности, изменению пористости (плотности) металлических материалов, а также по поврежденности, рассматриваемой в скалярной, векторной и тензорной форме;
- сформулировать систему кинетических уравнений для параметра поврежденности и деформации ползучести, основываясь на концепции поврежденности в формулировке Р.А. Арутюняна;
- получить точные, приближенные аналитические и численные решения рассматриваемой системы кинетических уравнений, сформулировать

критерий длительной прочности согласно полученным решениям, построить кривые поврежденности, деформации ползучести и длительной прочности, сравнить полученные теоретические кривые с соответствующими экспериментальными результатами;

- сформулировать модифицированную систему уравнений Р.А. Арутюняна для деформации ползучести и плотности материала, получить для данной системы уравнений соответствующие приближенные и точные решения для деформации ползучести и изменения плотности;

- сформулировать систему кинетических уравнений для параметра поврежденности и деформации ползучести, основываясь на концепции поврежденности в формулировке Р.А. Арутюняна для случая двухступенчатого нагружения, получить приближенные решения рассматриваемой системы кинетических уравнений, провести экспериментальные исследования одноосного напряженного состояния в условиях ползучести при двухступенчатом нагружении для алюминиевого сплава АМг2 при температуре 250°C;

- предполагается определять величину поврежденности по экспериментальным кривым ползучести в соответствии с теорией для сжимаемой среды, для этого необходимо сформулировать одно кинетическое уравнение для скорости ползучести, из рассматриваемого кинетического уравнения определить параметр сплошности, который выражается через скорость ползучести и деформацию ползучести, использовать различные эмпирические зависимости для описания экспериментальных кривых ползучести, получить критерий длительной прочности при условии, когда параметр сплошности достигает некоторой критической величины, построить теоретические кривые сплошности и длительной прочности.

Научная новизна заключается в том, что

1. В работе с учетом параметра поврежденности, рассматриваемого в виде относительного изменения плотности материала, и закона сохранения массы

сформулированы взаимосвязанные кинетические уравнения для деформации ползучести и параметра поврежденности. Получены точные, приближенные аналитические и численные решения этих уравнений и сформулирован критерий длительной прочности, описывающий участок хрупкого разрушения. Построены соответствующие теоретические кривые.

2. Показано, что предложенная система уравнений способна описать третий участок кривых ползучести. Более того, деформация ползучести, полученная из решения предложенных уравнений может накапливаться как более интенсивно, так и менее интенсивно по сравнению с величиной деформации по теории Качанова-Работнова. Также показано, что критерий длительной прочности Качанова-Работнова является частным случаем полученного критерия.

3. Дано сравнение полученных решений с экспериментальными результатами по изменению пористости (плотности) для различных металлов и сплавов в процессе высокотемпературной ползучести при различных температурах и уровнях нагрузки. Времена выдержки под нагрузкой до разрушения варьировались в пределах 30-500 ч. На этом временном и деформационном интервале функция поврежденности выражается в виде прямой линии и имеет общий характер для испытанных при различных температурах и силовых нагрузках металлов. Данный результат позволяет рассматривать параметр поврежденности, задаваемый как относительное изменение плотности, в качестве универсальной характеристики накопления пористости в процессе ползучести.

4. Предложена модифицированная система уравнений Р.А. Арутюняна для деформации ползучести и плотности материала. Получены соответствующие приближенные и точные решения для деформации ползучести и изменения плотности. Построены теоретические кривые изменения плотности. Рассматриваемый подход позволяет прогнозировать изменение плотности в процессе ползучести.

5. С учетом параметра поврежденности, конкретизируемого в виде относительного изменения плотности материала, и закона сохранения массы сформулированы взаимосвязанные кинетические уравнения для деформации ползучести и параметра поврежденности для случая двухступенчатого нагружения. Получены решения данной системы кинетических уравнений. Проведены экспериментальные исследования одноосного напряженного состояния в условиях ползучести при двухступенчатом нагружении для алюминиевого сплава АМг2 при температуре 250°C. Теоретические кривые ползучести хорошо описывают полученные в экспериментах кривые ползучести при двухступенчатых нагружениях для сплава АМг2. Таким образом, предложенная система взаимосвязанных кинетических уравнений для скорости ползучести и параметра поврежденности позволяет описывать случаи ступенчатых нагружений, что говорит об универсальности системы.

6. Учитывается сжимаемость металлических материалов, а относительное изменение плотности рассматривается как параметр сплошности. Предложен метод определения величины поврежденности по экспериментальным кривым ползучести. При этом для описания хрупких разрушений в условиях высокотемпературной ползучести формулируется только одно кинетическое уравнение для скорости ползучести. Параметр сплошности определяется из рассматриваемого кинетического уравнения и выражается через скорость ползучести и деформацию ползучести. Для описания экспериментальных кривых ползучести используются эмпирические зависимости в виде смешанных степенных и экспоненциальных функций. Построены теоретические кривые сплошности. Критерий длительной прочности получен при условии, когда параметр сплошности достигает критической величины. Построены соответствующие теоретические кривые длительной прочности. Полученные теоретические кривые качественно верно описывают экспериментальные кривые длительной прочности.

Теоретическая и практическая значимость работы заключается в том, что результаты исследования вносят существенный вклад в теорию механики континуального разрушения. Предложенная в работе система взаимосвязанных кинетических уравнений для деформации ползучести и параметра поврежденности способна описать третий участок кривых ползучести, что позволяет проводить более точные расчеты. Более того, деформация ползучести, полученная из решения предложенных уравнений, может накапливаться как более интенсивно, так и менее интенсивно по сравнению с величиной деформации по теории Качанова-Работнова. Также показано, что критерий длительной прочности Качанова-Работнова является частным случаем полученного критерия. При формулировке системы кинетических уравнений непосредственно через плотность материала получены теоретические кривые изменения плотности. Рассматриваемый подход позволяет прогнозировать изменение плотности в процессе ползучести. Предложенная система взаимосвязанных кинетических уравнений для скорости ползучести и параметра поврежденности позволяет описывать случаи ступенчатых нагружений, что говорит об универсальности системы. Результаты работы могут быть использованы для более точного описания процессов ползучести, поврежденности и длительной прочности, протекающих в металлических материалах и сплавах в условиях длительной высокотемпературной ползучести, в частности, при ступенчатых нагружениях.

Методология и методы исследования:

В работе используются физико-механические методы для описания деграционных процессов металлических материалов при длительных температурно-силовых воздействиях. Работоспособность металлов, в основном, определяется процессами поврежденности, которые способствуют охрупчиванию материала и возникновению эффекта тепловой хрупкости. Физическими методами исследований было установлено, что явление

тепловой хрупкости свойственно всем металлическим материалам и связано с процессами накопления пористости по границам зерен по механизму диффузии вакансий и зернограничного проскальзывания. В работе эти процессы рассматриваются феноменологически, методами механики рассеянного повреждения и разрушения. Концепция рассеянного повреждения получила всемирное признание и развитие в трудах многих ученых в различных странах. С момента опубликования первых работ Качанова-Работнова прошло более полувека и к настоящему времени накоплено большое количество новой экспериментальной информации, учет которой необходим для более точного прогнозирования длительных деформационных и прочностных характеристик в области высокотемпературной ползучести. Эти результаты убедительно показывают, что при формулировке уравнений ползучести и критерия длительной прочности в области хрупких разрушений необходимо учитывать условие сжимаемости и формулировать реологические соотношения ползучести и критерии длительной прочности, основываясь на законе сохранения массы. В этом случае в качестве параметра поврежденности следует рассматривать необратимое изменение плотности (разрыхление) материала. С учетом этих положений в работе сформулированы взаимосвязанные уравнения для параметра поврежденности и деформации ползучести. Получены точные, приближенные аналитические и численные решения этих уравнений. Построены соответствующие теоретические кривые и дано сравнение с результатами опытов по определению закономерностей накопления повреждений в условиях высокотемпературной ползучести, полученные для различных металлов и сплавов. Показано, что экспериментальные результаты хорошо согласуются с теоретическими. На временном интервале 30-500 часов они представляются в виде прямых линий и имеют общий характер независимо от материала и температурно-силовых воздействий, что указывает на существование единой закономерности процессов поврежденности и

подтверждает косвенно правильность выбора физического параметра поврежденности.

Все экспериментальные исследования, проведенные в ходе работы, выполнены с использованием проверенных апробированных методик на современном оборудовании.

Положения, выносимые на защиту:

1. Точные и приближенные аналитические решения системы взаимосвязанных кинетических уравнений для деформации ползучести и параметра поврежденности с учетом закона сохранения массы и конкретизации параметра сплошности как относительное изменение плотности. Приближенные аналитические решения данной системы уравнений для случая двухступенчатого нагружения.
2. Соотношение для деформации ползучести, способное описать третий участок кривых ползучести. Критерий длительной прочности, позволяющий описать участок хрупкого разрушения.
3. Точные и приближенные аналитические решения системы взаимосвязанных кинетических уравнений для деформации ползучести, и плотности материала.
4. Метод определения величины поврежденности по экспериментальным кривым ползучести с учетом закона сохранения массы и конкретизации параметра сплошности как относительное изменение плотности.

Достоверность результатов работы обоснована использованием современного оборудования и методик исследования, воспроизводимостью экспериментальных результатов, использованием феноменологических методов механики рассеянного повреждения и разрушения, согласованностью выводов, сделанных по результатам исследования, с современными научными представлениями.

Структура и объем работы:

Работа состоит из введения, четырех глав и заключения, и включает в себя 108 страниц, 32 рисунка и 3 таблицы. Список литературы содержит 147 библиографических ссылок.

Апробация работы:

Результаты данной работы были **апробированы** на семинарах кафедры теории упругости математико-механического факультета СПбГУ, кафедры теории пластичности механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова и на следующих **конференциях и симпозиумах**:

XLIV International Conference, Advanced Problems in Mechanics, APM 2016, Saint Petersburg, Russia, June 27 – July 2, 2016;

Всероссийская научно-техническая конференция по строительной механике корабля, посвященная памяти профессора В.А. Постнова, Санкт-Петербург, Россия, 13-14 декабря, 2017;

IX International Conference the Problems of Interaction of Deformable Media dedicated to the 75th anniversary of NAS RA, Goris, Armenia, October 1-6, 2018;

XLVII International Summer School – Conference "Advanced Problems in Mechanics 2019", APM 2019, Saint Petersburg, Russia, June 24-29, 2019;

XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Уфа, Россия, 19-24 августа, 2019;

XIX Всероссийская школа-семинар «Современные проблемы аэрогидродинамики», посвященная 60-летию Научно-исследовательского института механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Сочи, Россия, 5-15 сентября, 2019;

VI International Conference on Topical Problems of Continuum Mechanics, Dilijan, Armenia, October 1-6, 2019;

Международная молодежная научная конференция «XXIV Туполевские чтения (Школа молодых ученых)»: посвящена 130-летию со дня рождения авиаконструктора И.И. Сикорского, Казань, Россия, 7-8 ноября 2019 г.;

XLVI Международная молодежная научная конференция "Гагаринские чтения", Москва, Россия, 14-17 апреля 2020 г.;

XLVIII International Conference Advanced Problems in Mechanics, APM 2020, St. Petersburg, Russia, June 21-26, 2020;

Всероссийская научная конференция с международным участием «Актуальные проблемы механики сплошной среды – 2020», Казань, Россия, 28 сентября – 2 октября, 2020;

International Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics”, St. Petersburg, Russia, November 9-13, 2020;

XLVII Международная молодёжная научная конференция «Гагаринские чтения», Москва, Россия, 20-23 апреля 2021 г.;

XLIX International Summer School-Conference "Advanced Problems in Mechanics": APM 2021, St. Petersburg, Russia, June 21-25, 2021;

VII International Conference On Topical Problems of Continuum Mechanics, Tsaghkadzor, Armenia, September 4-8, 2021;

50th Anniversary International Summer School-Conference "Advanced problems in mechanics", St. Petersburg, Russia, June 20-24, 2022;

Всероссийской конференции по естественным и гуманитарным наукам с международным участием «НАУКА СПбГУ – 2022», Санкт-Петербург, Россия, 21 ноября 2022.

Основные результаты работы представлены в 19 публикациях, из которых 4 статьи опубликованы в изданиях, индексируемых Scopus и Web of Science, 7 статей опубликовано в РИНЦ.

Статьи в журналах (Scopus, WoS, ВАК):

1. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. The Criterion of High-Temperature Creep of Metals Based on Relative Changes of Density // WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics 14, 2019, P. 140-144.

2. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. High-temperature creep and damage of metallic materials // Journal of Physics: Conference Series, volume: 1474, Issue 1, 2020, number: 012005. Doi:10.1088/1742-6596/1474/1/012005.
3. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. The Definition of Damage Parameter Changes from the Experimental High-Temperature Creep Curves // Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2020, P. 53-59. Doi: 10.1007/978-3-030-49882-5_5.
4. Arutyunyan A.R., Saitova R.R. Exact and approximate solutions of the system of interrelated equations of the theory of creep and long-term strength // Journal of Physics: Conference Series, 2022, volume: 2231, Issue 1, number: 012001. Doi: 10.1088/1742-6596/2231/1/012001.

Публикации в РИНЦ:

5. Арутюнян А.Р., Арутюнян Р.А., Сaiutoва Р.Р. О взаимосвязи высокотемпературной ползучести и повреждённости металлических материалов // В сборнике: Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Труды IX международной конференции. 2018. С. 54-58.
6. Арутюнян А.Р., Арутюнян Р.А., Сaiutoва Р.Р. Высокотемпературная ползучесть и поврежденность металлических материалов // В сборнике: Актуальные проблемы механики сплошной среды. Материалы VI международной конференции. 2019. С. 38-42.
7. Сaiutoва Р.Р. Длительная прочность и ползучесть элементов конструкций // В сборнике: XXIV Туполевские чтения (школа молодых ученых). тексты докладов участников Международной молодёжной научной конференции, в 6 т. 2019. С. 184-189.
8. Арутюнян А.Р., Арутюнян Р.А., Сaiutoва Р.Р. Использование концепции разрыхления для описания высокотемпературной ползучести и длительной прочности металлических материалов // В сборнике: XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Сборник трудов. В 4-х томах. Том 3. 2019. С. 248-250.

9. Арутюнян А.Р., Арутюнян Р.А., Саитова Р.Р. Поврежденность металлических материалов в процессе высокотемпературной ползучести // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2019. Т. 20. № 3. 815.
10. Арутюнян А.Р., Арутюнян Р.А., Саитова Р.Р. Определение параметра поврежденности по экспериментальным кривым высокотемпературной ползучести // В сборнике: XLVI Гагаринские чтения. Сборник трудов Международной молодежной научной конференции. Секция «Механика и моделирование материалов и технологий». Москва, 2020. С. 6.
11. Саитова Р.Р. Решения системы взаимосвязанных кинетических уравнений теории ползучести и длительной прочности // В сборнике: XLVII Гагаринские чтения. Сборник трудов Международной молодежной научной конференции. Секция "Механика и моделирование материалов и технологий". Москва, 2021. С. 135-136.

Публикации в других источниках:

12. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. Application of mechanical methods for solving the problem of high-temperature creep and long-term strength of metals. St. Petersburg // In: book of abstracts APM 2016, P. 104.
13. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. The problem of damage and high-temperature creep fracture of metals // In: Proceedings of XLIV International Summer School Conference APM 2016, P. 34-40.
14. Арутюнян А.Р., Арутюнян Р.А., Саитова Р.Р. Эволюция процессов разрушения упругопластической среды при высокотемпературной ползучести. // В кн.: Материалы Научно-технической конференции по строительной механике корабля, посвященной памяти профессора В.А. Постнова и к 90-летию со дня его рождения, 2017. С. 92-93.
15. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. The damage parameter changes during high-temperature creep // in: Book of abstracts APM 2019, P. 102.

16. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. Determination of damage parameter of metallic materials from experimental creep curves // APM online 2020 book of abstracts part 1, P. 58.
17. Арутюнян А.Р., Сайтова Р.Р. Точные и приближенные решения системы взаимосвязанных уравнений теории ползучести и длительной прочности // Актуальные проблемы механики сплошной среды Материалы VII Международной конференции. 04-08 октября, 2021, Цахкадзор, Армения, С. 33-37.
18. Arutyunyan A.R., Saitova R.R. Analytical and numerical solutions of the modified system of interrelated kinetic equations for creep and long-term strength of metals // XLIX International Conference “Advanced Problems in Mechanics” June 21-25, 2021, St. Petersburg, Russia: Book of abstracts, P. 60.
19. Arutyunyan A.R., Saitova R.R. About the possibility of experimental creep curves using to determine the metallic materials damage // APM 2022 Book of abstracts, P. 66-67.

Личный вклад автора: Автор диссертации получил точные, приближенные аналитические и численные решения рассматриваемой системы кинетических уравнений, провел все расчеты, выполнил все эксперименты, осуществил подбор параметров для используемых моделей и участвовал во всех обсуждениях материала, предлагая идеи развития. Автор выполнил обработку и анализ результатов измерений, принимал участие в постановке задачи, обсуждении полученных данных и подготовке публикаций. Арутюнян Р.А. и Арутюнян А.Р. определили задачи исследования, а также участвовали в обсуждении полученных результатов и подготовке публикаций. Арутюнян Р.А. разработал концепцию модификации параметра поврежденности и сформулировал модифицированную систему уравнений Качанова-Работнова.

Благодарности:

Автор выражает благодарность научным руководителям профессору, доктору физико-математических наук, Академику НАН РА Арутюняну Роберту Ашотовичу и старшему научному сотруднику, кандидату физико-математических наук Арутюняну Александру Робертовичу за постановки задач и постоянное внимание к работе, за ценные советы, высказанные ими в процессе выполнения работы. Также автор выражает искреннюю благодарность профессору, доктору физико-математических наук, Академику РАН Морозову Никите Фёдоровичу за постоянную поддержку. Автор также признателен доктору физико-математических наук, лауреату Государственной премии РСФСР, профессору Локощенко Александру Михайловичу и профессору, доктору физико-математических наук Помыткину Сергею Павловичу за помощь в обсуждении кандидатской диссертации. Автор выражает благодарность профессору, доктору физико-математических наук, Лауреату Государственной премии России Каплунову Юлию Давидовичу за возможность прохождения стажировки в Кильском Университете (Стаффордшир, Англия). Отдельную благодарность автор выражает членам своей семьи и друзьям, за поддержку на протяжении всей научной деятельности.

Глава 1. Обзор литературы

При длительном воздействии высоких температур и относительно небольших напряжений многие металлические сплавы и чистые металлы теряют пластичность и разрушаются хрупко. Поскольку такого рода разрушения наблюдаются в элементах многих важных инженерных объектов, проблема хрупких разрушений стала предметом многочисленных теоретических и экспериментальных исследований.

Проблема надежной эксплуатации ответственных инженерных объектов, работающих в течение длительного времени в условиях воздействия относительно малых напряжений и высоких температур является предметом многолетних теоретических и экспериментальных исследований известных ученых и инженеров, работающих в области физики прочности и пластичности, механики материалов и материаловедения. Несомненно, имеются большие успехи при решении этой проблемы, однако вопрос прогнозирования работоспособности металлических материалов в условиях длительной эксплуатации, который является основным в инженерной практике, требует дополнительного рассмотрения.

При исследовании ползучести металлов вплоть до разрушения обычно выделяются два основных механизма разрушения: вязкий и хрупкий. Вязкое разрушение наступает в результате процесса ползучести, характеризующегося большими сдвиговыми деформациями, хрупкое разрушение связано с возникновением микропор и микротрещин и их постепенным слиянием.

Под воздействием относительно малых напряжений и высоких температур (близких к половине температуры плавления) в металлических материалах накапливается межкристаллитная пористость, способствующая переходу материала в хрупкое состояние.

На рис. 1 представлена оптическая микрофотография образца из циркониевого сплава Zircaloy-2, испытанного в течение длительного времени (более 10 000 часов) при ползучести (400 °C) [1]. Из рис. 1 отчетливо видна округлая форма

микрополостей. Этот конкретный тип формирования микрополости характерен для процессов ползучести, которые происходят при повышенной температуре и при низких напряжениях (эффект тепловой хрупкости).

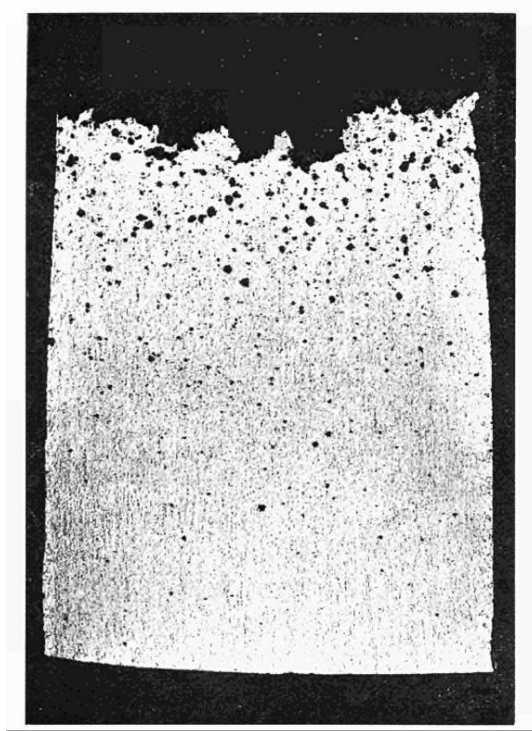


Рис. 1. Оптическая микрофотография образца из циркониевого сплава Zircaloy-2, испытанного в течение длительного времени при ползучести (400°C) [1].

Первым теоретическим исследованием по проблеме вязких разрушений можно считать работу Н.Дж. Хоффа 1953г. [2], в которой была решена задача о нелинейно-вязком течении и разрушении стержня под воздействием постоянной нагрузки. Хофф сформулировал критерий длительной прочности, известный в настоящее время как критерий вязкого разрушения. При выводе этого критерия используется предположение о несжимаемости материала и считается, что разрушение стержня наступает вследствие неограниченного его удлинения.

Рассмотрим работу Н. Хоффа более подробно.

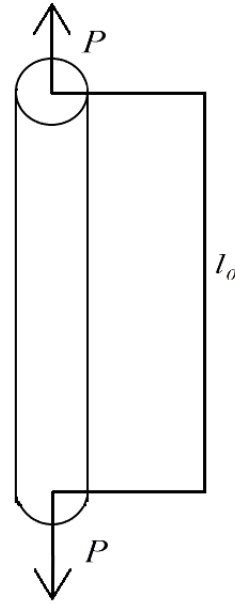


Рис. 2. Цилиндрический стержень растягивается в условиях ползучести с заданной нагрузкой P .

Пусть цилиндрический стержень растягивается в условиях ползучести с заданной нагрузкой P (рис. 2). Обозначим через $\varepsilon = \ln(l/l_0)$ компоненту продольной деформации, где l_0 , l – начальная и текущая длина стержня.

Примем степенной закон ползучести, согласно которому связь между

скоростью деформации $\dot{\varepsilon} = \frac{1}{l} \frac{dl}{dt}$ и напряжением σ определяется уравнением:

$$\frac{1}{l} \frac{dl}{dt} = B\sigma^m = B\sigma_0^m \left(\frac{F_0}{F} \right)^m, \quad (1)$$

где $\sigma = \frac{P}{F} = \frac{PF_0}{F_0F} = \sigma_0 \frac{F_0}{F}$, F_0 , F – начальная и текущая площадь поперечного

сечения стержня, σ – истинное, σ_0 – номинальное напряжение.

В случае несжимаемого материала $\rho = \rho_0$ и из закона сохранения массы

$\rho_0 l_0 F_0 = \rho l F$, следует $\frac{F_0}{F} = \frac{l}{l_0}$. Подставляя последнее соотношение в уравнение

(1), и решая его при условии $t = 0$, $l = l_0$, получим

$$\frac{l}{l_0} = (1 - mB\sigma_0^m t)^{-1/m} \quad (2)$$

или $\varepsilon = \ln(1 - mB\sigma_0^m t)^{-1/m}$.

Поскольку разрушение стержня наступает вследствие неограниченного его удлинения, т.е. при $t = t_p^e$, $l \rightarrow \infty$ ($\varepsilon \rightarrow \infty$), из формулы (2) следует критерий вязкого разрушения Хоффа:

$$t_p^e = \frac{1}{mB\sigma_0^m} \quad (3)$$

Хофф обратил внимание на хорошее согласие между теоретическими и экспериментальными данными. В опытах других авторов [3-6] подтверждены результаты Хоффа и отмечено, что экспериментальные точки обычно располагаются несколько ниже теоретической кривой вязкого разрушения. Позднее было установлено, что критерий Хоффа хорошо описывает только начальный участок кривой длительной прочности (участок 1 на рис. 3). Для металлов этот участок соответствует относительно большим напряжениям и малым долговечностям.

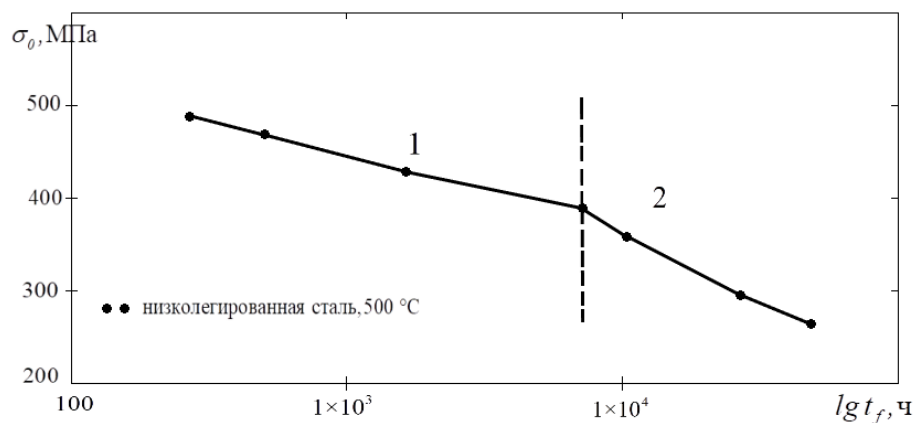


Рис. 3. Кривая длительной прочности для низколегированной стали при температуре 500°C [3].

Со времени опубликования работы Хоффа и в соответствии с потребностями техники происходило интенсивное накопление экспериментальных данных

по разрушению различных конструкционных сплавов в условиях ползучести. В частности, была изучена кривая длительной прочности в области малых напряжений и высоких температур и на ней выделен участок хрупкого разрушения (участок 2 на рис. 3). В связи с этим возникла необходимость исследования механизмов охрупчивания материалов и формулировки соответствующих критериев разрушения.

Проблема хрупких разрушений в условиях высокотемпературной ползучести наиболее актуальна в инженерной практике. В частности, в механике материалов для описания хрупких разрушений разрабатываются уравнения, в которых процессы деформирования и разрушения описываются с помощью различных параметров поврежденности. Основоположниками такого подхода являются Л.М. Качанов и Ю.Н. Работнов [7-10].

Для описания хрупких разрушений были введены различные векторные, тензорные и скалярные параметры поврежденности. В модели Качанова [7] поврежденность описывается некоторым скаляром $1 \geq \psi \geq 0$. В начальном состоянии, при отсутствии поврежденности $\psi = 1$, с течением времени функция ψ убывает до нуля. Функцию ψ можно интерпретировать как «сплошность». В модели Качанова этот параметр вводится формально и в него не вкладывается определенный физический смысл. В модели хрупкого разрушения Работнова [8-10] вводится функция $0 \leq \omega \leq 1$ ($\omega = 0$ в начальном состоянии и $\omega = 1$ в момент разрушения). Функцию ω естественно называть поврежденностью. Считается, что $\omega = 1 - \psi$. Параметр ω вводится отношением $\omega = F_T / F_0$ и характеризует степень уменьшения площади поперечного сечения (F_T – площадь трещин, располагающихся к моменту времени t в поперечном сечении стержня, F_0 – начальная площадь поперечного сечения).

Реальные материалы имеют случайную структуру, поэтому параметр сплошности является статистическим показателем, который может быть задан с помощью некоторого кинетического уравнения. В общем виде эти уравнения

базируются на двух гипотезах [11, 12]. Согласно первой гипотезе хрупкое разрушение протекает со скоростью, зависящей только от напряжения $\sigma(t)$:

$$d\psi / dt = -f[\sigma(t)] \quad (4)$$

Согласно второй гипотезе, и в соответствии с представлениями статистической физики, скорость хрупкого разрушения зависит от напряжения и величины накопленной поврежденности:

$$d\psi / dt = -f[\sigma(t), \psi] \quad (5)$$

1.1. Теория поврежденности Работнова

Решается задача о ползучести и разрушении стержня под действием постоянной силы P . Концепция поврежденности Работнова основывается на следующей системе уравнений для деформации ползучести ε и параметра поврежденности ω [10]:

$$\dot{\varepsilon} = b\sigma^m(1-\omega)^{-q}, \quad (6)$$

$$\dot{\omega} = c\sigma^n(1-\omega)^{-r}, \quad (7)$$

где b, c, m, n, q, r – постоянные, $\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$ – деформация, l_0, l – начальная и текущая

длина образца, σ – истинное напряжение.

Работнов вводит параметр ω в виде отношения $\omega = F_T / F_0$, которое характеризует степень уменьшения площади поперечного сечения стержня (F_T – площадь трещин, располагающихся к моменту времени t в поперечном сечении стержня, F_0 – начальная площадь поперечного сечения).

Работнов рассмотрел два случая решения системы уравнений (6) -(7). В случае чистого хрупкого разрушения и малых деформаций считается, что $F \approx F_0$, $\sigma = \sigma_0 = const$.

Тогда, решая систему уравнений (6) и (7), при начальном условии $t = 0$, $\varepsilon = 0$, получим следующее соотношение для деформации ползучести

$$\varepsilon = \frac{k t_p^x}{m t_p^e} \left[1 - \left(1 - \frac{t}{t_p^x} \right)^{1/k} \right], \quad (8)$$

где $k = \frac{r+1}{r+1-q}$, $t_p^x = \frac{1}{c(1+r)\sigma_0^n}$, $t_p^e = \frac{1}{bm\sigma_0^m}$.

Соотношение (8) можно рассматривать в качестве основного результата теории Работнова, так как оно позволяет описать третий участок кривой ползучести, который в области хрупких разрушений полностью определяется поврежденностью материала. Величина деформации при разрыве равна

$$\varepsilon_* = \frac{k t_p^x}{m t_p^e} = \frac{k b}{1+r c} \sigma_0^{m-n}.$$

При рассмотрении случая больших деформаций принимается условие несжимаемости материала $\rho = \rho_0$, тогда из закона сохранения массы

$$\rho_0 l_0 F_0 = \rho l F, \text{ следует } \frac{F_0}{F} = \frac{l}{l_0}, \text{ и истинное напряжение выражается следующей}$$

формулой $\sigma = \sigma_0 \exp(\varepsilon)$. С учетом данного соотношения система уравнений (6) и (7) принимает вид:

$$\dot{\varepsilon} = b\sigma_0^m (1-\omega)^{-q} \exp(m\varepsilon) \quad (9)$$

$$\dot{\omega} = c\sigma_0^n (1-\omega)^{-r} \exp(n\varepsilon) \quad (10)$$

Разделив уравнение (9) на (10), получим следующее дифференциальное уравнение

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = \frac{r+1}{m} \frac{t_p^x}{t_p^e} (1-\omega)^{r-q} \exp[(m-n)\varepsilon] \quad (11)$$

Разделяя переменные в уравнении (11) и принимая начальное условие $\varepsilon = 0$, $\omega = 0$, решение уравнения (11) запишется в виде

$$\varepsilon = \frac{1}{m-n} \ln \left[1 - \nu + \nu(1-\omega)^{r-q+1} \right], \quad m \neq n, \quad (12)$$

где $\nu = \frac{m-n}{r-q+1} \frac{b}{c} \sigma_0^{m-n}$.

Рассмотрим некоторые ограничения теории Работнова. В случае $\nu < 1$ условию разрушения $\omega = 1$ отвечает конечное удлинение, а при $m = n$ это удлинение не зависит от напряжения, что не согласуется с результатами опытов. Таким образом, поведение среды определяется не реальными физическими процессами, а формальным выбором ограничений на коэффициенты уравнений (9) и (10).

1.2. Концепция сплошности Качанова

Для описания вязко-хрупких разрушений Качанов рассмотрел следующую систему уравнений [7]:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{l} \frac{dl}{dt} = B\sigma^m = B\sigma_0^m \left(\frac{F_0}{F} \right)^m, \quad (13)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = A \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^n = A \left(\frac{\sigma_0}{1-\omega} \right)^n \left(\frac{F_0}{F} \right)^n, \quad (14)$$

где $\sigma = \frac{P}{F}$, $\sigma_0 = \frac{P}{F_0}$, $\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$, l_0 , F_0 – начальная, l , F – текущая длина и площадь поперечного сечения стержня, m, n, A, B – постоянные.

Вначале рассмотрим решения уравнений (13) и (14) в отдельности.

Из уравнения (13) следует случай чисто вязкого разрушения по Хоффу с учетом условия несжимаемости $l_0 F_0 = lF$, которое является следствием закона сохранения массы $l_0 F_0 \rho_0 = lF\rho$ при предположении $\rho = \rho_0$ (ρ_0 – начальная, ρ – текущая плотность стержня). Используя условие несжимаемости в (13) и решая это уравнение при начальном условии $t = 0$, $l = l_0$, получим

$$t = \frac{1}{mB\sigma_0^m} \left[1 - \left(\frac{l}{l_0} \right)^{-m} \right] \quad (15)$$

При условии $l \rightarrow \infty$ из (15) следует критерий вязкого разрушения Хоффа

$$t_p^e = \frac{1}{mB\sigma_0^m} \quad (16)$$

В случае чисто хрупкого разрушения можно считать приближенно $F \approx F_0$. Интегрируя кинетическое уравнение (14) при начальном условии $t = 0$, $\omega = 0$,

получаем время хрупкого разрушения по Качанову, для которого выполняется условие разрушения $\omega = 1$:

$$t_p^x = \frac{1}{(n+1)A\sigma_0^n} \quad (17)$$

Для получения общего критерия вязко-хрупкого разрушения используется довольно искусственный прием сопряжения этих двух решений. В кинетическое уравнение поврежденности (14) вносится выражение для площади поперечного сечения стержня в чисто вязком случае $F / F_0 = (1 - t / t_p^e)^{1/m}$. С учетом этой формулы критерий вязко-хрупкого разрушения следует из уравнения (14) при условии $\omega = 1$:

$$t_p = t_p^e \left[1 - \left(1 - \frac{m-n}{m} \frac{t_p^x}{t_p^e} \right)^{m/(m-n)} \right], \quad m \neq n \quad (18)$$

Прямая AB на рис. 4 описывает разрушения по модели Хоффа, прямая CD – по модели хрупкого разрушения Качанова-Работнова. Критерий (18) изображен на рис. 4 с помощью кривой EF .

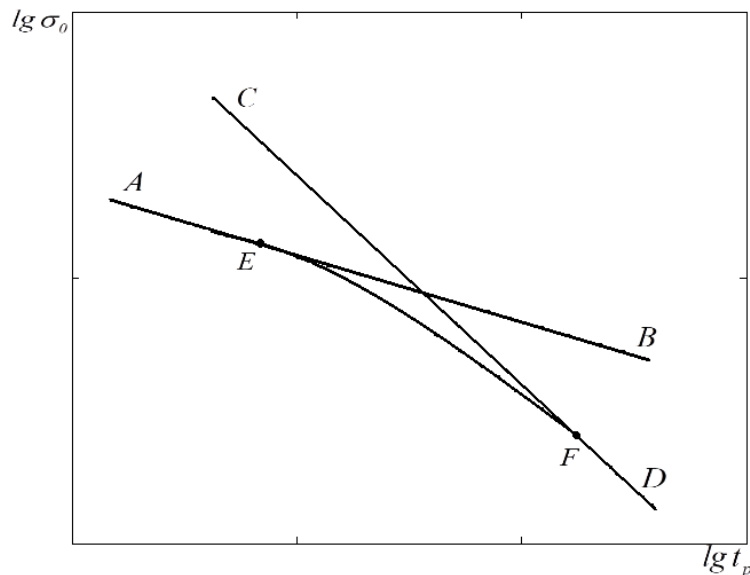


Рис. 4. Кривые длительной прочности согласно модели Хоффа (прямая AB), модели хрупкого разрушения Качанова-Работнова (прямая CD) и критерию (18) (кривая EF).

При напряжениях больше, чем в точке E разрушение является вязким и время до разрушения соответствует критерию Хоффа. При меньших напряжениях все большее значение приобретают процессы поврежденности, и кривая приближается к критерию хрупкого разрушения. Таким образом, критерий (18) дает качественно правильную картину процессов разрушения при ползучести. В то же время в количественном отношении эти результаты могут существенно отклоняться от опытных.

Принимая предположение, что в области хрупкого разрушения ползучесть отсутствует, тогда $F \approx F_0$ и решение уравнения (14) при начальном условии $t = 0, \omega = 0$ записывается в виде:

$$\omega = 1 - [1 - A(n+1)\sigma_0^n t]^{1/(n+1)} \quad (19)$$

Отметим, что условие $F \approx F_0$ не означает, что деформация ползучести отсутствует, так как согласно закону сохранения массы деформация определяется величиной разрыхления материала и равна $\varepsilon = \ln(\rho_0 / \rho) \approx (\rho_0 - \rho) / \rho_0$.

В статье Качанова [7] имеется следующее замечание: «Полезно отметить, что предположение о влиянии ψ (или ω) на деформацию ползучести (включение $1 - \omega = \psi$ в знаменатель правой части уравнения (14)) усложняет анализ и приводит к заключениям, противоречащим опытным данным; так при $m - n - 1 > 0$ разрушение всегда будет вязким».

Учитывая закон сохранения массы $\rho_0 l_0 F_0 = \rho l F$ в соотношении Нортон и вышеуказанное замечание Качанова получим:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{l} \frac{dl}{dt} = B \sigma_0^m \left(\frac{l}{l_0} \right)^m (1 - \omega)^m, \quad (20)$$

где B, m – постоянные, $\sigma = \sigma_0 \frac{F_0}{F}$, $\sigma_0 = \frac{P}{F_0}$, l_0, F_0 – начальные, l, F – текущие длина и площадь поперечного сечения стержня.

Принимая условие $F \approx F_0$, которое означает, что деформация ползучести согласно закону сохранения массы определяется величиной разрыхления

материала $\varepsilon = \ln(\rho_0 / \rho) \approx (\rho_0 - \rho) / \rho_0$, решение уравнения (20) при начальном условии $t = 0, \omega = 0, \varepsilon = 0$ запишется в виде:

$$\varepsilon = \frac{B \sigma_0^{m-n}}{A(m+n+1)} \left[1 - \left(1 - A(n+1) \sigma_0^n t \right)^{\frac{m+n+1}{n+1}} \right] \quad (21)$$

1.3. Поврежденность в металлах и известные методы ее измерения

Одна из основных проблем при оценке прочности конструкций, работающих в условиях высоких температур, заключается в определении длительности работы этих конструкций до разрушения.

Л.М. Качанов [7] и Ю.Н. Работнов [8] – первые ученые в мире, которые ввели в теоретическое рассмотрение новый структурный параметр $\omega(t)$, зависящий от времени t , характеризующий степень поврежденности материала, накапливающейся в процессе ползучести. Работнов [9] впервые использовал этот параметр для аналитического описания разупрочняющейся стадии процесса ползучести, завершающейся разрушением. В качестве начала отсчета времени принимается момент приложения внешней нагрузки, t ($t = 0$). Согласно [7, 8], в начале процесса ползучести принимается условие $\omega(0) = 0$, разрушению образца при $t = t^*$ соответствует значение $\omega^* = \omega(t^*) = 1$. Для описания ползучести и длительной прочности конструкционных металлов в [10] Работнов предложил использовать уравнение механического состояния, в которое входят несколько структурных параметров, а также систему кинетических уравнений для их определения. Впоследствии этот метод позволил описать многие особенности процесса ползучести вплоть до разрушения. Различные варианты определяющих соотношений теории ползучести со структурными параметрами предложены в работах многих отечественных и зарубежных ученых.

Концепция рассеянной поврежденности и разрушения получила всемирное признание и развитие в трудах многих ученых в различных странах. Однако формальное введение параметра поврежденности не может решить проблему

прогнозирования процесса ползучести и характеристик длительного разрушения. В большинстве теоретических исследований введение параметра поврежденности ω имеет чисто феноменологический характер, при этом связь параметра ω с фактическим изменением структуры металла не рассматривается. Однако наряду с ними известно немало экспериментальных работ, в которых параметр поврежденности связывается с реальным нарушением структуры материала: исследование структуры обычно проводится металлографическими или физическими методами. В некоторых работах исследовалась взаимосвязь между степенью поврежденности и различными физическими величинами: скоростью звука, электрическим сопротивлением, модулем упругости и др. Однако наиболее распространёнными можно считать работы, в которых изучаются количество, размеры и распределение пор в процессе ползучести.

Рассмотрим известные экспериментальные исследования, в которых используются различные меры реальной поврежденности металлов.

1.3.1. Скалярный параметр поврежденности

Варианты кинетической теории со скалярным параметром поврежденности актуальны и в наше время, поскольку использование скалярного параметра поврежденности позволяет моделировать поведение металлов наиболее простым способом.

Так относительный размер пор или необратимое изменение объема (разрыхление по терминологии В.В. Новожилова) рассматривалось в [13].

Ученые разных стран предлагают всевозможные типы кинетических уравнений при моделировании длительной прочности металлов в условиях сложного напряженного состояния.

В работах О.В. Соснина и его учеников (А.Ф. Никитенко, Б.В. Горева, И.В. Любашевской и др.) [14-17] предложен энергетический подход для описания изучаемых явлений. В качестве скалярного параметра поврежденности ω принята величина рассеянной энергии $A(t)$, в качестве

условия длительной прочности рассматривается равенство $A(t^*) = A^* = const$. Этот подход позволяет сформулировать постановку проблемы для стационарного и нестационарного пространственных напряженных состояний. В данных работах показано хорошее соответствие экспериментальных и теоретических кривых ползучести вплоть до разрушения. Одним из преимуществ энергетического варианта теории ползучести является совмещение двух следующих задач: нахождение напряженно-деформированного состояния и определение долговечности конструкций. Так, в диссертации С.В. Бойко [18] предложен вариант уточненной системы определяющих уравнений с одним скалярным параметром поврежденности для описания процессов деформирования (вплоть до разрушения) металлических материалов в условиях ползучести и диссипации энергии в момент разрушения. Энергетический подход обсуждался и развивался также в работах других ученых [19], [20].

В статье [21] для рассмотрения исследуемого явления авторами предложена вероятностная теория.

В работах [22-24] F.A. Leckie с соавторами выполнили исследования, в которых определялись нижняя и верхняя оценки времени до разрушения, устанавливалась связь феноменологического понятия поврежденности с параметрами структуры. При анализе структуры в [24] использовали два параметра: плотность пор и их средний объем.

В ряде статей особенности рассматриваемых явлений моделируются путем введения нескольких скалярных кинетических параметров. Авторы этих исследований рассматривают в качестве кинетических параметров различные характеристики эволюции структуры металлов в процессе ползучести [25-26 и др.]. При моделировании ползучести вплоть до разрушения Q. Xu и D.R. Nayhurst использовали кинетическую теорию с двумя скалярными параметрами, один из которых необходим для описания неустановившейся ползучести, а другой – для описания ускоряющейся стадии ползучести [25].

Z.L. Kowalewski в [26] с соавторами рассмотрели обобщение теории Работнова с тремя скалярными параметрами поврежденности.

А.Р. Ржаницын [27] вместо общепринятого скалярного параметра поврежденности ω ввел скалярный параметр объективной прочности r , характеризующий мгновенную прочность материала в заданный момент времени. Предполагалось, что параметр r удовлетворяет некоторому кинетическому уравнению, связывающему скорость изменения прочности с самой прочностью и эквивалентным напряжением σ_e , зависящим от σ_{\max} – максимального главного напряжения и σ_u – интенсивности напряжений.

Также было показано, что параметры ω и r связаны конечным соотношением.

J. Lemaître с соавторами изучили накопление повреждений в теле с использованием скалярных параметров состояния в рамках термодинамики необратимых процессов, при этом основное внимание уделялось взаимодействию процессов ползучести и усталости [28, 29].

С.А. Шестериков с соавторами применили подход Работнова для учета дробной модели ползучести и получили условие длительного разрушения, при котором предельное значение параметра поврежденности меньше единицы [30].

М. Chrzanowski и J. Madej [31] в случае плоского напряженного состояния при построении изохорных кривых длительной прочности используют кинетическое уравнение, с помощью которого можно оценить прочность при кратковременном нагружении и остаточную кратковременную прочность в произвольный момент времени.

S. Murakami и M. Mizuno [32] обобщили теорию Работнова для учета разрыхления металлов при нейтронном облучении и описали ползучесть нержавеющей стали при различных условиях облучения и переменных напряжениях.

В [33] В.Ф. Dyson и D. Tarlin за меру поврежденности ω принимали длину трещины, а за время разрушения t^* – время образования трещины длиной в одно зерно. В.Ф. Dyson и M.S. Loveday [34] при анализе результатов

испытаний цилиндрических образцов с выточками показали, что при малых напряжениях межзеренные трещины возникают в окрестности шейки и распространяются к центру образца, при больших напряжениях распространение трещин происходит в противоположном направлении.

В ряде работ не только приведены результаты феноменологического исследования ползучести и длительной прочности металлов, но и выполнен анализ изменения структуры металлов в процессе ползучести [34, 35].

В статьях [35-39] приведены результаты исследований трубчатых образцов при постоянном растягивающем нормальном напряжении и знакопеременном касательном напряжении в условиях ползучести вплоть до разрушения.

F. Trivaudey и P. Delobelle провели статический анализ ориентаций трещин в разрушенных образцах [35, 37]. В качестве предельного значения параметра поврежденности ω^* при растяжении принимается отношение суммы длин всех поперечных трещин на фиксированной площади образца к сумме длин всех поперечных межзеренных границ на той же площади. В [35] показано, что вблизи области места разрушения значение $\omega^* \approx 0.3$. V. Tvergaard [36] при анализе влияния вида напряженного состояния на длительную прочность поликристаллов учитывал диффузионный рост пор на границах зерен и скольжение вдоль границ зерен. В [38] W. Trąpczyński и D.R. Hayhurst рассматривают феноменологическую модель ползучести при сложном напряженном состоянии. Описаны ползучесть и длительная прочность тонкостенных трубок, которые испытывались в условиях сложного напряженного состояния (растягивающее напряжение во время каждого опыта оставалось постоянным, касательное напряжение в некоторый момент времени меняло знак). В работе F.A. Leskié и E.T. Onat [39] рассматривается анизотропное распределение пор в деформируемом элементе.

Л.Б. Гецов в [40] предложил кинетическое уравнение деформационного типа, состоящее из четырех слагаемых, каждое из которых учитывает повреждения и деформации разного типа, и позволяющее определять условия разрушения при произвольной программе нагружения и нагрева. Показано, что результаты

опытов, проведенных разными авторами в условиях различных программ нагружения, корректно описываются в рамках частных случаев предложенного критерия длительной прочности.

Maruyama T. и Nosaka T. [41] измеряли поврежденность материала на основе микрошлифов с помощью использования прозрачной эталонной квадратной сетки; при этом рассматривалось отношение количества узлов, попадающих в область пор и микротрещин, к общему количеству узлов в сетке.

В некоторых статьях (Р.И. Нигматулин и Н.Н. Холин [42], Estrin Y. и Mecking H. [43]) в качестве структурного параметра анализируется плотность дислокаций.

В работах Локощенко А.М. [44, 45] рассмотрен метод измерения структурных изменений в металле непосредственно при высокотемпературной ползучести, без охлаждения и выгрузки образцов. Предлагается проводить измерения электрического сопротивления образцов при растяжении и сравнивать эти данные с результатами измерения длины образцов при одинаковых значениях времени.

Многие исследователи объясняют протекание процесса ползучести накоплением пор и образованием микротрещин (Perry A.J. [46], Н. Грант [47] и др.). В результате объединения мелких разобщенных трещин возникает разрушающая магистральная трещина. Поврежденность материала можно оценить, как долю суммарного объема пор и трещин в единице объема. Согласно принципу Кавальери, доля объема, занятого порами, равна доле их площади на шлифе. Т.Г. Березина и И.И. Трунин [48] пришли к выводу, что поврежденность, полученная указанным способом, практически такая же, как и поврежденность, определенная с помощью измерения плотности.

Horiguchi M. и Kawasaki T. [49] в качестве ω рассматривали размер одиночной поры, а в качестве t^* – время достижения этим размером критической величины. Riedel H. [50] за меру поврежденности ω принимал отношение радиуса поры к половине расстояния между порами, за t^* – время, при котором происходит слияние пор.

В работе [51] под ω понимается отношение суммарной длины поперечных границ между зернами, занятых порами и микротрещинами, к общей длине всех поперечных межзеренных границ.

Многие авторы [52-55] считают плотность материала наиболее представительной характеристикой пористости и поврежденности. Исследования по изменению плотности в условиях ползучести были представлены во многих публикациях второй половины XX века. Возникновение пор по результатам измерения плотности было обнаружено на самом начальном этапе ползучести. Более того, было показано [56], что залечивание пор наложением гидростатического давления приводит к резкому торможению деформации ползучести и значительному увеличению времени до разрушения. Эти опыты убедительно показали, что разрыхление (необратимое изменение плотности) является основным фактором поврежденности, определяющим работоспособность металлических материалов в процессе ползучести. Дальнейшие исследования [54], в которых процедура наложения гидростатического давления в процессе ползучести повторялась многократно, полностью подтвердили выводы работы [56].

Пористость является основной характеристикой поврежденности, а в качестве интегральной меры пористости принимается изменение плотности вследствие разрыхления материала. Имеющиеся в литературе результаты, полученные для различных металлов и сплавов, указывают на существование единой закономерности накопления разрыхления [55]. Наиболее благоприятная ситуация для разрыхления создается напряжениями, близкими к пределу текучести, когда взаимосвязанные процессы зернограничного проскальзывания и диффузии вакансий создают максимальный эффект для разрыхления. В работе [54] отмечается особая роль предела текучести в процессах пластической деформации и разрушения, анализ которых проводится с позиции фазовых переходов. Показано, что при достижении напряжений, равных пределу текучести, в сплавах происходит фазовый переход в процессе деформирования.

Р.А. Арутюнян [55] в результате детальных исследований на основе анализа ряда экспериментальных данных показал немонотонную зависимость функций разрыхления от напряжения и температуры. С помощью предложенного единого критерия вязко-хрупкого разрушения были описаны все области кривой длительной прочности.

В ряде работ (В.М. Розенберг и др. [57], Cane V.J. [58], Ю.Н. Гойхенберг и др. [59], В.И. Бетехтин и др. [60], Р.А. Арутюнян [55, 61, 62, 63]) описано уменьшение плотности металлов в процессе испытаний на ползучесть. Оно вызывается локальными разрушениями вследствие концентрации напряжений у включений и вблизи стыка трех зерен. Измерение плотности производится методами, в частности, с помощью метода гидростатического взвешивания (на воздухе и в жидкости). Кинетическое уравнение для определения разрыхления выводится из условия сохранения массы. В.И. Куманин и др. [64] считают, что разрушение материала наступает при накоплении критического количества микроповреждений, которое они определяют по данным измерения плотности и микротвердости. Belloni G. и Bernasconi G. [65] привели подробный обзор литературных данных по исследованию зависимости относительного изменения плотности от деформации, напряжения, температуры и времени.

В монографии Л.Р. Ботвиной [66] основное внимание уделено стадии накопления несплошностей в зоне локализации разрушения и взаимосвязи накопленной поврежденности с изменением акустических свойств материала. Для описания кинетики разрушения под действием различных факторов использована теория фазовых переходов и предложен единый подход к анализу кинетических процессов в разных средах и на различных масштабных уровнях.

В монографии Й. Чадека [67] дано математическое описание рассматриваемых процессов и проанализирован физический смысл параметров уравнений. Рассмотрены результаты изучения дефектной структуры, формирующейся при ползучести, ее роли в подготовке и развитии

процессов разрушения. Обсуждены различные теоретические модели и механизмы ползучести.

Ни один из рассмотренных выше методов введения упомянутого параметра поврежденности не позволяют проводить его измерение во время высокотемпературных испытаний на ползучесть. Для определения величины поврежденности в произвольный момент времени t указанными методами необходимо прекратить эксперимент, а при использовании металлографических методов, образцы должны быть также разрезаны.

1.3.2. Векторный параметр поврежденности

Очевидно, что наиболее простые соотношения имеют место при использовании скалярного параметра поврежденности.

Однако дефекты, определяющие накопление повреждений (полости, микропоры, микротрещины), обусловлены нагрузками, под действием которых эти дефекты возникают. Как известно, микротрещины обычно развиваются приблизительно перпендикулярно максимальному из главных напряжений. Увеличение этих микротрещин приводит к разрушению межзеренных связей в поликристалле, в результате чего происходит разрушение. Для описания такого типа разрушений недостаточно использовать скалярный параметр поврежденности, необходимо применять векторный или тензорный параметры поврежденности. В данном пункте рассмотрены варианты кинетической теории с использованием векторного параметра поврежденности или с комбинацией скалярного и векторного параметров. Применение этого подхода, как правило, приводит к хорошему соответствию экспериментальных и теоретических значений времен до разрушения.

В первую очередь среди ученых, работавших в данном направлении, следует отметить Л.М. Качанова [68, 69, 70], который предложил учитывать, как величину повреждения ω , так и его направление. Скорость накопления поврежденности в каждой плоскости зависит от нормального напряжения,

действующего в этой плоскости; локальное разрушение происходит, когда величина ω в каком-либо направлении достигает предельного значения; полное разрушение наступает после прохождения фронта разрушения через рассматриваемый объем.

Также в разработке этого направления принимали участие И.В. Наместникова и С.А. Шестериков [71]. Ими был предложен следующий подход. В качестве параметра поврежденности принимается величина $\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2}$, где величины ω_i связаны с главными напряжениями σ_i , $i=1,2,3$ следующими зависимостями:

$$\frac{d\omega_i}{dt} = \begin{cases} f(\sigma_i, \omega_i), & \sigma_i > 0, \\ 0, & \sigma_i \leq 0. \end{cases}$$

Эти зависимости описывают накопление проекций вектора поврежденности на направления главных напряжений в процессе ползучести. Величина вектора поврежденности удовлетворяет следующим условиям: $\omega(0) = 0$, $\omega(t^*) = 1$.

В работе [72] В.А. Пелешко задает поврежденность для каждого направления в векторном пространстве напряжений. В [73] с помощью векторного подхода описано явление анизотропной поврежденности.

В цикле работ А.М. Локощенко с В.В. Назаровым [74–78] выполнено обобщение модели, предложенной в статье [71]. С этой целью вводится коэффициент прочностной анизотропии материала α_0 и учитываются компоненты вектора поврежденности, накапливаемые в процессе кратковременного квазистатического нагружения, а также учитывается взаимная зависимость компонент ω_i . Коэффициент прочностной анизотропии α_0 определяется для трубчатых образцов как отношение осевого и поперечного нормальных напряжений, приводящих при растяжении в этих направлениях к разрушению образца за одно и то же время t^* .

В [79] получен анализ серии испытаний с использованием различных критериев длительной прочности и приведены значения α_0 . Впервые

экспериментально получено [74] и впоследствии с помощью предложенной модели [78] определено время до разрушения при стационарном сложном напряженном состоянии при различных программах кратковременного нагружения t^* . Предложен ряд кинетических уравнений, описывающих этот результат. Получено, что при одних и тех же значениях σ_{\max} и σ_u , т.е. при одних и тех же значениях эквивалентного напряжения σ_e , различным видам напряженного состояния могут соответствовать различные значения времени до разрушения.

В некоторых работах используются и скалярный, и векторный параметры поврежденности.

С.А. Шестериков с соавторами [80] отметили, что в процессе ползучести при сложном напряженном состоянии фактически появляется анизотропия свойств материала с накопленной поврежденностью, и предложили модель, в которой комбинируются скалярный и векторный подходы. Для моделирования поведения материалов, в которых либо расширяются сферические поры, либо максимальное главное напряжение значительно больше остальных главных напряжений, может быть использован скалярный параметр. В случае развития трещиновидных дефектов при описании длительного разрушения следует использовать векторный подход.

В свою очередь, А.А. Чижик и Ю.К. Петреня [5] считают, что в области микропор параметр поврежденности является векторной величиной, а в области клиновидных трещин — скаляром.

О.К. Морачковский [81] использует скалярный параметр для описания установившейся и ускоряющейся стадий ползучести, а векторный параметр для описания процесса ползучести на неустановившейся стадии.

М. Chrzanowski, J. Madej [82] при описании изохронных кривых используют скалярный или векторный подход в зависимости от времени до разрушения.

Г.М. Хажинский [83] использует в качестве скалярного параметра — внутризеренную поврежденность, а в качестве векторного параметра — межзеренную поврежденность.

D. Hayhurst с соавторами при моделировании длительного разрушения различных сплавов при сложном напряженном состоянии в качестве параметра ω рассматривают часть объёма, занятую порами [38, 84]. При этом для описания поведения алюминиевого сплава используется скалярный параметр, а при описании медных образцов следует учитывать изменение направления (векторный параметр) максимального главного напряжения при изломе траектории нагружения.

В статьях [85, 86] рассматривается ползучесть до разрушения трубчатых образцов при касательных напряжениях, которые однократно или периодически меняют знак. В [85] рассмотрены результаты известных испытаний трубчатых образцов при постоянном осевом напряжении и постоянном или знакопеременном касательном напряжении [35], моделирование полученных экспериментальных результатов проведено с помощью подхода Качанова. Циклическое изменение знака касательных напряжений приводит в экспериментах к значительному увеличению времени до разрушения. В [86] выполнено моделирование известных результатов испытаний на длительную прочность в условиях нестационарного сложного напряженного состояния. При описании экспериментальных данных [87] используется векторный параметр поврежденности с кусочно-постоянной скоростью накопления повреждений. Моделируется длительная прочность трубчатых образцов при одновременном действии постоянного осевого напряжения и касательного напряжения, однократно или циклически меняющего знак. Моделирование длительной прочности при скачкообразном изменении интенсивности напряжений проведено двумя способами—с помощью метода Л.М. Качанова и метода И.В. Наместниковой и С.А. Шестерикова. Все варианты предложенных кинетических уравнений приводят к хорошему соответствию экспериментальных и теоретических значений времен до разрушения.

1.3.3. Тензорный параметр поврежденности

Многие авторы часто используют тензорный параметр поврежденности при исследовании зависимости времени до разрушения от различных характеристик анизотропии материала (как исходной, так и приобретенной).

При этом рассматриваются тензоры второго, четвертого и восьмого рангов.

Впервые тензорный параметр поврежденности был предложен в классической монографии Работнова [10]. В [10, 88] в качестве характеристики напряженного состояния принимается линейная комбинация σ_{\max} и σ_u , σ_{\max} – максимального главного напряжения и σ_u – интенсивности напряжений.

Также первые систематические исследования ползучести металлов при сложном напряженном состоянии были опубликованы в Великобритании в работе А.Е. Johnson'а [89]. В качестве основной связи компонент тензоров напряжений и деформаций ползучести (скоростей деформации ползучести) принимается гипотеза пропорциональности девиаторов напряжений и девиаторов скоростей деформаций ползучести. В работе А.Е. Johnson'а [90] коэффициент пропорциональности в этих соотношениях включает вторые инварианты тензора напряжений и тензора скоростей деформаций ползучести. В работе [91] В.П. Тамуж рассмотрел возможности построения теории длительной прочности при сложном напряженном состоянии, используя скалярный, векторный и тензорный параметры поврежденности. В.П. Тамуж и А.Ж. Лагздыньш применили тензорный подход при моделировании накопления повреждений в виде круглых мелких трещин различной ориентации в изотропных [92] и анизотропных [93] средах.

Н. Altenbach и Р. Schieße [94, 95] указали основные типы параметра поврежденности и рассмотрели возможность описания связи условий нагружения с поврежденностью на уровне структуры материала, а также учета различия свойств при растяжении и сжатии и анизотропии процесса накопления поврежденности. В работе [96] Н. Altenbach'а с соавторами представлена модель ползучести, зависящая от диапазона напряжений. При низких уровнях напряжений описывается ползучесть диффузионного типа, а

при умеренных уровнях напряжений рассматривается ползучесть степенного типа. Конструктивная модель неупругих процессов при высокой температуре, включая ползучесть, вязкопластичность и термомеханическую усталость, представлена К. Naumenko с соавторами [97]. Конструктивная модель с тензором поврежденности разработана и применена для анализа тонкостенных конструкций в работе Altenbach'a с соавторами [98]. К. Naumenko и Н. Altenbach предложили разработать и идентифицировать модель анизотропной ползучести для металла многопроходного шва [99].

В 1967 г. А.А. Ильюшин [100] ввел понятия тензоров и мер повреждений, которые определяются с помощью функционалов для заданных процессов изменения во времени тензоров напряжений и моментов.

В монографии Э.Б. Завойчинской и И.А. Кийко [101] развит данный подход. Введен оператор повреждений, предложено обобщение механических теорий прочности, исследованы предельные процессы нагружения в пространстве А.А. Ильюшина.

В работе Б.Е. Победря [102] рассмотрены операторные определяющие соотношения среды, включающие меру поврежденности А.А. Ильюшина, введены моментные напряжения для учета возможных несовершенств материала, проведен термодинамический анализ процесса эволюционного разрушения материала.

В.А. Копнов использовал предложенные в статье [100] интегральные операторы для получения феноменологических критериев длительной прочности анизотропных материалов при сложном напряженном состоянии [103].

А.А. Лебедев и В.М. Михалевич, с использованием разработанного математического аппарата, сформулировали критериальные соотношения для накопленных повреждений в виде уравнения наследственного типа с разностным ядром [104-107].

J. Betten [108, 109] выделяет деформационную анизотропию и анизотропию, вызываемую накоплением повреждений.

C. Chow, J. Wang [110] предложили тензорное уравнение для накопленных повреждений для анизотропной среды с учетом больших деформаций.

S. Bodner [111] предложил использовать в определяющем уравнении для анизотропной среды параметр поврежденности в виде тензора второго порядка.

S. Murakami с соавторами [112-115] использовали сочетание методов механики сплошной среды и материаловедения для исследования анизотропного характера тензорного параметра поврежденности. Параметр поврежденности в виде тензора второго ранга характеризует плотность пор в трех главных плоскостях. В качестве основных причин появления поврежденности материала рассматриваются зарождение и рост межзеренных пор, полостей и микротрещин. Для проверки полученных результатов проведены испытания для перфорированных пластин с различной ориентацией перфорации. Показано, что при малой плотности пор длительное разрушение можно описывать с помощью скалярного параметра поврежденности.

В.И. Астафьев [116] использовал тензорную меру поврежденности для описания развития пор, их слияния и превращения пор в микротрещины, расположенные на площадках, ортогональных направлению наибольшего главного напряжения.

D. Krajcinovic с соавторами [117-119] построили теорию длительной прочности металлов с использованием параметра поврежденности в виде антисимметричного тензора второго ранга. В статье [91] рассматривается связь между микроструктурными параметрами поврежденности и макрохарактеристиками поликристаллических материалов. На основе термодинамического анализа роста трещины Гриффитса получена связь между вероятностным разбросом характеристик диаграммы деформирования на микроуровне и процессом деформирования на макроуровне.

В.А. Маньковский [120] при исследовании изменения поврежденности во времени учитывает ее случайный характер. В результате исключения фактора

случайности и использования тензорного подхода получен новый критерий длительного разрушения при сложном напряженном состоянии.

P. Delobelle с соавторами [37, 121], анализируя результаты испытаний, проведенных при сложном нагружении, показали необходимость учета механизмов как изотропного, так и кинематического упрочнения материала. Также привели подробные данные об ориентации микротрещин, образующихся в ходе испытаний.

J. Lemaître [122] применил кинетическую теорию при решении задач обработки металлов, в частности, задачи о глубокой вытяжке полос. Также Lemaître установил, что при произвольном пути нагружения возможны различные предельные кривые разрушения.

В работах Локощенко [123, 124] приведены обзоры экспериментально-теоретических исследований длительной прочности металлов в условиях сложного напряженного состояния с помощью кинетической теории. В этих обзорах показано, что большинство публикаций направлены на разработку новых теоретических моделей, однако основное внимание должно быть уделено экспериментальной проверке этих моделей.

В статье К.А. Агахи и Д.В. Георгиевского [125] даётся обзор известных вариантов определяющих соотношений теории ползучести изотропного тела с учётом поврежденности материала в процессе деформирования. Обсуждается кинетический смысл скалярной функции и тензорной меры поврежденности. Предлагается обобщение на трёхмерный случай определяющих соотношений теории ползучести с поврежденностью, куда входят две материальные нелинейные тензор-функции двух тензорных аргументов.

Выводы

Концепция рассеянной поврежденности и разрушения Л.М. Качанова и Ю.Н. Работнова получила всемирное признание. Однако формальное введение параметра поврежденности не может решить проблему дальнего прогнозирования. В связи с этим были предложены различные варианты

материализации этого параметра непосредственно в физических измерениях. Наиболее распространенными считаются опыты, в которых изучается число, размер и распределение пор в процессе ползучести. В качестве параметра поврежденности рассматривается относительная величина пор – число пор, отнесенное к площади поперечного сечения образца, или отношение суммарной длины поперечных границ, занятых порами и микротрещинами, к длине всех поперечных границ между зернами. Однако плотность считают наиболее представительной характеристикой пористости и поврежденности, и в опытах на ползучесть изучаются кривые изменения плотности [62].

Глава 2. Кинетика накопления повреждений и деформаций в условиях высокотемпературной ползучести

2.1. Кинетические уравнения для параметра поврежденности и деформации ползучести

При формулировке взаимосвязанных уравнений ползучести и поврежденности следует придать параметру поврежденности физическое содержание. В частности, в качестве параметра поврежденности рассматривается необратимое изменение объема (разрыхление) [13] или плотность [55, 126-129]. Этот параметр является наиболее представительной характеристикой поврежденности и определяется соотношением $\omega = 1 - \frac{\rho}{\rho_0} = 1 - \psi$, (ψ – параметр сплошности), где ρ_0 – начальная, ρ – текущая плотность, $\psi = 1 - \omega = \rho / \rho_0$. В начальном состоянии $\rho = \rho_0$, $\omega = 0$, $\psi = 1$, в момент разрушения $\rho = 0$, $\omega = 1$, $\psi = 0$. Рассмотрим систему уравнений Р.А. Арутюняна [62, 63] для скорости ползучести и поврежденности, которая основана на параметре поврежденности (сплошности) $\psi = \rho / \rho_0$:

$$\psi^\beta \frac{d\varepsilon}{dt} = B\sigma^m, \quad (22)$$

$$\psi^\alpha \frac{d\psi}{dt} = -A\sigma^n, \quad (23)$$

где $B, A, m, n, \alpha, \beta$ – постоянные, $\varepsilon = \ln(l / l_0)$.

Учитывая закон сохранения массы $\rho_0 l_0 F_0 = \rho l F$ и истинное напряжение $\sigma = \sigma_0 F_0 / F = \sigma_0 (l / l_0) (\rho / \rho_0) = \sigma_0 (\rho / \rho_0) e^\varepsilon = \sigma_0 \psi e^\varepsilon$, эти уравнения можно записать в следующем виде:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = B\sigma_0^m \psi^{m-\beta} e^{m\varepsilon}, \quad (24)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -A\sigma_0^n \psi^{n-\alpha} e^{n\varepsilon}. \quad (25)$$

Точное аналитическое решение системы уравнений (24)–(25) в общем виде не представляется возможным. В связи с этим далее рассмотрим точное решение

системы в виде функции $\psi(\varepsilon)$, а также различные приближенные решения [130, 131].

2.2. Точное решение в виде $\psi(\varepsilon)$

Так как точное аналитическое решение системы уравнений (24)-(25) в общем виде не представляется возможным, в связи с этим точное решение системы было получено в виде функции $\psi(\varepsilon)$. Разделив (25) на (24), получим следующее уравнение:

$$\frac{d\psi}{d\varepsilon} = -\frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} \psi^{n-\alpha-m+\beta} e^{(n-m)\varepsilon}, \quad (26)$$

Т.к. $-\frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} = const$,

$$\frac{1}{\psi^{n-\alpha-m+\beta}} d\psi = -\frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} e^{(n-m)\varepsilon} d\varepsilon,$$

$$\frac{\psi^{-n+\alpha+m-\beta+1}}{-n+\alpha+m-\beta+1} = -\frac{A}{B} \frac{\sigma_0^{n-m}}{(n-m)} e^{(n-m)\varepsilon} + c_1,$$

При начальных условиях $t=0$, $\psi=1$, $\varepsilon=0$, получим, что

$c_1 = \frac{1}{-n+\alpha+m-\beta+1} + \frac{A\sigma_0^{n-m}}{B(n-m)}$, следовательно

$$\psi^{-n+\alpha+m-\beta+1} = 1 + \frac{A\sigma_0^{n-m}(-n+\alpha+m-\beta+1)}{B(n-m)} (1 - e^{(n-m)\varepsilon}),$$

Таким образом, получим решение уравнения (26), в виде:

$$\psi = \left[1 + \frac{A\sigma_0^{n-m}(1-n+\alpha+m-\beta)}{B(n-m)} (1 - e^{(n-m)\varepsilon}) \right]^{\frac{1}{1-n+\alpha+m-\beta}} \quad (27)$$

На рис. 5 показаны кривые $\psi(\varepsilon)$ согласно зависимости (27) для различных значений параметра α : $\alpha=6$ – кривая 1, $\alpha=4$ – кривая 2 и $\alpha=2$ – кривая 3.

При расчетах использовались следующие значения коэффициентов:

$$A = 1 \times 10^{-12} [\text{МПа}]^2 \times [\text{ч}]^{-1}, \quad B = 5 \times 10^{-17} [\text{МПа}]^4 \times [\text{ч}]^{-1}, \quad \sigma_0 = 100 \text{ МПа}, \quad n = 2, \quad m = 4, \quad \beta = 1.$$

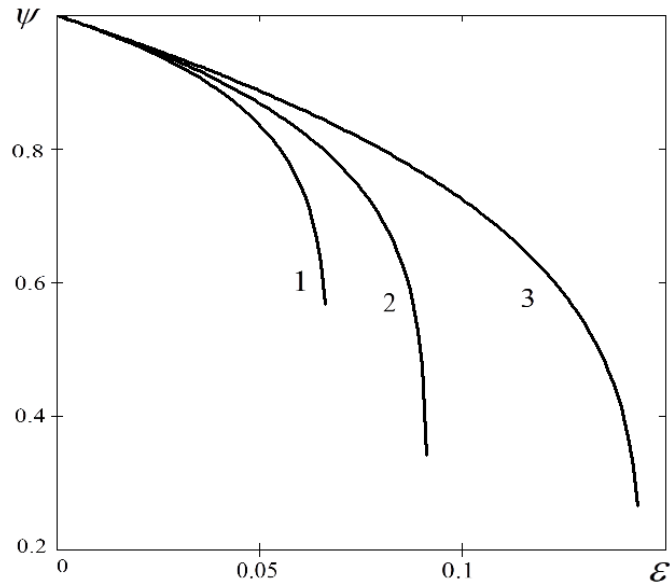


Рис. 5. Кривые $\psi(\varepsilon)$ согласно зависимости (27) для различных значений параметра α : $\alpha = 6$ – кривая 1, $\alpha = 4$ – кривая 2 и $\alpha = 2$ – кривая 3.

2.3. Случай чисто хрупкого разрушения и малых деформаций

Систему уравнений (24)-(25) можно решить приближенно, для случая чисто хрупкого разрушения и малых деформаций, когда можно принять следующие приближения $e^{m\varepsilon} \approx 1$, $e^{n\varepsilon} \approx 1$ или $e^{m\varepsilon} \approx 1 + m\varepsilon$, $e^{n\varepsilon} \approx 1 + n\varepsilon$. Рассмотрим каждый из этих двух случаев.

2.3.1. Случай чисто хрупкого разрушения и малых деформаций при

$$e^{m\varepsilon} \approx 1, e^{n\varepsilon} \approx 1$$

В случае $e^{m\varepsilon} \approx 1$, $e^{n\varepsilon} \approx 1$, система уравнений (24)-(25) принимает следующий вид:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = B\sigma_0^m \psi^{m-\beta}, \quad (28)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -A\sigma_0^n \psi^{n-\alpha}. \quad (29)$$

Из (29) следует:

$$\frac{d\psi}{dt} = -A\sigma_0^n \psi^{n-\alpha},$$

$$\psi^{\alpha-n} d\psi = -A\sigma_0^n dt,$$

$$\frac{\psi^{\alpha-n+1}}{\alpha-n+1} = -A\sigma_0^n t + c_2,$$

$$\psi^{\alpha-n+1} = -A\sigma_0^n t(\alpha-n+1) + c_2(\alpha-n+1).$$

При начальных условиях $t=0$, $\psi=1$, получаем $c_2 = \frac{1}{\alpha-n+1}$, следовательно

$$\psi = \left[1 - (\alpha-n+1)A\sigma_0^n t\right]^{\frac{1}{\alpha-n+1}}. \quad (30)$$

Подставляя (30) в (28), получим:

$$d\varepsilon = B\sigma_0^m \left[-A\sigma_0^n t(\alpha-n+1) + 1\right]^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}} dt \quad (31)$$

Переобозначим для простоты решения $u = -A\sigma_0^n t(\alpha-n+1) + 1$, тогда

$$\frac{du}{dt} = -A\sigma_0^n(\alpha-n+1),$$

$$dt = -\frac{du}{A\sigma_0^n(\alpha-n+1)}$$

Перепишем (31) в новых обозначениях:

$$d\varepsilon = B\sigma_0^m u^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}} \frac{du}{-A\sigma_0^n(\alpha-n+1)},$$

$$d\varepsilon = \frac{-B\sigma_0^m}{A\sigma_0^n(\alpha-n+1)} u^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}} du.$$

Т.к. $\frac{-B\sigma_0^m}{A\sigma_0^n(\alpha-n+1)} = const$, тогда

$$\varepsilon = \frac{-B\sigma_0^{m-n}}{A} \frac{u^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}+1}}{(m-\beta+\alpha-n+1)} + c_3,$$

При начальных условиях $t=0$, $\varepsilon=0$, получаем, что $c_3 = \frac{B\sigma_0^{m-n}}{A(m-\beta+\alpha-n+1)}$,

следовательно

$$\varepsilon = \frac{B\sigma_0^{m-n}}{A(m-\beta+\alpha-n+1)} \left[1 - u^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}+1}\right],$$

Вернемся к старым обозначениям и тогда получим

$$\varepsilon = \frac{B\sigma_0^{m-n}}{A(m-\beta+\alpha-n+1)} \left\{1 - \left[1 - (\alpha-n+1)A\sigma_0^n t\right]^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}+1}\right\} \quad (32)$$

На рис. 6 представлены теоретические кривые изменения параметра сплошности согласно уравнению (30) при различных значениях параметра α : $\alpha = 6$ – кривая 1, $\alpha = 4$ – кривая 2, $\alpha = 2$ – кривая 3. При расчетах приняты следующие значения коэффициентов: $A = 1 \times 10^{-9} [\text{МПа}]^{-2} \times [\text{ч}]^{-1}$, $\sigma_0 = 100 \text{ МПа}$, $n = 2$.

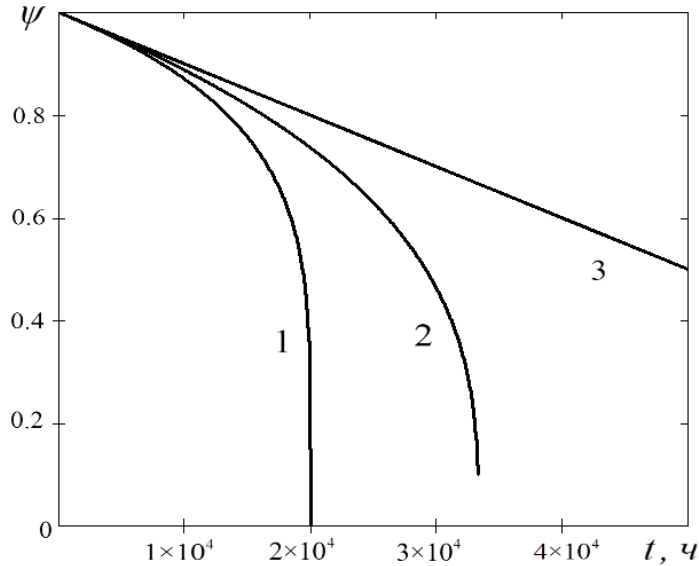


Рис.6. Кривые изменения параметра сплошности $\psi(t)$ согласно уравнению (27) для различных значений параметра α : $\alpha = 6$ – кривая 1, $\alpha = 4$ – кривая 2, $\alpha = 2$ – кривая 3.

Из уравнений (28)-(29) может быть получено решение для функции $\psi(\varepsilon)$, при условиях $e^{m\varepsilon} \approx 1$, $e^{n\varepsilon} \approx 1$. Разделив (29) на (28), получим следующее уравнение:

$$\frac{d\psi}{d\varepsilon} = -\frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} \psi^{n-m-\alpha+\beta},$$

$$\frac{d\psi}{\psi^{n-m-\alpha+\beta}} = -\frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} d\varepsilon,$$

$$\frac{\psi^{-n+m+\alpha-\beta+1}}{-n+m+\alpha-\beta+1} = -\frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} \varepsilon + c_4$$

При начальных условиях $t = 0$, $\psi = 1$, $\varepsilon = 0$, получаем $c_4 = \frac{1}{-n+m+\alpha-\beta+1}$,

следовательно

$$\psi = \left[-\frac{A}{B}(-n+m+\alpha-\beta+1)\sigma_0^{n-m}\varepsilon+1 \right]^{\frac{1}{-n+m+\alpha-\beta+1}} \quad (33)$$

На рис. 7 представлены теоретические кривые ползучести согласно соотношению (32) при $\beta=1$ (рис. 7, а) и при $\beta=0$ (рис. 7, б) для различных значений коэффициента α : $\alpha=6$ – кривые 1, $\alpha=4$ – кривые 2 и $\alpha=2$ – кривые 3.

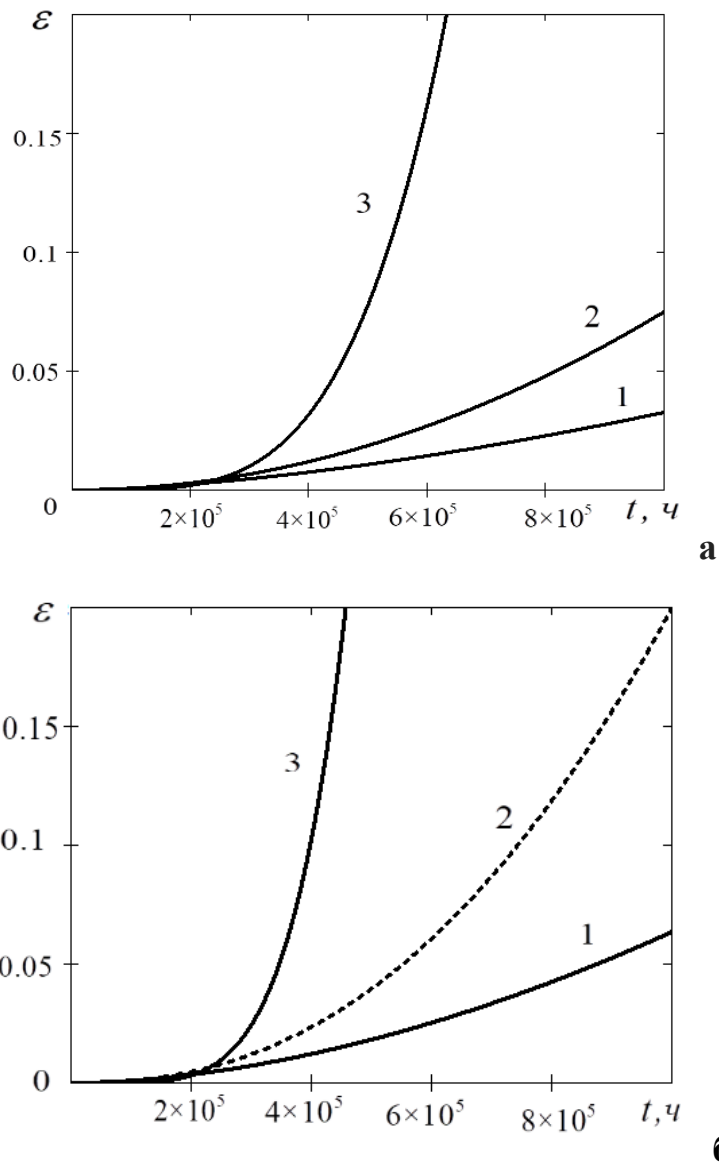


Рис. 7. Кривые ползучести согласно формуле (32) при $\beta=1$ (а) и $\beta=0$ (б): $\alpha=6$ – кривая 1, $\alpha=4$ – кривая 2 и $\alpha=2$ – кривая 3.

При расчетах по формуле (32) были приняты следующие значения коэффициентов: $A=1 \times 10^{-9} [\text{МПа}]^2 \times [\text{ч}]^{-1}$, $B=5 \times 10^{-17} [\text{МПа}]^4 \times [\text{ч}]^{-1}$, $\sigma_0=100 \text{ МПа}$, $n=2$, $m=4$. Как видно из рис. 7, предложенная система уравнений (28)-(29) способна описать третий участок кривых ползучести.

Принимая $\beta=0$ и $\alpha=2n$, соотношение для деформации ползучести (32) совпадает с деформацией, определяемой по соотношению Качанова-Работнова (21). Так как в расчетах принято, что $n=2$, то соответственно, при $\beta=0$ и $\alpha=4$ кривые согласно соотношениям (32) и (21) совпадают.

Таким образом, деформация ползучести по теории Качанова-Работнова (21) накапливается согласно кривой 2 на рис. 7 б, тогда как для нашего случая (соотношение (32) и кривые 1 и 3 на рис. 7 б) деформация может накапливаться как более интенсивно, так и менее интенсивно по сравнению с величиной деформации по Качанову-Работнову.

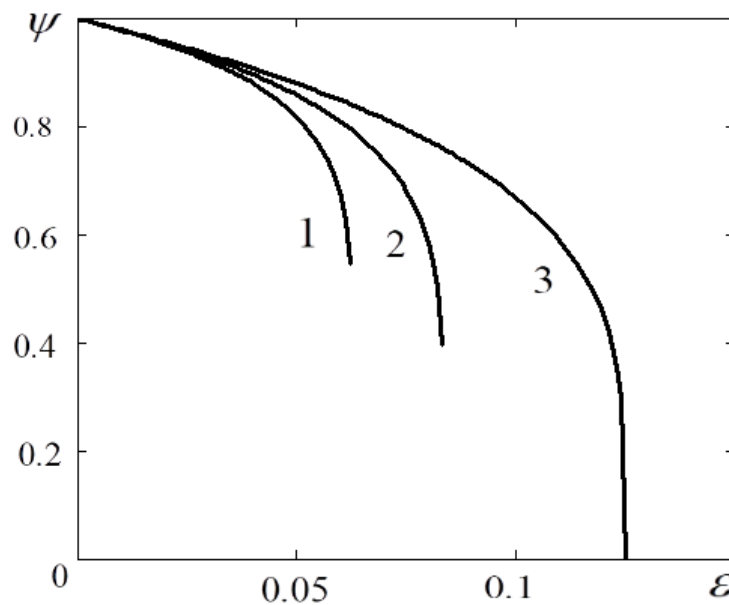


Рис. 8. Кривые $\psi(\varepsilon)$ согласно зависимости (33) для различных значений параметра α : $\alpha=6$ – кривая 1, $\alpha=4$ – кривая 2 и $\alpha=2$ – кривая 3.

На рис. 8 показаны кривые $\psi(\varepsilon)$ согласно зависимости (33) для различных значений параметра α : $\alpha=6$ – кривая 1, $\alpha=4$ – кривая 2 и $\alpha=2$ – кривая 3. В

расчетах использовались следующие значения коэффициентов:

$$A = 1 \times 10^{-12} [\text{МПа}]^{-2} \times [\text{ч}]^{-1}, \quad B = 5 \times 10^{-17} [\text{МПа}]^4 \times [\text{ч}]^{-1}, \quad \sigma_0 = 100 \text{ МПа}, \quad n = 2, \quad m = 4, \quad \beta = 1.$$

Точное и приближенное решения системы (24)-(25) показаны на рис. 9. Как видно из рис. 9, характер изменения кривых поврежденности по формулам (33) и (27) является идентичным. В расчетах использовались следующие значения коэффициентов: $A = 1 \times 10^{-12} [\text{МПа}]^{-2} \times [\text{ч}]^{-1}$, $B = 5 \times 10^{-17} [\text{МПа}]^4 \times [\text{ч}]^{-1}$, $\sigma_0 = 100 \text{ МПа}$, $n = 2$, $m = 4$, $\beta = 1$.

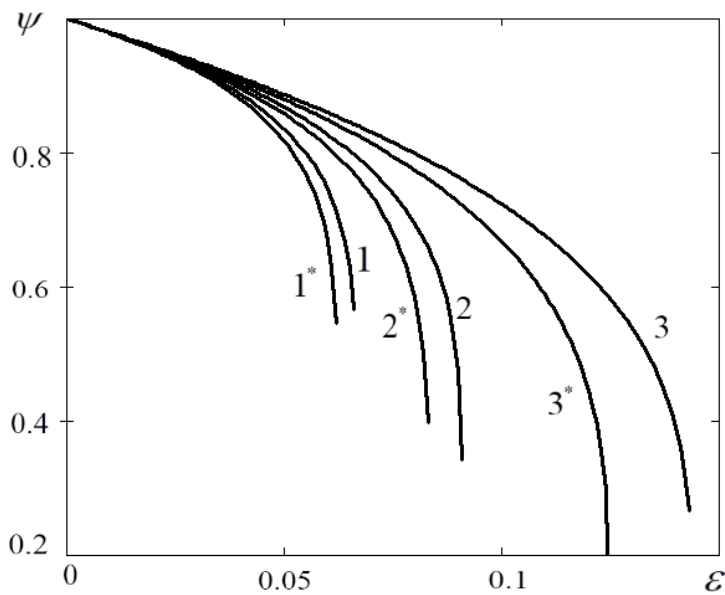


Рис. 9. Кривые $\psi(\varepsilon)$: приближенное $1^*, 2^*, 3^*$ (33) и точное $1, 2, 3$ (27) решения для различных значений параметра α : $\alpha = 6$ – кривые $1, 1^*$; $\alpha = 4$ – кривые $2, 2^*$; $\alpha = 2$ – кривые $3, 3^*$.

2.3.2. Случай чисто хрупкого разрушения и малых деформаций при

$$e^{m\varepsilon} \approx 1 + m\varepsilon, \quad e^{n\varepsilon} \approx 1 + n\varepsilon$$

Рассмотрим случай чисто хрупкого разрушения и малых деформаций при

$e^{m\varepsilon} \approx 1 + m\varepsilon$, $e^{n\varepsilon} \approx 1 + n\varepsilon$, тогда систему (24)-(25) можно записать в виде:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = B\sigma_0^m \psi^{m-\beta} (1 + m\varepsilon), \quad (34)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -A\sigma_0^n \psi^{n-\alpha} (1 + n\varepsilon). \quad (35)$$

Разделив (35) на (34), получим следующее уравнение:

$$-\frac{B\sigma_0^{m-n}}{A}\psi^{m-\beta-n+\alpha}d\psi = \frac{1+n\varepsilon}{1+m\varepsilon}d\varepsilon,$$

$$-\frac{B\sigma_0^{m-n}}{A(m-\beta-n+\alpha+1)}\psi^{m-\beta-n+\alpha+1} = \frac{n\varepsilon}{m} + \frac{(m-n)}{m^2}\ln(m\varepsilon+1) + c_5$$

При начальных условиях $t=0$, $\psi=1$, $\varepsilon=0$, получаем $c_5 = -\frac{B\sigma_0^{m-n}}{A(m-\beta-n+\alpha+1)}$,

следовательно

$$\psi = \left[1 - \frac{A}{B} \cdot \sigma_0^{n-m} \cdot (m-\beta-n+\alpha+1) \cdot \left[\frac{(m-n) \cdot \ln(m\varepsilon+1)}{m^2} + \frac{n\varepsilon}{m} \right] \right]^{\frac{1}{m-\beta-n+\alpha+1}} \quad (36)$$

При условиях $m=\beta$, $n=1+\alpha$, система уравнений (34)-(35) сводится к нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка [132]. Также могут быть получены решения в виде $\psi(t)$ и $\varepsilon(t)$.

Из (35) выразим ε , тогда получим

$$\varepsilon = -\frac{1}{n} - \frac{1}{A\sigma_0^n \psi^{n-\alpha}} \frac{d\psi}{dt} \quad (37)$$

Из (37) найдем $\frac{d\varepsilon}{dt}$:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{\psi^{\alpha-n} \frac{d^2\psi}{dt^2}}{A\sigma_0^n n} - \frac{\psi^{\alpha-n-1} \left[\frac{d\psi}{dt} \right]^2 (\alpha-n)}{A\sigma_0^n n} \quad (38)$$

Подставляя (37) и (38) в (34), получим нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\psi \frac{d^2\psi}{dt^2} - (n-\alpha) \left[\frac{d\psi}{dt} \right]^2 - mB\sigma_0^m \psi^{m-\beta+1} \frac{d\psi}{dt} - AB\sigma_0^{m+n} (m-n) \psi^{m-\beta-\alpha+n+1} = 0 \quad (39)$$

Принимая условия $m=\beta$, $n=1+\alpha$, и используя замену $u(\psi(t)) = \frac{1}{\psi} \frac{d\psi}{dt}$,

перепишем (39) в виде:

$$\psi^2 \frac{du}{dt} - mB\sigma_0^m u \psi^2 - AB\sigma_0^{m+n} (m-n) \psi^2 = 0$$

То есть

$$\frac{du}{dt} - m B \sigma_0^m u - A B \sigma_0^{m+n} (m-n) = 0$$

$$\frac{1}{m B \sigma_0^m u + A B \sigma_0^{m+n} (m-n)} du = dt$$

Решая последнее уравнение, получим

$$\frac{\ln |m B \sigma_0^m u + A B \sigma_0^{m+n} (m-n)|}{m B \sigma_0^m} = t + c_6$$

При начальных условиях $t = 0$, $u = 0$, получаем $c_6 = \frac{\ln |A B \sigma_0^{m+n} (m-n)|}{m B \sigma_0^m}$.

С учетом константы c_6 имеем

$$u = \frac{(m-n) \sigma_0^n A}{m} \left[e^{m B \sigma_0^m t} - 1 \right]$$

Возвращаясь к первоначальным обозначениям, получим

$$\frac{d\psi}{dt} = \psi \frac{(m-n) \sigma_0^n A}{m} \left[e^{m B \sigma_0^m t} - 1 \right]$$

$$\frac{1}{\psi} d\psi = \frac{(m-n) \sigma_0^n A}{m} \left[e^{m B \sigma_0^m t} - 1 \right] dt$$

Таким образом, для параметра сплошности имеем

$$\ln |\psi| = \frac{(m-n) \sigma_0^n A}{m} \left[\frac{e^{m B \sigma_0^m t}}{m B \sigma_0^m} - t + c_7 \right]$$

При начальных условиях $t = 0$, $\psi = 1$, константа равна $c_7 = -\frac{1}{m B \sigma_0^m}$, и

выражение для параметра сплошности принимает вид

$$\ln |\psi| = \frac{m-n}{m^2} \frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} \left[e^{m B \sigma_0^m t} - 1 \right] - \frac{m-n}{m} \sigma_0^n A t$$

или

$$\psi = e^{\left[\frac{A \sigma_0^{n-m} (m-n)}{B m^2} \left(e^{m B \sigma_0^m t} - 1 \right) - \frac{A \sigma_0^n (m-n)}{m} t \right]} \quad (40)$$

Учитывая условия $m = \beta$, $n = 1 + \alpha$, в (34), получим

$$\frac{d\varepsilon}{(1+m\varepsilon)} = B \sigma_0^m dt$$

$$\frac{1}{m} \ln|1 + m\varepsilon| = B\sigma_0^m t + c_8$$

При начальных условиях $t = 0$, $\varepsilon = 0$, имеем $c_8 = 0$, тогда

$$\ln|1 + m\varepsilon| = Bm\sigma_0^m t$$

$$1 + m\varepsilon = e^{mB\sigma_0^m t}$$

$$\varepsilon = \frac{e^{Bm\sigma_0^m t} - 1}{m} \quad (41)$$

Теоретические кривые изменения параметра сплошности по решениям (27) (кривая 1), (33) (кривая 2) и (36) (кривая 3) при различных значениях параметра $\alpha = 2, 4, 6$ представлены на рис. 10. В расчетах использовались следующие значения коэффициентов: $A = 10^{-12} [\text{МПа}]^{-2} \times [\text{ч}]^{-1}$,

$B = 5 \times 10^{-17} [\text{МПа}]^{-4} \times [\text{ч}]^{-1}$, $\sigma_0 = 100 \text{ МПа}$, $n = 2$, $m = 4$, $\beta = 1$.

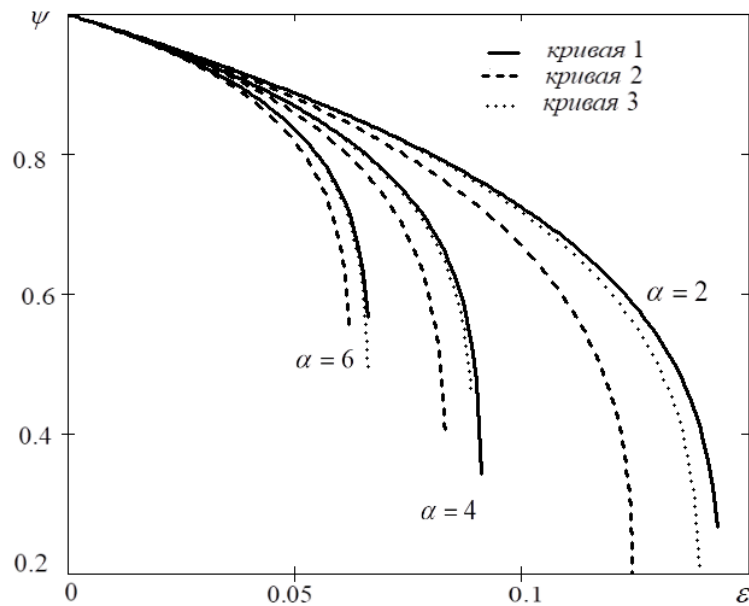


Рис. 10. Теоретические кривые $\psi(\varepsilon)$ по решениям (27) (кривая 1), (33) (кривая 2) и (36) (кривая 3) для различных значений параметра α .

Из рис. 10 видно, что решения (36) при приближениях $e^{m\varepsilon} \approx 1 + m\varepsilon$, $e^{n\varepsilon} \approx 1 + n\varepsilon$ (кривые 3) расположены ближе к точному решению (27) (кривые 1) и с увеличением параметра α эти решения практически совпадают.

Кроме того, точное решение системы кинетических уравнений (24)-(25) получено численными методами (метод Рунге-Кутте четвертого порядка). Для этого случая использовались возможности математического пакета Mathcad 15.

Теоретические кривые изменения параметра сплошности по уравнению (30) (кривая 1) и по численному решению (кривая 2) представлены на рис. 11. В расчетах использовались следующие значения коэффициентов: $A = 2.99 \times 10^{-11} [\text{МПа}]^{-2} \times [\text{ч}]^{-1}$, $n = 2$, $\sigma_0 = 100 \text{ МПа}$, $\alpha = 8.634$. Из рис. 11 видно, что эти кривые и решения совпадают.

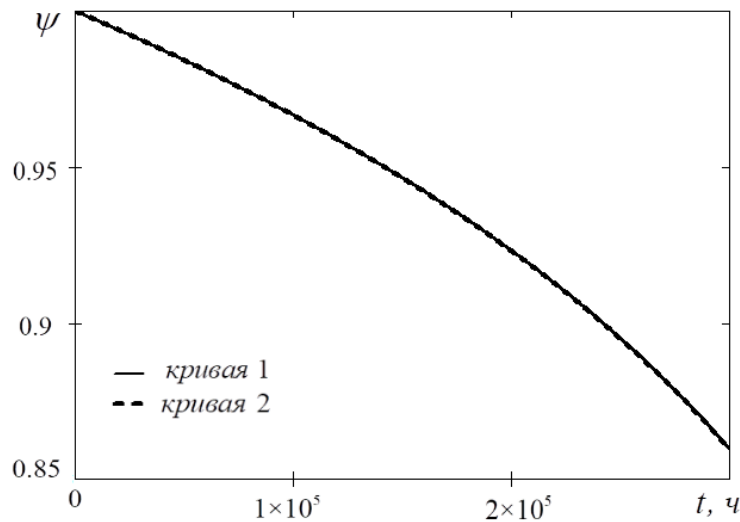


Рис. 11. Теоретические кривые $\psi(t)$ по численному решению системы (кривая 2) и для случая хрупкого разрушения и малых деформаций по уравнению (30) (кривая 1).

2.4. Критерий длительной прочности

Принимая условие разрушения в виде $t = t_f$, $\psi = 0$ из уравнения (30) можно получить следующий критерий длительной прочности

$$t_f = \frac{1}{(\alpha - n + 1) A \sigma_0^n}, \quad (42)$$

При $\alpha = 2n$ критерий (42) совпадает с критерием длительной прочности Качанова-Работнова (17) [7, 8].

На рис. 12 в двойных логарифмических координатах приведены кривые длительной прочности в соответствии с формулой (42) для различных значений параметра α ($\alpha = 6$ – кривая 1, $\alpha = 4$ – кривая 2 и $\alpha = 2$ – кривая 3).

В расчетах использовались следующие значения коэффициентов:

$$A = 1 \times 10^{-9} [\text{МПа}]^2 \times [\text{ч}]^{-1}, \quad n = 2.$$

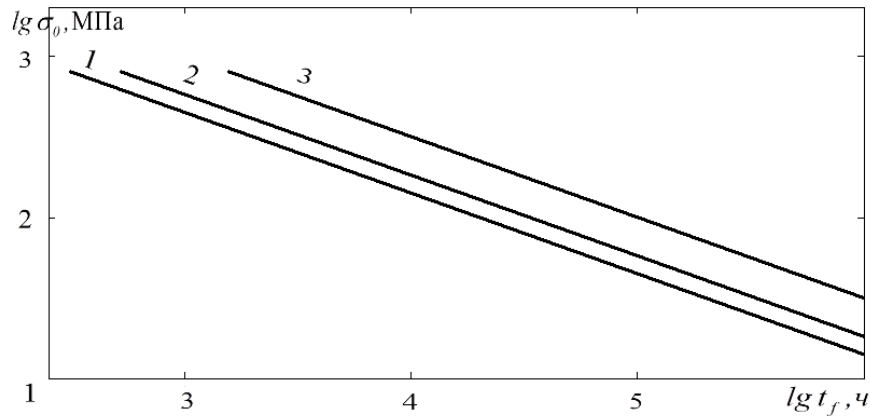


Рис. 12. Кривые длительной прочности согласно критерию (42) для различных значений параметра α : $\alpha = 6$ – кривая 1, $\alpha = 4$ – кривая 2 и $\alpha = 2$ – кривая 3.

Так как в расчетах принято, что $n = 2$, то соответственно, при $\alpha = 4$ кривые согласно соотношениям (42) и (17) совпадают.

Таким образом, кривая длительной прочности по теории Качанова-Работнова (17) соответствует кривой 2 на рис. 12. Для нашего случая (соотношение (42) и кривые 1 и 3 на рис. 12) кривые длительной прочности могут идти как выше, так и ниже по сравнению с кривой длительной прочности по теории Качанова-Работнова.

Так как в момент разрушения величина сплошности не достигает нулевого значения, а равна некоторой критической величине ψ_* , примем условие разрушения в виде $t = t_f$, $\psi = \psi_*$. Тогда из уравнения (30) получим следующий критерий длительной прочности

$$t_f = \frac{1 - \psi_*^{\alpha - n + 1}}{A(\alpha - n + 1)\sigma_0^n} \quad (43)$$

2.5. Сравнение полученных решений с экспериментальными результатами

В научной литературе содержится множество экспериментальных данных об изменении пористости (плотности) [56, 133-138] для различных металлов и сплавов в условиях ползучести. Для сравнения с соответствующими теоретическими кривыми были выбраны наиболее характерные экспериментальные данные для бескислородной меди, чистой меди и сплава никеля. На рис. 13-16 показаны теоретические кривые изменения сплошности согласно уравнениям (30), (40) в виде $\psi(t)$ и согласно уравнениям (27), (33), (36) в виде $\psi(\varepsilon)$ при $\alpha = 6$ и экспериментальные точки изменения плотности и пористости для указанных выше металлов и сплавов в процессе высокотемпературной ползучести при различных температурах. Опыты выполнялись при различных температурах и уровнях растягивающих напряжений. Времена выдержки под нагрузкой до разрушения варьировались в пределах 30-500 ч. На этом временном и деформационном интервале функция поврежденности выражается в виде прямой и изогнутой линий (при условиях $e^{m\varepsilon} \approx 1$, $e^{n\varepsilon} \approx 1$ и $e^{m\varepsilon} \approx 1+m\varepsilon$, $e^{n\varepsilon} \approx 1+n\varepsilon$), а экспериментальные точки согласуются с теоретическими кривыми. Из рис. 13-16 следует, что экспериментальные точки хорошо описываются прямой и изогнутой линиями и имеют общий характер для испытанных при различных температурах и силовых нагрузках металлов. Также из рис. 13-16 видно, что решения при приближениях $e^{m\varepsilon} \approx 1+m\varepsilon$, $e^{n\varepsilon} \approx 1+n\varepsilon$ (36) располагаются ближе к экспериментальным точкам.

Эти результаты позволяют рассматривать параметр поврежденности в виде $\psi = \rho / \rho_0$ в качестве универсальной характеристики накопления пористости в процессе ползучести [52].

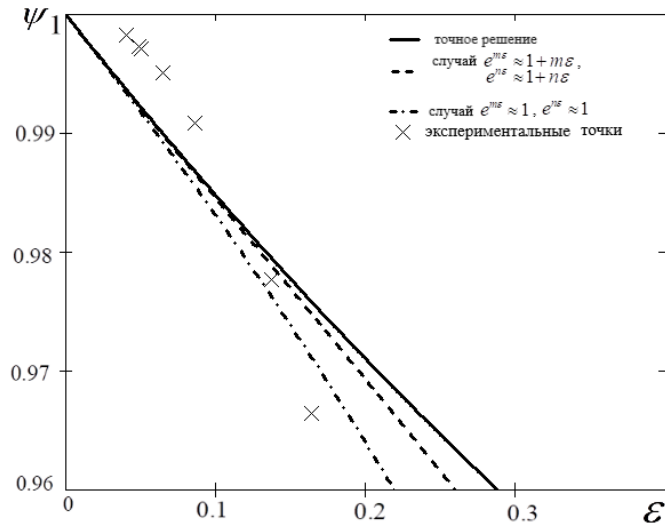


Рис. 13. Теоретические кривые согласно соотношениям (27), (33), (36) и экспериментальные точки изменения сплошности для бескислородной меди при ползучести при 500°C [133]. $A=1.7 \times 10^{-10} [\text{МПа}]^{-2} \times [\text{ч}]^{-1}$, $B=2.5 \times 10^{-12} [\text{МПа}]^4 \times [\text{ч}]^{-1}$, $\sigma_0=20.68 \text{ МПа}$, $n=2$, $m=4$, $\beta=1$, $\alpha=6$.

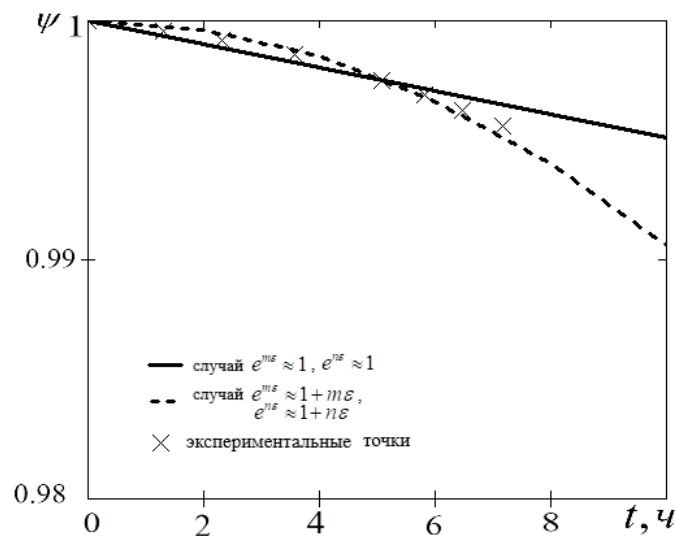


Рис. 14. Теоретические кривые согласно соотношениям (30), (40) и экспериментальные точки изменения сплошности для сплава Ni-0.1 at.-%Pd при испытаниях на ползучесть при 1300°C [137]. Сплошная линия: $A=2.55 \times 10^{-8} [\text{МПа}]^2 \times [\text{ч}]^{-1}$, $\sigma_0=137.9 \text{ МПа}$, $n=2$, $m=4$, $\alpha=6$; пунктирная линия: $A=1.2 \times 10^{-12} [\text{МПа}]^{-7} \times [\text{ч}]^{-1}$, $B=2 \times 10^{-10} [\text{МПа}]^{-1} \times [\text{ч}]^{-1}$, $\sigma_0=137.9 \text{ МПа}$, $n=1+\alpha$, $m=\beta$, $\alpha=6$, $\beta=1$.

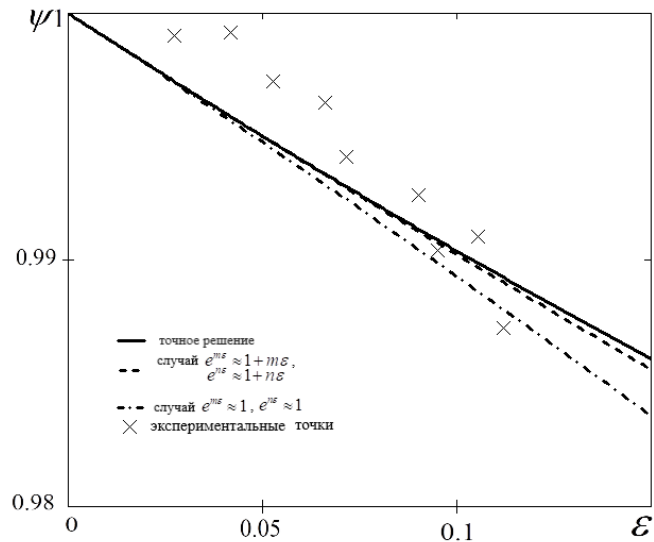


Рис.15. Теоретические кривые согласно соотношениям (27), (33), (36) и экспериментальные точки изменения сплошности для чистой меди при 250°C [135]. $A = 7.1 \times 10^{-9} [\text{МПа}]^{-2} \times [\text{ч}]^{-1}$, $B = 1.31 \times 10^{-13} [\text{МПа}]^{-4} \times [\text{ч}]^{-1}$, $\sigma_0 = 72.6 \text{ МПа}$, $n = 2$, $m = 4$, $\beta = 1$, $\alpha = 6$.

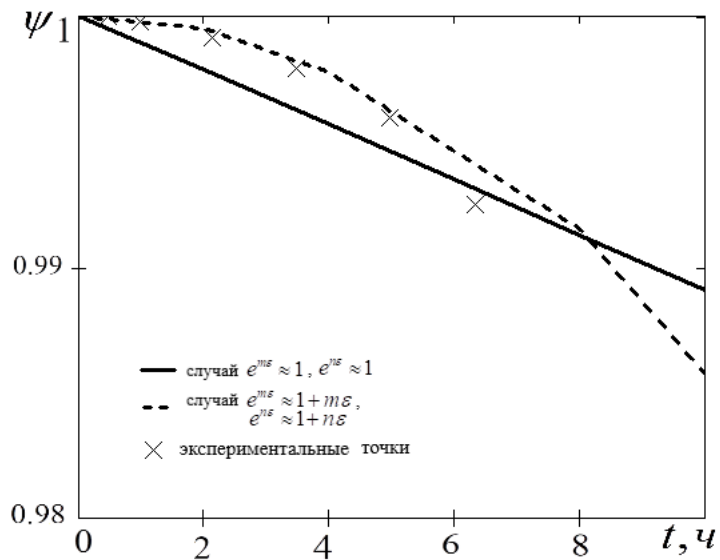


Рис.16. Теоретические кривые согласно соотношениям (30), (40) и экспериментальные точки изменения сплошности для бескислородной меди при ползучести при 500°C [133].

Сплошная линия: $A = 9 \times 10^{-7} [\text{МПа}]^{-2} \times [\text{ч}]^{-1}$, $\sigma_0 = 34.47 \text{ МПа}$, $n = 2$, $\alpha = 6$;

пунктирная линия: $A = 1.2 \times 10^{-7} [\text{МПа}]^{-7} \times [\text{ч}]^{-1}$, $B = 2 \times 10^{-10} [\text{МПа}]^{-1} \times [\text{ч}]^{-1}$, $\sigma_0 = 34.47 \text{ МПа}$, $n = 1 + \alpha$, $m = \beta$, $\alpha = 6$, $\beta = 1$.

Так как экспериментальные данные об изменении пористости (плотности) в основном имеют небольшой временной и деформационный интервал, было проведено сравнение теоретических кривых с экспериментальными данными по деформации ползучести и длительной прочности.

На Рис.17 приведено сравнение теоретических кривых ползучести (соотношения (32) и (41) в виде $\varepsilon(t)$) с экспериментальными результатами для стали 2.25Cr-1Mo при 500°C по [139] (крестики), для стали 12% Cr-X20 при 549.85 °C [140] (квадратики) и для стали P91 при 600 °C [141] (круги). Используемые в расчетах значения коэффициентов для соотношений (32) при условии $e^{m\varepsilon} \approx 1$, $e^{n\varepsilon} \approx 1$ и (41) при условии $e^{m\varepsilon} \approx 1+m\varepsilon$, $e^{n\varepsilon} \approx 1+n\varepsilon$ представлены в Табл. 1 и Табл. 2 соответственно.

Табл. 1. Коэффициенты для соотношения (32).

σ_0 , МПа	A , $\times 10^{-18} [\text{МПа}]^4 \times [\text{ч}]^{-1}$	B , $\times 10^{-9} [\text{МПа}]^2 \times [\text{ч}]^{-1}$	m	n	α	β
98	5.1	5	2	6	6	2
80	5.1	0.1	2	6	6	2
120	5.1	3	2	6	6	2

Табл. 2. Коэффициенты для соотношения (41).

σ_0 , МПа	B , $\times 10^{-9} [\text{МПа}]^2 \times [\text{ч}]^{-1}$	m
98	0.9	2
80	1.8	2
120	0.65	2

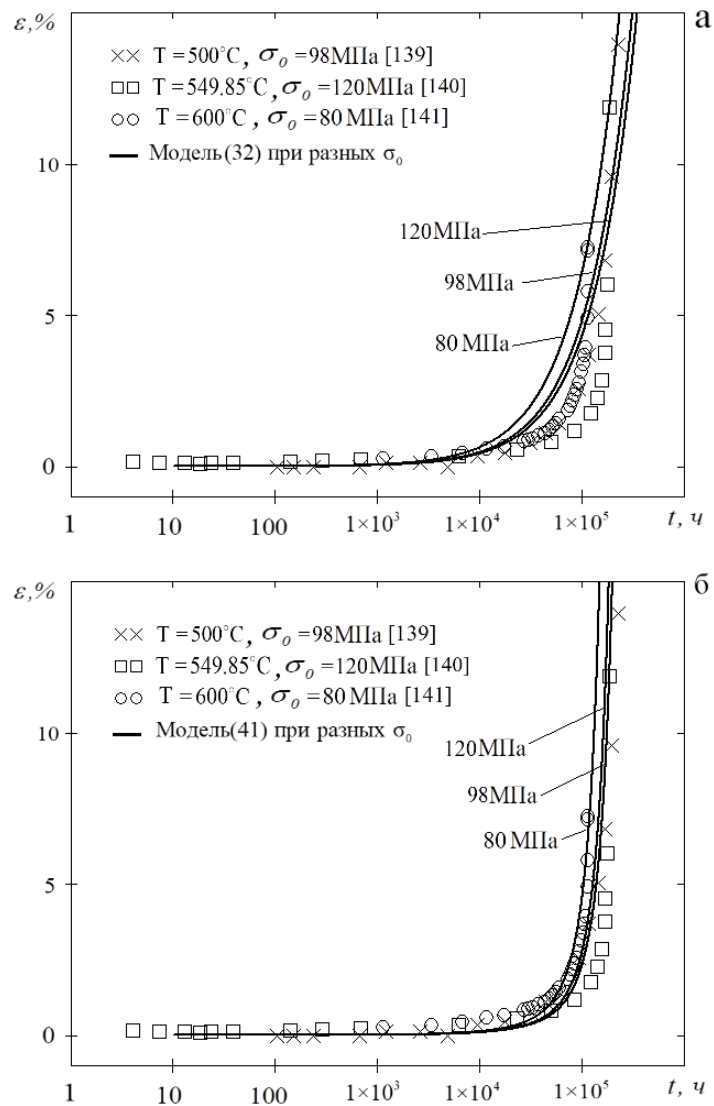


Рис.17. Сравнение теоретических кривых ползучести по соотношению (32) (а) и соотношению (41) (б) с экспериментальными результатами для стали 2.25Cr-1Mo при 500°C по [139] (крестики), для стали 12% Cr-X20 при 549.85 °C [140] (квадратики) и для стали P91 при 600 °C [141] (круги).

На Рис.18 приведены кривые длительной прочности согласно соотношению (42) для стали 2.25Cr-1Mo при 500°C по [139] для различных значений α ($\alpha = 6$ - кривая 1, $\alpha = 2n = 12$ - кривая 2, критерий Качанова-Работнова). В расчетах использовались следующие значения коэффициентов: $A = 5.1 \times 10^{-18} [\text{МПа}]^{-4} \times [\text{ч}]^{-1}$, $n = 6$. Так как в расчетах принято, что $n = 6$, то соответственно, при $\alpha = 2n = 12$ соотношения (42) и (17) совпадают.

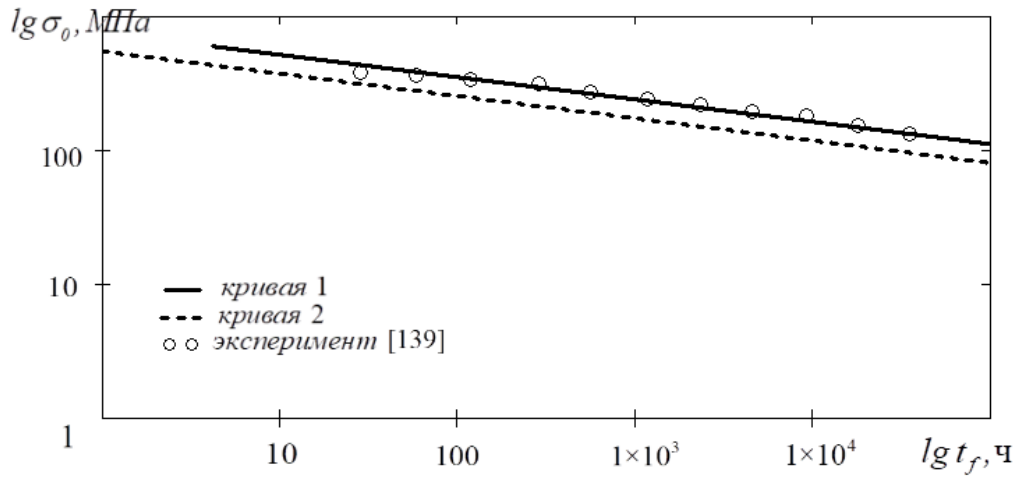


Рис. 18. Кривые длительной прочности по критерию (42) (кривая 1 - $\alpha = 6$), критерию Качанова-Работнова (кривая 2 - $\alpha = 2n = 12$) и экспериментальные точки для стали 2.25Cr-1Mo при 500°C по [139].

Наблюдается хорошее соответствие теоретических и экспериментальных кривых ползучести и длительной прочности согласно рис. 17 и рис. 18.

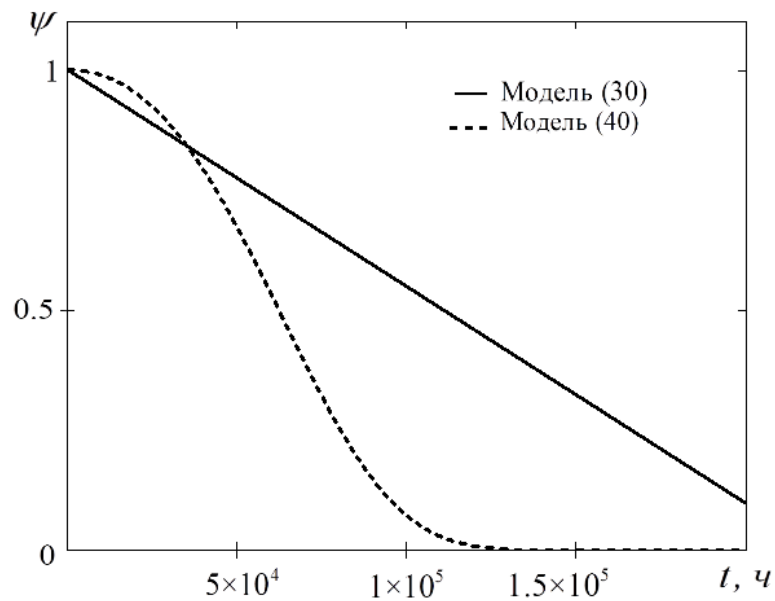


Рис. 19. Кривые сплошности по соотношениям (30) и (40).

На рис. 19 дано сравнение кривых сплошности согласно соотношениям (30) и (40) при аналогичных значениях коэффициентов: $A = 5.1 \times 10^{-18} [\text{МПа}]^4 \times [\text{ч}]^{-1}$, $B = 0.9 \times 10^{-9} [\text{МПа}]^2 \times [\text{ч}]^{-1}$, $\sigma_0 = 98 \text{ МПа}$, $n = 6$, $m = 2$, $\alpha = 6$ [139].

2.6. Теория ползучести и длительной прочности, основанная на концепции разрыхления

Модифицированный вариант уравнений (22)-(23) может быть записан в следующем виде [142, 143]:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = B \sigma_0^m \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{m-\beta} e^{m\varepsilon} \quad (44)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho_0 A \sigma_0^n \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{n-\alpha} e^{n\varepsilon} \quad (45)$$

где A , B , α , β , m , n – постоянные.

Ограничимся случаем малых деформаций, $e^{n\varepsilon} \approx 1$, $e^{m\varepsilon} \approx 1$, тогда из решения уравнений (44)-(45) при начальных условиях, соответственно, $t = 0$, $\varepsilon = 0$ и $t = 0$, $\rho = 1$, следуют соотношения для деформации ползучести и изменения плотности:

$$\varepsilon(t) = \frac{B \sigma_0^{m-n}}{A(m-\beta+\alpha-n+1)} \left\{ 1 - \left[1 - (\alpha-n+1) A \sigma_0^n t \right]^{\frac{m-\beta+\alpha-n+1}{\alpha-n+1}} \right\} \quad (46)$$

$$\rho(t) = \rho_0 \left[1 - (\alpha-n+1) A \sigma_0^n t \right]^{\frac{1}{\alpha-n+1}} \quad (47)$$

На рис. 20 представлены теоретические кривые изменения плотности согласно уравнению (47) при различных значениях параметра α : $\alpha = 6$ – кривая 1, $\alpha = 4$ – кривая 2, $\alpha = 2$ – кривая 3. При расчетах приняты следующие значения коэффициентов: $A = 7.1 \times 10^{-9} [\text{МПа}]^2 \times [\text{ч}]^{-1}$, $\sigma_0 = 72.6 \text{ МПа}$, $n = 2$, $\rho_0 = 8875 \text{ кг/м}^3$ [135].

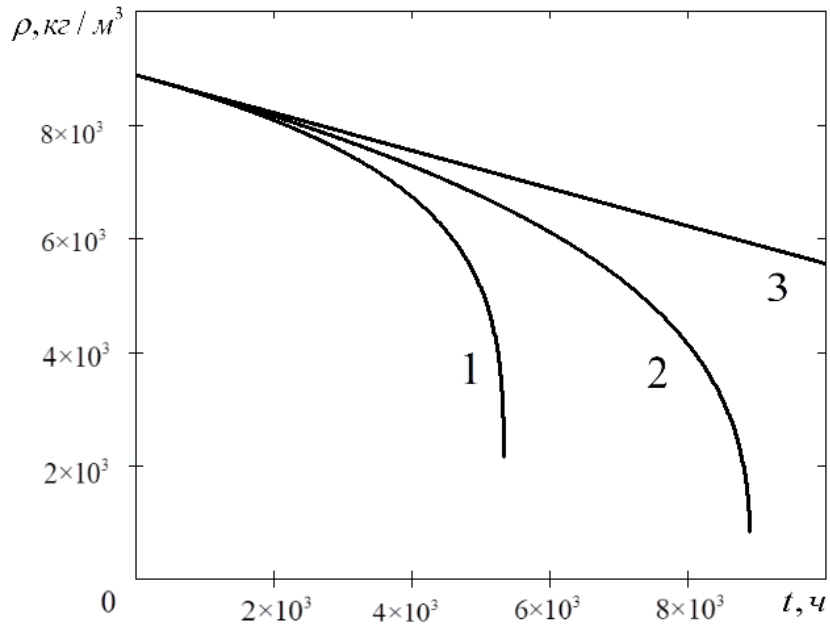


Рис.20. Кривые изменения плотности $\rho(t)$ согласно уравнению (47) для различных значений параметра α : $\alpha = 6$ – кривая 1, $\alpha = 4$ – кривая 2, $\alpha = 2$ – кривая 3.

С учётом условия разрушения $t = t_f$, $\rho = \rho_*$, из (47) следует критерий длительной прочности в виде:

$$t_f = \frac{1 - \left(\frac{\rho_*}{\rho_0}\right)^{\alpha-n+1}}{(\alpha - n + 1) A \sigma_0^n} \quad (48)$$

В общем случае из системы уравнений (44)-(45) можно получить точное решение для функции поврежденности $\rho(\varepsilon)$. Разделив (45) на (44), получим

$$\frac{d\rho}{d\varepsilon} = -\frac{A}{B} \rho_0 \sigma_0^{n-m} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{n-\alpha-m+\beta} e^{(n-m)\varepsilon} \quad (49)$$

Решение уравнения (49) при начальных условиях $\rho = \rho_0$, $\varepsilon = 0$ имеет вид

$$\rho(\varepsilon) = \rho_0 \left[1 - \frac{A \sigma_0^{n-m} (1 - n + \alpha + m - \beta)}{B(m-n)} (1 - e^{-(m-n)\varepsilon}) \right]^{\frac{1}{1-n+\alpha+m-\beta}} \quad (50)$$

Теоретическая кривая согласно (50) и экспериментальные точки изменения плотности при ползучести чистой меди при 250°C [135] показаны на рис. 21. При расчетах приняты следующие значения коэффициентов:

$$A = 7.1 \times 10^{-9} [\text{МПа}]^{-2} \times [\text{ч}]^{-1}, \quad B = 13.1 \times 10^{-12} [\text{МПа}]^4 \times [\text{ч}]^{-1}, \quad \sigma_0 = 72.6 \text{ МПа}, \quad \rho_0 = 8875 \text{ кг/м}^3, \\ n = 2, \quad m = 4, \quad \beta = 1, \quad \alpha = 6.$$

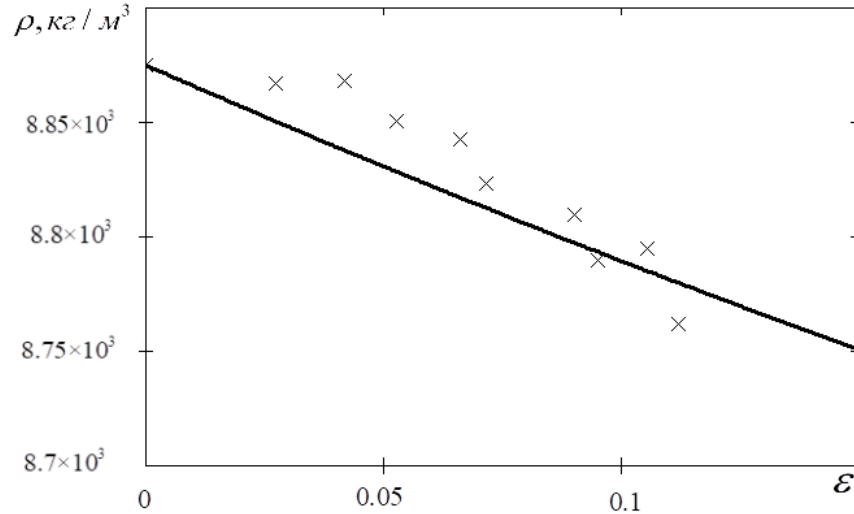


Рис.21. Теоретическая кривая согласно (50) и экспериментальные точки изменения плотности для чистой меди при 250°C [135].

Наблюдается хорошее согласие экспериментальных и теоретических кривых изменения плотности в процессе ползучести.

Выводы

В условиях высокотемпературной ползучести происходит эволюция поврежденности металлических материалов. Для ее описания используется концепция поврежденности Р.А. Арутюняна. Параметр поврежденности определяется как относительное изменение плотности материала. Результаты многочисленных исследований изменения пористости и плотности различных металлов и сплавов за счет образования и развития микропор и микротрещин в условиях высокотемпературной ползучести позволяют рассматривать плотность как интегральную меру накопления структурных микродефектов. С учетом этого параметра и закона сохранения массы сформулированы взаимосвязанные кинетические уравнения для деформации ползучести и параметра поврежденности. Получены точные, приближенные аналитические

и численные решения этих уравнений и сформулирован критерий длительной прочности, описывающий участок хрупкого разрушения. Построены соответствующие теоретические кривые. Дано сравнение полученных решений. Характер кривых ползучести для разных решений одинаков и согласуется с соответствующими экспериментальными результатами. С увеличением значения параметра альфа точное и приближенные решения становятся ближе друг к другу и точное решение полностью совпадает со случаем чисто хрупкого разрушения и малых деформаций (при $e^{m\varepsilon} \approx 1+m\varepsilon$, $e^{n\varepsilon} \approx 1+n\varepsilon$). Показано, что предложенная система уравнений способна описать третий участок кривых ползучести. Более того, деформация ползучести, полученная из решения предложенных уравнений может накапливаться как более интенсивно, так и менее интенсивно по сравнению с величиной деформации по теории Качанова-Работнова. Также показано, что критерий длительной прочности Качанова-Работнова является частным случаем полученного критерия.

Дано сравнение полученных решений с экспериментальными результатами по изменению пористости (плотности) для различных металлов и сплавов в процессе высокотемпературной ползучести при различных температурах и уровнях нагрузки. Времена выдержки под нагрузкой до разрушения варьировались в пределах 30-500 ч. На этом временном и деформационном интервале функция поврежденности выражается в виде прямой линии и имеют общий характер для испытанных при различных температурах и силовых нагрузках металлов. Данный результат позволяет рассматривать параметр поврежденности, задаваемый как относительное изменение плотности, в качестве универсальной характеристики накопления пористости в процессе ползучести.

Также дано сравнение теоретических и экспериментальных кривых ползучести и длительной прочности для различных металлов и сплавов в условиях высокотемпературной ползучести. Наблюдается хорошее соответствие теоретических и экспериментальных кривых.

Предложена модифицированная система уравнений Р.А. Арутюняна для деформации ползучести и плотности материала. Получены соответствующие точные и приближенные аналитические решения для деформации ползучести, и изменения плотности. Построены теоретические кривые изменения плотности. Наблюдается хорошее согласие экспериментальных и теоретических кривых изменения плотности в процессе ползучести.

Глава 3. Экспериментально-теоретические исследования высокотемпературной ползучести алюминиевого сплава АМг2 в условиях ступенчатого нагружения

Проблема высокотемпературной ползучести и длительной прочности металлических материалов актуальна в таких ответственных областях современного машиностроения, как тепловые и атомные энергетические установки, авиационные и космические аппараты и др. Поскольку уровень напряжений в элементах конструкций данных инженерных объектов может изменяться в процессе их работы, это необходимо учитывать при расчетах напряженно-деформированного состояния, поврежденности, прочности и ресурса элементов данных конструкций. В связи с этим были исследованы возможности использования предложенной в главе 2 системы взаимосвязанных кинетических уравнений для скорости ползучести и параметра поврежденности, определяемого как относительное изменение плотности материала, для описания случая ступенчатых нагружений. С учетом параметра поврежденности и закона сохранения массы сформулированы взаимосвязанные кинетические уравнения для деформации ползучести и параметра поврежденности для случая двухступенчатого нагружения. Экспериментальные исследования одноосного напряженного состояния в условиях высокотемпературной ползучести для случая двухступенчатого нагружения проводились на образцах из алюминиевого сплава АМг2 при температуре 250°С.

3.1. Материалы и методы

Экспериментальные исследования проводились на лабораторных образцах (рис. 22) из алюминиевого сплава АМг2, имеющих форму плоской лопатки с размерами рабочей части: длина $L=200$ мм, длина рабочей части $A=80$ мм, ширина $W=12.5$ мм, длина захватов $B=50$ мм, ширина захватов $C=20$ мм,

толщина образца $T=4.7-5$ мм. Размеры лабораторных образцов выбраны согласно стандарту, ASTM E 139-11 [144].

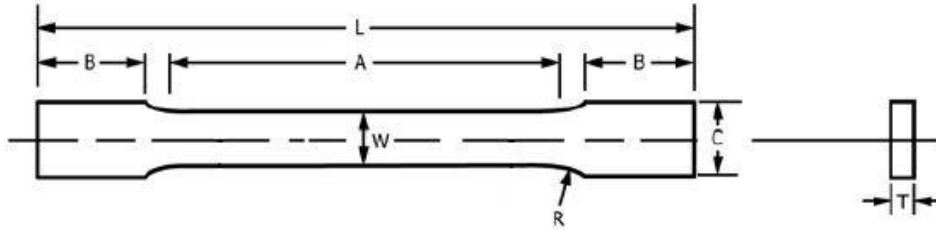


Рис. 22. Форма и размеры лабораторного образца (в мм) согласно ASTM E 139-11: $L = 200$ мм, $A = 80$ мм, $B = 50$ мм, $C = 20$ мм, $W = 12.5$ мм, $R = 12.5$ мм, $T = 4.7-5$ мм .

Образцы испытывались в состоянии поставки. Химический состав сплава АМг2 в состоянии поставки приведен в Табл. 3.

Табл. 3. Химический состав в % сплава АМг2 согласно ГОСТ 4784-97.

Fe	Si	Mn	Cr	Ti	Al	Cu	Mg	Zn	Примесей
до 0.5	до 0.4	0.1- 0.5	до 0.05	до 0.15	95.7- 98.2	до 0.15	1.7- 2.4	до 0.15	прочие, каждая 0.05; всего 0.15

Примечание: Al – основа; процентное содержание Al дано приблизительно.

Испытания лабораторных образцов выполнялись на универсальном испытательном комплексе SHIMADZU AG-X plus (рис. 23), который позволяет проводить эксперименты на ступенчатое нагружение.

Экспериментальная установка оснащена термокамерой модели SHIMADZU MODEL TCE-N300 с контроллером, позволяющая проводить испытания

образцов различной формы в диапазоне температур от минус 150 до плюс 250°C. Термокамера обеспечивает равномерное распределение поля температуры в рабочей части образцов с погрешностью менее $\pm 1^\circ\text{C}$.



Рис. 23. Общий вид испытательной машины SHIMADZU AG-X plus.

3.2. Экспериментальные исследования на растяжение

На первом этапе исследований были проведены эксперименты на растяжение со скоростью 1 мм/мин при комнатной температуре и при температуре 250°C. Температура окружающего воздуха при проведении испытаний составляла $20 \pm 5^\circ\text{C}$. На рис. 24 представлены полученные экспериментальные кривые деформирования сплава АМг2. Усреднение кривых проводилось по трем образцам. На основании полученных кривых были выбраны оптимальные нагрузки для ступенчатого нагружения при ползучести.

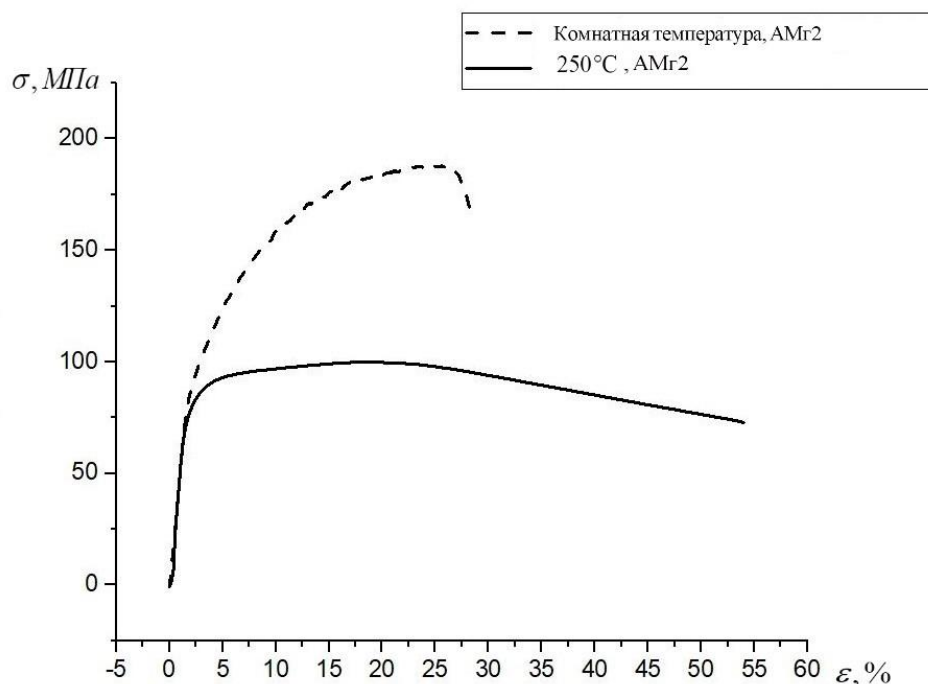


Рис. 24. Кривые деформирования сплава АМг2 при растяжении со скоростью 1 мм/мин при комнатной температуре и при температуре 250°C.

3.3. Экспериментальные исследования на ползучесть

Экспериментальные исследования процессов ползучести сплава АМг2 проводилось по схеме ступенчатого нагружения при температуре 250°C. Ступенчатое нагружение осуществлялось следующим образом. В первом случае сначала образцы испытывались при напряжении 60 МПа в течении 3,5 часов, затем нагрузка снижалась до 45 МПа и эксперимент продолжался до момента разрушения образца (не более 3,5 часов). Во-втором случае наоборот: сначала образцы испытывались при напряжении 45 МПа в течении 3,5 часов, затем нагрузка увеличивалась до 60 МПа и эксперимент продолжался также до момента разрушения образца (в течении не более 3,5 часов). Температура окружающего воздуха при проведении испытаний составляла 20 ± 5 °С.

Экспериментальные кривые ползучести при ступенчатом нагружении при температуре 250°C с действующими напряжениями равными 45 МПа, 60 МПа показаны на рис. 25. Кривые усреднялись по трем образцам.

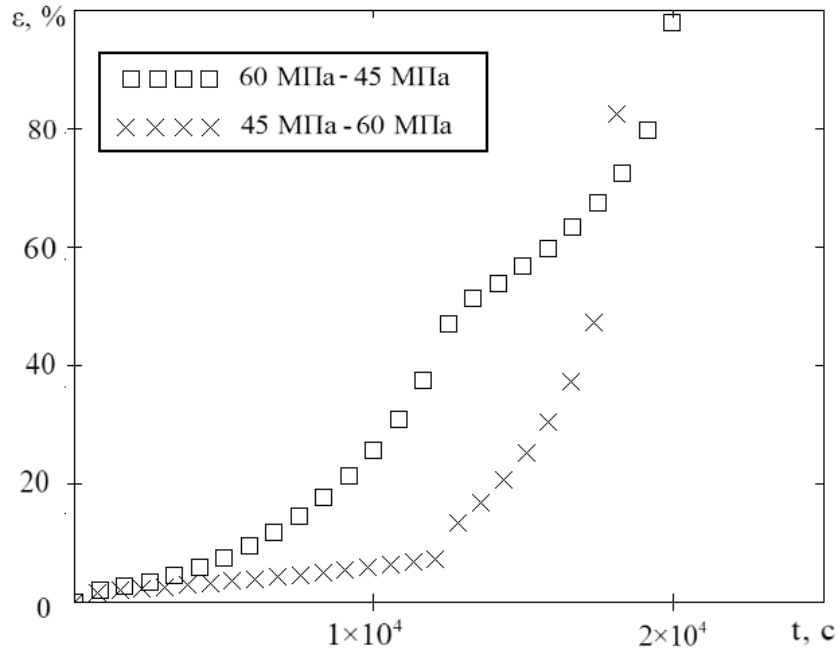


Рис. 25. Экспериментальные кривые ползучести сплава АМг2 при ступенчатом нагружении при температуре 250°C с действующими напряжениями равными 45 МПа, 60 МПа.

3.4. Теоретическое описание ступенчатого нагружения при ползучести

Рассмотрим систему взаимосвязанных кинетических уравнений Р.А. Арутюняна [53, 55] для скорости ползучести и параметра поврежденности:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = B\sigma_0^m \psi^{m-\beta} e^{m\varepsilon}, \quad (51)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -A\sigma_0^n \psi^{n-\alpha} e^{n\varepsilon}, \quad (52)$$

где $\psi = 1 - \omega = \rho / \rho_0$ – сплошность, ρ_0 – начальная, ρ – текущая плотность образца, B , A , m , n , α , β – постоянные.

Система уравнений (51)-(52) для скорости ползучести и поврежденности может быть решена для случая ступенчатого нагружения. Далее будем рассматривать двухступенчатое нагружение.

Рассмотрим случай чисто хрупкого разрушения и малых деформаций при $e^{m_1 \varepsilon_1} \approx 1 + m_1 \varepsilon_1$, $e^{n_1 \varepsilon_1} \approx 1 + n_1 \varepsilon_1$ и перепишем систему уравнений (51)-(52) в виде:

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt_1} = B_1 \sigma_{01}^{m_1} \psi_1^{m_1 - \beta_1} (1 + m_1 \varepsilon_1), \quad (53)$$

$$\frac{d\psi_1}{dt_1} = -A_1 \sigma_{01}^{n_1} \psi_1^{n_1 - \alpha_1} (1 + n_1 \varepsilon_1). \quad (54)$$

Разделив (54) на (53), получим следующее уравнение:

$$-\frac{B_1 \sigma_{01}^{m_1 - n_1}}{A_1} \psi_1^{m_1 - \beta_1 - n_1 + \alpha_1} d\psi_1 = \frac{1 + n_1 \varepsilon_1}{1 + m_1 \varepsilon_1} d\varepsilon_1,$$

$$-\frac{B_1 \sigma_{01}^{m_1 - n_1}}{A_1 (m_1 - \beta_1 - n_1 + \alpha_1 + 1)} \psi_1^{m_1 - \beta_1 - n_1 + \alpha_1 + 1} = \frac{n_1 \varepsilon_1}{m_1} + \frac{(m_1 - n_1)}{m_1^2} \ln(m_1 \varepsilon_1 + 1) + c_1$$

При начальных условиях $t_1 = 0$, $\psi_1 = 1$, $\varepsilon_1 = 0$, получим $c_1 = -\frac{B_1 \sigma_{01}^{m_1 - n_1}}{A_1 (m_1 - \beta_1 - n_1 + \alpha_1 + 1)}$

, следовательно

$$\psi_1 = \left[1 - \frac{A_1}{B_1} \cdot \sigma_{01}^{n_1 - m_1} \cdot (m_1 - \beta_1 - n_1 + \alpha_1 + 1) \cdot \left[\frac{(m_1 - n_1) \cdot \ln(m_1 \varepsilon_1 + 1)}{m_1^2} + \frac{n_1 \varepsilon_1}{m_1} \right] \right]^{\frac{1}{m_1 - \beta_1 - n_1 + \alpha_1 + 1}} \quad (55)$$

При условиях $m_1 = \beta_1$, $n_1 = 1 + \alpha_1$, система уравнений (53) и (54) сводится к нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка [132]. Также могут быть получены решения в виде $\psi_1(t_1)$ и $\varepsilon_1(t_1)$.

Выразив из (54) ε_1 , получим

$$\varepsilon_1 = -\frac{1}{n_1} - \frac{1}{A_1 \sigma_{01}^{n_1} \psi_1^{n_1 - \alpha_1} n_1} \frac{d\psi_1}{dt_1} \quad (56)$$

Из (56) найдем $\frac{d\varepsilon_1}{dt_1}$:

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt_1} = -\frac{\psi_1^{\alpha_1 - n_1} \frac{d^2 \psi_1}{dt_1^2}}{A_1 \sigma_{01}^{n_1} n_1} - \frac{\psi_1^{\alpha_1 - n_1 - 1} \left[\frac{d\psi_1}{dt_1} \right]^2}{A_1 \sigma_{01}^{n_1} n_1} (\alpha_1 - n_1) \quad (57)$$

Подставляя (56) и (57) в (53), получаем нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\psi_1 \frac{d^2 \psi_1}{dt_1^2} - (n_1 - \alpha_1) \left[\frac{d\psi_1}{dt_1} \right]^2 - m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} \psi_1^{m_1 - \beta_1 + 1} \frac{d\psi_1}{dt_1} - A_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1 + n_1} (m_1 - n_1) \psi_1^{m_1 - \beta_1 - \alpha_1 + n_1 + 1} = 0 \quad (58)$$

Принимая условия $m_1 = \beta_1$, $n_1 = 1 + \alpha_1$, и используя замену $u_1(\psi_1(t_1)) = \frac{1}{\psi_1} \frac{d\psi_1}{dt_1}$,

перепишем (58) в следующем виде:

$$\psi_1^2 \frac{du_1}{dt_1} - m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} u_1 \psi_1^2 - A_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1+n_1} (m_1 - n_1) \psi_1^2 = 0$$

То есть

$$\frac{du_1}{dt_1} - m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} u_1 - A_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1+n_1} (m_1 - n_1) = 0$$

$$\frac{1}{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} u_1 + A_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1+n_1} (m_1 - n_1)} du_1 = dt_1$$

Решая, последнее уравнение получим

$$\frac{\ln |m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} u_1 + A_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1+n_1} (m_1 - n_1)|}{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1}} = t_1 + c_2$$

При начальных условиях $t_1 = 0$, $u_1 = 0$, получим $c_2 = \frac{\ln |A_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1+n_1} (m_1 - n_1)|}{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1}}$.

С учетом константы будем иметь

$$u_1 = \frac{(m_1 - n_1) \sigma_{01}^{m_1} A_1}{m_1} \left[e^{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right]$$

Возвращаясь к первоначальным обозначениям

$$\frac{d\psi_1}{dt_1} = \psi_1 \frac{(m_1 - n_1) \sigma_{01}^{m_1} A_1}{m_1} \left[e^{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right]$$

$$\frac{1}{\psi_1} d\psi_1 = \frac{(m_1 - n_1) \sigma_{01}^{m_1} A_1}{m_1} \left[e^{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right] dt_1$$

Решая, последнее уравнение получим

$$\ln |\psi_1| = \frac{(m_1 - n_1) \sigma_{01}^{m_1} A_1}{m_1} \left[\frac{e^{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1}}{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1}} - t_1 + c_3 \right]$$

При начальных условиях $t_1 = 0$, $\psi_1 = 1$, константа равна $c_3 = -\frac{1}{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1}}$, и

выражение для параметра сплошности принимает следующий вид

$$\ln |\psi_1| = \frac{m_1 - n_1}{m_1^2} \frac{A_1}{B_1} \sigma_{01}^{n_1 - m_1} \left[e^{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right] - \frac{m_1 - n_1}{m_1} \sigma_{01}^{n_1} A_1 t_1$$

$$\psi_1 = e^{\left[\frac{A_1 \sigma_{01}^{m_1 - m_1} (m_1 - n_1)}{B_1 m_1^2} \left(e^{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right) - \frac{A_1 \sigma_{01}^{m_1} (m_1 - n_1)}{m_1} t_1 \right]} \quad (59)$$

Учитывая условия $m_1 = \beta_1$, $n_1 = 1 + \alpha_1$, в (53), получим

$$\frac{d\varepsilon_1}{(1 + m_1 \varepsilon_1)} = B_1 \sigma_{01}^{m_1} dt_1$$

$$\frac{1}{m_1} \ln |1 + m_1 \varepsilon_1| = B_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1 + c_4$$

При начальных условиях $t_1 = 0$, $\varepsilon_1 = 0$, получаем $c_4 = 0$, тогда

$$\ln |1 + m_1 \varepsilon_1| = B_1 m_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1$$

$$1 + m_1 \varepsilon_1 = e^{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1}$$

Следовательно

$$\varepsilon_1 = \frac{e^{B_1 m_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1}{m_1} \quad (60)$$

Для второй ступени рассмотрим решения уравнения (53) при начальных условиях $t_2 = t_1$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$:

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt_2} = B_2 \sigma_{02}^{m_2} \psi_2^{m_2 - \beta_2} (1 + m_2 \varepsilon_2), \quad (61)$$

Учитывая условия $m_2 = \beta_2$, перепишем (61) в следующем виде

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt_2} = B_2 \sigma_{02}^{m_2} (1 + m_2 \varepsilon_2),$$

$$\frac{d\varepsilon_2}{(1 + m_2 \varepsilon_2)} = B_2 \sigma_{02}^{m_2} dt_2,$$

$$\frac{1}{m_2} \ln |1 + m_2 \varepsilon_2| = B_2 \sigma_{02}^{m_2} t_2 + c_5.$$

При начальных условиях $t_2 = t_1$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$, получим для постоянной

$c_5 = \frac{1}{m_2} \ln \left| 1 + \frac{m_2}{m_1} \left(e^{B_1 m_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right) \right| - B_2 \sigma_{02}^{m_2} t_1$, с учетом которой будем иметь

$$\frac{1}{m_2} \ln |1 + m_2 \varepsilon_2| = B_2 \sigma_{02}^{m_2} t_2 + \frac{1}{m_2} \ln \left| 1 + \frac{m_2}{m_1} \left(e^{B_1 m_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right) \right| - B_2 \sigma_{02}^{m_2} t_1$$

$$\ln|1 + m_2 \varepsilon_2| = B_2 m_2 \sigma_{02}^{m_2} (t_2 - t_1) + \ln \left| 1 + \frac{m_2}{m_1} \left(e^{B_1 m_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right) \right|$$

$$\varepsilon_2 = \frac{e^{B_2 m_2 \sigma_{02}^{m_2} (t_2 - t_1) + \ln \left| 1 + \frac{m_2}{m_1} \left(e^{B_1 m_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right) \right|} - 1}{m_2} \quad (62)$$

3.5. Сравнение экспериментальных данных с теоретическими кривыми

Теоретические кривые ползучести согласно решениям (60) и (62) и экспериментальные кривые ползучести для сплава АМг2 при ступенчатом нагружении при температуре 250°C с действующими напряжениями равными 45 МПа, 60 МПа показаны на рис. 26.

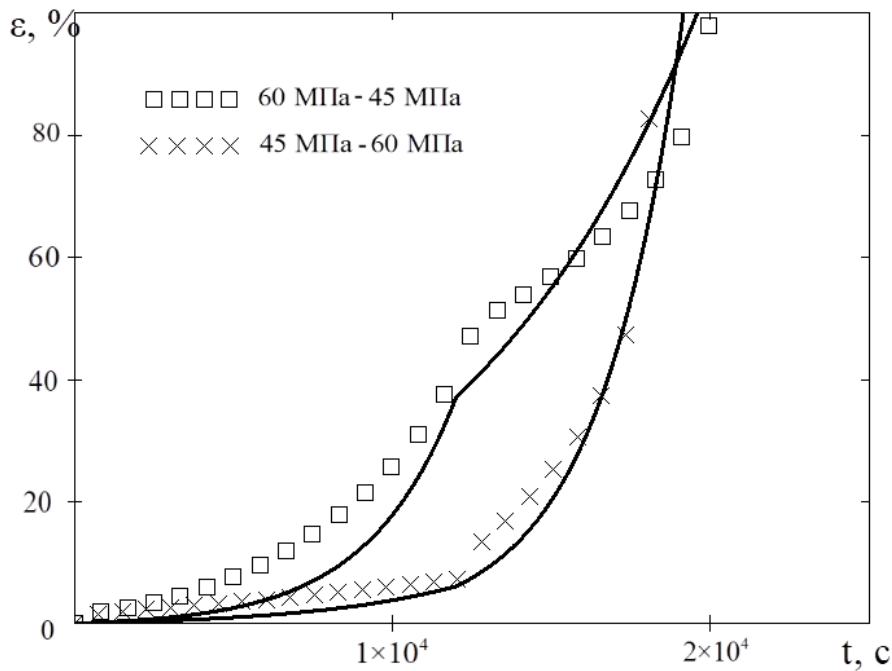


Рис. 26. Экспериментальные и теоретические кривые ползучести сплава АМг2 при ступенчатом нагружении при температуре 250°C с действующими напряжениями равными 45 МПа, 60 МПа.

При расчетах были приняты следующие значения коэффициентов:

$$45-60 \text{ МПа} \quad - \quad \sigma_1 = 45 \text{ МПа}, \quad \sigma_2 = 60 \text{ МПа}, \quad B_1 = 5.3 \times 10^{-8} [\text{МПа}]^{-2} \times [\text{ч}]^{-1}, \\ B_2 = 5.3 \times 10^{-8} [\text{МПа}]^{-2} \times [\text{ч}]^{-1}, \quad m_1 = 2, \quad m_2 = 2;$$

$$60-45 \text{ МПа} \quad - \quad \sigma_1 = 60 \text{ МПа}, \quad \sigma_2 = 45 \text{ МПа}, \quad B_1 = 5 \times 10^{-8} [\text{МПа}]^{-2} \times [\text{ч}]^{-1}, \\ B_2 = 3.2 \times 10^{-8} [\text{МПа}]^{-2} \times [\text{ч}]^{-1}, \quad m_1 = 2, \quad m_2 = 2.$$

Как видно из рис. 26 теоретические кривые ползучести согласно решениям (60) и (62) хорошо описывают полученные в экспериментах кривые ползучести при двухступенчатых нагружениях сплава АМг2. Таким образом, предложенная система взаимосвязанных кинетических уравнений для скорости ползучести и параметра поврежденности позволяет описывать случаи ступенчатых нагружений, что говорит об универсальности системы.

Выводы

Рассматривается модифицированный вариант системы взаимосвязанных кинетических уравнений Качанова-Работнова с учетом закона сохранения массы и конкретизации параметра поврежденности в виде отношения текущей величины плотности материала к начальной. Получены решения данной системы кинетических уравнений для случая двухступенчатого нагружения.

Проведены экспериментальные исследования одноосного напряженного состояния в условиях ползучести при двухступенчатом нагружении алюминиевого сплава АМг2 при температуре 250°C.

Полученные теоретические кривые ползучести хорошо описывают полученные в экспериментах кривые ползучести при двухступенчатых нагружениях для сплава АМг2. Таким образом, предложенная система взаимосвязанных кинетических уравнений для скорости ползучести и параметра поврежденности позволяет описывать случаи ступенчатых нагружений, что говорит об универсальности системы.

Глава 4. Эволюция процессов поврежденности металлов в условиях высокотемпературной ползучести

Рассматривается проблема ползучести и длительной прочности металлических материалов и сплавов. Предполагается, что для описания хрупких разрушений в условиях высокотемпературной ползучести достаточно только одного кинетического уравнения для скорости ползучести. В этом случае изменения параметра сплошности могут быть определены из экспериментальных кривых высокотемпературной ползучести. При этом среда считается сжимаемой, а параметр сплошности конкретизируется как относительное изменение плотности материала. Таким образом, параметр сплошности определяется из рассматриваемого кинетического уравнения для скорости ползучести и записывается через скорость ползучести и деформацию ползучести.

В работах Л. М. Качанова [7] и Ю. Н. Работнова [8] для описания хрупкой области экспериментальной кривой длительной прочности было предложено простое кинетическое уравнение для параметра поврежденности (сплошности) и сформулирован критерий длительной прочности. Вопрос о взаимосвязи деформации ползучести и поврежденности в этих работах не обсуждался.

В научной литературе по этой проблеме приводятся следующие возможные варианты взаимосвязи ползучести и поврежденности. Процессы ползучести и разрушения развиваются параллельно и в первом приближении не связаны друг с другом. Поврежденность является результатом деформации, которая создает источники разрушения, приводит к появлению мест с высокой концентрацией напряжений и является источником точечных дефектов, которые необходимы для развития медленного разрушения. Ползучесть является результатом процессов микроразрушения в объеме материала.

Низкие скорости деформации и высокие температуры способствуют разрушению ползучести. Этот факт позволяет предположить, что

поврежденность и разрушение могут протекать независимо от пластической деформации. На это также ссылаются многочисленные случаи медленного разрушения с очень малым значением остаточной деформации. Исследования Ratcliffe R.T. и Greenwood G.W. [56], Бетехтина [60] по изменению плотности в условиях ползучести показали, что заживление пор при однократном и многократном приложении гидростатического давления приводит к резкому деформационному торможению ползучести. Так что время разрушения значительно увеличивается. В то же время скорость ползучести практически не меняется. Процессы повреждения по изменению плотности полностью тормозят развитие разрушения, что свидетельствует о независимости скорости ползучести от поврежденности. По-видимому, все три возможных варианта взаимосвязи ползучести и разрушения справедливы.

4.1. Определение изменений параметра сплошности из экспериментальных кривых ползучести

В работах [145-147] вводится сжимаемая среда с параметром поврежденности $\psi = \frac{\rho}{\rho_0}$ (ρ_0 – начальная, ρ – текущая плотность образца). С учетом закона сохранения массы кинетическое уравнение для скорости ползучести задается в виде

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \dot{\varepsilon} = B\sigma_0^m \psi^{m-\beta} e^{m\varepsilon} \quad (63)$$

где B , m , β – постоянные.

Из уравнения (63) для параметра сплошности получим

$$\psi = \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\sigma_0^m B e^{m\varepsilon}} \right)^{\frac{1}{m-\beta}} \quad (64)$$

По формуле (64) можно определить временную зависимость параметра ψ согласно экспериментальным кривым деформации ползучести, которые могут быть описаны различными эмпирическими зависимостями в виде степенных, экспоненциальных и смешанных функций.

4.2. Описание кривых деформации ползучести

Экспериментальные кривые деформации ползучести могут быть описаны различными эмпирическими зависимостями в виде степенных, экспоненциальных и смешанных функций.

Для описания экспериментальных кривых деформации ползучести нами был рассмотрен случай степенной зависимости в следующем виде [145]:

$$\varepsilon = \frac{c}{(t_1 - at)^k} + b \quad (65)$$

где a, c, b, k, t_1 – постоянные.

На рис. 27 представлены экспериментальные кривые деформации ползучести согласно работам [139, 140, 141, 5] и эмпирическая зависимость в виде функции (65).

При расчетах были использованы следующие значения коэффициентов: $c = 10^4$ [ч]^{2.5}, $b = 0.01$, $k = 2.5$, $a = 5 \times 10^{-4}$, $t_1 = 100$ [ч].

Также была рассмотрена следующая зависимость для деформации ползучести [146]:

$$\varepsilon = \frac{e^{kt}}{(ft + c)^q} + b \quad (66)$$

где f, c, k, b, q – постоянные.

На рис. 28 представлены экспериментальные кривые деформации ползучести согласно работам [139, 140, 141, 5] и эмпирическая зависимость в виде функции (66).

При расчетах были использованы следующие значения коэффициентов: $c = 100$, $b = -0.85$, $k_1 = 1.7 \times 10^{-5}$ [ч]⁻¹, $k_2 = 3 \times 10^{-6}$ [ч]⁻¹, $q = 0.01$, $f = 8 \times 10^{-4}$ [ч]⁻¹.

Как видно из рис. 27 и рис. 28 предлагаемые зависимости (65) и (66) хорошо описывают экспериментальные кривые деформации ползучести.

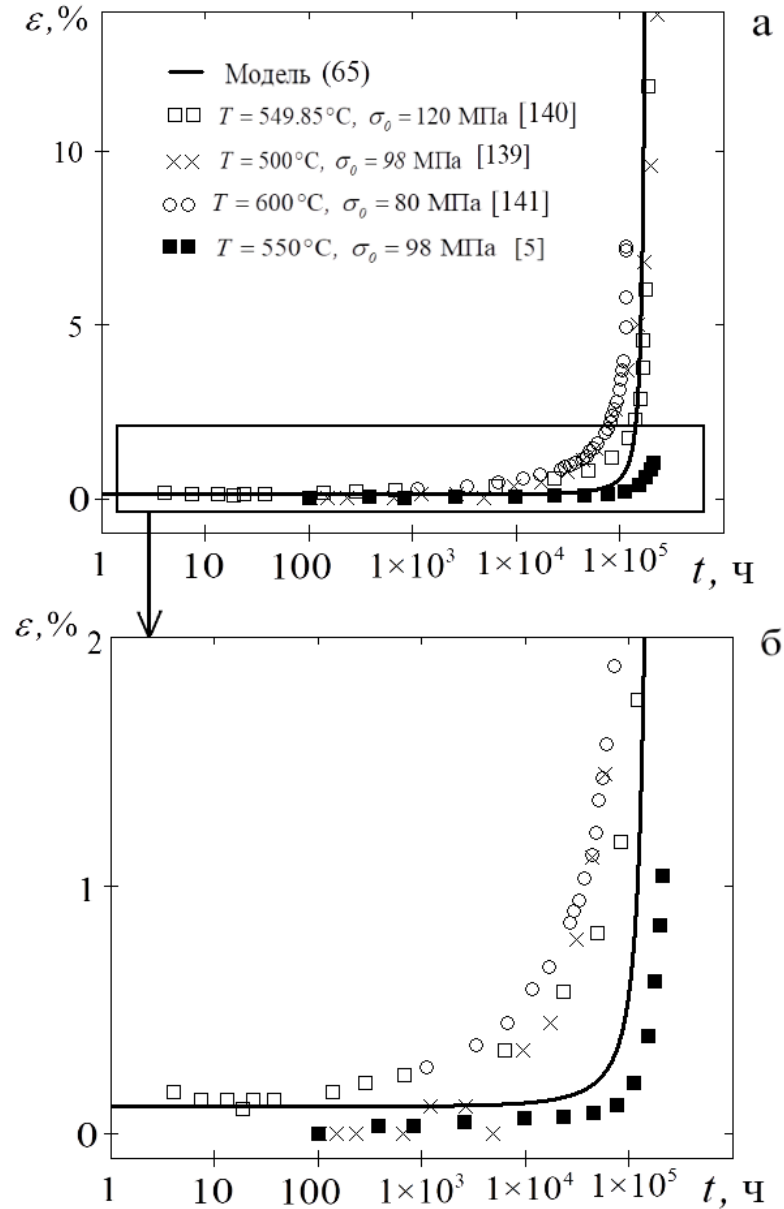


Рис. 27. Экспериментальные кривые деформации ползучести для стали 2.25Cr-1Mo при 500°C [139], для стали 12% Cr-X20 при 549.85°C [140], для стали P91 при 600°C [141] и для стали 20X12ВНМФ при 550°C [5] и теоретическая кривая деформации ползучести согласно соотношению (65) (а) и увеличенный фрагмент области малых деформаций (б).

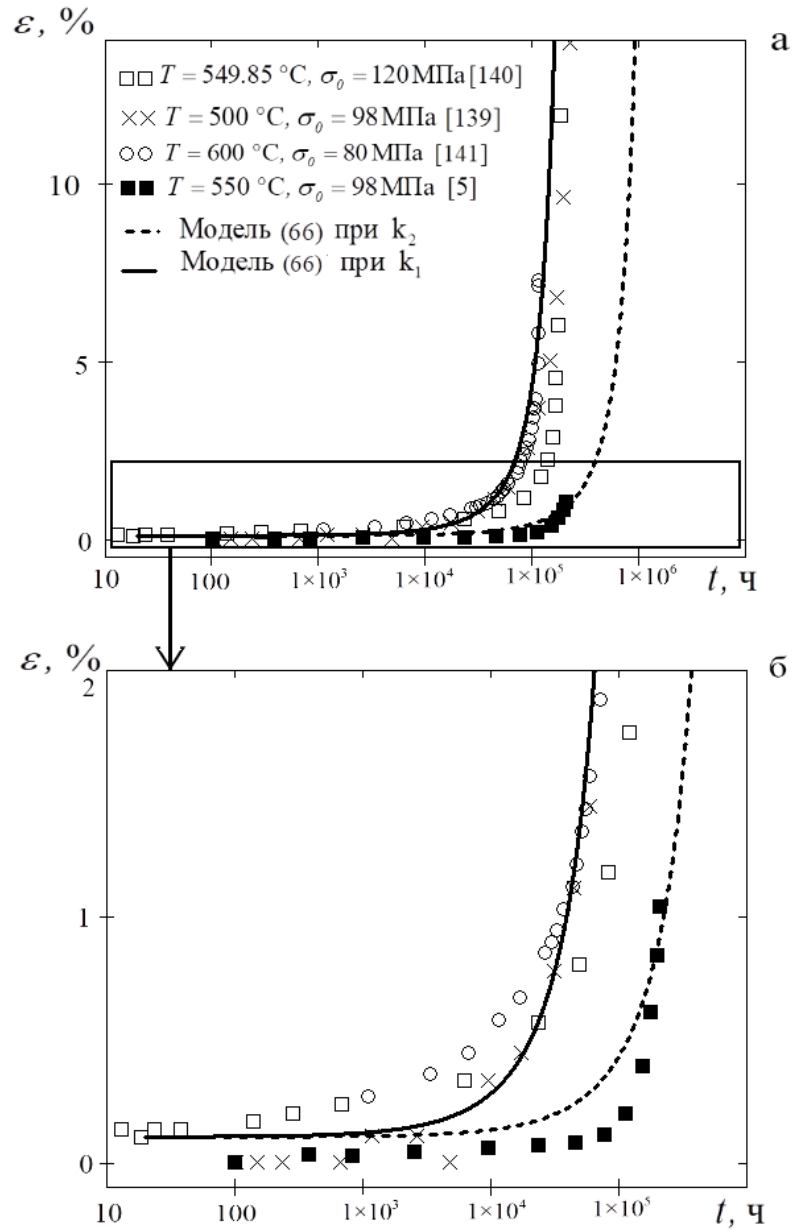


Рис. 28. Экспериментальные кривые деформации ползучести для стали 2.25Cr-1Mo при 500°C [139], для стали 12% Cr-X20 при 549.85°C [140], для стали P91 при 600°C [141] и для стали 20X12ВНМФ при 550°C [5] и теоретическая кривая деформации ползучести согласно соотношению (66) (а) и увеличенный фрагмент области малых деформаций (б).

4.3. Определение изменений параметра сплошности

Используя формулу (64), можно определить временную зависимость параметра сплошности ψ согласно экспериментальной кривой деформации ползучести.

С учетом (65) и (66) из соотношения (64) получим следующие зависимости для параметра сплошности:

$$\psi = \left[\frac{ack}{\sigma_0^m B (t_1 - at)^{k+1} e^{m \left(\frac{c}{(t_1 - at)^k + b} \right)}} \right]^{\frac{1}{m-\beta}} \quad (67)$$

$$\psi = \left[\frac{e^{kt} \left(k - \frac{qf}{ft+c} \right)}{(ft+c)^q B \sigma_0^m e^{m \left(\frac{e^{kt}}{(ft+c)^q + b} \right)}} \right]^{\frac{1}{m-\beta}} \quad (68)$$

4.4. Критерии длительной прочности

Критерий длительной прочности может быть получен при условии, когда параметр сплошности достигает некоторого критического значения ψ_* .

Принимая в (67) условие разрушения в виде $t = t_f$, $\psi = \psi_*$, получим следующий критерий длительной прочности

$$\sigma_0 = \left[\frac{ack}{B \psi_*^{m-\beta} (t_1 - at)^{k+1} e^{m \left(\frac{c}{(t_1 - at)^k + b} \right)}} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (69)$$

Принимая в (68) условие разрушения в виде $t = t_f$, $\psi = \psi_*$, для критерия длительной прочности будем иметь

$$\sigma_0 = \left[\frac{e^{kt_f} \left(k - \frac{qf}{ft_f+c} \right)}{B \psi_*^{m-\beta} (ft_f+c)^q e^{m \left[\frac{e^{kt_f}}{(ft_f+c)^q + b} \right]}} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (70)$$

Экспериментальные кривые длительной прочности по формулам (66), (67) и экспериментальные точки для стали 2.25Cr-1Mo при 500°C [139] показаны на

рис. 29. При расчетах были использованы следующие значения коэффициентов:

$$(69): c = 10^4 [\text{ч}]^{\frac{5}{2}}, k = 2.5, B = 5.5 \times 10^{-27} [\text{МПа}]^{-10} \times [\text{ч}]^{-1}, \beta = 0.01, m = 10, a = 5 \times 10^{-4}, \\ t_l = 100 [\text{ч}], b = 0.01;$$

$$(70): c = 10^2, B = 1 \times 10^{-17} [\text{МПа}]^6 \times [\text{ч}]^{-1}, k = 1.7 \times 10^{-5} [\text{ч}]^{-1}, \beta = 0.01, q = 0.01, b = -0.85, \\ m = 6, f = 8 \times 10^4 [\text{ч}]^{-1}.$$

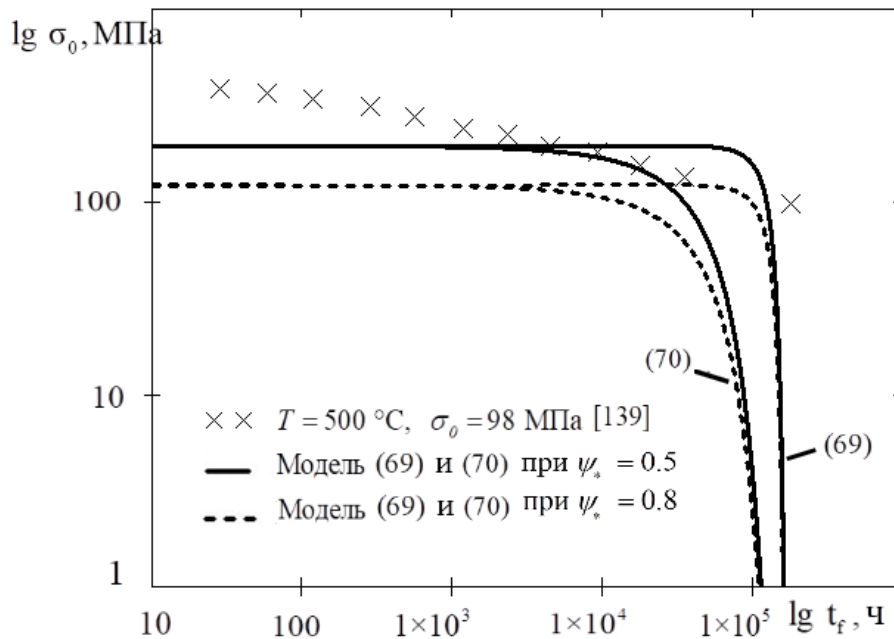


Рис. 29. Теоретические кривые длительной прочности согласно решениям (69) и (70) и экспериментальные точки для стали 2.25Cr-1Mo при 500°C [139].

Экспериментальные кривые длительной прочности по формулам (66), (67) и экспериментальные точки для стали 20Х12ВНМФ при 550 °С [5] показаны на рис. 30. При расчетах были использованы следующие значения коэффициентов:

$$(69): c = 10^4 [\text{ч}]^{\frac{5}{2}}, b = 0.01, k = 2.5, m = 10, \beta = 0.01, B = 5.7 \times 10^{-27} [\text{МПа}]^{-10} \times [\text{ч}]^{-1}, \\ a = 5 \times 10^{-4}, t_l = 100 [\text{ч}];$$

(70): $c=10^2$, $k=3 \times 10^{-6} [\text{ч}]^{-1}$, $\beta=0.01$, $q=0.01$, $m=6$, $b=-0.85$, $f=8 \times 10^{-4} [\text{ч}]^{-1}$,
 $B=1.7 \times 10^{-18} [\text{МПа}]^{-6} \times [\text{ч}]^{-1}$.

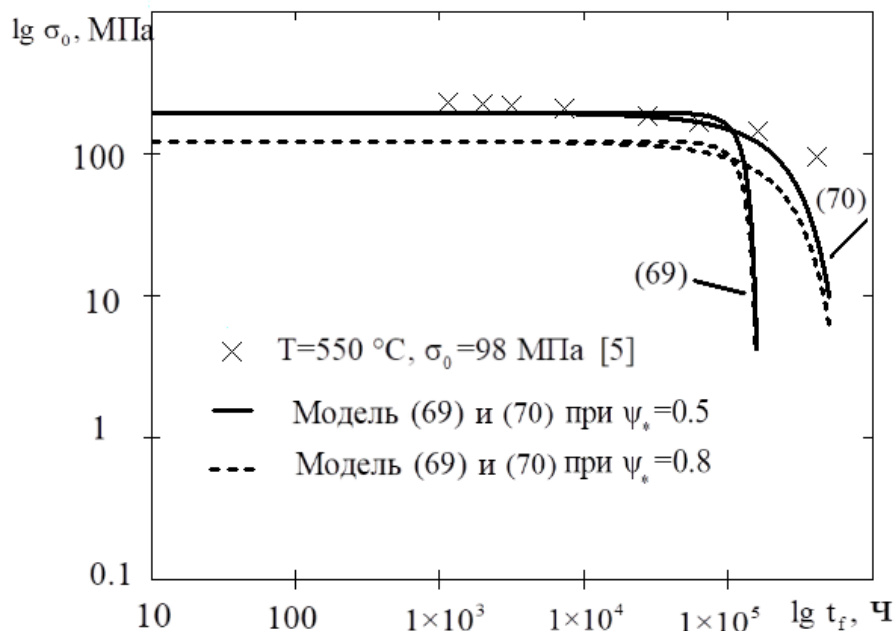


Рис. 30. Теоретические кривые длительной прочности согласно решениям (69) и (70) и экспериментальные точки для стали 20X12ВНМФ при 550 °C [5].

Из рис. 29 и рис. 30 видно, что при $\psi_*=0.5$ удается добиться наилучшего приближения теоретических кривых длительной прочности согласно соотношениям (69) и (70) к экспериментальным результатам. Однако, в реальных условиях при ползучести величина плотности (или относительного изменения плотности, т.е. ψ) не претерпевает столь сильного изменения. В связи с этим в расчетах принималось, что $\psi_*=0.8$. При $\psi_*=0.8$ соотношения (69) и (70) качественно верно описывают экспериментальные кривые длительной прочности [139, 5], в тоже время в этом случае наблюдается занижение величины длительной прочности в количественном отношении.

4.5. Изменения параметра сплошности

На рис. 31 показаны теоретические кривые сплошности согласно формулам (67) и (68) для экспериментальных результатов из работы [139]. При расчетах были использованы следующие значения коэффициентов:

$$(67): \quad a = 5 \times 10^{-4}, \quad b = 0.01, \quad c = 10^4 \text{ [ч]}^{\frac{5}{2}}, \quad k = 2.5, \quad t_l = 100 \text{ [ч]}, \quad m = 10, \quad \beta = 0.01, \\ B = 5.5 \times 10^{-27} \text{ [МПа]}^{-10} \times \text{[ч]}^{-1}, \quad \sigma_0 = 98 \text{ [МПа]};$$

$$(68): \quad f = 8 \times 10^{-4}, \quad b = -0.85, \quad c = 10^2, \quad k = 1.7 \times 10^{-5}, \quad m = 6, \quad \beta = 0.01, \\ B = 1 \times 10^{-17} \text{ [МПа]}^{-6} \times \text{[ч]}^{-1}, \quad \sigma_0 = 98 \text{ [МПа]}, \quad q = 0.01.$$

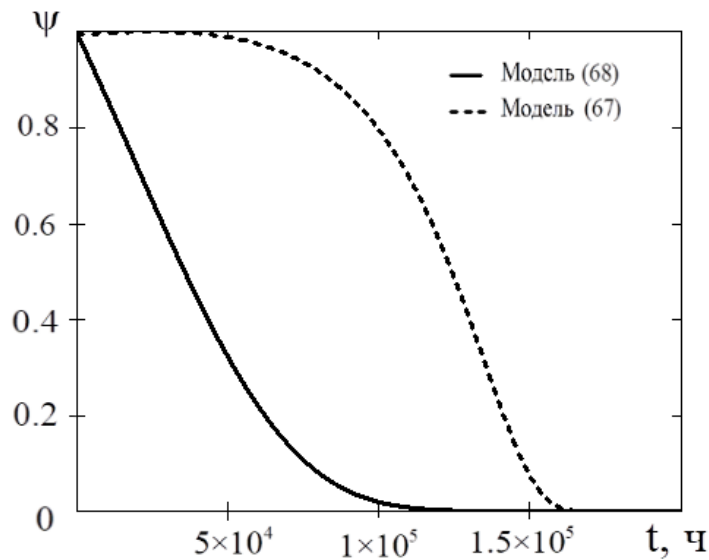


Рис. 31. Теоретические кривые сплошности согласно формулам (67) и (68) для экспериментальных результатов из [139].

На рис. 32 показаны теоретические кривые сплошности согласно формулам (67) и (68) для экспериментальных результатов из работы [5]. При расчетах были использованы следующие значения коэффициентов:

$$(67): \quad a = 5 \times 10^{-4}, \quad b = 0.01, \quad c = 10^4, \quad k = 2.5, \quad t_l = 100 \text{ [ч]}, \quad m = 10, \quad \beta = 0.01, \\ B = 5.7 \times 10^{-27} \text{ [МПа]}^{-5} \times \text{[ч]}^{-1}, \quad \sigma_0 = 98 \text{ [МПа]};$$

$$(68): \quad f = 8 \times 10^{-4} [\text{ч}]^{-1}, \quad b = -0.85, \quad c = 10^2, \quad k = 3 \times 10^{-6} [\text{ч}]^{-1}, \quad m = 6, \quad \beta = 0.01, \\ B = 1.7 \times 10^{-18} [\text{МПа}]^6 \times [\text{ч}]^{-1}, \quad \sigma_0 = 98 [\text{МПа}], \quad q = 0.01.$$

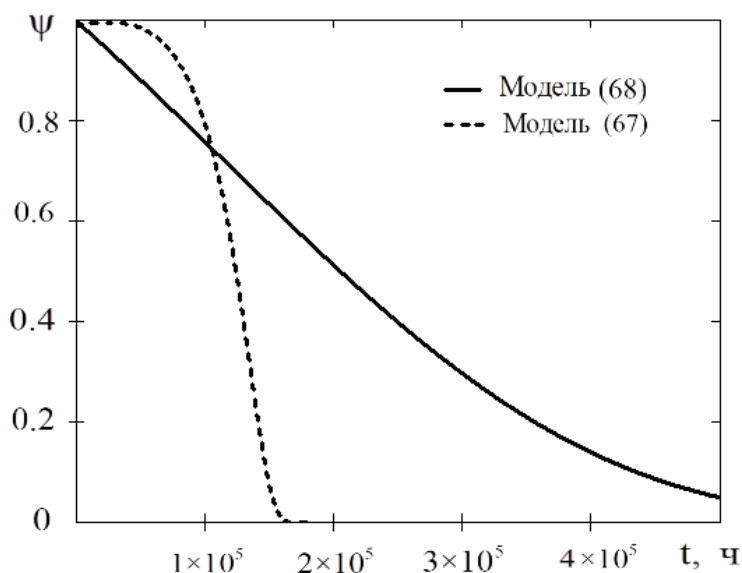


Рис. 32. Теоретические кривые сплошности согласно формулам (67) и (68) для экспериментальных результатов из [5].

Как видно из рис. 31, 32 соотношения (67) и (68) позволяют описывать различный характер изменения кривых сплошности, который может наблюдаться в условиях высокотемпературной ползучести.

Выводы

Учитывается сжимаемость металлических материалов, а относительное изменение плотности рассматривается как параметр сплошности. Предложен метод определения величины поврежденности по экспериментальным кривым ползучести в соответствии с теорией для сжимаемой среды. При этом для описания хрупких разрушений в условиях высокотемпературной ползучести формулируется только одно кинетическое уравнение для скорости ползучести. Параметр сплошности определяется из рассматриваемого кинетического уравнения и выражается через скорость ползучести и деформацию ползучести. Для описания экспериментальных кривых ползучести используются

эмпирические зависимости в виде смешанных степенных и экспоненциальных функций. Построены теоретические кривые сплошности. Критерий длительной прочности получен при условии, когда параметр сплошности достигает критической величины. Построены соответствующие теоретические кривые длительной прочности. Полученные соотношения качественно верно описывают экспериментальные кривые длительной прочности. В тоже время при реальных значениях критической величины поврежденности в момент разрушения ($\psi_* = 0.8$) наблюдается занижение величины длительной прочности в количественном отношении.

Заключение

В условиях высокотемпературной ползучести происходит эволюция поврежденности металлических материалов. Для ее описания используется концепция поврежденности Р.А. Арутюняна. Параметр поврежденности определяется как относительное изменение плотности материала. Результаты многочисленных исследований изменения пористости и плотности различных металлов и сплавов за счет образования и развития микропор и микротрещин в условиях высокотемпературной ползучести позволяют рассматривать плотность как интегральную меру накопления структурных микродефектов. С учетом этого параметра и закона сохранения массы сформулированы взаимосвязанные кинетические уравнения для деформации ползучести и параметра поврежденности. Получены точные, приближенные аналитические и численные решения этих уравнений и сформулирован критерий длительной прочности, описывающий участок хрупкого разрушения. Построены соответствующие теоретические кривые. Показано, что предложенная система кинетических уравнений способна описать третий участок кривых ползучести. Более того, деформация ползучести, полученная из решения предложенных уравнений может накапливаться как более интенсивно, так и менее интенсивно по сравнению с величиной деформации по теории Качанова-Работнова. Также показано, что критерий длительной прочности Качанова-Работнова является частным случаем полученного критерия.

Дано сравнение полученных решений с экспериментальными результатами по изменению пористости (плотности) для различных металлов и сплавов в процессе высокотемпературной ползучести при различных температурах и уровнях нагрузки. Времена выдержки под нагрузкой до разрушения варьировались в пределах 30-500 ч. На этом временном и деформационном интервале функция поврежденности выражается в виде прямой линии и имеют общий характер для испытанных при различных температурах и силовых нагрузках металлов. Данный результат позволяет рассматривать параметр

поврежденности, задаваемый как относительное изменение плотности, в качестве универсальной характеристики накопления пористости в процессе ползучести.

Также дано сравнение теоретических и экспериментальных кривых ползучести и длительной прочности для различных металлов и сплавов в условиях высокотемпературной ползучести. Наблюдается хорошее соответствие теоретических и экспериментальных кривых.

Предложена модифицированная система уравнений Р.А. Арутюняна для деформации ползучести и для относительного изменения плотности материала. Получены соответствующие приближенные и точные решения для деформации ползучести и изменения плотности. Построены теоретические кривые изменения плотности. Наблюдается хорошее согласие экспериментальных и теоретических кривых изменения плотности в процессе ползучести.

С учетом параметра поврежденности, конкретизируемого в виде относительного изменения плотности материала, и закона сохранения массы сформулированы взаимосвязанные кинетические уравнения для деформации ползучести и параметра поврежденности для случая двухступенчатого нагружения. Получены решения данной системы кинетических уравнений.

Проведены экспериментальные исследования одноосного напряженного состояния в условиях ползучести при двухступенчатом нагружении для алюминиевого сплава АМг2 при температуре 250°C.

Теоретические кривые ползучести хорошо описывают полученные в экспериментах кривые ползучести при двухступенчатых нагружениях для сплава АМг2. Таким образом, предложенная система взаимосвязанных кинетических уравнений для скорости ползучести и параметра поврежденности позволяет описывать случаи ступенчатых нагружений, что говорит об универсальности системы.

Учитывается сжимаемость металлических материалов, а относительное изменение плотности рассматривается как параметр сплошности. Предложен

метод определения величины поврежденности по экспериментальным кривым ползучести в соответствии с теорией для сжимаемой среды. При этом для описания хрупких разрушений в условиях высокотемпературной ползучести формулируется только одно кинетическое уравнение для скорости ползучести. Параметр сплошности определяется из рассматриваемого кинетического уравнения и выражается через скорость ползучести и деформацию ползучести. Для описания экспериментальных кривых ползучести используются эмпирические зависимости в виде смешанных степенных и экспоненциальных функций. Построены теоретические кривые сплошности. Критерий длительной прочности получен при условии, когда параметр сплошности достигает критической величины. Построены соответствующие теоретические кривые длительной прочности. Полученные соотношения качественно верно описывают экспериментальные кривые длительной прочности.

Литература

1. Piatti G., Lubek R., Matera R. Study of microcrack formation and propagation phenomena in creep deformed metals // Euro Spectra. Scientific and technical review of the European communities. December 1972. Vol. XI. No. 4. P. 93-101.
2. Hoff N.J., Brooklyn N.Y. The necking and the rupture of rods subjected to constant tensile loads // Journal of applied mechanics 1953. Vol. 20. No. 1. P. 105-108.
3. Одинг И.А., Иванова В.С., Бурдукский В.В. и Геминев В.Н. Теория ползучести и длительной прочности металлов. Изд-во «Металлург-издат». 1959. 488 с.
4. Наместников В.С., Хвостунков А.А. Ползучесть дуралюмина при постоянных и переменных нагрузках // ПМТФ. №4. 1960. С. 90-95.
5. Петреня Ю.К., Чижик А.А. Разрушение вследствие ползучести и механизмы микроразрушения // Докл. АН СССР. 1987. Т. 297. № 6. С. 1331–1333.
6. Golub V.P., Teteruk R.G. The basis of Hoff's model of ductile failure // Strength Mater. 1993. Vol. 25. P. 96–103.
7. Качанов Л.М. О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. Отд. Техн. Наук. 1958. № 8. С. 26-31.
8. Работнов Ю.Н. О механизме длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 5-7.
9. Работнов Ю.Н. О разрушении вследствие ползучести. // Прикл. Мех. И техн. Физ. 1963. № 2. С. 113-123.
10. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
11. Haward R.N. The extension and rupture of cellulose acetate and celluloid // Trans. Farad. Soc. 1942. Vol. 38. P. 394-400.
12. Бокшицкий М.Н. Длительная прочность полимеров. М.: Химия. 1978. 310 с.
13. Новожилов В.В. О пластическом разрыхлении // Прикладная математика и механика. 1965. № 4. С. 681-689.

14. Соснин О.В. Энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности. Ползучесть и разрушение неупрочняющихся материалов. Сообщение 1 // Пробл. прочн., 1973. №5. С. 45–49.
15. Соснин О.В. О варианте теории ползучести с энергетическими параметрами упрочнения // Механика деформируемых тел и конструкций. М.: Машиностроение, 1975. С. 460–463.
16. Соснин О.В, Горев Б.В., Никитенко А.Ф. Энергетический вариант теории ползучести. Новосибирск: Ин-т гидродин. им. М. А. Лаврентьева, 1986. 96 с.
17. Соснин О.В., Любашевская И.В., Новоселя И.В. Сравнительные оценки высокотемпературной ползучести и разрушения конструкционных материалов // ПМТФ, 2008. Т. 49, №2. С. 123–130.
18. Бойко С.В. Моделирование формообразования элементов конструкций в условиях нестационарной ползучести // Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук. Новосибирск. 2020. 133 с.
19. Павлов П.А., Неделько Е.Ю. Экспериментальное определение работы необратимой деформации при разрушении некоторых металлов // Изв. вузов. Стр-во и архитектура. 1981. №9. С. 55-58.
20. Золочевский А.А. Энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности материалов, по-разному сопротивляющихся растяжению и сжатию // Изв. вузов. Машиностроение. 1986. №12. С. 7-10.
21. Кулагин Д.А., Локощенко А.М. Моделирование влияния агрессивной окружающей среды на ползучесть и длительную прочность металлов при сложном напряженном состоянии // Изв. РАН. МТТ, 2004. №1. С. 188–199.
22. Leckie F.A., Hayhurst D.R Creep rupture of structures // Proc. R. Soc. Lond. A, 1974. Vol. 340, No. 1622. P. 323–347. doi: 10.1098/rspa.1974.0155.

23. Leckie F.A., Wojewodzki W. Estimates of rupture life-constant load // *Int. J. Solids Struct.*, 1975. Vol. 11, No. 12. P. 1357–1365. doi: 10.1016/0020-7683(75)90063-3.
24. Leckie F.A., Hayhurst D.R. Constitutive equations for creep rupture // *Acta Metallurgica*, 1977. Vol. 25, No. 9. P. 1059–1070. doi: 10.1016/0001-6160(77)90135-3.
25. Xu Q., Hayhurst D.R. The evaluation of high-stress creep ductility for 316 stainless steel at 550°C by extrapolation of constitutive equations derived for lower stress levels // *Int. J. Pres. Ves. Pip.*, 2003. Vol. 80, No. 10. P. 689–694. doi: 10.1016/j.ijpvp.2003.08.005.
26. Kowalewski Z. L., Lin J., Hayhurst D.R. Investigation of a high accuracy uniaxial creep testpiece with slit extensometer ridges // *Arch. Mech.*, 1995. Vol. 47, No. 2. P. 261–279.
27. Ржаницын А.Р. Теория длительной прочности при произвольном одноосном и двухосном нагружении // *Строит. мех. и расчет сооруж.*, 1975. №4. С. 25–29.
28. Lemaître J., Chaboche J.-L. Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement // *J. Méc. Appl.*, 1978. Vol. 2, No. 3. P. 317–365.
29. Lemaître J., Sermage J.P. One damage law for different mechanisms // *Comput. Mech.*, 1997. Vol. 20, No. 1–2. P. 84–88. doi: 10.1007/s004660050221.
30. Шестериков С.А., Лебедев С.Ю., Юмашева М.А. Новые функциональные соотношения для описания процессов ползучести и длительной прочности / Труды IX конференции по прочности и пластичности. Т. 3 (22.01–26.01.1996, Москва). М.: ИПМ РАН, 1996. С. 130–134.
31. Chrzanowski M., Madej J. Isochronous creep rupture curves in plane stress // *Mech. Res. Commun.*, 1980. Vol. 7, No. 1. P. 39–40. doi: 10.1016/0093-6413(80)90023-3.
32. Murakami S., Mizuno M. A constitutive equation of creep, swelling and damage under neutron irradiation applicable to multiaxial and variable states of stress // *Int.*

- J. Solids Struct., 1992. Vol. 29, No. 19. P. 2319–2328. doi: 10.1016/0020-7683(92)90218-I.
33. Dyson B.F., Taplin D. Creep damage accumulation // Grain Bound. Inst. Met. Spring Resident. Conf. 1976. Ser. 3. No. 5. London, s.a. E/23-E/28.
34. Dyson B.F., Loveday M.S. Creep fracture in Nimonic 80A under triaxial tensile stressing // A.R.S. Ponter, D.R. Hayhurst (eds.), Creep in Structures. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer, 1981. P. 406–421. doi: 10.1007/978-3-642-81598-0_27.
35. Trivaudey F., Delobelle P. High temperature creep damage under biaxial loading—Part I: Experiments // J. Eng. Mater. Technol., 1990. Vol. 112, No. 4. P. 442–449. doi: 10.1115/1.2903355.
36. Tvergaard V. On the stress state dependence of creep rupture // Acta Metallurgica, 1986. Vol. 34, No. 2. P. 243–256. doi: 10.1016/0001-6160(86)90195-1.
37. Trivaudey F., Delobelle P. High temperature creep damage under biaxial loading—Part II: Model and simulations // J. Eng. Mater. Technol., 1990. Vol. 112, No. 4. P. 450–455. doi: 10.1115/1.2903356.
38. Trąmpczyński W., Hayhurst D.R. Creep deformation and rupture under non-proportional loading / A.R.S. Ponter, D.R. Hayhurst (eds.), Creep in Structures. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer. P. 388–405. doi: 10.1007/978-3-642-81598-0_26.
39. Leckie F.A., Onat E.T. Tensorial nature of damage measuring internal variables / J. Hult, J. Lemaitre (eds.), Physical Non-Linearities in Structural Analysis. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer, 1981. P. 140–155. doi: 10.1007/978-3-642-81582-9_20.
40. Getsov L.B. Kinetic equations of failure in complex programs of cyclic loading // Strength of Materials. Publisher: Springer Nature, 1978. Vol. 10, Issue 7, P. 767 – 775. doi: 10.1007/BF01521098.

41. Maruyama T., Nosaka T. Estimation of Creep Damage from Observation of Creep Voids in Centrifugal Cast Tube Alloys // *J. Soc. Mater. Sci. (Jap.)* 1979. Vol. 28. No. 308. P. 372-378. Doi:10.2472/jsms.28.372.
42. Нигматуллин Р.И., Холин Н.Н. Дислокационная кинетика сверхпластичности и ползучести металлов // *Докл. АН СССР*. 1976. Т. 231, № 2. С. 303-306.
43. Estrin Y., Mecking H. A unified phenomenological description of work hardening and creep based one-parameter models // *Acta met.* 1984. Vol. 32. No. 1. P. 57-70.
44. Lokoshchenko A.M. The investigation of the metal damage at the creep by the method of electrical resistance measuring // *Acta Mechanica Sinica*, Vol.7, I. 2, 1991, P. 157- 161.
45. Lokoshchenko A.M. A new method for measuring creep damage in metals // *Mech. Solids.*, Vol. 40, I. 5, 2005, P. 82-92.
46. Perry A.J. Review cavitation in creep // *J. Mater. Sci.* 1974. Vol. 9. P. 1016-1039.
47. Грант Н. Разрушение в условиях высокотемпературной ползучести // *Разрушение*. – М.: Мир, 1976. Т. 3. С. 538-578.
48. Березина Т.Г., Трунин И.И. Взаимодействие предельно допустимой деформации ползучести с поврежденностью материала паропроводов // *Металловедение и термическая обработка металлов*. 1980. № 12. С. 34-37.
49. Horiguchi M., Kawasaki T. Creep rupture of stainless steels at high temperatures // *J. Jap. Soc., Strength and Fract. Mat.* 1977. Vol. 12. No. 1. P. 34-43 (in Japan).
50. Riedel H. The extension of a macroscopic crack at elevated temperature by the growth and coalescence of microvoids // *Creep in structures: Proc. 3rd IUTAM Symp., Leicester, 1980. Berlin etc., 1981. P. 504-515.*
51. Локощенко А.М. Исследование поврежденности материала при ползучести и длительной прочности // *Прикл. мех. и техн. физ.* 1982. № 6. С. 129-133.
52. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2015. 506 с.

53. Арутюнян Р.А. О роли пористости в процессах вязкого течения и хрупкого разрушения при ползучести // Докл. РАН. 1997. Том 352. № 2. С. 190-192.
54. Betekhtin V.I. Porosity of solids // Trans. St.-Petersburg Acad. Sci. for strength problems. 1997. Vol. 1. P. 202-210.
55. Арутюнян Р.А. Проблема деформационного старения и длительного разрушения в механике материалов. СПб.: Изд-во СПбГУ. 2004. 252 с.
56. Ratcliffe R.T., Greenwood G.W. Mechanism of cavitation in magnesium during creep // Phil. Mag. 1965. Vol. 12. P. 59-69.
57. Розенберг В.М., Шалимова А.В., Зверева Т.С. Влияние температуры и напряжений на образование пор при ползучести // Физика металлов и металловедение. 1968. Т. 25. Вып. 2. С. 326–332.
58. Cane V.J. Deformation induced intergranular creep cavitation in alpha-iron // Metal Sci 1978. Vol. 12. No. 2. P. 102-108.
59. Гойхенберг Ю.Н., Березина Т.Т., Ашихмина Л.А., Ерагер С.И., Щербакова А.Ф. Исследование разрушения теплоустойчивых сталей в процессе ползучести // Сб. науч. тр. Челябин. Политехн. ин-т. 1979. Т. 89, № 229. С. 72–77.
60. Бетехтин В.И., Кадомцев А.Г., Петров А.И. Особенности микроразрушения металлов при высокотемпературной ползучести // Металловедение и термическая обработка металлов. 1980. № 12. С. 24-26.
61. Арутюнян Р.А. О критериях разрушения в условиях ползучести // Проблемы прочности. 1982. № 9. С. 42-45.
62. Арутюнян Р.А. Высокотемпературное охрупчивание и длительная прочность металлических материалов // Механика твердого тела. 2015. № 2. С. 96-104.
63. Arutyunyan R.A. High-temperature embrittlement and long-term strength of metallic materials // Mechanics of solids. 2015. Vol. 50. Issue 2. P. 191-197.
64. Куманин В.И., Трунин И.И., Богомольная Р.Б. Изучение процесса накопления повреждаемости в условиях высокотемпературной ползучести // Научн. тр. Всес. заочн. машиностр. ин-т (ВЗМИ). 1973. Т. 1. С. 55-65.

65. Belloni G., Bernasconi G. Creep damage models // Creep Eng. Mater. and Structure. Proc. Semin. Ispra (Varese), 1978. CityplaceLondon, 1979. P. 195-227.
66. Ботвина Л.Р. Разрушение: кинетика, механизмы, общие закономерности. М.: Наука, 2008. 334 с.
67. Чадек Й. Ползучесть металлических материалов. М.: Мир, 1987. 302 с.
68. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 312 с.
69. Качанов Л.М. К вопросу о хрупких разрушениях в условиях ползучести при сложном нагружении // Вестн. Ленингр. ун-та, 1972. №1. С. 92–96.
70. Качанов Л.М. Разрушения в условиях ползучести при сложном нагружении // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1972. №5. С. 11-15.
71. Наместникова И.В., Шестериков С.А. Векторное представление параметра поврежденности / Деформирование и разрушение твердых тел: Сб. тр. Ин-та механики МГУ имени М.В. Ломоносова. М.: Моск. ун-т, 1985. С. 43–52.
72. Пелешко В.А. Использование поверхности поврежденности для описания ползучести и длительной прочности при сложном нагружении // Изв. РАН. МТТ, 2003. №2. С. 124–138.
73. Chow C.L., Yang X.J., Chu E. Viscoplastic constitutive modeling of anisotropic damage under nonproportional loading // J. Eng. Mater. Technol., 2001. Vol. 123, No. 4. P. 403–408. doi: 10.1115/1.1395575.
74. Локощенко А.М. Исследование длительной прочности при сложном напряженном состоянии с помощью кинетического подхода // Тр. Центр. котлотурбин. инст-та, 1986. № 230. С. 107–109.
75. Локощенко А.М. Методы моделирования длительной прочности металлов при стационарном и нестационарном сложных напряженных состояниях // Упругость и неупругость: Матер. междун. научн. симпоз., посвящ. 100-летию со дня рождения А.А. Ильюшина (20–21.01.2011, Москва). М.: Моск. ун-т, 2011. С. 389–393.
76. Локощенко А.М., Назаров В.В. Кинетический подход исследования длительной прочности металлов при двусосном растяжении // Авиаци.-косм. техн. и технол., 2005. №10. С. 73–78.

77. Локощенко А.М., Назаров В.В. Анализ длительной прочности металлов при сложном напряженном состоянии с помощью критериального и кинетического подходов // IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. Аннотации докладов. Т. 3 (Нижний Новгород, 22–28.08.2006): Нижегород. гос. ун-т, 2006. С. 135–136.
78. Локощенко А.М., Назаров В.В. Длительная прочность металлов при равноосном плоском напряженном состоянии // ПМТФ, 2009. № 4. С. 150–157.
79. Lokoshchenko A.M., Platonov D.O. Creep rupture of anisotropic tubes under complex stress state // Proc. of the 7th Intern. conf. “Biaxial/multiaxial fatigue and fracture”, Berlin, 28 June — 1 July 2004. Berlin: DVM, 2004. P. 567–571.
80. Дачева М.Д., Шестериков С.А., Юмашева М.А. Поврежденность при сложном нестационарном напряженном состоянии // Изв. РАН. МТТ, 1998. №1. С. 44–47.
81. Морачковский О.К. К вопросу о разрушении при ползучести анизотропных материалов // Пробл. машиностроения, 1978. №6. С. 41–43.
82. Chrzanowski M., Madej J. Budowa granicznych krzywych zniszczenia w oparciu o koncepcję parametru uszkodzenia [The construction of failure limit curves by means of a damage] // Mech. Teor. Stosow [J. Theor. Appl. Mech.], 1980. Vol. 18, No. 4. P. 587–601 (In Polish).
83. Хажинский Г.М. Деформирование и длительная прочность металлов. М.: Научный мир, 2008. 136 с.
84. Hayhurst D.R., Trąpczyński W., Leckie F.A. Creep rupture under non-proportional loading // Acta Metallurgica, 1980. Vol. 28, No. 9. P. 1171–1183. doi: 10.1016/0001-6160(80)90072-3.
85. Локощенко А.М. Применение векторного параметра поврежденности при моделировании длительной прочности металлов // Изв. РАН. МТТ, 2016. №3. С. 93–99.
86. Локощенко А.М. Моделирование длительной прочности металлов при нестационарном сложном напряженном состоянии // ПММ, 2018. Т. 82, №1. С. 84–97.

87. Murakami S., Sanomura I., Saitoh K. Formulation of cross-hardening in creep and its effects on the creep damage process of copper // *J. Engin. Mater. Technol.*, 1986. Vol. 108, No. 2. P. 167–173. doi: 10.1115/1.3225856.
88. Rabotnov Yu.N. Creep rupture / M. Hetényi, W.G. Vincenti (eds.), *Applied Mechanics*. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer. P. 342–349. doi: 10.1007/978-3-642-85640-2_26.
89. Johnson A.E., Khan B. Creep under changing complex-stress systems in copper at 250°C // *Int. J. Mech. Sci.*, 1965. Vol. 7, No. 12. P. 791–810. doi: 10.1016/0020-7403(65)90033-0.
90. Johnson A.E. Complex stress creep of metals // *Intern. Met. Rev.*, 1985. Vol. 30, No. 1. P. 447–506. doi: 10.1179/mtlr.1960.5.1.447.
91. Тамуж В.П. Об одной возможности построения теории длительного разрушения // *Пробл. прочн.*, 1971. №2. С. 59–64.
92. Тамуж В.П., Лагздыньш А.Ж. Вариант построения феноменологической теории разрушения // *Мех. полим.*, 1968. №4. С. 638–647.
93. Лагздыньш А.Ж., Тамуж В.П. К построению феноменологической теории разрушения анизотропной среды // *Мех. полим.*, 1971. №4. С. 634–644.
94. Altenbach H.; Schieße P. Modelling of the constitutive behavior of damaged materials / *Advances in Fracture Resistance and Structural Integrity: Selec. Pap. 8th Int. Conf. Fract.* (Kyiv, June 8–14, 1993). Oxford: Pergamon Press, 1994. P. 51–57.
95. Altenbach H.; Schieße P.; Zolochovsky A.A. Zum Kriechen isotroper Werkstoffe mit komplizierten Eigenschaften // *Rheologica Acta*, 1991, 30(4), P. 388–399. doi: 10.1007/BF00404197.
96. Altenbach H., Gorash Y., Naumenko K. Steady-state creep of a pressurized thick cylinder in both the linear and the power law ranges. // *Acta Mechanica*, 2008, 195 (1-4), P. 263–274. doi: 10.1007/s00707-007-0546-5.
97. Naumenko K., Kutschke A., Kostenko Y., Rudolf T. Multi-axial thermo-mechanical analysis of power plant components from 9–12% Cr steels at high temperature. // *Engineering Fracture Mechanics* 78 (2011), P. 1657–1668. doi: 10.1016/j.engfracmech.2010.12.002.

98. Altenbach H., Huang C., Naumenko K. Creep-damage predictions in thin-walled structures by use of isotropic and anisotropic damage models. // *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design* 37 (2002), P. 265–275. doi:10.1243/0309324021515023.
99. Naumenko K., Altenbach H. A phenomenological model for anisotropic creep in a multipass weld metal. // *Archive of applied mechanics* 74 (2005), P. 808–819. doi: 10.1007/s00419-005-0409-2.
100. Ильюшин А.А. Об одной теории длительной прочности // *Инж. ж. Механ. тверд. тела*, 1967. №3. С. 21–35.
101. Завойчинская Э.Б., Кийко И.А. Введение в теорию процессов разрушения твердых тел. М.: Моск. ун-т, 2004. 168 с.
102. Победря Б.Е. О моделях повреждаемости реономных сред // *Изв. РАН. МТТ*, 1998. №4. С. 128–148.
103. Копнов В.А. Длительная прочность анизотропных материалов при сложном напряженном состоянии // *Пробл. прочн.*, 1982. №2. С. 40–44.
104. Михалевич В.М. Тензорні моделі накопичання пошкоджень. Вінниця: Універсум-Вінниця, 1998. 195 с. (на українском), <http://ir.lib.vntu.edu.ua/handle/123456789/13977> .
105. Михалевич В.М. Тензорные модели длительной прочности. Сообщ. 3. Критериальные зависимости при нагружении с изменением напряженного состояния и направлений главных напряжений // *Пробл. прочности*. 1996. № 3. С. 101–112.
106. Лебедев А.О., Михалевич В.М. До теорії тривалої міцності // *Доп. НАНУ.*, 1998. №5. С. 57–62 (на українском).
107. Лебедев А.А., Михалевич В.М. Критериальные соотношения для определения остаточного ресурса материалов // *Пробл. прочн.*, 2006. №4. С. 31–38.
108. Betten J. Net-stress analysis in creep mechanics // *Ing. Arch.*, 1982. Vol. 52, No. 6. P. 405–419. doi: 10.1007/BF00536211.

109. Betten J. Damage tensors in continuum mechanics // *J. Mec. Theor. Appl.*, 1983. Vol. 2, No. 1. P. 13–22.
110. Chow C.L., Wang J. An anisotropic theory of continuum damage mechanics for ductile fracture // *Eng. Fract. Mech.*, 1987. Vol. 27, No. 5. P. 547–558. doi: 10.1016/0013-7944(87)90108-1.
111. Bodner S.R. A procedure for including damage in constitutive equations for elasticviscoplastic work-hardening materials / J. Hult, J. Lemaitre (eds.), *Physical Non-Linearities in Structural Analysis*. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer, 1981. P. 21–28. doi: 10.1007/978-3-642-81582-9_4.
112. Liu Y., Kageyama Y., Murakami S. Creep fracture modeling by use of continuum damage variable based on Voronoi simulation of grain boundary cavity // *Int. J. Mech. Sci.*, 1998. Vol. 40, No. 2–3. P. 147–158. doi: 10.1016/S0020-7403(97)00045-3.
113. Murakami S. Mechanical modeling of material damage // *J. Appl. Mech.*, 1988. Vol. 55, No. 2. P. 280–286. doi: 10.1115/1.3173673.
114. Murakami S., Imaizumi T. Mechanical description of creep damage state and its experimental verification // *J. Mec. Theor. Appl.*, 1982. Vol. 1, No. 5. P. 743–761.
115. Murakami S., Ohno N. A continuum theory of creep and creep damage // A.R.S. Ponter, D.R. Hayhurst (eds.), *Creep in Structures*. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer, 1981. P. 422–444. doi: 10.1007/978-3-642-81598-0_28.
116. Астафьев В.И. Описание процесса разрушения в условиях ползучести // *Изв. АН СССР. МТТ*, 1986. №4. С. 164–169.
117. Krajcinovic D. Continuous damage mechanics revisited: Basic concepts and definitions // *J. Appl. Mech.*, 1985. vol. 52, no. 4. pp. 829–834. doi: 10.1115/1.3169154.
118. Krajcinovic D., Rinaldi A. Statistical damage mechanics—Part I: Theory // *J. Appl. Mech.*, 2005. Vol. 72, No. 1. P. 76–85. doi: 10.1115/1.1825434.

119. Krajcinovic D., Selvaraj S. Creep rupture of metals—An analytical model // *J. Eng. Mater. Technol.*, 1984. Vol. 106, No. 4. P. 405–409. doi: 10.1115/1.3225738.
120. Маньковский В.А. Критерии поврежденности и длительной прочности конструкционных материалов // *Машиноведение*, 1985. №1. С. 87–94.
121. Delobelle P., Trivaudey F., Oytana C. High temperature creep damage under biaxial loading: INCO 718 and 316 (17–12 SPH) steels // *Nucl. Eng. Des.*, 1989. Vol. 114, No. 3. P. 365–377. doi: 10.1016/0029-5493(89)90114-3.
122. Lemaître J. A three-dimensional ductile damage model applied to deep-drawing forming limits // *Mech. Behav. Mater.: Proc. of the 4th Int. Conf. (Stockholm, Sweden, 15–19 August 1983)*. Oxford: Pergamon Press, 1984. P. 1047–1053. doi: 10.1016/B978-1-4832-8372-2.50132-9.
123. Локощенко А.М. Применение кинетической теории при анализе длительного высокотемпературного разрушения металлов в условиях сложного напряженного состояния (обзор) // *ПМТФ*, 2012. Т. 53, №4. С. 149–164.
124. Локощенко А.М., Фомин Л.В., Терауд В.В., Басалов Ю.Г., Агабабян В.С. Ползучесть и длительная прочность металлов при нестационарных сложных напряженных состояниях (обзор) // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*. 2020. Т. 24, № 2. С. 275–318.
125. Агахи К.А., Георгиевский Д.В. Тензорно нелинейные определяющие соотношения изотропной теории ползучести с тензорной мерой поврежденности // *Изв. Тульск. гос. ун-та. Естеств. науки*, 2013. №2. С. 2–9.
126. Arutyunyan A., Arutyunyan R., Saitova R. The Criterion of High-Temperature Creep of Metals Based on Relative Changes of Density // *WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics*. 2019. 14. P.140-144.
127. Арутюнян А.Р., Арутюнян Р.А., Сайтова Р.Р. О взаимосвязи высокотемпературной ползучести и поврежденности металлических материалов // *Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред, Труды IX международной конференции*. 2018. С. 54-58.

128. Саитова Р.Р. Длительная прочность и ползучесть элементов конструкций // XXIV Туполевские чтения (школа молодых ученых), Тексты докладов участников Международной молодёжной научной конференции, в 6 т. 2019. Т. 1. С. 184-189.
129. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. The problem of damage and high-temperature creep fracture of metals // In: Proceedings of XLIV International Summer School Conference APM 2016. 2016. P. 34-40.
130. Arutyunyan A.R., Saitova R.R. Exact and approximate solutions of the system of interrelated equations of the theory of creep and long-term strength // Journal of Physics: Conference Series. 2022. Vol. 2231. Issue 1. Article number 012001.
131. Арутюнян А.Р., Саитова Р.Р. Точные и приближенные решения системы взаимосвязанных уравнений теории ползучести и длительной прочности // Актуальные проблемы механики сплошной среды, Материалы VII международной конференции 04-08 октября 2021, Цахкадзор, Армения. 2021. С. 33-37.
132. Polyanin A.D., Zaitsev V.F. Handbook of Exact Solutions for Ordinary Differential Equations, 2nd Edition, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 2003. 783 p.
133. Boettner R.C, Robertson W.D. A study of the growth of voids in copper during the creep process by measurement of the accompanying change in density // Trans. of the Metallurg. Society of AIME. 1961. Vol. 221. No. 3. P. 613-622.
134. Beghi C., Geel C., Piatti G. Density measurements after tensile and creep tests on pure and slightly oxidised aluminium // J. Mat. Sci. 1970. Vol. 5. No. 4. P. 331-334.
135. Brathe L. Macroscopic measurements of creep damage in metals // Scand. J. Metal. 1978. Vol. 7. No. 5. P. 199-203.
136. Woodford D.A. Density changes during creep in nickel // Metal science journal. 1969. Vol. 3. No. 11. P. 234-240.
137. Bowring P., Davies P.W., Wilshire B. The strain-dependence of density changes during creep // Metal science journal. 1968. Vol. 2. No. 9. P. 168-171.

138. Hanson D., Wheeler M.A. The deformation of metals under prolonged loading. Part 1. – The flow and fracture of aluminium // J. Inst. Metals Proc. 45. 1931. P.229-245.
139. Wolf H.-D. Kriechen der legierungen NiCr22Co12Mo and 10CrMoT10 bei konstanter und zyklischer beanspruchung, D. Ing Thesis, Erlangen University, Erlangen. 1990.
140. Aghajani A. Evolution of Microstructure during Long-term Creep of a Tempered Martensite Ferritic Steel. // Dissertation to obtain the degree of Doctor of Engineer of the Faculty of Mechanical Engineering of the Ruhr University Bochum. Bochum, 2009. 108 p.
141. Panait C.G. et al. Evolution of dislocation density, size of subgrains and MX-type precipitates in a P91 steel during creep and during thermal ageing at 600 °C for more than 100,000 h // Materials Science and Engineering A 527 (2010). P. 4062–4069.
142. Арутюнян А.Р., Арутюнян Р.А., Сaitова Р.Р. Использование концепции разрыхления для описания высокотемпературной ползучести и длительной прочности металлических материалов // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Сборник трудов. В 4-х томах. 2019. Т. 3. С. 248-250.
143. Арутюнян А.Р., Арутюнян Р.А., Сaitова Р.Р. Поврежденность металлических материалов в процессе высокотемпературной ползучести // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2019. Т. 20 (3). № статьи 815.
144. ASTM E 139-11 Standard Test Methods for Conducting Creep, Creep-Rupture, and Stress-Rupture Tests of Metallic Materials. 2011. 14 p.
145. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. High-temperature creep and damage of metallic materials // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Т. 1474. Выпуск 1. Номер статьи 012005.

146. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. The Definition of Damage Parameter Changes from the Experimental High-Temperature Creep Curves // Lecture Notes in Mechanical Engineering. 2020. С. 53 – 59.
147. Арутюнян А.Р., Арутюнян Р.А., Сайтова Р.Р. Высокотемпературная ползучесть и поврежденность металлических материалов // Актуальные проблемы механики сплошной среды, Материалы VI международной конференции. 2019. С. 38-42.

SAINT-PETERSBURG UNIVERSITY

Manuscript copyright

Regina R. Saitova

**HIGH TEMPERATURE CREEP AND EMBRITTLEMENT OF THE
MATERIALS UNDER CONDITIONS OF THE LONG-TERM USAGE**

Dissertation is submitted for the degree
of Candidate of Physics and Mathematics

Scientific specialty 1.1.8. Solid Mechanics

Translation from Russian

Scientific Supervisor:
Candidate of Physical and Mathematical Sciences
Alexander R. Arutyunyan

Saint-Petersburg

2023

Contents

Introduction	112
Chapter 1. Literature review	125
1.1. Rabotnov's damage theory	130
1.2. Kachanov's concept of continuity	131
1.3. Damage in metals and known methods of measurement	134
1.3.1. Scalar damage parameter	136
1.3.2. Damage vector parameter	141
1.3.3. Tensor damage parameter	145
Conclusions	148
Chapter 2. Kinetics of damage and deformation accumulation under high-temperature creep conditions	149
2.1. Kinetic equations for damage parameter and creep strain	149
2.2. The exact solution in the form $\psi(\varepsilon)$	150
2.3. The case of purely brittle fracture and small deformations	151
2.3.1. The case of purely brittle fracture and small deformations at $e^{m\varepsilon} \approx 1, e^{n\varepsilon} \approx 1$	151
2.3.2. The case of purely brittle fracture and small deformations at $e^{m\varepsilon} \approx 1+m\varepsilon, e^{n\varepsilon} \approx 1+n\varepsilon$	156
2.4. Long-term strength criterion	160
2.5. Comparison of the obtained solutions with experimental results	162
2.6. Theory of creep and long-term strength based on the concept of loosening	168
Conclusions	170
Chapter 3. Experimental and theoretical studies of high-temperature creep of aluminum alloy ENAW5251 (AMg2) under conditions of step loading	172
3.1. Materials and methods	172
3.2. Experimental tensile studies	174

3.3. Experimental studies on creep	175
3.4. Theoretical description of step loading under creep	176
3.5. Comparison of experimental data with theoretical curves	180
Conclusions	181
Chapter 4. Evolution of damage processes of metals under high-temperature creep conditions	182
4.1. Determination of the change in the continuity parameter from the experimental creep curve	183
4.2. Description of creep curves	183
4.3. Definition of continuity parameter change	186
4.4. Criteria for long-term strength	186
4.5. Changes in the continuity parameter.....	189
Conclusions	190
General conclusions	192
References	195

Introduction

Relevance of the research topic:

Under the long action of high temperatures and relatively small stresses many metallic alloys and pure metals lose plasticity and fractured as brittle with a deformation of 1-2% (the phenomenon of thermal brittleness). Because these effects are observed in elements of many important engineering objects, in particular, in power and nuclear, the problem of brittle fractures became a subject of numerous theoretical and experimental researches.

The problem of high-temperature creep and long-term strength of metallic materials is relevant in such critical areas of modern mechanical engineering as thermal and nuclear power plants, aviation and spacecraft, etc. In this regard, this problem is intensively investigated to this day, in particular, there are numerous experimental studies on changes in porosity and density of various metals and alloys due to the formation and development of micropores and microcracks under conditions of high-temperature creep. The results of these studies allow us to consider density as an integral measure of the accumulation of structural microdefects, and the damage parameter is defined as the ratio of the current density value to the initial one.

The development degree of the research topic:

High-temperature creep of metals is characterized by the fact that in the body, along with the accumulation of irreversible creep deformations, the formation and development of defects (pores, micro- and macrocracks) occurs, leading to fracture. Studies that use the assumptions of continuum mechanics, taking into account the accumulation of microfracture, have led to the formation of a separate direction of fracture mechanics - continual fracture mechanics. This direction was created by two outstanding Soviet mechanical scientists, Professor L.M. Kachanov and Academician Yu.N. Rabotnov. At the end of the 1950s, they introduced into consideration of creep under uniaxial tension a new parameter: material damage. Soon, Yu.N. Rabotnov, based on this approach, developed the kinetic theory of

creep and long-term strength. Subsequently, significant results in this area were obtained by Yu.N. Rabotnov, L.M. Kachanov, N.N. Malinin, A.A. Ilyushin, V.S. Namestnikov, S.A. Shesterikov, Yu.K. Petrenya, A.A. Chizhik, A.M. Lokoshchenko, O.V. Sosnin, Yu.P. Samarin, A.F. Nikitenko and other Russian scientists.

Following the works of L.M. Kachanov and Yu.N. Rabotnov, the mechanics of continuum fracture began to develop in Europe, mainly in relation to the processes of creep of metals. Representatives of the British school of mechanics F.A. Leckie and D.R. Hayhurst made a significant contribution to the development of the theory of damage accumulation. A group of scientists led by prof. H. Altenbach (Germany) build and apply inelastic rheological models to describe the reverse creep and damage of materials. Certain successes were achieved in the works of Polish (M. Chrzanowski and W. Trzczyński) and Japanese (S. Murakami) scientists. In France, the foundations of continuum fracture mechanics were formulated using the apparatus of thermodynamics (J. Lemaître). In the early 1980s, thanks to the work of many scientists, this branch of mechanics began to develop actively in the United States. Since then, this area of research has been in the center of attention all over the world with regard to the development of both its foundations (not all theoretical problems have been solved) and applications. Over the past 60 years, the mechanics of continual damage (Continuum Damage Mechanics (CDM) in English-language publications) has received significant development. The accumulation of damage is considered as a process of gradual fracture of the material. In many works of domestic and foreign scientists, when studying a complex stress state, damage parameters are considered as not only a scalar, but also a vector and tensor nature. With the help of modern versions of the kinetic theory, it is possible to describe the deformation and long-term fracture of metals under disproportionate loading, take into account the anisotropy of the properties of metals, use the possibilities of the theory in solving technological problems, etc.

The aim and objectives of the study:

The purpose of this work is a theoretical and experimental study of high-temperature creep, damage and long-term strength of metallic materials and alloys using the concept of damage based on the relative change of density (as formulated by R.A. Arutyunyan).

To achieve this aim it is necessary to:

- review the experimental and theoretical results available in the world scientific literature on creep, long-term strength and change in porosity (density) of metallic materials, and damage, considered in scalar, vector and tensor forms;
- formulate a system of kinetic equations for the damage parameter and creep strain, based on the concept of damage in the formulation of R.A. Arutyunyan;
- obtain exact, approximate analytical and numerical solutions of the considered system of kinetic equations, formulate a criterion of long-term strength according to the obtained solutions, plot the damage, creep deformation and long-term strength curves, compare the obtained theoretical curves with the corresponding experimental results;
- formulate a modified system of equations by R.A. Arutyunyan for creep deformation and material density, obtain for a given system of equations the corresponding approximate and exact solutions for creep deformation and density change;
- formulate a system of kinetic equations for the damage parameter and creep deformation, based on the concept of damage as formulated by R.A. Arutyunyan for the case of two-stage loading, obtain approximate solutions of the considered system of kinetic equations, conduct experimental studies of the uniaxial stress state under creep conditions under two-stage loading for aluminum alloy ENAW5251 (AMg2) at a temperature of 250°C;
- determine the value of damage from the experimental creep curves in accordance with the theory for a compressible medium, formulate one kinetic equation for the creep rate, from the considered kinetic equation, determine the continuity parameter, which is expressed in terms of the creep rate and creep strain, use various empirical

dependencies to describe experimental creep curves, obtain a criterion of long-term strength under the condition that the continuity parameter reaches a certain critical value, plot theoretical curves of continuity and long-term strength.

Scientific novelty is due to followings:

1. Taking into account the damage parameter, considered as a relative change in the density of the material, and the mass conservation law, the interrelated kinetic equations for the creep deformation and the damage parameter are formulated. Exact, approximate analytical and numerical solutions of these equations are obtained, and a long-term strength criterion is formulated that describes the brittle fracture region. The corresponding theoretical curves are plotted.
2. It is shown that the proposed system of equations is capable of describe the third part of the creep curves. Moreover, the creep deformation obtained from the solution of the proposed equations can accumulate both more intensively and less intensively compared to the value of the deformation according to the Kachanov-Rabotnov theory. It is also shown, that the Kachanov-Rabotnov long-term strength criterion is a special case of the obtained criterion.
3. The obtained solutions are compared with experimental results on the change in porosity (density) for various metals and alloys during high-temperature creep at various temperatures and load levels. The holding time under load until fracture varied within 30–500 hours. In this time and deformation interval, the damage function is expressed as a straight line and has a general character for metals tested at various temperatures and load levels. This result allows us to consider the damage parameter, given as a relative change of density, as a universal characteristic of porosity accumulation during creep.
4. Modified system of equations by R.A. Arutyunyan for creep deformation and material density is proposed. The corresponding approximate and exact solutions for creep deformation and density change are obtained. Theoretical density change curves are plotted. The considered approach makes it possible to predict the change of density during creep.

5. Taking into account the damage parameter specified in the form of a relative change of the density of the material, and the mass conservation law, the interrelated kinetic equations for the creep deformation and the damage parameter for the case of two-stage loading are formulated. Solutions of this system of kinetic equations are obtained. Experimental studies of the uniaxial stress state under creep conditions under two-stage loading have been carried out for aluminum alloy ENAW5251 (AMg2) at a temperature of 250°C. The theoretical creep curves describe well the experimental creep curves under two-stage loading for the ENAW5251 (AMg2) alloy. Thus, the proposed system of interrelated kinetic equations for the creep rate and the damage parameter makes it possible to describe cases of step loading, which indicates the universality of the system.

6. The compressibility of metallic materials is taken into account, and the relative change of density is considered as a parameter of continuity. A method for determining the damage value from experimental creep curves is proposed. In this case, to describe brittle fracture under conditions of high-temperature creep, only one kinetic equation for the creep rate is formulated. The continuity parameter is determined from this kinetic equation and expressed in terms of the creep rate and creep strain. Empirical dependences in the form of mixed power and exponential functions are used to describe the experimental creep curves. Theoretical continuity curves are plotted. The long-term strength criterion is obtained under the condition when the continuity parameter reaches a critical value. Corresponding theoretical long-term strength curves are constructed. The obtained theoretical curves qualitatively correctly describe the experimental curves of long-term strength.

The theoretical and practical significance of the work lies in the fact that the results of the study make a significant contribution to the theory of continual fracture mechanics. The system of interrelated kinetic equations for the creep deformation and the damage parameter proposed in the work is able to describe the third part of the creep curves, which allows to do more accurate calculations. Moreover, the creep deformation obtained from the solution of the proposed equations can accumulate

both more intensively and less intensively compared to the value of the deformation according to the Kachanov-Rabotnov theory. It is also shown that the Kachanov-Rabotnov long-term strength criterion is a special case of the obtained criterion. When formulating the system of kinetic equations directly in terms of the density of the material, theoretical curves of density change are obtained. The considered approach makes it possible to predict the change in density during creep. The proposed system of interrelated kinetic equations for the creep rate and the damage parameter makes it possible to describe cases of stepped loading, which indicates the universality of the system. The results of the work can be used to more accurately describe the processes of creep, damage, and long-term strength occurring in metallic materials and alloys under conditions of long-term high-temperature creep, in particular, under stepped loading.

Methodology and research methods:

In the work various physico-mechanical methods to describe the degradation processes of metallic materials under long-term temperature and force effects are used. The working capacity of metals is mainly determined by damage processes that contribute to the embrittlement of the material and the appearance of the effect of thermal brittleness. By physical research methods, it was established that the phenomenon of thermal brittleness is characteristic of all metallic materials and is associated with the processes of accumulation of porosity along grain boundaries by the mechanism of vacancy diffusion and grain boundary slip. In the work these processes are considered phenomenologically, using the methods of scattered damage and fracture mechanics. The concept of scattered damage has received worldwide recognition and development in the works of many scientists in various countries. More than half a century has passed since the publication of the first works by Kachanov-Rabotnov, and by now a large amount of new experimental results has been accumulated, which must be taken into account for more accurate prediction of long-term deformation and strength characteristics in the high-temperature creep region. These results convincingly show that when formulating the creep equations

and the long-term strength criterion in the region of brittle fracture, it is necessary to take into account the compressibility condition and formulate the creep rheological relations and the long-term strength criteria based on the mass conservation law. In this case, an irreversible change in the density (loosening) of the material should be considered as a damage parameter. Taking into account these positions, the interrelated equations for the damage parameter and creep deformation are formulated in the work. Exact, approximate analytical and numerical solutions of these equations are obtained. The corresponding theoretical curves are plotted and compared with the experimental results to determine the laws of damage accumulation under high-temperature creep conditions obtained for various metals and alloys. It is shown, that the experimental results are in good agreement with the theoretical ones. In the time interval of 30-500 hours, they are presented in the form of straight lines and have a common character regardless of the material and temperature-force impacts, which indicates the existence of a single law of damage processes and indirectly confirms the correctness of the choice of the physical damage parameter.

All experimental studies in the work were carried out using proven, approved methods on modern equipment.

Provisions to be defended:

1. Exact and approximate analytical solutions of a system of interrelated kinetic equations for creep deformation and damage parameter, taking into account the mass conservation law and concretization of the continuity parameter as a relative change in density. Approximate analytical solutions of this system of equations for the case of two-stage loading.
2. A relation for creep strain capable of describing the third section of creep curves. The criterion of long-term strength, which allows describing the area of brittle fracture.
3. Exact and approximate analytical solutions of a system of interrelated kinetic equations for creep deformation and material density.

4. A method for determining the value of damage by experimental creep curves, taking into account the mass conservation law and specifying the continuity parameter as a relative change in density.

Reliability of the results is substantiated by the use of modern equipment and research methods, the reproducibility of experimental results, the use of phenomenological methods of the mechanics of scattered damage and fracture, and the consistency of the conclusions drawn from the results of the study with modern scientific views.

Structure and volume of work:

The work consists of an introduction, four chapters and a conclusion, and includes 101 pages, 32 figures and 3 tables. The list of references contains 147 bibliographic citations.

Approbation of the work:

The results of this work were **approved** at the seminars of the Department of Theory of Elasticity, Faculty of Mathematics and Mechanics of St. Petersburg State University, of the Department of Theory of Plasticity, Faculty of Mechanics and Mathematics, M.V. Lomonosov Moscow State University and at the following

conferences and symposiums:

XLIV International Conference, Advanced Problems in Mechanics, APM 2016, Saint Petersburg, Russia, June 27 – July 2, 2016;

Russian Scientific and Technical Conference on Structural Mechanics of the Ship, dedicated to the memory of Professor V.A. Postnov, Saint Petersburg, Russia, December 13-14, 2017;

IX International Conference the Problems of Interaction of Deformable Media dedicated to the 75th anniversary of NAS RA, Goris, Armenia, October 1-6, 2018;

XLVII International Summer School – Conference "Advanced Problems in Mechanics 2019", APM 2019, Saint Petersburg, Russia, June 24-29, 2019;

XII All-Russian Congress on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics, Ufa, Russia, August 19-24, 2019;

XIX All-Russian school-seminar "Modern problems of aerohydrodynamics", dedicated to the 60th anniversary of the Research Institute of Mechanics of Moscow State University named after M.V. Lomonosov, Sochi, Russia, September 5-15, 2019;

VI International Conference on Topical Problems of Continuum Mechanics, Dilijan, Armenia, October 1-6, 2019;

International Youth Scientific Conference "XXIV Tupolev Readings (School of Young Scientists)": dedicated to the 130th anniversary of the birth of aircraft designer I.I. Sikorsky, Kazan, Russia, November 7-8, 2019;

XLVI International Youth Scientific Conference "Gagarin Readings", Moscow, Russia, April 14-17, 2020;

XLVIII International Conference Advanced Problems in Mechanics, APM 2020, St. Petersburg, Russia, June 21-26, 2020;

All-Russian Scientific Conference with international participation "Actual problems of continuum mechanics - 2020", Kazan, Russia, September 28 - October 2, 2020;

International Summer School-Conference "Advanced Problems in Mechanics", St. Petersburg, Russia, November 9-13, 2020;

XLVII International Youth Scientific Conference "Gagarin Readings", Moscow, Russia, April 20-23, 2021;

XLIX International Summer School-Conference "Advanced Problems in Mechanics": APM 2021, St. Petersburg, Russia, June 21-25, 2021;

VII International Conference On Topical Problems of Continuum Mechanics, Tsaghkadzor, Armenia, September 4-8, 2021;

50th Anniversary International Summer School-Conference "Advanced problems in mechanics", St. Petersburg, Russia, June 20-24, 2022;

All-Russian Conference on Natural Sciences and Humanities with international participation "SCIENCE SPbU - 2022", St. Petersburg, Russia, November 21, 2022.

The main results of the work are presented in 19 publications, of which 4 articles are published in journals indexed by Scopus and Web of Science, 7 articles are published in the RSCI.

Publications in journals (Scopus, WoS, VAK):

1. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. The Criterion of High-Temperature Creep of Metals Based on Relative Changes of Density // WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics 14, 2019, P. 140-144.
2. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. High-temperature creep and damage of metallic materials // Journal of Physics: Conference Series, volume: 1474, Issue 1, 2020, number: 012005. Doi:10.1088/1742-6596/1474/1/012005.
3. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. The Definition of Damage Parameter Changes from the Experimental High-Temperature Creep Curves // Lecture Notes in Mechanical Engineering, 2020, P. 53-59. Doi: 10.1007/978-3-030-49882-5_5.
4. Arutyunyan A.R., Saitova R.R. Exact and approximate solutions of the system of interrelated equations of the theory of creep and long-term strength // Journal of Physics: Conference Series, 2022, volume: 2231, Issue 1, number: 012001. Doi: 10.1088/1742-6596/2231/1/012001.

Publications in RSCI:

5. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. About the connection of high temperature creep and damage of metallic materials. Goris, Armenia // In: Proceedings of IX International Conference IDM 2018 dedicated to the 75th anniversary of NAS RA, P. 54-58.
6. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. High-temperature creep and damage of metallic materials // Proceedings of VI International Conference Topical problems of continuum mechanics, TPCM 2019, P. 38-42.

7. Saitova R.R. Long-term strength and creep of structural elements // Collection of reports of the International Youth Scientific Conference "XXIV Tupolev Readings (School of Young Scientists)", in 6 volumes. V.1. 2019. P. 184-189.
8. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. Using the concept of loosening to describe high-temperature creep and long-term strength of metallic materials // Proceedings of the XII All-Russian Congress on fundamental problems of theoretical and applied mechanics in 4 volumes. V. 3. 2019. P. 248-250.
9. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. Damage of metallic materials during high-temperature creep // Physico-chemical kinetics in gas dynamics. V. 20. № 3. 2019. 815.
10. Arutyunyan A. R., Arutyunyan, R. A., Saitova, R. R. Determination of the damage parameter by experimental high-temperature creep curves // International Youth Scientific Conference "XLVI Gagarin Readings" April 14-17, 2020: Proceedings of the section: Mechanics and Modeling of Materials and Technologies. 2020. P.6.
11. Saitova R.R. Solutions of the system of interrelated kinetic equations of the theory of creep and long-term strength // XLVII Gagarin Readings: Proceedings of the International Youth Scientific Conference. Section "Mechanics and Modeling of Materials and Technologies". Moscow, 2021. P. 135-136.

Other publications:

12. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. Application of mechanical methods for solving the problem of high-temperature creep and long-term strength of metals. St. Petersburg // In: book of abstracts APM 2016, P. 104.
13. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. The problem of damage and high-temperature creep fracture of metals // In: Proceedings of XLIV International Summer School Conference APM 2016, P. 34-40.
14. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. Evolution of the processes of damage of the elastic-plastic medium in high-temperature creep. St. Petersburg // In: Proceedings of the Scientific and technical conference on the structural mechanics

of the ship, dedicated to the memory of Professor V.A. Postnov and the 90th anniversary of his birth. 2017. P. 92-93.

15. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. The damage parameter changes during high-temperature creep // in: Book of abstracts APM 2019, P. 102.

16. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. Determination of damage parameter of metallic materials from experimental creep curves // APM online 2020 book of abstracts part 1, P. 58.

17. Arutyunyan A.R., Saitova R.R. Exact and approximate solutions of the system of interrelated equations of the theory of creep and long-term strength // Actual problems of continuum mechanics Proceedings of the VII International conference October 04-08, 2021, Tsaghkadzor, Armenia. 2021. P. 33-37.

18. Arutyunyan A.R., Saitova R.R. Analytical and numerical solutions of the modified system of interrelated kinetic equations for creep and long-term strength of metals // XLIX International Conference “Advanced Problems in Mechanics” June 21-25, 2021, St. Petersburg, Russia: Book of abstracts, P. 60.

19. Arutyunyan A.R., Saitova R.R. About the possibility of experimental creep curves using to determine the metallic materials damage // APM 2022 Book of abstracts, P. 66-67.

Personal contribution of the author: The author of the dissertation received exact, approximate analytical and numerical solutions of the considered system of kinetic equations, carried out all the experiments, performed the selection of parameters for the models used, and participated in all discussions of the material, offering development ideas. The author performed the processing and analysis of the measurement results, took part in the formulation of the problem, discussion of the obtained data and preparation of publications. Arutyunyan R.A. and Arutyunyan A.R. determined the objectives of the study, and also participated in the discussion of the results and the preparation of publications. Arutyunyan R.A. developed the concept of damage parameter modification and formulated a modified system of Kachanov-Rabotnov equations.

Acknowledgements:

The author expresses her gratitude to the supervisors Professor, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Armenia Arutyunyan Robert Ashotovich and Senior Researcher, Candidate of Physical and Mathematical Sciences Arutyunyan Alexander Robertovich for setting problems and constant attention to the work, for valuable advice expressed by them in the process of implementation of the work. The author also expresses her sincere gratitude to Professor, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician of the Russian Academy of Sciences Morozov Nikita Fedorovich for constant support. The author is also grateful to Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Laureate of the RSFSR State Prize, Professor Alexander Mikhailovich Lokoshchenko and Professor, Doctor of Physical and Mathematical Sciences Sergey Pavlovich Pomytkin for their help in discussing the Ph.D. thesis. The author expresses her gratitude to Professor, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Laureate of the State Prize of Russia Kaplunov Julius Davidovich for the opportunity to have an internship at Keele University (Staffordshire, England). The author expresses special gratitude to her family and friends for their support throughout her scientific activity.

Chapter 1. Literature review

Many metallic alloys and pure metals lose their plasticity and fracture as brittle under prolonged exposure to high temperatures and relatively low stresses. Since this kind of fractures are observed in the elements of many important engineering objects, the problem of brittle fracture has become the subject of numerous theoretical and experimental studies.

The problem of reliable operation of responsible engineering objects operating for a long time under relatively low stresses and high temperatures is the subject of many years theoretical and experimental research by well-known scientists and engineers working in the field of physics of strength and plasticity, mechanics of materials and material science. Undoubtedly, there are great successes in solving this problem, however, the question of prediction of the performance of metallic materials under long-term exploitation, which is the main one in engineering practice, requires additional consideration.

When studying the creep of metals up to fracture, two main fracture mechanisms are usually distinguished: viscous and brittle. Viscous fracture occurs as a result of the creep process, characterized by large shear deformations, brittle fracture is associated with the appearance of micropores and microcracks and their gradual merging.

Under the influence of relatively low stresses and high temperatures (close to half the melting temperature), intergranular porosity accumulates in metallic materials, which contributes to the transition of the material to a brittle state.

An optical micrograph of a sample of Zircaloy-2 zirconium alloy tested for a long time (over 10,000 hours) at creep (400 °C) [1] is shown on Fig. 1. The round shape of the microcavities is clearly visible from Fig. 1. This particular type of microcavity formation is a characteristic of creep processes that occur at elevated temperatures and low stresses (the effect of thermal brittleness).

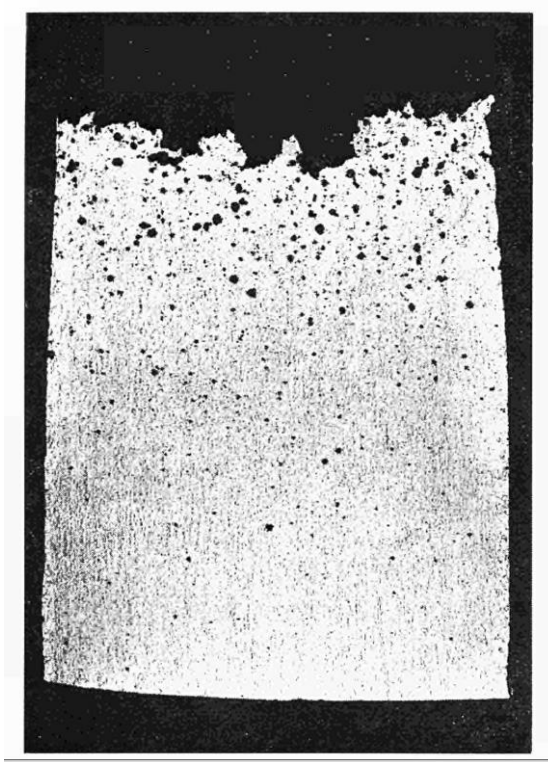


Fig. 1. Optical micrograph of a sample of Zircaloy-2 zirconium alloy tested for a long time at creep (400°C) [1].

The first theoretical study on the problem of ductile fracture was considered in the work of N.J. Hoff in 1953 [2], in which the problem of nonlinear viscous flow and the fracture of a rod under the influence of a constant load was solved. Hoff formulated the long-term strength criterion, which now is known as the ductile fracture criterion. When deriving this criterion, the assumption of the incompressibility of the material is used and it is assumed that the fracture of the rod occurs due to its unlimited elongation.

Let's consider the work of N. Hoff in more detail.

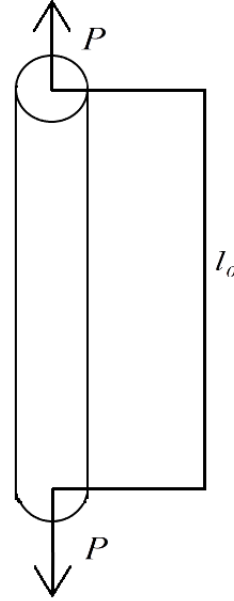


Fig. 2. A cylindrical rod is stretched under creep conditions with a given load P .

Let a cylindrical rod stretched under creep conditions by a given load P (Fig.2). Denote by $\varepsilon = \ln(l/l_0)$ longitudinal strain component, where l_0, l are the initial and current length of the rod. We accept the power law of creep, according to which the relationship between the strain rate $\dot{\varepsilon} = \frac{1}{l} \frac{dl}{dt}$ and stress σ is determined by the equation:

$$\frac{1}{l} \frac{dl}{dt} = B\sigma^m = B\sigma_0^m \left(\frac{F_0}{F} \right)^m, \quad (1)$$

where $\sigma = \frac{P}{F} = \frac{PF_0}{F_0F} = \sigma_0 \frac{F_0}{F}$, F_0, F are initial and current rod cross-sectional area, σ is true and σ_0 is nominal stress.

For an incompressible material $\rho = \rho_0$ and from the mass conservation law $\rho_0 l_0 F_0 = \rho l F$, follows $\frac{F_0}{F} = \frac{l}{l_0}$. Substituting the last relation into equation (1), and solving it under the initial conditions $t = 0, l = l_0$, we can obtain

$$\frac{l}{l_0} = (1 - mB\sigma_0^m t)^{-1/m} \quad (2)$$

or $\varepsilon = \ln(1 - mB\sigma_0^m t)^{-1/m}$.

Since the fracture of the rod occurs due to its unlimited elongation, i.e. at $t = t_p^e$, $l \rightarrow \infty$ ($\varepsilon \rightarrow \infty$), from formula (2) follows Hoff's ductile fracture criterion:

$$t_p^e = \frac{1}{mB\sigma_0^m} \quad (3)$$

Hoff drew attention to the good agreement between theoretical and experimental data. In the experiments of other authors [3-6], the results of Hoff were confirmed and it was noted that the experimental points are usually located slightly below the theoretical ductile fracture curve. Later it was found that the Hoff criterion describes well only the initial section of the long-term strength curve (section 1 on Fig. 3). For metals, this section corresponds to relatively high stresses and low durability.

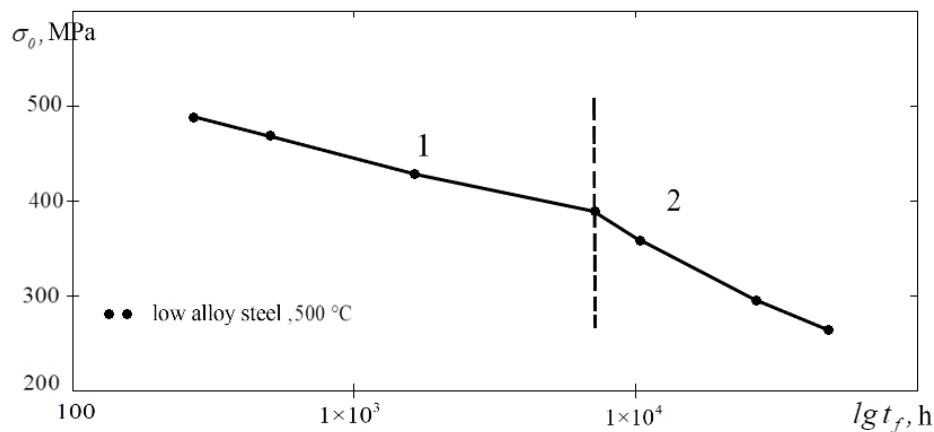


Fig. 3. Long-term strength curve for low alloy steel at 500°C [3].

Since the publication of Hoff's work and in accordance with the needs of technology, there has been an intensive accumulation of experimental data on the fracture of various structural alloys under creep conditions. In particular, the long-term strength curve in the region of low stresses and high temperatures was studied, and a brittle fracture region was identified on it (section 2 in Fig. 3). In this regard, it became necessary to study the mechanisms of embrittlement of materials and formulate the corresponding fracture criteria.

The problem of brittle fracture under conditions of high-temperature creep is the most relevant in engineering practice. In particular, in the mechanics of materials, to describe brittle fractures, are developed the equations in which the processes of deformation and fracture are described using various damage parameters. The founders of this approach are L.M. Kachanov and Yu.N. Rabotnov [7-10].

To describe brittle fractures, various vector, tensor, and scalar damage parameters were introduced. In Kachanov's model [7], damage is described by some scalar $1 \geq \psi \geq 0$. In the initial state, in the absence of damage $\psi = 1$, the function ψ decreases with time. The function ψ can be interpreted as "continuity". In Kachanov's model, this parameter is introduced formally and a certain physical meaning is not put into it. The brittle fracture model of Rabotnov [8-10] introduces the function $0 \leq \omega \leq 1$ ($\omega = 0$ in the initial state and $\omega = 1$ at the fracture moment). It is natural to call the function ω as damage. It is believed that $\omega = 1 - \psi$. The parameter ω is introduced by the ratio $\omega = 1 - \psi$ and characterizes the degree of reduction in the cross-sectional area (F_t is the area of cracks that are located in the cross-section of the rod by the moment of time t , F_0 is the initial cross-sectional area).

Real materials have a random structure, so the continuity parameter is a statistic characteristic that can be set using some kinetic equation. In general, these equations are based on two hypotheses [11, 12]. According to the first hypothesis, brittle fracture proceeds at a rate that depends only on the stress $\sigma(t)$:

$$d\psi / dt = -f[\sigma(t)] \quad (4)$$

According to the second hypothesis, and in accordance with the concepts of statistical physics, the rate of brittle fracture depends on the stress and the value of accumulated damage:

$$d\psi / dt = -f[\sigma(t), \psi] \quad (5)$$

1.1. Rabotnov's damage theory

The problem of creep and fracture of a rod under the action of a constant force P is solved. Rabotnov's damage conception is based on the following system of equations for creep deformation ε and damage parameter ω [10]:

$$\dot{\varepsilon} = b\sigma^m(1-\omega)^{-q}, \quad (6)$$

$$\dot{\omega} = c\sigma^n(1-\omega)^{-r}, \quad (7)$$

where b, c, m, n, q, r are constants, $\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$ is deformation, l_0, l are initial and current sample length, σ is true stress.

Rabotnov introduces a parameter ω in the form of a ratio $\omega = F_T / F_0$ that characterizes the degree of reduction in the cross-sectional area of the rod (F_T is the area of cracks located by the time in the cross-section of the rod, F_0 is the initial cross-sectional area).

Rabotnov considered two cases of solving the system of equations (6)-(7). In the case of pure brittle fracture and small deformations, it is assumed that $F \approx F_0$, $\sigma = \sigma_0 = const$.

Then solving the system of equations (6) and (7), under the initial conditions $t = 0$, $\varepsilon = 0$, we can obtain the following relation for the creep strain

$$\varepsilon = \frac{k}{m} \frac{t_p^x}{t_p^\varepsilon} \left[1 - \left(1 - \frac{t}{t_p^x} \right)^{1/k} \right], \quad (8)$$

where $k = \frac{r+1}{r+1-q}$, $t_p^x = \frac{1}{c(1+r)\sigma_0^n}$, $t_p^\varepsilon = \frac{1}{bm\sigma_0^m}$.

Relation (8) can be considered as the main result of Rabotnov's theory, since it allows us to describe the third part of the creep curve, which in the region of brittle fracture is completely determined by the damage of the material. The strain at break

is equal to $\varepsilon_* = \frac{k}{m} \frac{t_p^x}{t_p^\varepsilon} = \frac{k}{1+r} \frac{b}{c} \sigma_0^{m-n}$.

When considering the case of large deformations, the condition of incompressibility of the material $\rho = \rho_0$ is accepted, then from the mass conservation law $\rho_0 l_0 F_0 = \rho l F$

follows that $\frac{F_0}{F} = \frac{l}{l_0}$, and the true stress is expressed by the following relation $\sigma = \sigma_0 \exp(\varepsilon)$. Taking into account this relation, the system of equations (6) and (7) takes the form:

$$\dot{\varepsilon} = b\sigma_0^m (1-\omega)^{-q} \exp(m\varepsilon) \quad (9)$$

$$\dot{\omega} = c\sigma_0^n (1-\omega)^{-r} \exp(n\varepsilon) \quad (10)$$

Dividing equation (9) by (10), we can obtain the following differential equation

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = \frac{r+1}{m} \frac{t_p^x}{t_p^e} (1-\omega)^{r-q} \exp[(m-n)\varepsilon] \quad (11)$$

Separating the variables in equation (11) and assuming the initial conditions $\varepsilon = 0$, $\omega = 0$, the solution to equation (11) can be written as

$$\varepsilon = \frac{1}{m-n} \ln \left[1 - \nu + \nu(1-\omega)^{r-q+1} \right], \quad m \neq n, \quad (12)$$

where $\nu = \frac{m-n}{r-q+1} \frac{b}{c} \sigma_0^{m-n}$.

Let's consider some limitations of Rabotnov's theory. In the case of $\nu < 1$, the failure condition $\omega = 1$ corresponds to a finite elongation, and for $m = n$, this elongation does not depend on stress, which contradicts the experimental results. Thus, the behavior of the medium is determined not by real physical processes, but by the formal choice of restrictions on the coefficients of equations (9) and (10).

1.2. Kachanov's concept of continuity

To describe ductile-brittle fractures, Kachanov considered the following system of equations [7]:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{l} \frac{dl}{dt} = B\sigma^m = B\sigma_0^m \left(\frac{F_0}{F} \right)^m, \quad (13)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = A \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^n = A \left(\frac{\sigma_0}{1-\omega} \right)^n \left(\frac{F_0}{F} \right)^n, \quad (14)$$

where $\sigma = \frac{P}{F}$, $\sigma_0 = \frac{P}{F_0}$, $\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$, l_0, F_0 are initial, l, F are current length and cross-sectional area of the rod, m, n, A, B are constants.

First, consider the solutions of equations (13) and (14) separately.

From equation (13) follows the case of purely ductile fracture according to Hoff, taking into account the incompressibility condition $l_0 F_0 = l F$, which is a consequence of the mass conservation law $l_0 F_0 \rho_0 = l F \rho$ under the assumption $\rho = \rho_0$ (ρ_0 is initial, ρ is current rod density). Using the incompressibility condition in (13) and solving this equation under the initial conditions $t = 0, l = l_0$, we can obtain

$$t = \frac{1}{mB\sigma_0^m} \left[1 - \left(\frac{l}{l_0} \right)^{-m} \right] \quad (15)$$

Under the condition $l \rightarrow \infty$, from (15) follows the criterion of ductile fracture by Hoff

$$t_p^e = \frac{1}{mB\sigma_0^m} \quad (16)$$

In the case of purely brittle fracture, we can assume approximately that $F \approx F_0$. Integrating the kinetic equation (14) under the initial conditions $t = 0, \omega = 0$, we can obtain the time of brittle fracture according to Kachanov, for which the fracture condition is satisfied to $\omega = 1$:

$$t_p^x = \frac{1}{(n+1)A\sigma_0^n} \quad (17)$$

To obtain a general criterion for ductile-brittle fracture, a rather artificial method of conjugation of these two solutions is used. In the kinetic equation of damage (14), an expression for the cross-sectional area of the rod in the purely viscous case $F / F_0 = (1 - t / t_p^e)^{1/m}$ is introduced. Taking into account this formula, the criterion of ductile-brittle fracture follows from equation (14) under the condition $\omega = 1$:

$$t_p = t_p^e \left[1 - \left(1 - \frac{m-n}{m} \frac{t_p^x}{t_p^e} \right)^{m/(m-n)} \right], \quad m \neq n \quad (18)$$

Straight line AB on Fig. 4 describes fractures according to the Hoff's model, the straight line CD describes fractures according to the Kachanov-Rabotnov brittle fracture model. Criterion (18) is shown on Fig. 4 by the curve EF .

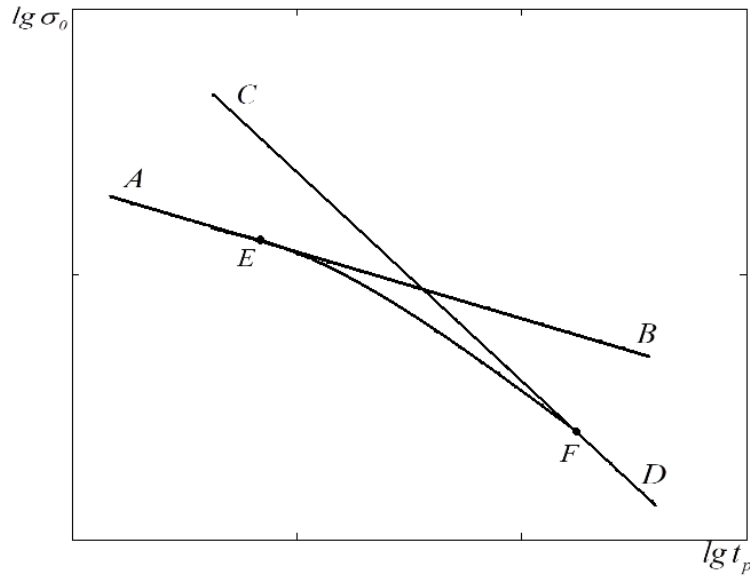


Fig. 4. Long-term strength curves according to the Hoff's model (straight line AB), Kachanov-Rabotnov brittle fracture model (straight line CD) and criterion (18) (curve EF).

At stresses greater than at point E , the fracture is ductile and the time to fracture corresponds to the Hoff criterion. At lower stresses, damage processes become more and more important, and the curve getting closer the brittle fracture criterion. Thus, criterion (18) gives a qualitatively correct picture of fracture processes during creep. At the same time, quantitatively, these results may deviate significantly from the experimental ones.

Assuming that there is no creep in the region of brittle fracture, then $F \approx F_0$ and the solution of equation (14) under the initial conditions $t = 0$, $\omega = 0$ is written as:

$$\omega = 1 - \left[1 - A(n+1)\sigma_0^n t \right]^{\frac{1}{n+1}} \quad (19)$$

Note that the condition $F \approx F_0$ does not mean that there is no creep deformation, since, according to the mass conservation law, the deformation is determined by the loosening of the material and is equal to $\varepsilon = \ln(\rho_0 / \rho) \approx (\rho_0 - \rho) / \rho_0$.

The article by Kachanov [7] contains the following remark: «It is useful to note that the assumption about the effect of ψ (or ω) on the creep deformation (inclusion of $1 - \omega = \psi$ in the right side of equation (14) in the denominator) complicates the analysis and leads to conclusions that contradict the experimental data; so at $m - n - 1 > 0$ the fracture will always be ductile».

Taking into account the mass conservation law $\rho_0 l_0 F_0 = \rho l F$ in the Norton ratio and the above remark by Kachanov, we can obtain:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{l} \frac{dl}{dt} = B \sigma_0^m \left(\frac{l}{l_0} \right)^m (1 - \omega)^m, \quad (20)$$

where B, m are constants, $\sigma = \sigma_0 \frac{F_0}{F}$, $\sigma_0 = \frac{P}{F_0}$, l_0, F_0 are initial, l, F are current length and cross-sectional area of the bar.

Assuming condition $F \approx F_0$, which means that the creep deformation according to the mass conservation law is determined by the amount of loosening of the material $\varepsilon = \ln(\rho_0 / \rho) \approx (\rho_0 - \rho) / \rho_0$, the solution of equation (20) under the initial conditions $t = 0, \omega = 0, \varepsilon = 0$ will be written as:

$$\varepsilon = \frac{B \sigma_0^{m-n}}{A(m+n+1)} \left[1 - \left(1 - A(n+1) \sigma_0^n t \right)^{\frac{m+n+1}{n+1}} \right] \quad (21)$$

1.3. Damage in metals and known methods of measurement

One of the main problems in assessing the strength of structures operating at high temperatures is to determine the duration of operation of these structures before fracture.

L.M. Kachanov [7] and Yu.N. Rabotnov [8] are the first scientists in the world who introduced into the theoretical consideration a new time-dependent structural parameter $\omega(t)$, which characterizes the degree of damage to the material that

accumulates in the creep process. Rabotnov [9] was the first who use this parameter in the analytical description of the softening stage of the creep process, ending by fracture. The moment of application of the external load is taken as the time reference point, t ($t=0$). According to [7, 8], at the beginning of the creep process, the condition $\omega(0)=0$ is assumed, the fracture of the sample at $t=t^*$ corresponds to the value $\omega^* = \omega(t^*)=1$. To describe the creep and long-term strength of structural metals in [10], Rabotnov suggested using the equation of mechanical state, which includes several structural parameters, as well as a system of kinetic equations for their determination. Subsequently, this method made it possible to describe many features of the creep process up to fracture. Various versions of the constitutive relations of the theory of creep with structural parameters have been proposed in the works of many domestic and foreign scientists.

The concept of scattered damage and fracture has received worldwide recognition and development in the works of many scientists in various countries. However, the formal introduction of the damage parameter cannot solve the problem of predicting the creep process and long-term fracture characteristics. In most theoretical studies, the introduction of the damage parameter ω has a purely phenomenological character, while the relationship between the parameter ω and the actual change in the metal structure is not considered. However, along with them, many experimental works are known in which the damage parameter is associated with a real violation of the structure of the material: the study of the structure is usually carried out by metallographic or physical methods. In some works, the relationship between the degree of damage and various physical quantities was studied: the speed of sound, electrical resistance, modulus of elasticity, etc. However, the most common can be considered works that study the number, size, and distribution of pores during creep. Let's consider well-known experimental studies that use various measures of real damage to metals.

1.3.1. Scalar damage parameter

Variants of the kinetic theory with a scalar damage parameter are also relevant in our time, since the use of a scalar damage parameter makes it possible to model the behavior of metals in the simplest way.

So the relative pore size or irreversible change in volume (loosening in the terminology of V.V. Novozhilov) was considered in [13].

Scientists from different countries offer all kinds of kinetic equations for modeling the long-term strength of metals under conditions of a complex stress state.

In the works of O.V. Sosnin and his students (A.F. Nikitenko, B.V. Goreva, I.V. Lyubashevskaya and others) [14-17] proposed an energy approach to describe the phenomena under study. As a scalar parameter of damage ω , the value of dissipated energy $A(t)$ is taken, and the equality $A(t^*) = A^* = const$ is considered as a condition for long-term strength. This approach allows us to formulate the problem statement for stationary and non-stationary spatial stress states. These works show good agreement between the experimental and theoretical creep curves up to fracture. One of the advantages of the energy version of the theory of creep is the combination of the following two tasks: finding the stress-strain state and determining the durability of structures. So in the thesis of S.V. Boiko [18] proposed a variant of the refined system of constitutive equations with one scalar damage parameter to describe the processes of deformation (up to fracture) of metallic materials under conditions of creep and energy dissipation at the moment of fracture. The energy approach was also discussed and developed in the works of other scientists [19], [20].

In the article [21], the authors proposed a probabilistic theory to consider the phenomenon under study.

In works [22-24] F.A. Leckie and co-authors carried out studies in which the lower and upper estimates of the time to fracture were determined, and the connection between the phenomenological concept of damage and the structure parameters was established. When analyzing the structure in [24], two parameters were used: the density of pores and their average volume.

In a number of articles, the features of the considered phenomena are modeled by introducing several scalar kinetic parameters. The authors of these studies consider various characteristics of the evolution of the structure of metals during creep as kinetic parameters [[25-26, etc.]. When modeling creep up to fracture, Q. Xu and D.R. Hayhurst used a kinetic theory with two scalar parameters, one of which is necessary to describe the transient creep, and the other to describe the accelerating stage of creep [25].

Z.L. Kowalewski in [26] with co-authors considered a generalization of the Rabotnov theory with three scalar damage parameters.

A.R. Rzhantsyn [27] instead of the generally accepted scalar damage parameter ω introduced the scalar objective strength parameter r , which characterizes the instantaneous strength of the material at a given time. It was assumed that the parameter r satisfies a certain kinetic equation relating the rate of strength change with the strength itself and the equivalent stress σ_e , depending on the maximum principal stress σ_{\max} and stress intensity σ_u . It was also shown that the parameters ω and r are connected by a finite relation.

J. Lemaître et al. studied the accumulation of damage in the body using scalar state parameters in the framework of thermodynamics of irreversible processes, with the main attention being paid to the interaction of creep and fatigue processes [28, 29].

S.A. Shesterikov et al. applied Rabotnov's approach to take into account the fractional creep model and obtained a long-term fracture condition under which the limiting value of the damage parameter is less than 1 [30].

M. Chrzanowski and J. Madej [31] in the case of a plane stress state, when constructing isochoric curves of long-term strength, use a kinetic equation that can be used to estimate the strength under short-term loading and the residual short-term strength at an arbitrary point in time.

S. Murakami and M. Mizuno [32] generalized the theory of Rabotnov to take into account the loosening of metals under neutron irradiation and described the creep of stainless steel under various irradiation conditions and variable stresses.

In [33], B.F. Dyson and D. Taplin took the length of the crack as the damage measure ω , and the time of formation of a crack equal to length of one grain as the fracture time t^* . B.F. Dyson and M.S. Loveday [34], when analyzing the results of testing of cylindrical samples with recesses, showed that at low stresses, intergranular cracks appear in the vicinity of the neck and propagate to the center of the sample; at high stresses, cracks propagate in the opposite direction.

A number of works not only present the results of a phenomenological study of creep and long-term strength of metals, but also analyze the changes in the structure of metals during creep [34, 35].

Articles [35-39] present the results of studies of tubular specimens under constant tensile normal stress and alternating shear stress under creep conditions up to fracture. F. Trivaudey and P. Delobelle carried out a static analysis of crack orientations in fractured specimens [35, 37]. The ratio of the sum of the lengths of all transverse cracks in a fixed sample area to the sum of the lengths of all transverse grain boundaries in the same area is taken as the limiting value of the tensile damage parameter. In [35] it is shown that near the area of the fracture, the value $\omega^* \approx 0.3$. V. Tvergaard [36], when analyzing the influence of the type of stress state on the long-term strength of polycrystals, took into account the diffusion growth of pores at the grain boundaries and slip along the grain boundaries. In [38], W. Trąmpczyński and D.R. Hayhurst considered a phenomenological model of creep under a complex stress state. Creep and long-term strength of thin-walled tubes are described, which were tested under conditions of a complex stress state (the tensile stress remained constant during each experiment, the shear stress changed sign at some point in time). F.A. Leckie and E.T. Onat [39] consider an anisotropic distribution of pores in a deformable element.

L.B. Getsov in [40] proposed a deformation-type kinetic equation consisting of four terms, each of which takes into account damage and deformations of different types, and which makes it possible to determine the fracture conditions for an arbitrary program of loading and heating. It is shown that the results of experiments carried

out by different authors under different loading programs are correctly described within the framework of special cases of the proposed long-term strength criterion. Maruyama T. and Nosaka T. [41] measured the damage of material based on microsections using a transparent reference square grid; in this case, the ratio of the number of nodes falling into the region of pores and microcracks to the total number of nodes in the grid was considered.

Some articles (R.I. Nigmatulin and N.N. Kholin [42], Estrin Y. and Mecking H. [43]) analyze the dislocation density as a structural parameter.

Lokoshchenko A.M. [44, 45] considered a method for measuring of structural changes in a metal directly during high-temperature creep, without cooling and unloading samples. It is proposed to measure the electrical resistance of the samples under tension and compare these data with the results of measuring of the length of the samples at the same time values.

Many researchers explain the course of the creep process by the accumulation of pores and the formation of microcracks (Perry A.J. [46], N. Grant [47], etc). As a result of the combination of small dissociated cracks, a fracture main crack arises. Damage of the material can be estimated as a fraction of the total volume of pores and cracks per unit volume. According to Cavalieri's principle, the proportion of the volume occupied by pores is equal to the proportion of their area on the thin section. T.G. Berezina and I. I. Trunin [48] came to the conclusion that the damage obtained by this method is practically the same as the damage determined by density measurement.

Horiguchi M. and Kawasaki T. [49] considered as ω the size of a single pore, and as t^* the time it takes for this size to reach a critical value. Riedel H. [50] took the ratio of the pore radius to half the distance between the pores as a measure of damage ω , and t^* was the time at which pores coalesce.

In [51], ω is understood as the ratio of the total length of transverse grain boundaries occupied by pores and microcracks to the total length of all transverse grain boundaries.

Many authors [52-55] consider the material density to be the most representative characteristic of porosity and damage. Studies on density changes under creep conditions were presented in many publications of the second half of the 20th century. The appearance of pores according to the results of density measurements was detected at the very initial stage of creep. Moreover, it was shown [56], that the healing of pores by the application of hydrostatic pressure leads to a sharp deceleration of the creep deformation and a significant increase in the time to fracture. These experiments convincingly showed that loosening (an irreversible change in density) is the main damage factor that determines the performance of metallic materials during creep. Further studies [54], in which the procedure for applying hydrostatic pressure during creep was repeated many times, fully confirmed the conclusions of [56].

Porosity is the main characteristic of damage, and the change in density due to loosening of the material is taken as an integral measure of porosity. The results available in the literature, obtained for various metals and alloys, indicate the existence of a single law of the accumulation of loosening [55]. The most favorable situation for loosening is created by stresses close to the yield strength, when the interrelated processes of grain boundary slippage and diffusion of vacancies create the maximum effect for loosening. In [54] the special role of the yield stress in the processes of plastic deformation and fracture is noted, the analysis of which is carried out from the standpoint of phase transitions. It is shown that when stresses equal to the yield point are reached, a phase transition occurs in the alloys during deformation.

R. A. Arutyunyan [55], as a result of detailed studies based on the analysis of a number of experimental data, showed a nonmonotonic dependence of the loosening functions on stress and temperature. Using the proposed unified criterion for ductile-brittle fracture, all regions of the long-term strength curve were described.

In a number of works (V.M. Rozenberg et al. [57], Cane B.J. [58], Yu.N. Goikhenberg et al. [59], V.I. Betekhtin et al. [60], R.A. Arutyunyan [55, 61, 62, 63]) described a decrease in the density of metals during creep tests. It is caused

by local fractures due to stress concentration at the inclusions and near the junction of three grains. Density measurement is carried out by methods, in particular, using the hydrostatic weighing method (in air and in liquid). The kinetic equation for loosening is derived from the mass conservation condition.

V.I. Kumanin et al. [64] believe that material failure occurs when a critical amount of microdamages is accumulated, which they determine from density and microhardness measurement data. Belloni G. and Bernasconi G. [65] gave a detailed review of the literature data on the study of the dependence of the relative density change on strain, stress, temperature, and time.

The monograph by L.R. Botvina [66] focuses on the stage of accumulation of discontinuities in the fracture localization zone and the relationship between the accumulated damage and the change in the acoustic properties of the material. To describe the kinetics of fracture under the action of various factors, the theory of phase transitions is used and a unified approach to the analysis of kinetic processes in different media and at different scale levels is proposed.

The monograph by J. Chadek [67] gives a mathematical description of the processes under consideration and analyzes the physical meaning of the parameters of the equations. The results of studying the defect structure formed during creep and its role in the preparation and development of fracture processes are considered. Various theoretical models and creep mechanisms are discussed.

None of the above methods of introducing the mentioned damage parameter allow its measurement during high-temperature creep tests. To determine the value of damage at an arbitrary point in time t by the indicated methods, it is necessary to stop the experiment, and when using metallographic methods, the samples must be cut.

1.3.2. Damage vector parameter

It is obvious that the simplest relations take place when using the scalar damage parameter.

However, the defects that determine the accumulation of damage (cavities, micropores, microcracks) are due to the loads under which these defects arise. As it is known, microcracks usually develop approximately perpendicular to the maximum of the principal stresses. The increase in these microcracks leads to the fracture of intergranular bonds in the polycrystal, resulting in fracture. To describe this type of damage, it is not enough to use the scalar damage parameter; it is necessary to use the vector or tensor damage parameters. In this section, variants of the kinetic theory are considered using the damage vector parameter or with a combination of scalar and vector parameters. The application of this approach, as a rule, leads to good agreement between the experimental and theoretical values of the times to fracture.

First, among the scientists working in this direction, it should be noted L.M. Kachanov [68, 69, 70], who proposed to take into account both the value of the damage ω and its direction. The rate of damage accumulation in each plane depends on the normal stress acting in that plane; local fracture occurs when the value of ω in any direction reaches the limit value; complete fracture occurs after the passage of the fracture front through the considered volume.

I.V. Namestnikova and S.A. Shesterikov also took part in the development of this direction [71]. They proposed the following approach. The value $\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2}$ is taken as the damage parameter, where the values ω_i are related to the principal stresses σ_i , $i=1,2,3$, by the following dependencies:

$$\frac{d\omega_i}{dt} = \begin{cases} f(\sigma_i, \omega_i), & \sigma_i > 0, \\ 0, & \sigma_i \leq 0. \end{cases}$$

These dependences describe the accumulation of damage vector projections on the directions of principal stresses during creep. The value of the damage vector satisfies the following conditions: $\omega(0) = 0$, $\omega(t^*) = 1$.

In [72], V.A. Peleshko specifies the damage for each direction in the vector space of stresses. The phenomenon of anisotropic damage was described in [73] using the vector approach.

In a series of works by A.M. Lokoshchenko and V.V. Nazarov [74–78], a generalization of the model proposed in [71] was performed. For this purpose, the coefficient of strength anisotropy of the material α_0 is introduced and the components of the damage vector accumulated during short-term quasi-static loading are taken into account, and the mutual dependence of the components ω_i is also taken into account. The strength anisotropy coefficient α_0 is determined for tubular samples as the ratio of axial and transverse normal stresses, which, when stretched in these directions, lead to the fracture of the sample in the same time t^* . In [79], an analysis of a series of tests using various criteria for long-term strength was obtained and the values of α_0 were given. For the first time experimentally [74] and subsequently using the proposed model [78] determined the time to fracture in a stationary complex stress state for various programs of short-term loading t^* . A number of kinetic equations are proposed that describe this result. It was found that for the same values of σ_{\max} and σ_u , i.e. for the same values of the equivalent stress σ_e , different types of stress state can correspond to different values of time to fracture.

In some works, both scalar and vector damage parameters are used.

S.A. Shesterikov et al. [80] noted that in the process of creep under a complex stress state, anisotropy of the properties of a material with accumulated damage actually appears, and proposed a model that combines the scalar and vector approaches. A scalar parameter can be used to model the behavior of materials in which either spherical pores expand or the maximum principal stress is significantly greater than the other principal stresses. In the case of the development of crack-like defects, a vector approach should be used to describe long-term fracture.

In turn, A.A. Chizhik and Yu.K. Petrenya [5] consider that the damage parameter is a vector quantity in the region of micropores, and a scalar in the region of wedge-shaped cracks.

O.K. Morachkovskii [81] uses a scalar parameter to describe the steady and accelerating stages of creep, and a vector parameter to describe the creep process at an unsteady stage.

M. Chrzanowski, J. Madej [82] describe isochronous curves using a scalar or vector approach depending on the time to fracture.

G.M. Khazhinsky [83] uses intragrain damage as a scalar parameter, and intergrain damage as a vector parameter.

D. Hayhurst and co-authors, when modeling the long-term fracture of various alloys under a complex stress state, consider the part of the volume occupied by pores as a parameter ω [38, 84]. In this case, a scalar parameter is used to describe the behavior of an aluminum alloy, while a change in the direction (vector parameter) of the maximum principal stress at a break in the loading path should be taken into account when describing copper samples.

Papers [85, 86] consider creep to fracture of tubular specimens under shear stresses that change sign once or periodically. In [85], the results of well-known tests of tubular specimens under constant axial stress and constant or alternating shear stress [35] are considered, the simulation of the obtained experimental results was carried out using the approach of Kachanov. The cyclic change in the sign of shear stresses in experiments leads to a significant increase in the time to fracture. In [86], the known results of tests for long-term strength under conditions of a non-stationary complex stress state were simulated. When describing the experimental data [87], the damage vector parameter with a piecewise constant damage accumulation rate is used. The long-term strength of tubular specimens is simulated under the simultaneous action of a constant axial stress and shear stress, which changes sign once or cyclically. Simulation of long-term strength with an abrupt change in stress intensity was carried out in two ways: using the method of L.M. Kachanov and the method of I.V. Namestnikova and S.A. Shesterikov. All versions of the proposed kinetic equations lead to good agreement between the experimental and theoretical values of the times to fracture.

1.3.3. Tensor damage parameter

Many authors often use the tensor damage parameter when studying the dependence of the time to fracture on various characteristics of the material anisotropy (both initial and acquired). In this case, tensors of the second, fourth and eighth ranks are considered.

For the first time, the tensor damage parameter was proposed in the classic monograph by Rabotnov [10]. In [10, 88], a linear combination of σ_{\max} and σ_u is taken as a characteristic of the stress state, σ_{\max} is the maximum principal stress and σ_u is the stress intensity.

Also, the first systematic studies of the creep of metals under a complex stress state were published in the UK in the work of A.E. Johnson [89]. As the main connection between the components of the stress and creep strain tensors (creep strain rates), the hypothesis of proportionality of stress deviators and creep strain rate deviators is accepted. In the work of A.E. Johnson [90], the proportionality factor in these relations includes the second invariants of the stress tensor and the creep strain rate tensor.

In [91] V.P. Tamuzh considered the possibility of constructing a theory of long-term strength in a complex stress state using scalar, vector, and tensor damage parameters. V.P. Tamuzh and A.Zh. Lagzdynsh applied the tensor approach to modeling the accumulation of damage in the form of round small cracks of various orientations in isotropic [92] and anisotropic [93] media.

H. Altenbach and P. Schießle [94, 95] indicated the main types of damage parameter and considered the possibility of describing the relationship between loading conditions and damage at the level of the material structure, as well as taking into account the difference in tensile and compression properties and the anisotropy of the damage accumulation process. In [96] H. Altenbach et al. presented a creep model depending on the stress range. At low stress levels, diffusion-type creep is described, and at moderate stress levels, power-type creep is considered. A constructive model of inelastic processes at high temperature, including creep,

viscoplasticity, and thermomechanical fatigue, was presented by K. Naumenko et al. [97]. A structural model with a damage tensor was developed and applied to the analysis of thin-walled structures by Altenbach et al. [98]. K. Naumenko and H. Altenbach proposed to develop and identify an anisotropic creep model for a multi-pass weld metal [99].

In 1967, A.A. Ilyushin [100] introduced the concepts of tensors and damage measures, which are defined using functionals for given processes of change in time of stress and moment tensors.

In the monograph by E.B. Zavoychinskaya and I.A. Kiiko [101], this approach is developed. A damage operator is introduced, a generalization of mechanical strength theories is proposed, and limiting loading processes in A.A. Ilyushin space are studied.

In the work of B.E. Pobedrya [102], the operator constitutive relations of the medium are considered, including the measure of damage by A.A. Ilyushin, moment stresses are introduced to take into account possible imperfections of the material, and a thermodynamic analysis of the process of evolutionary fracture of the material is carried out.

A.A. Lebedev and V.M. Mikhalevich, using the developed mathematical apparatus, formulated criterion relations for accumulated damage in the form of an equation of a hereditary type with a difference kernel [104-107].

J. Betten [108, 109] singles out deformation anisotropy and anisotropy caused by damage accumulation.

C. Chow, J. Wang [110] proposed a tensor equation for accumulated damage for an anisotropic medium, taking into account large deformations.

S. Bodner [111] suggested using the damage parameter in the form of a second-order tensor in the constitutive equation for an anisotropic medium.

S. Murakami et al. [112-115] used a combination of continuum mechanics and materials science methods to study the anisotropic character of the damage tensor parameter. The damage parameter in the form of a tensor of the second rank characterizes the density of pores in three principal planes. The nucleation and

growth of intergranular pores, cavities and microcracks are considered as the main reasons for the appearance of material damage. To verify the obtained results, tests were carried out for perforated plates with different perforation orientations. It is shown that, at a low pore density, long-term damage can be described using a scalar damage parameter.

V.A. Kopnov used the integral operators proposed in [100] to obtain phenomenological criteria for the long-term strength of anisotropic materials in a complex stress state [103].

V.I. Astafiev [116] used a tensor damage measure to describe the development of pores, their coalescence, and the transformation of pores into microcracks located on areas orthogonal to the direction of the highest principal stress.

D. Krajcinovic et al. [117-119] constructed a theory of long-term strength of metals using the damage parameter in the form of an antisymmetric tensor of the second rank. The paper [91] considers the relationship between the microstructural parameters of damage and the macrocharacteristics of polycrystalline materials. Based on a thermodynamic analysis of the growth of a Griffith crack, a relationship between the probability spread of the characteristics of the deformation diagram at the microlevel and the deformation process at the macrolevel is obtained.

V.A. Man'kovskii [120] takes into account its random nature when studying the change in damage over time. As a result of the elimination of the random factor and the use of the tensor approach, a new criterion for long-term fracture under a complex stress state has been obtained.

P. Delobelle et al. [37, 121], analyzing the results of tests carried out under complex loading, showed the need to take into account the mechanisms of both isotropic and kinematic hardening of the material. They also provided detailed data on the orientation of microcracks formed during the tests.

J. Lemaître [122] applied the kinetic theory to solve the problems of metal processing, in particular, the problem of deep drawing of strips. Also, J. Lemaître established that for an arbitrary loading path, various limiting fracture curves are possible.

Lokoshchenko's works [123, 124] provide reviews of experimental and theoretical studies of the long-term strength of metals under conditions of a complex stress state using the kinetic theory. These reviews show that most of the publications are aimed at the development of new theoretical models, but the main attention should be paid to the experimental verification of these models.

The article by K.A. Agakhi and D.V. Georgievsky [125] gives an overview of the known variants of the constitutive relations of the theory of creep of an isotropic body, taking into account the damage of the material during deformation. The kinetic meaning of the scalar function and the tensor damage measure is discussed. A generalization to the three-dimensional case of the constitutive relations of the theory of creep with damage is proposed, which includes two material nonlinear tensor functions of two tensor arguments.

Conclusions

The concept of scattered damage and fracture of L.M. Kachanov and Yu.N. Rabotnov received worldwide recognition. However, the formal introduction of the damage parameter cannot solve the problem of long-term prediction. In this regard, various options for the materialization of this parameter directly in physical measurements were proposed. The most common are experiments in which the number, size and distribution of pores in the process of creep are studied. The number of pores related to the sample cross-sectional area, or the ratio of the total length of transverse boundaries occupied by pores and microcracks to the length of all transverse boundaries between grains, is considered as a damage parameter. However, density is considered to be the most representative characteristic of porosity and damage, and in experiments on creep density changes are studied [62].

Chapter 2. Kinetics of damage and deformation accumulation under high-temperature creep conditions

2.1. Kinetic equations for damage parameter and creep strain

When formulating the interrelated equations of creep and damage, one should give the damage parameter a physical meaning. In particular, an irreversible change in volume (loosening) [13] or density [55, 126-129] is considered as a damage parameter. This parameter is the most representative characteristic of damage and is determined by the ratio $\omega = 1 - \frac{\rho}{\rho_0} = 1 - \psi$, (ψ is the continuity parameter), where ρ_0 is the initial density, ρ is the current density, $\psi = 1 - \omega = \rho / \rho_0$. In the initial state $\rho = \rho_0$, $\omega = 0$, $\psi = 1$, at the fracture moment $\rho = 0$, $\omega = 1$, $\psi = 0$. Let's consider the system of equations of R.A. Arutyunyan [62, 63] for the creep and damage rate, which is based on the damage parameter (continuity) $\psi = \rho / \rho_0$:

$$\psi^\beta \frac{d\varepsilon}{dt} = B\sigma^m, \quad (22)$$

$$\psi^\alpha \frac{d\psi}{dt} = -A\sigma^n, \quad (23)$$

where $B, A, m, n, \alpha, \beta$ are constants, $\varepsilon = \ln(l/l_0)$.

Taking into account the mass conservation law $\rho_0 l_0 F_0 = \rho l F$ and the true stress $\sigma = \sigma_0 F_0 / F = \sigma_0 (l/l_0)(\rho/\rho_0) = \sigma_0 (\rho/\rho_0) e^\varepsilon = \sigma_0 \psi e^\varepsilon$, these equations can be written in the following form:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = B\sigma_0^m \psi^{m-\beta} e^{m\varepsilon}, \quad (24)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -A\sigma_0^n \psi^{n-\alpha} e^{n\varepsilon}. \quad (25)$$

The exact analytical solution of the system of equations (24)–(25) in general form is not possible. In this regard, we will further consider the exact solution of the system in the form of the $\psi(\varepsilon)$ function, as well as various approximate solutions [130, 131].

2.2. The exact solution in the form $\psi(\varepsilon)$

Since the exact analytical solution of the system of equations (24) -(25) in general is not possible, in this regard, the exact solution of the system was obtained in the form of the $\psi(\varepsilon)$ function. Dividing (25) by (24), we can obtain the following equation:

$$\frac{d\psi}{d\varepsilon} = -\frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} \psi^{n-\alpha-m+\beta} e^{(n-m)\varepsilon}, \quad (26)$$

because $-\frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} = \text{const}$,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\psi^{n-\alpha-m+\beta}} d\psi &= -\frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} e^{(n-m)\varepsilon} d\varepsilon, \\ \frac{\psi^{-n+\alpha+m-\beta+1}}{-n+\alpha+m-\beta+1} &= -\frac{A}{B} \frac{\sigma_0^{n-m}}{(n-m)} e^{(n-m)\varepsilon} + c_1, \end{aligned}$$

Under the initial conditions $t=0$, $\psi=1$, $\varepsilon=0$, we get that

$$c_1 = \frac{1}{-n+\alpha+m-\beta+1} + \frac{A\sigma_0^{n-m}}{B(n-m)}, \text{ therefore}$$

$$\psi^{-n+\alpha+m-\beta+1} = 1 + \frac{A\sigma_0^{n-m}(-n+\alpha+m-\beta+1)}{B(n-m)} (1 - e^{(n-m)\varepsilon}),$$

Thus, we can obtain the solution of equation (26), in the form:

$$\psi = \left[1 + \frac{A\sigma_0^{n-m}(1-n+\alpha+m-\beta)}{B(n-m)} (1 - e^{(n-m)\varepsilon}) \right]^{\frac{1}{1-n+\alpha+m-\beta}} \quad (27)$$

Fig. 5 shows the $\psi(\varepsilon)$ curves according to dependence (27) for different values of the parameter α : $\alpha=6$ – curve 1, $\alpha=4$ – curve 2, and $\alpha=2$ – curve 3. The following values of the coefficients were used in the calculations:

$$A = 1 \times 10^{-12} [\text{MPa}]^2 \times [\text{h}]^{-1}, \quad B = 5 \times 10^{-17} [\text{MPa}]^4 \times [\text{h}]^{-1}, \quad \sigma_0 = 100 \text{ MPa}, \quad n = 2, \quad m = 4, \quad \beta = 1.$$

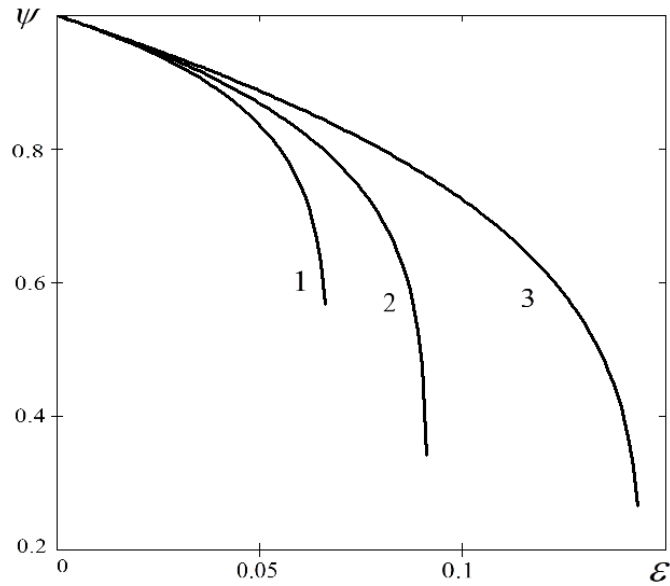


Fig. 5. $\psi(\varepsilon)$ curves according to dependence (27) for different values of the parameter α : $\alpha = 6$ —curve 1, $\alpha = 4$ —curve 2, and $\alpha = 2$ —curve 3.

2.3. The case of purely brittle fracture and small deformations

The system of equations (24)-(25) can be solved approximately, for the case of purely brittle fracture and small deformations, when the following approximations $e^{m\varepsilon} \approx 1$, $e^{n\varepsilon} \approx 1$ or $e^{m\varepsilon} \approx 1+m\varepsilon$, $e^{n\varepsilon} \approx 1+n\varepsilon$ can be taken into account. Let's consider each of these two cases.

2.3.1. The case of purely brittle fracture and small deformations at $e^{m\varepsilon} \approx 1$,

$$e^{n\varepsilon} \approx 1$$

In the case of $e^{m\varepsilon} \approx 1$, $e^{n\varepsilon} \approx 1$, the system of equations (24)-(25) takes the following form:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = B\sigma_0^m \psi^{m-\beta}, \quad (28)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -A\sigma_0^n \psi^{n-\alpha} \quad (29)$$

From (29) follows:

$$\frac{d\psi}{dt} = -A\sigma_0^n \psi^{n-\alpha},$$

$$\psi^{\alpha-n} d\psi = -A\sigma_0^n dt,$$

$$\frac{\psi^{\alpha-n+1}}{\alpha-n+1} = -A\sigma_0^n t + c_2,$$

$$\psi^{\alpha-n+1} = -A\sigma_0^n t(\alpha-n+1) + c_2(\alpha-n+1).$$

Under the initial conditions $t = 0$, $\psi = 1$, we get $c_2 = \frac{1}{\alpha-n+1}$, therefore

$$\psi = \left[1 - (\alpha-n+1)A\sigma_0^n t\right]^{\frac{1}{\alpha-n+1}}. \quad (30)$$

Substituting (30) into (28), we can obtain:

$$d\varepsilon = B\sigma_0^m \left[-A\sigma_0^n t(\alpha-n+1) + 1\right]^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}} dt \quad (31)$$

Rename the solution $u = -A\sigma_0^n t(\alpha-n+1) + 1$ for simplicity, then

$$\frac{du}{dt} = -A\sigma_0^n(\alpha-n+1),$$

$$dt = -\frac{du}{A\sigma_0^n(\alpha-n+1)}$$

Let us rewrite (31) in new notation:

$$d\varepsilon = B\sigma_0^m u^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}} \frac{du}{-A\sigma_0^n(\alpha-n+1)},$$

$$d\varepsilon = \frac{-B\sigma_0^m}{A\sigma_0^n(\alpha-n+1)} u^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}} du.$$

since $\frac{-B\sigma_0^m}{A\sigma_0^n(\alpha-n+1)} = \text{const}$, then

$$\varepsilon = \frac{-B\sigma_0^{m-n}}{A} \frac{u^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}+1}}{(m-\beta+\alpha-n+1)} + c_3,$$

Under the initial conditions $t = 0$, $\varepsilon = 0$, we obtain that $c_3 = \frac{B\sigma_0^{m-n}}{A(m-\beta+\alpha-n+1)}$,

therefore

$$\varepsilon = \frac{B\sigma_0^{m-n}}{A(m-\beta+\alpha-n+1)} \left[1 - u^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}+1}\right],$$

Let's go back to the old notation and then we get

$$\varepsilon = \frac{B\sigma_0^{m-n}}{A(m-\beta+\alpha-n+1)} \left\{1 - \left[1 - (\alpha-n+1)A\sigma_0^n t\right]^{\frac{m-\beta}{\alpha-n+1}+1}\right\} \quad (32)$$

Fig. 6 shows the theoretical curves of the change in the continuity parameter according to equation (30) for various values of the parameter α : $\alpha = 6$ - curve 1, $\alpha = 4$ - curve 2, $\alpha = 2$ - curve 3. The following values of the coefficients were taken in the calculations: $A = 1 \times 10^{-9} [\text{MPa}]^2 \times [\text{h}]^{-1}$, $\sigma_0 = 100 \text{ MPa}$, $n = 2$.

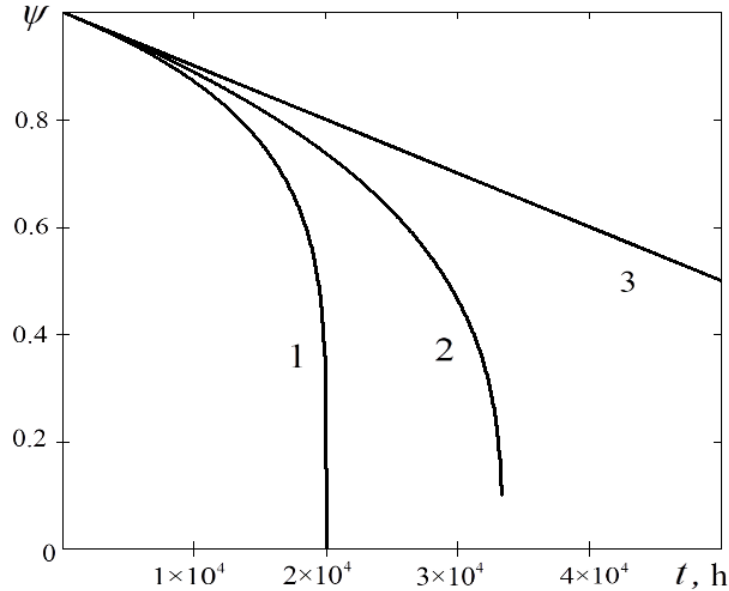


Fig.6. Curves of changes in the continuity parameter $\psi(t)$ according to equation (27) for different values of the parameter α : $\alpha = 6$ - curve 1, $\alpha = 4$ - curve 2, $\alpha = 2$ - curve 3.

From equations (28)-(29) a solution can be obtained for the function $\psi(\varepsilon)$, under conditions $e^{m\varepsilon} \approx 1$, $e^{n\varepsilon} \approx 1$. Dividing (29) by (28), we can obtain the following equation:

$$\frac{d\psi}{d\varepsilon} = -\frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} \psi^{n-m-\alpha+\beta},$$

$$\frac{d\psi}{\psi^{n-m-\alpha+\beta}} = -\frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} d\varepsilon,$$

$$\frac{\psi^{-n+m+\alpha-\beta+1}}{-n+m+\alpha-\beta+1} = -\frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} \varepsilon + c_4$$

Under the initial conditions $t = 0$, $\psi = 1$, $\varepsilon = 0$, we get $c_4 = \frac{1}{-n+m+\alpha-\beta+1}$, therefore

$$\psi = \left[-\frac{A}{B}(-n+m+\alpha-\beta+1)\sigma_0^{n-m}\varepsilon+1 \right]^{\frac{1}{-n+m+\alpha-\beta+1}} \quad (33)$$

Fig. 7 shows the theoretical creep curves according to relation (32) at $\beta=1$ (Fig. 7, a) and at $\beta=0$ (Fig. 7, b) for different values of the coefficient α : $\alpha=6$ - curves 1, $\alpha=4$ - curves 2 and $\alpha=2$ - curves 3.

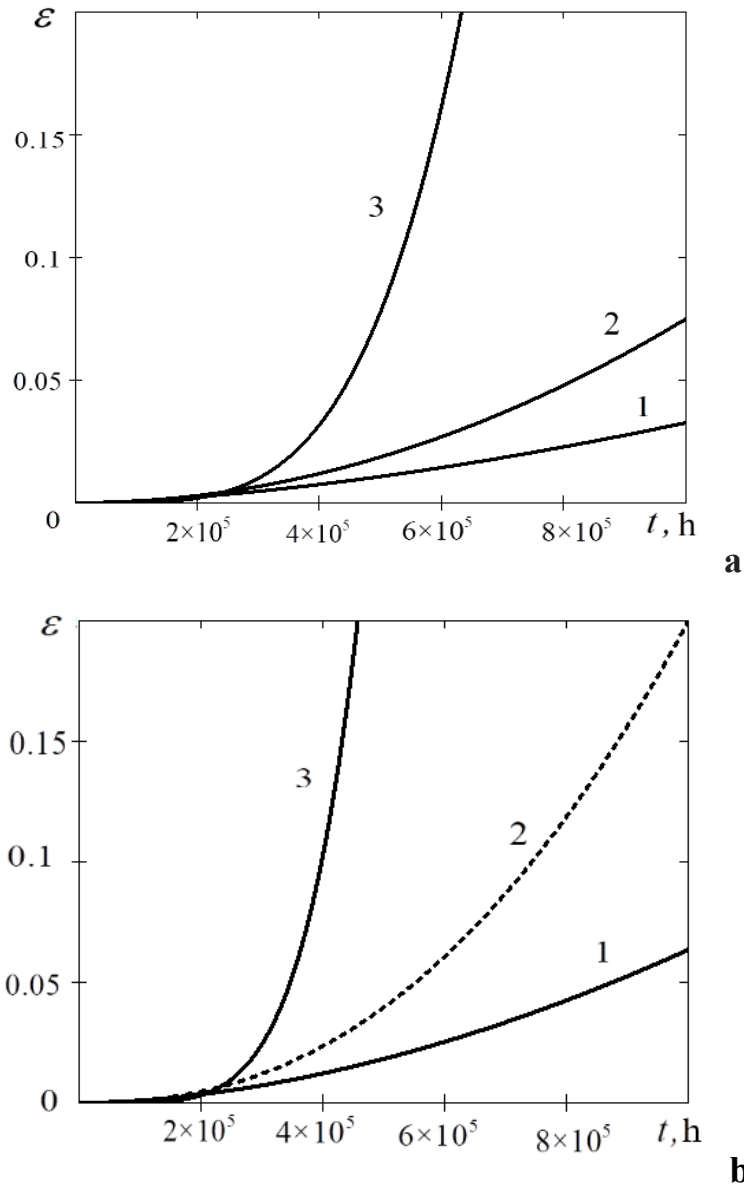


Fig. 7. Creep curves according to formula (32) for $\beta=1$ (a) and for $\beta=0$ (b): $\alpha=6$ —curve 1, $\alpha=4$ —curve 2, and $\alpha=2$ —curve 3.

When calculating according to formula (32), the following values of the coefficients were taken: $A=1\times 10^{-9} [\text{MPa}]^{-2} \times [\text{h}]^{-1}$, $B=5\times 10^{-17} [\text{MPa}]^{-4} \times [\text{h}]^{-1}$, $\sigma_0=100 \text{ MPa}$, $n=2$, $m=4$.

From Fig. 7 it can be seen, that the proposed system of equations (28)-(29) is able to describe the third section of the creep curves.

Taking $\beta=0$ and $\alpha=2n$, the relation for creep deformation (32) coincides with the deformation determined by the Kachanov-Rabotnov relation (21). Since it is assumed in the calculations that $n=2$, then, respectively, at $\beta=0$ and $\alpha=4$ the curves according to relations (32) and (21) are coincide.

Thus, the creep strain according to the Kachanov-Rabotnov theory (21) accumulates according to curve 2 in Fig. 7 b, while for our case (relation (32) and curves 1 and 3 in Fig. 7 b) the deformation can accumulate both more intensively and less intensively compared to the value of deformation according to Kachanov-Rabotnov theory.

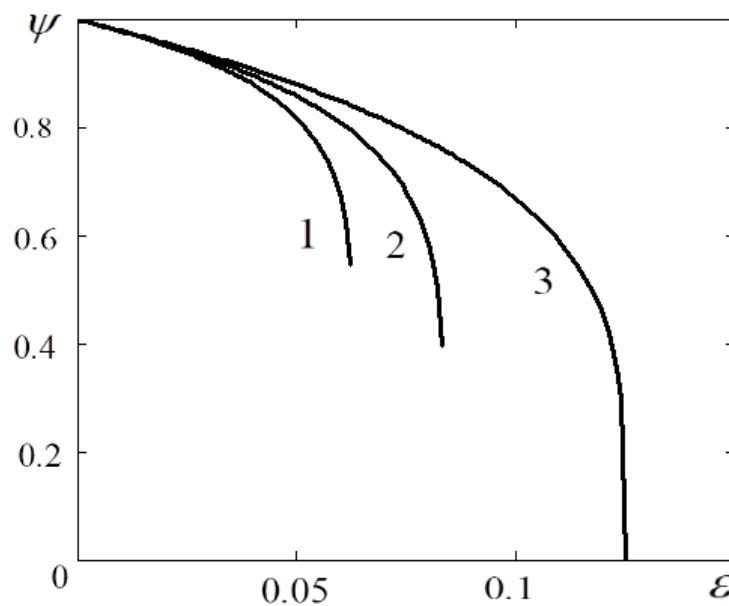


Fig. 8. Curves $\psi(\varepsilon)$ according to dependence (33) for different values of the parameter α : $\alpha=6$ — curve 1, $\alpha=4$ — curve 2, and $\alpha=2$ — curve 3.

Fig. 8. shows the $\psi(\varepsilon)$ curves according to dependence (33) for different values of the α parameter: $\alpha=6$ —curve 1, $\alpha=4$ —curve 2, and $\alpha=2$ —curve 3. The following

values of the coefficients were used in the calculations: $A=1 \times 10^{-12} [\text{MPa}]^{-2} \times [\text{h}]^{-1}$,
 $B=5 \times 10^{-17} [\text{MPa}]^4 \times [\text{h}]^{-1}$, $\sigma_0=100 \text{ MPa}$, $n=2$, $m=4$, $\beta=1$.

Exact and approximate solutions of system (24)-(25) are shown in Fig. 9. As can be seen from Fig. 9, the nature of the change in the damage curves according to formulas (33) and (27) is identical. The following values of the coefficients were used in the calculations: $A=1 \times 10^{-12} [\text{MPa}]^{-2} \times [\text{h}]^{-1}$, $B=5 \times 10^{-17} [\text{MPa}]^4 \times [\text{h}]^{-1}$, $\sigma_0=100 \text{ MPa}$, $n=2$, $m=4$, $\beta=1$.

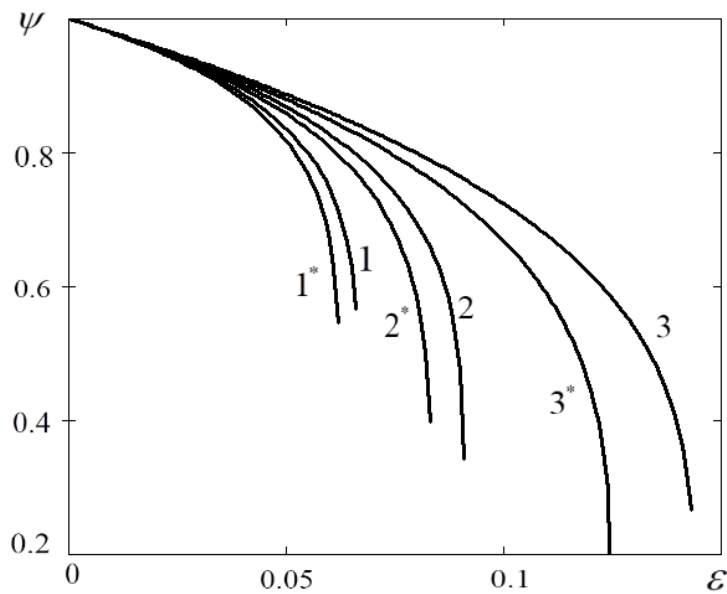


Fig. 9. Curves $\psi(\varepsilon)$: approximate $1^*, 2^*, 3^*$ (33) and exact $1, 2, 3$ (27) solutions for different values of parameter α : $\alpha=6$ – curves $1, 1^*$; $\alpha=4$ – curves $2, 2^*$; $\alpha=2$ – curves $3, 3^*$.

2.3.2. The case of purely brittle fracture and small deformations at

$$e^{m\varepsilon} \approx 1 + m\varepsilon, \quad e^{n\varepsilon} \approx 1 + n\varepsilon$$

Let's consider the case of purely brittle fracture and small deformations at $e^{m\varepsilon} \approx 1 + m\varepsilon$, $e^{n\varepsilon} \approx 1 + n\varepsilon$, then system (24)-(25) can be written as:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = B\sigma_0^m \psi^{m-\beta} (1 + m\varepsilon), \quad (34)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -A\sigma_0^n \psi^{n-\alpha} (1 + n\varepsilon). \quad (35)$$

Dividing (35) by (34), we can obtain the following equation:

$$-\frac{B\sigma_0^{m-n}}{A}\psi^{m-\beta-n+\alpha}d\psi = \frac{1+n\varepsilon}{1+m\varepsilon}d\varepsilon,$$

$$-\frac{B\sigma_0^{m-n}}{A(m-\beta-n+\alpha+1)}\psi^{m-\beta-n+\alpha+1} = \frac{n\varepsilon}{m} + \frac{(m-n)}{m^2}\ln(m\varepsilon+1) + c_5$$

Under the initial conditions $t=0$, $\psi=1$, $\varepsilon=0$, we get $c_5 = -\frac{B\sigma_0^{m-n}}{A(m-\beta-n+\alpha+1)}$,

therefore

$$\psi = \left[1 - \frac{A}{B} \cdot \sigma_0^{n-m} \cdot (m-\beta-n+\alpha+1) \cdot \left[\frac{(m-n) \cdot \ln(m\varepsilon+1)}{m^2} + \frac{n\varepsilon}{m} \right] \right]^{\frac{1}{m-\beta-n+\alpha+1}} \quad (36)$$

Under the conditions $m=\beta$, $n=1+\alpha$, the system of equations (34)-(35) is reduced to a non-linear differential equation of the second order [132]. Solutions in the form of $\psi(t)$ and $\varepsilon(t)$ can also be obtained.

From (35) we can express ε , then we get

$$\varepsilon = -\frac{1}{n} - \frac{1}{A\sigma_0^n \psi^{n-\alpha}} \frac{d\psi}{dt} \quad (37)$$

From (37) we can find $\frac{d\varepsilon}{dt}$:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{\psi^{\alpha-n} \frac{d^2\psi}{dt^2}}{A\sigma_0^n n} - \frac{\psi^{\alpha-n-1} \left[\frac{d\psi}{dt} \right]^2 (\alpha-n)}{A\sigma_0^n n} \quad (38)$$

Substituting (37) and (38) into (34), we can obtain a second-order nonlinear differential equation:

$$\psi \frac{d^2\psi}{dt^2} - (n-\alpha) \left[\frac{d\psi}{dt} \right]^2 - mB\sigma_0^m \psi^{m-\beta+1} \frac{d\psi}{dt} - AB\sigma_0^{m+n} (m-n) \psi^{m-\beta-\alpha+n+1} = 0 \quad (39)$$

Accepting the conditions $m=\beta$, $n=1+\alpha$, and using the replacement $u(\psi(t)) = \frac{1}{\psi} \frac{d\psi}{dt}$,

we can rewrite (39) in the form:

$$\psi^2 \frac{du}{dt} - mB\sigma_0^m u \psi^2 - AB\sigma_0^{m+n} (m-n) \psi^2 = 0$$

So

$$\frac{du}{dt} - mB\sigma_0^m u - AB\sigma_0^{m+n} (m-n) = 0$$

$$\frac{1}{m B \sigma_0^m u + A B \sigma_0^{m+n} (m-n)} du = dt$$

Solving the last equation, we can get

$$\frac{\ln |m B \sigma_0^m u + A B \sigma_0^{m+n} (m-n)|}{m B \sigma_0^m} = t + c_6$$

Under the initial conditions $t = 0$, $u = 0$, we can obtain $c_6 = \frac{\ln |A B \sigma_0^{m+n} (m-n)|}{m B \sigma_0^m}$.

Taking into account the c_6 constant, we will have

$$u = \frac{(m-n)\sigma_0^n A}{m} \left[e^{m B \sigma_0^m t} - 1 \right]$$

Returning to the original notation, we get

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} &= \psi \frac{(m-n)\sigma_0^n A}{m} \left[e^{m B \sigma_0^m t} - 1 \right] \\ \frac{1}{\psi} d\psi &= \frac{(m-n)\sigma_0^n A}{m} \left[e^{m B \sigma_0^m t} - 1 \right] dt \end{aligned}$$

Thus, for the continuity parameter we have

$$\ln |\psi| = \frac{(m-n)\sigma_0^n A}{m} \left[\frac{e^{m B \sigma_0^m t}}{m B \sigma_0^m} - t + c_7 \right]$$

Under the initial conditions $t = 0$, $\psi = 1$, the constant is equal to $c_7 = -\frac{1}{m B \sigma_0^m}$, and

the expression for the continuity parameter takes the form

$$\ln |\psi| = \frac{m-n}{m^2} \frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} \left[e^{m B \sigma_0^m t} - 1 \right] - \frac{m-n}{m} \sigma_0^n A t$$

or

$$\psi = e^{-\left[\frac{A \sigma_0^{n-m} (m-n)}{B m^2} \left(e^{m B \sigma_0^m t} - 1 \right) - \frac{A \sigma_0^n (m-n)}{m} t \right]} \quad (40)$$

Taking into account the conditions $m = \beta$, $n = 1 + \alpha$, in (34), we can obtain that

$$\frac{d\varepsilon}{(1+m\varepsilon)} = B \sigma_0^m dt$$

$$\frac{1}{m} \ln |1+m\varepsilon| = B \sigma_0^m t + c_8$$

Under the initial conditions $t = 0$, $\varepsilon = 0$, we have $c_8 = 0$, then

$$\ln|1 + m\varepsilon| = Bm\sigma_0^m t$$

$$1 + m\varepsilon = e^{mB\sigma_0^m t}$$

$$\varepsilon = \frac{e^{Bm\sigma_0^m t} - 1}{m} \quad (41)$$

Theoretical curves of changes in the continuity parameter according to the solutions (27) (curve 1), (33) (curve 2), and (36) (curve 3) for different values of the parameter $\alpha = 2, 4, 6$ are shown on Fig. 10. The following values of the coefficients were used in the calculations: $A = 10^{-12} [\text{MPa}]^{-2} \times [\text{h}]^{-1}$, $B = 5 \times 10^{-17} [\text{MPa}]^4 \times [\text{h}]^{-1}$, $\sigma_0 = 100 \text{ MPa}$, $n = 2$, $m = 4$, $\beta = 1$.

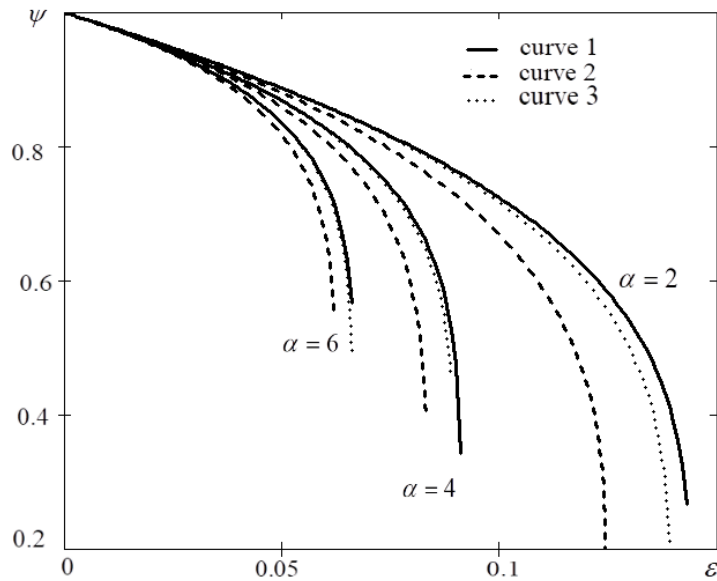


Fig. 10. Theoretical curves $\psi(\varepsilon)$ from solutions (27) (curve 1), (33) (curve 2) and (36) (curve 3) for various values of the parameter α .

Fig. 10 shows that solutions (36) at approximations $e^{m\varepsilon} \approx 1 + m\varepsilon$, $e^{n\varepsilon} \approx 1 + n\varepsilon$ (curves 3) are located closer to the exact solution (27) (curves 1) and as the parameter α increases, these solutions practically coincide.

In addition, the exact solution of the system of kinetic equations (24)-(25) was obtained by numerical methods (Runge-Kutte method of the fourth order). For this case, the capabilities of the mathematical package Mathcad 15 were used.

Theoretical curves of the change in the continuity parameter according to equation (30) (curve 1) and according to the numerical solution (curve 2) are shown on Fig. 11. The following values of the coefficients were used in the calculations:

$A = 2.99 \times 10^{-11} [\text{MPa}]^{-2} \times [\text{h}]^{-1}$, $n = 2$, $\sigma_0 = 100 \text{ MPa}$, $\alpha = 8.634$. From Fig. 11 it is follows that these curves and solutions coincide.

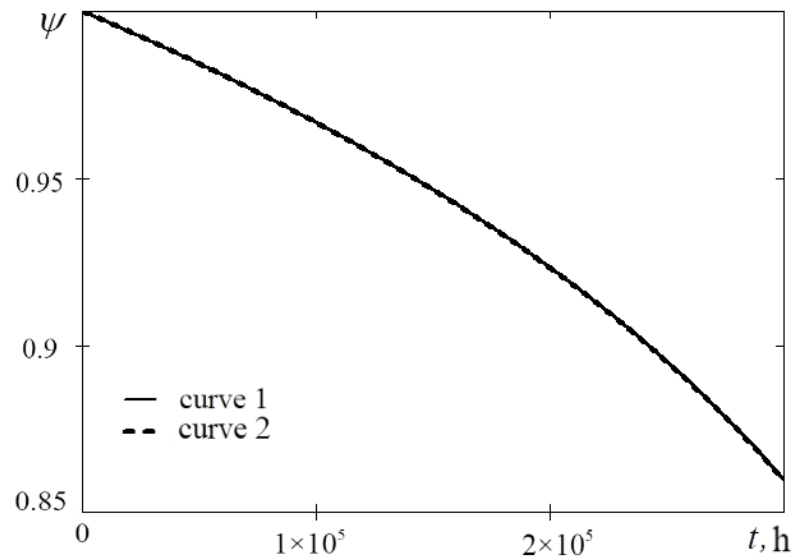


Fig. 11. Theoretical curves $\psi(t)$ according to the numerical solution of the system (curve 2) and for the case of brittle fracture and small deformations according to equation (30) (curve 1).

2.4. Long-term strength criterion

Taking the fracture conditions in the form $t = t_f$, $\psi = 0$, from equation (30) we can obtain the following criterion of long-term strength

$$t_f = \frac{1}{(\alpha - n + 1) A \sigma_0^n}, \quad (42)$$

At $\alpha = 2n$, criterion (42) coincides with the criterion of long-term strength of Kachanov-Rabotnov (17) [7, 8].

Fig. 12 shows the long-term strength curves in double logarithmic coordinates in accordance with formula (42) for various values of the parameter α ($\alpha = 6$ – curve 1, $\alpha = 4$ – curve 2, and $\alpha = 2$ – curve 3). The following values of the coefficients were used in the calculations: $A = 1 \times 10^{-9} [\text{MPa}]^{-2} \times [\text{h}]^1$, $n = 2$.

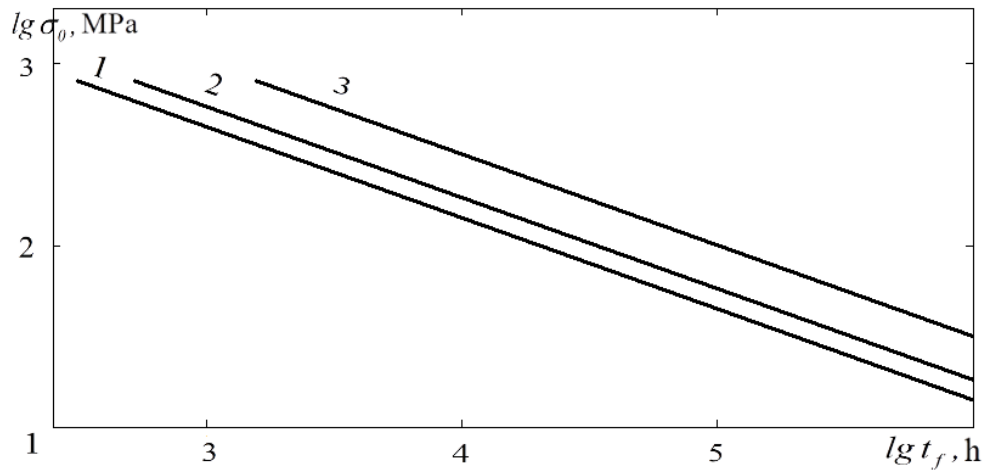


Fig. 12. Long-term strength curves according to criterion (42) for various values of the parameter α : $\alpha = 6$ – curve 1, $\alpha = 4$ – curve 2, and $\alpha = 2$ – curve 3.

Since it is assumed in the calculations that $n = 2$, then, respectively, at $\alpha = 4$, the curves according to relations (42) and (17) coincide.

Thus, the long-term strength curve according to the Kachanov-Rabotnov theory (17) corresponds to curve 2 on Fig. 12. For our case (relation (42) and curves 1 and 3 on Fig. 12), the long-term strength curves can go both higher and lower compared to the long-term strength curve according to Kachanov-Rabotnov theory.

Since at the moment of destruction the continuity value does not reach zero, but is equal to some critical value, we will accept the fracture condition in the form $t = t_f$, $\psi = \psi_*$. Then, from equation (30) we can obtain the following criterion of long-term strength

$$t_f = \frac{1 - \psi_*^{\alpha - n + 1}}{A(\alpha - n + 1)\sigma_0^n} \quad (43)$$

2.5. Comparison of the obtained solutions with experimental results

The scientific literature contains a lot of experimental data on the change in porosity (density) [56, 133–138] for various metals and alloys under creep conditions. For comparison with the corresponding theoretical curves, the most characteristic experimental data for oxygen-free copper, pure copper, and nickel alloy were selected. Fig. 13-16 show the theoretical curves of the change in continuity according to equations (30), (40) in the form of $\psi(t)$ and according to equations (27), (33), (36) in the form of $\psi(\varepsilon)$ at $\alpha = 6$ and the experimental points of change in density and porosity for the above metals and alloys in the process of high-temperature creep at various temperatures. The experiments were carried out at various temperatures and levels of tensile stresses. The exposure time under load to fracture varied within 30-500 hours. In this time and deformation interval, the damage function is expressed as straight and curved lines (under the conditions $e^{m\varepsilon} \approx 1$, $e^{n\varepsilon} \approx 1$ and $e^{m\varepsilon} \approx 1+m\varepsilon$, $e^{n\varepsilon} \approx 1+n\varepsilon$), and the experimental points are consistent with the theoretical curves. From Fig. 13-16 it is follows that the experimental points are well described by straight and curved lines and have a common character for metals tested at various temperatures and load levels. Also from Fig. 13-16 it can be seen that the solutions for approximations $e^{m\varepsilon} \approx 1+m\varepsilon$, $e^{n\varepsilon} \approx 1+n\varepsilon$ (36) are located closer to the experimental points.

These results allow us to consider the damage parameter in the form of $\psi = \rho / \rho_0$ as a universal characteristic of porosity accumulation during creep [52].

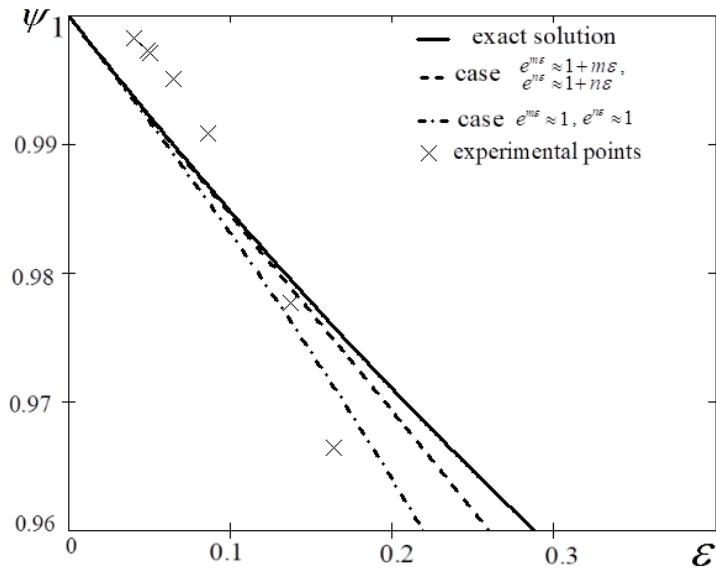


Fig. 13. Theoretical curves according to relations (27), (33), (36) and experimental points of change in continuity for oxygen-free copper during creep at 500°C [133].

$A = 1.7 \times 10^{-10} [\text{MPa}]^{-2} \times [\text{h}]^{-1}$, $B = 2.5 \times 10^{-12} [\text{MPa}]^{-4} \times [\text{h}]^{-1}$, $\sigma_0 = 20.68 \text{ MPa}$, $n = 2$, $m = 4$, $\beta = 1$, $\alpha = 6$.

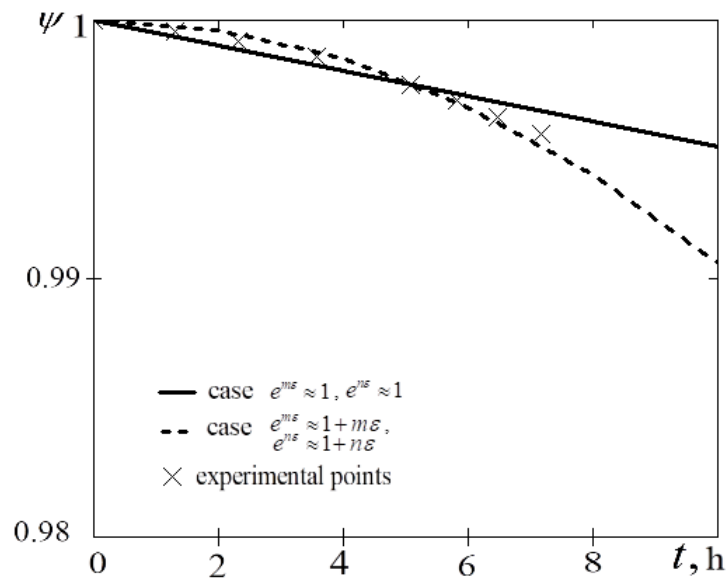


Fig. 14. Theoretical curves according to relations (30), (40) and experimental points of change in continuity for the alloy Ni-0.1 at. -%Pd in creep tests at 1300°C [137].

Solid line: $A = 2.55 \times 10^{-8} [\text{MPa}]^{-2} \times [\text{h}]^{-1}$, $\sigma_0 = 137.9 \text{ MPa}$, $n = 2$, $m = 4$, $\alpha = 6$;

dotted line: $A = 1.2 \times 10^{-12} [\text{MPa}]^{-7} \times [\text{h}]^{-1}$, $B = 2 \times 10^{-10} [\text{MPa}]^{-1} \times [\text{h}]^{-1}$, $\sigma_0 = 137.9 \text{ MPa}$, $n = 1 + \alpha$, $m = \beta$, $\alpha = 6$, $\beta = 1$.

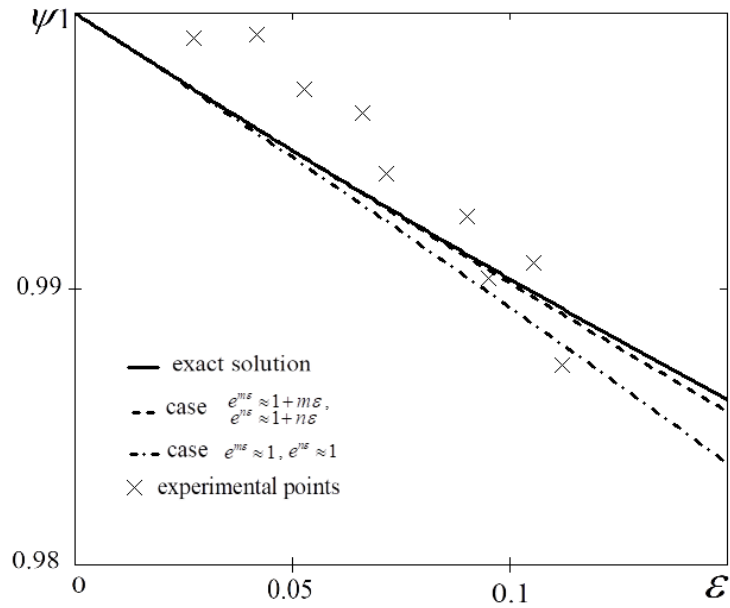


Fig.15. Theoretical curves according to relations (27), (33), (36) and experimental points of change in continuity for pure copper at 250°C [135].
 $A = 7.1 \times 10^{-9} [\text{MPa}]^{-2} \times [\text{h}]^{-1}$, $B = 1.31 \times 10^{-13} [\text{MPa}]^{-4} \times [\text{h}]^{-1}$, $\sigma_0 = 72.6 \text{ MPa}$, $n = 2$, $m = 4$, $\beta = 1$,
 $\alpha = 6$.

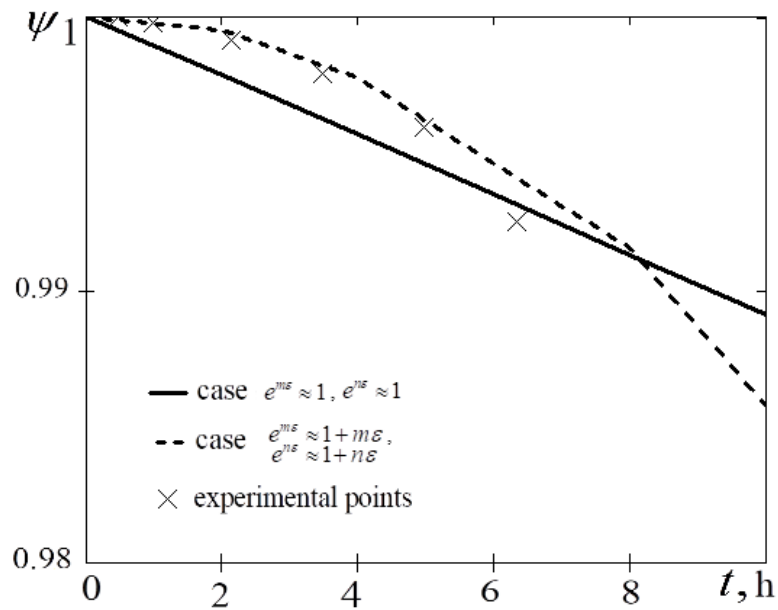


Fig.16. Theoretical curves according to relations (30), (40) and experimental points of change in continuity for oxygen-free copper during creep at 500°C [133].

Solid line: $A = 9 \times 10^{-7} [\text{MPa}]^{-2} \times [\text{h}]^{-1}$, $\sigma_0 = 34.47 \text{ MPa}$, $n = 2$, $\alpha = 6$;

dotted line: $A = 1.2 \times 10^{-7} [\text{MPa}]^7 \times [\text{h}]^{-1}$, $B = 2 \times 10^{-10} [\text{MPa}]^{-1} \times [\text{h}]^{-1}$, $\sigma_0 = 34.47 \text{ MPa}$, $n = 1 + \alpha$,
 $m = \beta$, $\alpha = 6$, $\beta = 1$.

Since the experimental data on the change in porosity (density) mainly have a small time and deformation interval, we considered a comparison of theoretical curves with experimental data on creep deformation and long-term strength.

The theoretical creep curves (relations (32) and (41) in the form $\varepsilon(t)$) with the experimental results for steel 2.25Cr-1Mo at 500°C according to [139] (crosses), for steel 12% Cr-X20 at 549.85°C [140] (squares) and for steel P91 at 600°C [141] (circles) are compared on Fig. 17. The values of the coefficients used in the calculations for relations (32) under the condition $e^{m\varepsilon} \approx 1$, $e^{n\varepsilon} \approx 1$ and (41) under the condition $e^{m\varepsilon} \approx 1+m\varepsilon$, $e^{n\varepsilon} \approx 1+n\varepsilon$ are presented in Tab. 1 and Tab. 2 respectively.

Tab. 1. Coefficients for relation (32).

σ_0, MPa	$A,$ $\times 10^{-18} [\text{MPa}]^4 \times [\text{h}]^{-1}$	$B,$ $\times 10^{-9} [\text{MPa}]^2 \times [\text{h}]^{-1}$	m	n	α	β
98	5.1	5	2	6	6	2
80	5.1	0.1	2	6	6	2
120	5.1	3	2	6	6	2

Tab. 2. Coefficients for relation (41).

σ_0, MPa	$B,$ $\times 10^{-9} [\text{MPa}]^2 \times [\text{h}]^{-1}$	m
98	0.9	2
80	1.8	2
120	0.65	2

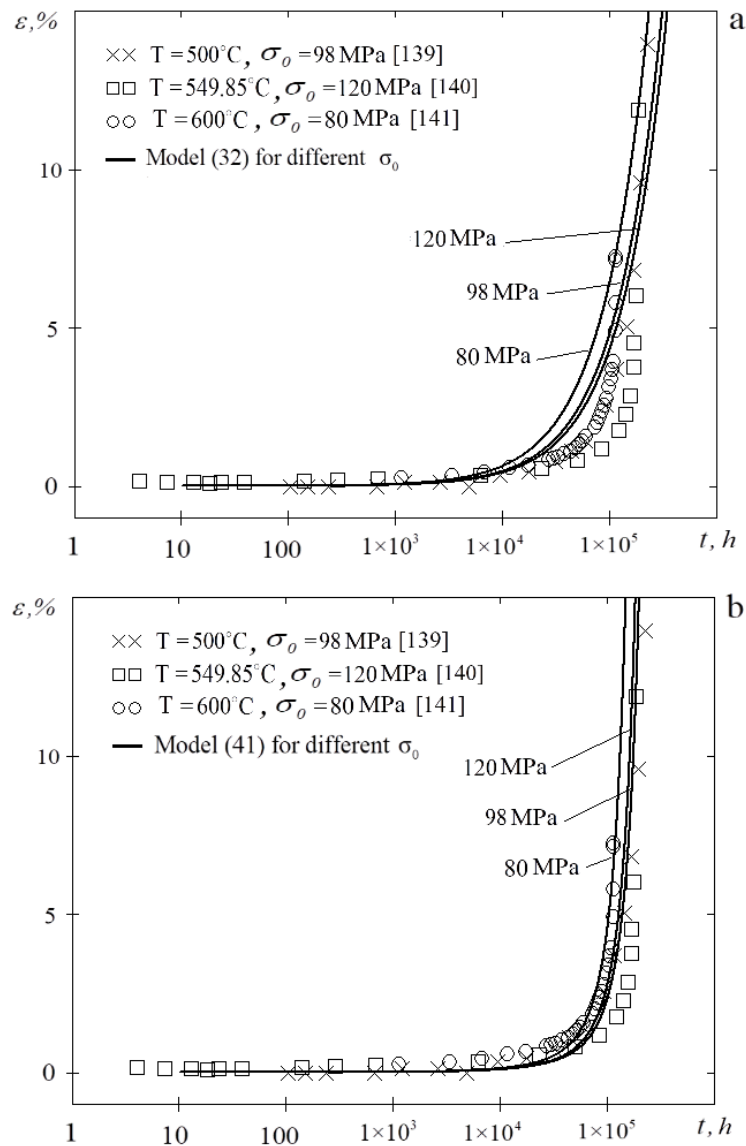


Fig.17. Comparison of theoretical creep curves according to relation (32) (a) and relation (41) (b) with experimental results for steel 2.25Cr-1Mo at 500°C according to [139] (crosses), for steel 12% Cr-X20 at 549.85°C [140] (squares) and for steel P91 at 600°C [141] (circles).

The long-term strength curves according to relation (42) for steel 2.25Cr-1Mo at 500°C according to [139] for various values of α ($\alpha = 6$ - curve 1, $\alpha = 2n = 12$ - curve 2, Kachanov-Rabotnov criterion) are shown on Fig. 18. The following values of the coefficients were used in the calculations: $A = 5.1 \times 10^{-18} [\text{MPa}]^4 \times [\text{h}]^{-1}$, $n = 6$. Since it is assumed in the calculations that $n = 6$, then, respectively, at $\alpha = 2n = 12$, relations (42) and (17) coincide.

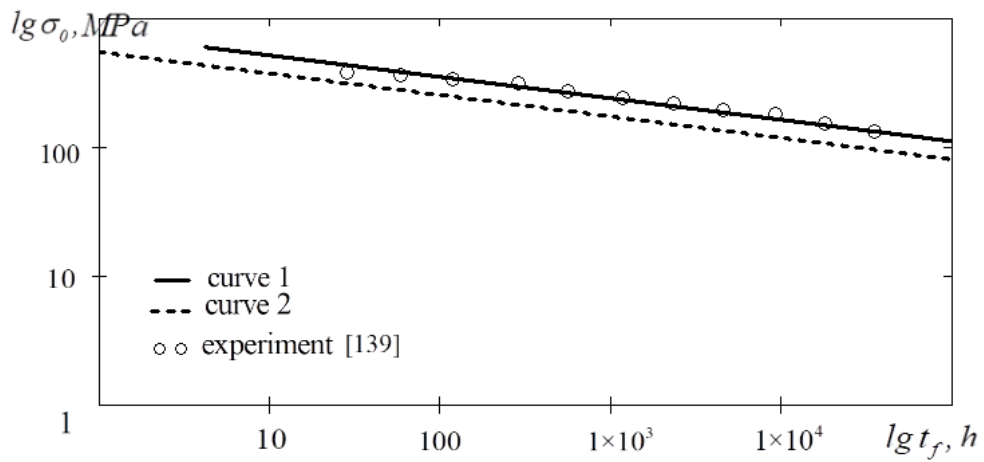


Fig. 18. Long-term strength curves according to criterion (43) (curve 1), Kachanov-Rabotnov criterion (curve 2) and experimental points for steel 2.25Cr-1Mo at 500°C according to [139].

There is a good agreement between the theoretical and experimental creep and long-term strength curves according to Fig. 17 and Fig. 18.

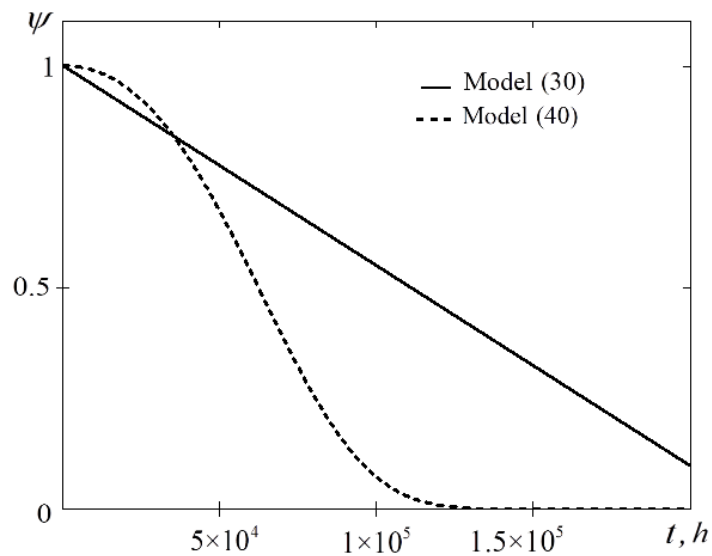


Fig. 19. Continuity curves according to relations (30) and (40).

Fig. 19 shows a comparison of the continuity curves according to relations (30) and (40) for similar values of the coefficients: $A = 5.1 \times 10^{-18} [\text{MPa}]^4 \times [\text{h}]^{-1}$, $B = 0.9 \times 10^{-9} [\text{MPa}]^2 \times [\text{h}]^{-1}$, $\sigma_0 = 98 \text{ MPa}$, $n = 6$, $m = 2$, $\alpha = 6$ [139].

2.6. Theory of creep and long-term strength based on the concept of loosening

A modified version of equations (22)-(23) can be written in the following form [142, 143]:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = B \sigma_0^m \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{m-\beta} e^{m\varepsilon} \quad (44)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho_0 A \sigma_0^n \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{n-\alpha} e^{n\varepsilon} \quad (45)$$

where A , B , α , β , m , n are constants.

Let's restrict ourselves to the case of small deformations, $e^{n\varepsilon} \approx 1$, $e^{m\varepsilon} \approx 1$, then from the solution of equations (44)-(45) under the initial conditions, respectively, $t = 0$, $\varepsilon = 0$ and $t = 0$, $\rho = 1$, the relations for creep deformation and density change follow in the form:

$$\varepsilon(t) = \frac{B \sigma_0^{m-n}}{A(m-\beta+\alpha-n+1)} \left\{ 1 - \left[1 - (\alpha-n+1) A \sigma_0^n t \right]^{\frac{m-\beta+\alpha-n+1}{\alpha-n+1}} \right\} \quad (46)$$

$$\rho(t) = \rho_0 \left[1 - (\alpha-n+1) A \sigma_0^n t \right]^{\frac{1}{\alpha-n+1}} \quad (47)$$

Fig. 20. shows the theoretical density change curves according to equation (47) for different values of the parameter α : $\alpha = 6$ – curve 1, $\alpha = 4$ – curve 2, $\alpha = 2$ – curve 3. The following values of the coefficients were taken in the calculations: $A = 7.1 \times 10^{-9} [\text{MPa}]^2 \times [\text{h}]^{-1}$, $\sigma_0 = 72.6 \text{ MPa}$, $n = 2$, $\rho_0 = 8875 \text{ kg/m}^3$ [135].

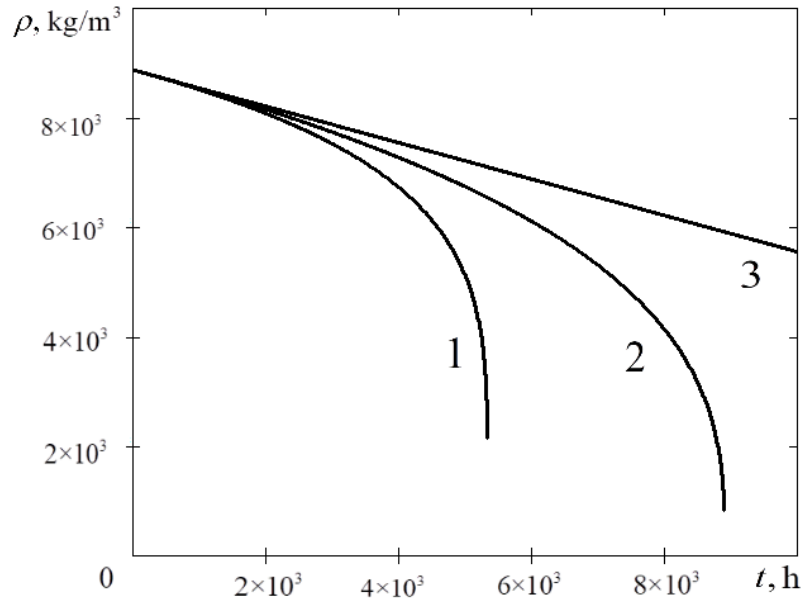


Fig.20. Curves of density change according to equation (47) for different values of the parameter α : $\alpha = 6$ – curve 1, $\alpha = 4$ – curve 2, $\alpha = 2$ – curve 3.

Taking into account the fracture condition $t = t_f$, $\rho = \rho_*$, from (47) follows the criterion of long-term strength in the form:

$$t_f = \frac{1 - \left(\frac{\rho_*}{\rho_0}\right)^{\alpha-n+1}}{(\alpha - n + 1) A \sigma_0^n} \quad (48)$$

In the general case, from the system of equations (44)-(45) we can obtain an exact solution for the density function $\rho(\varepsilon)$ under creep. Dividing (45) by (44), we can get

$$\frac{d\rho}{d\varepsilon} = -\frac{A}{B} \rho_0 \sigma_0^{n-m} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{n-\alpha-m+\beta} e^{(n-m)\varepsilon} \quad (49)$$

The solution of equation (49) under the initial conditions $\rho = \rho_0$, $\varepsilon = 0$ has the form

$$\rho(\varepsilon) = \rho_0 \left[1 - \frac{A \sigma_0^{n-m} (1 - n + \alpha + m - \beta)}{B(m-n)} (1 - e^{-(m-n)\varepsilon}) \right]^{\frac{1}{1-n+\alpha+m-\beta}} \quad (50)$$

The theoretical curve according to relation (50) and the experimental points of density change during creep of pure copper at 250°C [135] are shown on Fig. 21. In the calculations, the following values of the coefficients were taken:

$$A = 7.1 \times 10^{-9} [\text{MPa}]^{-2} \times [\text{h}]^{-1}, \quad B = 13.1 \times 10^{-12} [\text{MPa}]^4 \times [\text{h}]^{-1}, \quad \sigma_0 = 72.6 \text{ MPa}, \quad \rho_0 = 8875 \text{ kg/m}^3,$$

$$n = 2, \quad m = 4, \quad \beta = 1, \quad \alpha = 6.$$

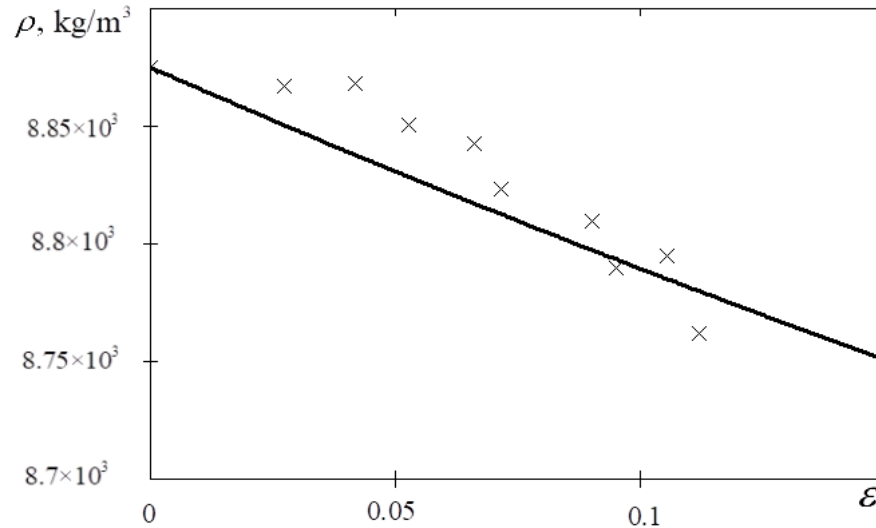


Fig.21. Theoretical curve according to relation (50) and experimental density change points for pure copper at 250°C [135].

A good agreement between the experimental and theoretical curves of the change in density during creep is observed.

Conclusions

Under conditions of high-temperature creep, the evolution of damage of metallic materials is occurred. To describe it, the concept of damage by R.A. Arutyunyan is used. The damage parameter is defined as the relative change of material density. The results of numerous studies of changes in the porosity and density of various metals and alloys due to the formation and development of micropores and microcracks under high-temperature creep allow us to consider density as an integral measure of the accumulation of structural microdefects. Taking into account this parameter and the mass conservation law, the interrelated kinetic equations for the creep deformation and the damage parameter are formulated. Exact, approximate analytical and numerical solutions of these equations are obtained, and a long-term

strength criterion is formulated that can describe the brittle fracture region. The corresponding theoretical curves are plotted. A comparison of the obtained solutions with each other is given. The nature of the creep curves for different solutions is the same and agrees with the corresponding experimental results. As the value of the alpha parameter increases, the exact and approximate solutions become closer to each other, and the exact solution completely coincides with the case of purely brittle fracture and small deformations (at $e^{m\varepsilon} \approx 1+m\varepsilon$, $e^{n\varepsilon} \approx 1+n\varepsilon$). It is shown, that the proposed system of equations is capable to describe the third region of the creep curves. Moreover, the creep strain obtained from the solution of the proposed equations can accumulate both more intensively and less intensively compared to the strain value according to the Kachanov-Rabotnov theory. It is also shown that the Kachanov-Rabotnov long-term strength criterion is a special case of the obtained criterion.

The obtained solutions are compared with experimental results on the change in porosity (density) for various metals and alloys during high-temperature creep at various temperatures and load levels. The holding time under load until fracture varied within 30–500 hours. In this time and deformation interval, the damage function is expressed as a straight line and has a general character for metals tested at various temperatures and load levels. This result allows us to consider the damage parameter, given as a relative change in density, as a universal characteristic of porosity accumulation during creep.

A comparison of theoretical and experimental creep and long-term strength curves for various metals and alloys under high-temperature creep conditions is also given. A good agreement between theoretical and experimental curves is observed.

A modified system of equations by R.A. Arutyunyan for creep deformation and material density is proposed. The corresponding approximate and exact solutions for creep deformation and density change are obtained. Theoretical density change curves are plotted. A good agreement between the experimental and theoretical curves of the change in density during creep is observed.

Chapter 3. Experimental and theoretical studies of high-temperature creep of aluminum alloy ENAW5251 (AMg2) under conditions of step loading

The problem of high-temperature creep and long-term strength of metallic materials is relevant in such critical areas of modern mechanical engineering as thermal and nuclear power plants, aviation and spacecraft, etc. Since the level of stresses in the structural elements of these engineering objects can change during their operation, this must be taken into account when calculating the stress-strain state, damage, strength and service life of the elements of these structures. In this regard, the possibilities of using the system of interrelated kinetic equations proposed in Chapter 2 for the creep rate and the damage parameter, defined as a relative change in material density, were studied to describe the case of step loading. Taking into account the damage parameter and the mass conservation law, the interrelated kinetic equations for the creep deformation and the damage parameter are formulated for the case of two-stage loading. Experimental studies of the uniaxial stress state under high-temperature creep conditions for the case of two-stage loading were carried out on samples of aluminum alloy ENAW5251 (AMg2) at a temperature of 250°C.

3.1. Materials and methods

Experimental studies were conducted on laboratory specimens (Fig. 22) made of ENAW5251 (AMg2) aluminum alloy, having the shape of a flat blade with the dimensions of the working part: length $L=200$ mm, length of the working part $A=80$ mm, width $W=12.5$ mm, length of grippers $B=50$ mm, grip width $C=20$ mm, sample thickness $T=4.7-5$ mm. The dimensions of the laboratory specimens were chosen according to the standard, ASTM E 139-11 [144].

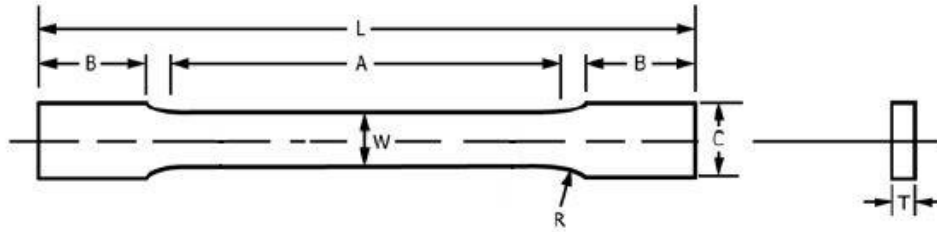


Fig. 22. The shape and dimensions of the laboratory specimen (in mm) according to ASTM E 139-11: $L = 200$ mm, $A = 80$ mm, $B = 50$ mm, $C = 20$ mm, $W = 12.5$ mm, $R = 12.5$ mm, $T = 4.7 - 5$ mm.

Samples were tested as delivered. The chemical composition of the ENAW5251 (AMg2) alloy in the delivery state is given in Tab. 3.

Tab. 3. Chemical composition in % of ENAW5251 (AMg2) alloy according to GOST 4784-97.

Fe	Si	Mn	Cr	Ti	Al	Cu	Mg	Zn	Impurities
up to 0.5	up to 0.4	0.1- 0.5	up to 0.05	up to 0.15	95.7- 98.2	up to 0.15	1.7- 2.4	up to 0.15	others, each 0.05; total 0.15

Note: Al is the basis; the percentage of Al is given as an approximation.

Tests of laboratory specimens were carried out on the SHIMADZU AG-X plus universal testing complex (Fig. 23), which allows to conduct step loading experiments.

The experimental setup is equipped with a SHIMADZU MODEL TCE-N300 thermal chamber with a controller, which allows testing specimens of various shapes in the temperature range from minus 150 to plus 250°C. The heat chamber provides a uniform distribution of the temperature field in the working part of the specimens with an error of less than $\pm 1^\circ\text{C}$.



Fig. 23. General view of the testing machine SHIMADZU AG-X plus.

3.2. Experimental tensile studies

At the first stage of research, tensile experiments were carried out with a deformation rate of 1 mm/min at room temperature and at a temperature of 250°C. The ambient air temperature during the tests was 20 ± 5 °C. Fig. 24 shows the obtained experimental deformation curves of the ENAW5251 (AMg2) alloy. The curves were averaged over three specimens. Based on the obtained curves, the optimal loads for step loading during creep were selected.

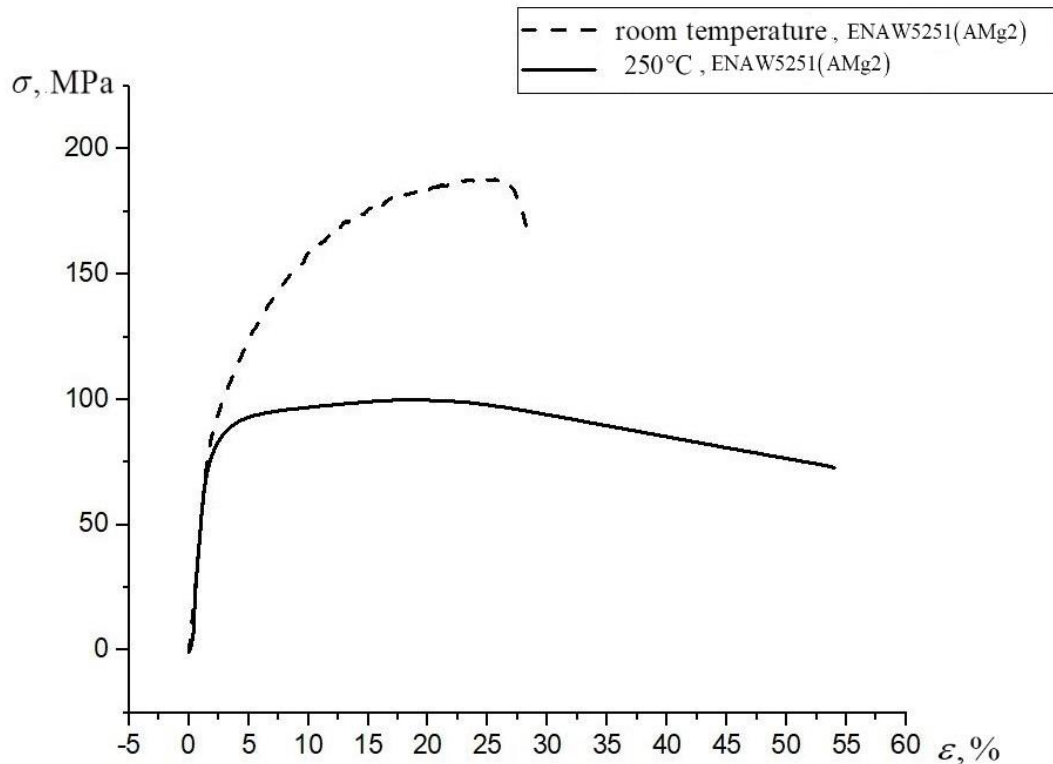


Fig. 24. Deformation curves of the ENAW5251 (AMg2) alloy under tension at a deformation rate of 1 mm/min at room temperature and at a temperature of 250°C.

3.3. Experimental studies on creep

Experimental studies of the creep processes of the ENAW5251 (AMg2) alloy were carried out according to the scheme of step loading at a temperature of 250°C. Step loading was carried out as follows. In the first case, the specimens were first tested at a stress of 60 MPa for 3.5 hours, then the load was reduced up to 45 MPa, and the experiment continued until the specimen fracture (no more than 3.5 hours). In the second case, on the contrary: first, the specimens were tested at a stress of 45 MPa for 3.5 hours, then the load increased up to 60 MPa, and the experiment also continued until the specimen fracture (for no more than 3.5 hours). The ambient air temperature during the tests was 20 ± 5 °C.

Experimental creep curves under step loading at a temperature of 250°C with acting stresses equal to 45 MPa and 60 MPa are shown in Fig. 25. The curves were averaged over three specimens.

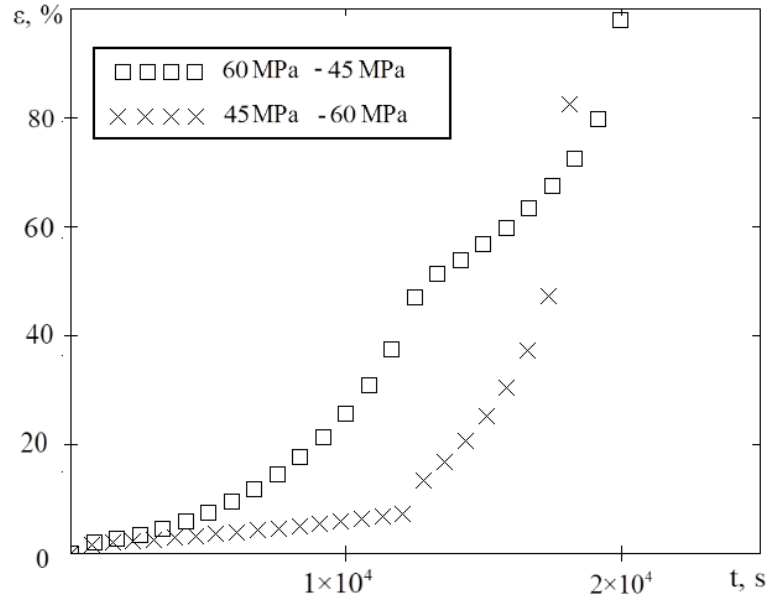


Fig. 25. Experimental creep curves of the ENAW5251 (AMg2) alloy under step loading at a temperature of 250°C with acting stresses equal to 45 MPa and 60 MPa.

3.4. Theoretical description of step loading under creep

Let's consider a system of interrelated kinetic equations by R.A. Arutyunyan [53, 55] for the creep rate and damage parameter:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = B\sigma_0^m \psi^{m-\beta} e^{m\varepsilon} \quad , \quad (51)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -A\sigma_0^n \psi^{n-\alpha} e^{n\varepsilon} \quad , \quad (52)$$

where $\psi = 1 - \omega = \rho / \rho_0$ is the continuity, ρ_0 is the initial density, ρ is the current density of the specimen, and B , A , m , n , α , β are constants.

The system of equations (51)-(52) for the creep rate and damage parameter can be solved for the case of step loading. Next, we will consider two-stage loading.

Consider the case of purely brittle fracture and small deformations at $e^{m_1 \varepsilon_1} \approx 1 + m_1 \varepsilon_1$, $e^{n_1 \varepsilon_1} \approx 1 + n_1 \varepsilon_1$ and rewrite the system of equations (51)-(52) in the form:

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt_1} = B_1 \sigma_{0_1}^{m_1} \psi_1^{m_1 - \beta_1} (1 + m_1 \varepsilon_1) \quad , \quad (53)$$

$$\frac{d\psi_1}{dt_1} = -A_1 \sigma_{0_1}^{n_1} \psi_1^{n_1 - \alpha_1} (1 + n_1 \varepsilon_1) \quad . \quad (54)$$

Dividing (54) by (53), we can obtain the following equation:

$$-\frac{B_1 \sigma_{01}^{m_1-n_1}}{A_1} \psi_1^{m_1-\beta_1-n_1+\alpha_1} d\psi_1 = \frac{1+n_1 \varepsilon_1}{1+m_1 \varepsilon_1} d\varepsilon_1,$$

$$-\frac{B_1 \sigma_{01}^{m_1-n_1}}{A_1 (m_1 - \beta_1 - n_1 + \alpha_1 + 1)} \psi_1^{m_1-\beta_1-n_1+\alpha_1+1} = \frac{n_1 \varepsilon_1}{m_1} + \frac{(m_1 - n_1)}{m_1^2} \ln(m_1 \varepsilon_1 + 1) + c_1$$

Under the initial conditions $t_1 = 0$, $\psi_1 = 1$, $\varepsilon_1 = 0$, we get $c_1 = -\frac{B_1 \sigma_{01}^{m_1-n_1}}{A_1 (m_1 - \beta_1 - n_1 + \alpha_1 + 1)}$

, hence

$$\psi_1 = \left[1 - \frac{A_1}{B_1} \cdot \sigma_{01}^{n_1-m_1} \cdot (m_1 - \beta_1 - n_1 + \alpha_1 + 1) \cdot \left[\frac{(m_1 - n_1) \cdot \ln(m_1 \varepsilon_1 + 1)}{m_1^2} + \frac{n_1 \varepsilon_1}{m_1} \right] \right]^{\frac{1}{m_1 - \beta_1 - n_1 + \alpha_1 + 1}} \quad (55)$$

Under the conditions $m_1 = \beta_1$, $n_1 = 1 + \alpha_1$, the system of equations (53) and (54) is reduced to a non-linear differential equation of the second order [132]. Solutions in the form $\psi_1(t_1)$ and $\varepsilon_1(t_1)$ can also be obtained.

Expressing from (54) ε_1 , we can get

$$\varepsilon_1 = -\frac{1}{n_1} - \frac{1}{A_1 \sigma_{01}^{n_1} \psi_1^{n_1-\alpha_1} n_1} \frac{d\psi_1}{dt_1} \quad (56)$$

From (56) we can find $\frac{d\varepsilon_1}{dt_1}$:

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt_1} = -\frac{\psi_1^{\alpha_1-n_1} \frac{d^2\psi_1}{dt_1^2}}{A_1 \sigma_{01}^{n_1} n_1} - \frac{\psi_1^{\alpha_1-n_1-1} \left[\frac{d\psi_1}{dt_1} \right]^2 (\alpha_1 - n_1)}{A_1 \sigma_{01}^{n_1} n_1} \quad (57)$$

Substituting (56) and (57) into (53), we can obtain a second-order nonlinear differential equation:

$$\psi_1 \frac{d^2\psi_1}{dt_1^2} - (n_1 - \alpha_1) \left[\frac{d\psi_1}{dt_1} \right]^2 - m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} \psi_1^{m_1-\beta_1+1} \frac{d\psi_1}{dt_1} - A_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1+n_1} (m_1 - n_1) \psi_1^{m_1-\beta_1-\alpha_1+n_1+1} = 0 \quad (58)$$

Accepting the conditions $m_1 = \beta_1$, $n_1 = 1 + \alpha_1$, and using the replacement

$u_1(\psi_1(t_1)) = \frac{1}{\psi_1} \frac{d\psi_1}{dt_1}$, let's rewrite (58) in the following form:

$$\psi_1^2 \frac{du_1}{dt_1} - m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} u_1 \psi_1^2 - A_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1+n_1} (m_1 - n_1) \psi_1^2 = 0$$

So

$$\frac{du_1}{dt_1} - m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} u_1 - A_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1+n_1} (m_1 - n_1) = 0$$

$$\frac{1}{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} u_1 + A_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1+n_1} (m_1 - n_1)} du_1 = dt_1$$

Solving the last equation, we can get

$$\frac{\ln |m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} u_1 + A_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1+n_1} (m_1 - n_1)|}{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1}} = t_1 + c_2$$

Under the initial conditions $t_1 = 0$, $u_1 = 0$, we receive that $c_2 = \frac{\ln |A_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1+n_1} (m_1 - n_1)|}{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1}}$.

Taking into account the constant value, we will have

$$u_1 = \frac{(m_1 - n_1) \sigma_{01}^{n_1} A_1}{m_1} \left[e^{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right]$$

Returning to the original notation

$$\frac{d\psi_1}{dt_1} = \psi_1 \frac{(m_1 - n_1) \sigma_{01}^{n_1} A_1}{m_1} \left[e^{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right]$$

$$\frac{1}{\psi_1} d\psi_1 = \frac{(m_1 - n_1) \sigma_{01}^{n_1} A_1}{m_1} \left[e^{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right] dt_1$$

Solving the last equation, we can get

$$\ln |\psi_1| = \frac{(m_1 - n_1) \sigma_{01}^{n_1} A_1}{m_1} \left[\frac{e^{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1}}{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1}} - t_1 + c_3 \right]$$

Under the initial conditions $t_1 = 0$, $\psi_1 = 1$, the constant is equal to $c_3 = -\frac{1}{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1}}$, and

the expression for the continuity parameter takes the following form

$$\begin{aligned} \ln |\psi_1| &= \frac{m_1 - n_1}{m_1^2} \frac{A_1}{B_1} \sigma_{01}^{n_1 - m_1} \left[e^{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right] - \frac{m_1 - n_1}{m_1} \sigma_{01}^{n_1} A_1 t_1 \\ \psi_1 &= e^{\left[\frac{A_1 \sigma_{01}^{m_1 - m_1} (m_1 - n_1)}{B_1 m_1^2} \left(e^{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right) - \frac{A_1 \sigma_{01}^{n_1} (m_1 - n_1)}{m_1} t_1 \right]} \end{aligned} \quad (59)$$

Taking into account the conditions $m_1 = \beta_1$, $n_1 = 1 + \alpha_1$, in (53), we can obtain

$$\frac{d\varepsilon_1}{(1 + m_1 \varepsilon_1)} = B_1 \sigma_{01}^{m_1} dt_1$$

$$\frac{1}{m_1} \ln |1 + m_1 \varepsilon_1| = B_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1 + c_4$$

Under the initial conditions $t_1 = 0$, $\varepsilon_1 = 0$, we get that $c_4 = 0$, then

$$\ln|1 + m_1 \varepsilon_1| = B_1 m_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1$$

$$1 + m_1 \varepsilon_1 = e^{m_1 B_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1}$$

Therefore

$$\varepsilon_1 = \frac{e^{B_1 m_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1}{m_1} \quad (60)$$

For the second stage, consider the solutions of equation (53) under the initial conditions $t_2 = t_1$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$:

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt_2} = B_2 \sigma_{02}^{m_2} \psi_2^{m_2 - \beta_2} (1 + m_2 \varepsilon_2), \quad (61)$$

Taking into account the conditions $m_2 = \beta_2$, we can rewrite (61) in the following form

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt_2} = B_2 \sigma_{02}^{m_2} (1 + m_2 \varepsilon_2),$$

$$\frac{d\varepsilon_2}{(1 + m_2 \varepsilon_2)} = B_2 \sigma_{02}^{m_2} dt_2,$$

$$\frac{1}{m_2} \ln|1 + m_2 \varepsilon_2| = B_2 \sigma_{02}^{m_2} t_2 + c_5.$$

Under the initial conditions $t_2 = t_1$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$, we can obtain for the constant

$c_5 = \frac{1}{m_2} \ln \left| 1 + \frac{m_2}{m_1} \left(e^{B_1 m_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right) \right| - B_2 \sigma_{02}^{m_2} t_1$, taking into account which we will have

$$\frac{1}{m_2} \ln|1 + m_2 \varepsilon_2| = B_2 \sigma_{02}^{m_2} t_2 + \frac{1}{m_2} \ln \left| 1 + \frac{m_2}{m_1} \left(e^{B_1 m_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right) \right| - B_2 \sigma_{02}^{m_2} t_1$$

$$\ln|1 + m_2 \varepsilon_2| = B_2 m_2 \sigma_{02}^{m_2} (t_2 - t_1) + \ln \left| 1 + \frac{m_2}{m_1} \left(e^{B_1 m_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right) \right|$$

$$\varepsilon_2 = \frac{e^{B_2 m_2 \sigma_{02}^{m_2} (t_2 - t_1) + \ln \left| 1 + \frac{m_2}{m_1} \left(e^{B_1 m_1 \sigma_{01}^{m_1} t_1} - 1 \right) \right|} - 1}{m_2} \quad (62)$$

3.5. Comparison of experimental data with theoretical curves

Theoretical creep curves according to solutions (60) and (62) and the experimental creep curves for the ENAW5251 (AMg2) alloy under step loading at a temperature of 250°C with acting stresses of 45 MPa and 60 MPa are shown in Fig. 26.

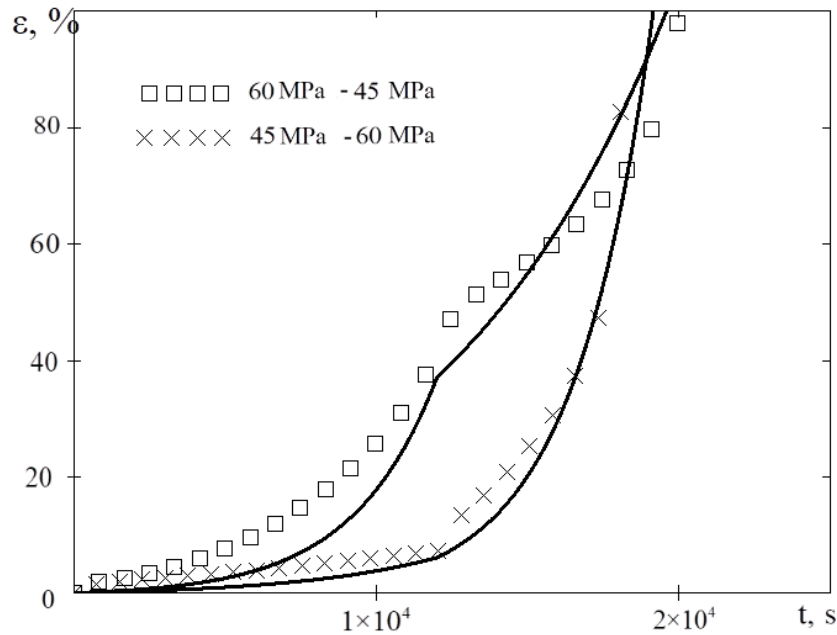


Fig. 26. Theoretical and experimental creep curves of the ENAW5251 (AMg2) alloy under step loading at a temperature of 250°C with acting stresses equal to 45 MPa and 60 MPa.

In the calculations, the following values of the coefficients were taken:

$$\begin{aligned}
 &45\text{-}60 \text{ MPa} \quad - \quad \sigma_1 = 45 \text{ MPa}, \quad \sigma_2 = 60 \text{ MPa}, \quad B_1 = 5.3 \times 10^{-8} [\text{MPa}]^2 \times [\text{h}]^{-1}, \\
 &B_2 = 5.3 \times 10^{-8} [\text{MPa}]^2 \times [\text{h}]^{-1}, \quad m_1 = 2, \quad m_2 = 2; \\
 &60\text{-}45 \text{ MPa} \quad - \quad \sigma_1 = 60 \text{ MPa}, \quad \sigma_2 = 45 \text{ MPa}, \quad B_1 = 5.1 \cdot 10^{-8} [\text{MPa}]^2 \times [\text{h}]^{-1}, \\
 &B_2 = 3.2 \times 10^{-8} [\text{MPa}]^2 \times [\text{h}]^{-1}, \quad m_1 = 2, \quad m_2 = 2.
 \end{aligned}$$

As can be seen from Fig. 26, the theoretical creep curves according to solutions (60) and (62) describe well the experimental creep curves under two-stage loading of the ENAW5251 (AMg2) alloy. Thus, the proposed system of interrelated kinetic

equations for the creep rate and the damage parameter makes it possible to describe cases of step loading, which indicates the universality of the system.

Conclusions

A modified version of the system of interrelated Kachanov-Rabotnov kinetic equations is considered, taking into account the mass conservation law and specification of the damage parameter in the form of the ratio of the current value of the material density to the initial one. Solutions of this system of kinetic equations are obtained for the case of two-stage loading.

Experimental studies of the uniaxial stress state under creep conditions under two-stage loading of the ENAW5251 (AMg2) aluminum alloy at a temperature of 250°C have been carried out.

The obtained theoretical creep curves describe well the experimental creep curves under two-stage loading for the ENAW5251 (AMg2) alloy. Thus, the proposed system of interrelated kinetic equations for the creep rate and the damage parameter makes it possible to describe cases of step loading, which indicates the universality of the system.

Chapter 4. Evolution of damage processes of metals under high-temperature creep conditions

The problem of creep and long-term strength of metallic materials and alloys is considered. It is assumed that only one kinetic equation for the creep rate is sufficient to describe brittle fracture under conditions of high-temperature creep. In this case, changes in the continuity parameter can be determined from experimental high-temperature creep curves. In this case, the medium is considered compressible, and the continuity parameter is specified as a relative change in the density of the material. Thus, the continuity parameter is determined from the considered kinetic equation for the creep rate and written in terms of the creep rate and the creep strain. In the works of L. M. Kachanov [7] and Yu. N. Rabotnov [8], to describe the brittle region of the experimental long-term strength curve, a simple kinetic equation for the damage parameter (continuity) was proposed and a long-term strength criterion was formulated. The question of the relationship between creep deformation and damage was not discussed in these works.

In the scientific literature on this problem, the following possible variants of the relationship between creep and damage are given. Creep and fracture processes develop in parallel and are not related to each other in the first approximation. Damage is the result of deformation, which creates fracture sources, leads to the appearance of places with high stress concentrations, and is a source of point defects that are necessary for the development of slow fracture. Creep is the result of microfracture processes in the bulk of the material.

Low strain rates and high temperatures promote creep fracture. This fact suggests that damage and fracture can occur independently of plastic deformation. This is also referred to by numerous cases of slow fracture with very low residual deformations. Research by Ratcliffe R.T. and Greenwood G.W. [56] and Betekhtin V.I. [60] on changes in density under creep conditions showed that the healing of pores under single and repeated application of hydrostatic pressure leads to a sharp deformation inhibition of creep. So the fracture time is greatly increased.

At the same time, the creep rate practically does not change. The processes of damage by density change completely inhibit the development of fracture, which indicates that the creep rate is independent of damage. Apparently, all three possible variants of the relationship between creep and fracture are valid.

4.1. Determination of the change in the continuity parameter from the experimental creep curve

In [145–147], a compressible medium with damage parameter $\psi = \rho / \rho_0$ (ρ_0 is the initial density and ρ is the current sample density) is introduced. Taking into account the mass conservation law, the kinetic equation for the creep rate is given in the form

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \dot{\varepsilon} = B\sigma_0^m \psi^{m-\beta} e^{m\varepsilon} \quad (63)$$

where B , m , β are constants.

From equation (63) for the continuity parameter we can obtain

$$\psi = \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\sigma_0^m B e^{m\varepsilon}} \right)^{\frac{1}{m-\beta}} \quad (64)$$

Using formula (64), one can determine the time dependence of the parameter ψ according to the experimental creep strain curves, which can be described by various empirical dependences in the form of power, exponential, and mixed functions.

4.2. Description of creep curves

The experimental creep strain curves can be described by various empirical dependences in the form of power, exponential, and mixed functions.

To describe the experimental creep strain curves, we considered the case of a power-law dependence in the following form [145]:

$$\varepsilon = \frac{c}{(t_1 - at)^k} + b \quad (65)$$

where a , c , b , k , t_1 are constants.

Fig. 27 shows the experimental creep strain curves according to [139, 140, 141, 5] and the empirical dependence as a function (65).

The following values of the coefficients were used in the calculations: $c = 10^4 [\text{h}]^{\frac{5}{2}}$, $b = 0.01$, $k = 2.5$, $a = 5 \cdot 10^{-4}$, $t_1 = 100 [\text{h}]$.

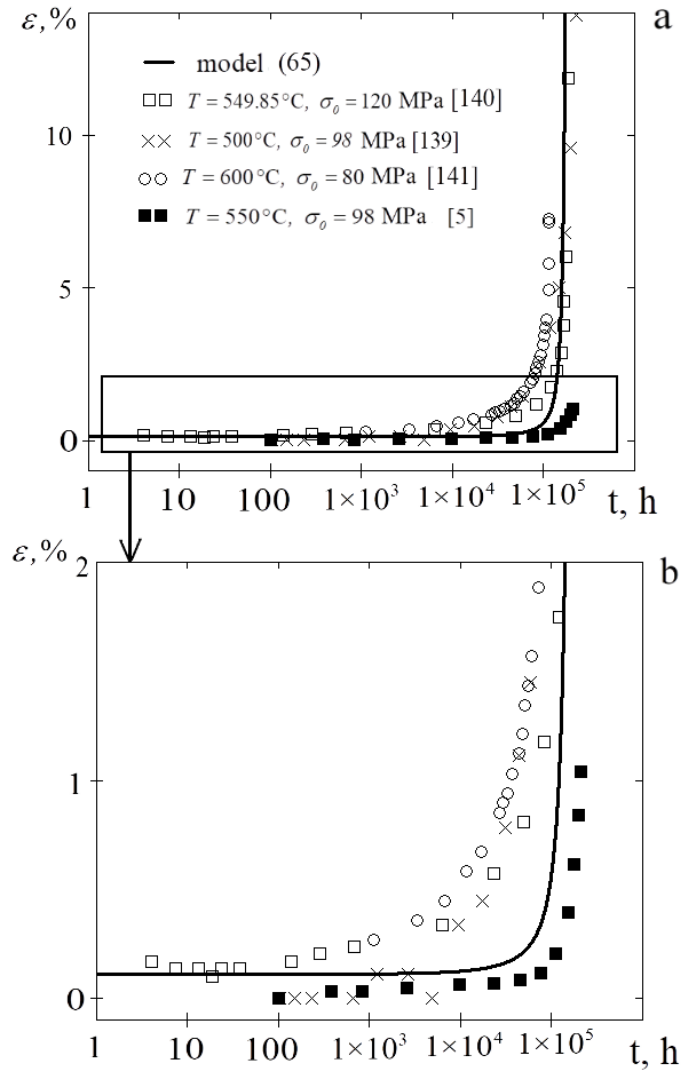


Fig. 27. Experimental creep strain curves for 2.25Cr-1Mo steel at 500°C [139], for 12% Cr-X20 steel at 549.85°C [140], for P91 steel at 600°C [141], and for 20Kh12VNMF steel at 550 °C [5] and the theoretical creep deformation curve according to relation (65) (a) and an enlarged fragment of the area of small deformations (b).

The following dependence for creep deformation was also considered [146]:

$$\varepsilon = \frac{e^{kt}}{(ft+c)^q} + b \quad (66)$$

where f , c , k , b , q are constants.

Fig. 28 shows the experimental creep strain curves according to [139, 140, 141, 5] and the empirical dependence as a function (66).

The following values of the coefficients were used in the calculations: $c=100$, $b=-0.85$, $k_1=1.7 \cdot 10^{-5} [\text{h}]^{-1}$, $k_2=3 \cdot 10^{-6} [\text{h}]^{-1}$, $q=0.01$, $f=8 \cdot 10^{-4} [\text{h}]^{-1}$.

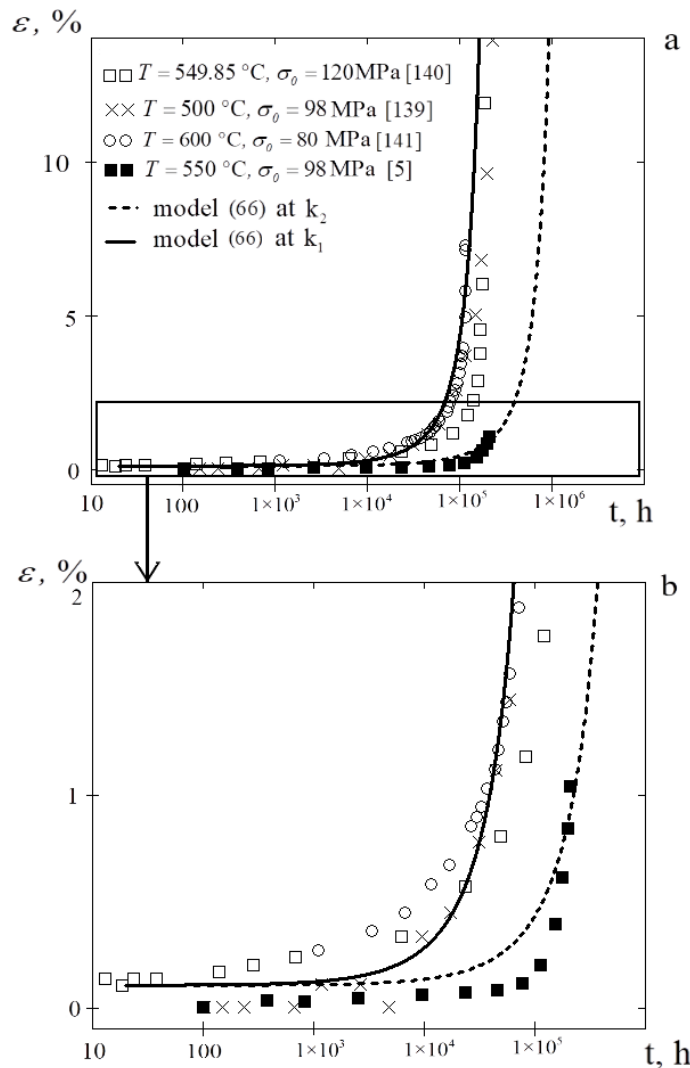


Fig. 28. Experimental creep strain curves for 2.25Cr-1Mo steel at 500°C [139], for 12% Cr-X20 steel at 549.85°C [140], for P91 steel at 600°C [141], and for 20Kh12VNMF steel at 550 °C [5] and the theoretical creep deformation curves according to relation (66) (a) and an enlarged fragment of the area of small deformations (b).

As can be seen from Fig. 27 and Fig. 28, the proposed dependences (65) and (66) describe well the experimental creep strain curves.

4.3. Definition of continuity parameter change

Using formula (64), we can determine the time dependence of the continuity parameter ψ according to the experimental creep strain curve.

Taking into account (65) and (66), from relation (64) we obtain the following dependencies for the continuity parameter:

$$\psi = \left[\frac{ack}{\sigma_0^m B (t_1 - at)^{k+1} e^{m \left(\frac{c}{(t_1 - at)^k} + b \right)}} \right]^{\frac{1}{m-\beta}} \quad (67)$$

$$\psi = \left[\frac{e^{kt} \left(k - \frac{qf}{ft+c} \right)}{(ft+c)^q B \sigma_0^m e^{m \left(\frac{e^{kt}}{(ft+c)^q} + b \right)}} \right]^{\frac{1}{m-\beta}} \quad (68)$$

4.4. Criteria for long-term strength

The criterion of long-term strength can be obtained under the condition that the continuity parameter reaches a certain critical value ψ_* .

Taking in (67) the fracture condition in the form $t = t_f$, $\psi = \psi_*$, we can obtain the following criterion of long-term strength

$$\sigma_0 = \left[\frac{ack}{B \psi_*^{m-\beta} (t_1 - at)^{k+1} e^{m \left(\frac{c}{(t_1 - at)^k} + b \right)}} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (69)$$

Taking in (68) the fracture condition in the form $t = t_f$, $\psi = \psi_*$, for the criterion of long-term strength we will have

$$\sigma_0 = \left[\frac{e^{k t_f} \left(k - \frac{q f}{f t_f + c} \right)}{B \psi_*^{m-\beta} (f t_f + c)^q e^{m \left[\frac{e^{k t_f}}{(f t_f + c)^q + b} \right]}} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (70)$$

Experimental curves of long-term strength according to formulas (66), (67) and experimental points for steel 2.25Cr-1Mo at 500°C [139] are shown in Fig. 29. The following values of the coefficients were used in the calculations:

(69): $c = 10^4 [\text{h}]^{\frac{5}{2}}$, $k = 2.5$, $B = 5.5 \times 10^{-27} [\text{MPa}]^{10} \times [\text{h}]^{-1}$, $\beta = 0.01$, $m = 10$, $a = 5 \times 10^{-4}$, $t_l = 100 [\text{h}]$, $b = 0.01$;

(70): $c = 10^2$, $B = 1 \times 10^{-17} [\text{MPa}]^6 \times [\text{h}]^{-1}$, $k = 1.7 \times 10^{-5} [\text{h}]^{-1}$, $\beta = 0.01$, $q = 0.01$, $b = -0.85$, $m = 6$, $f = 8 \times 10^{-4} [\text{h}]^{-1}$.

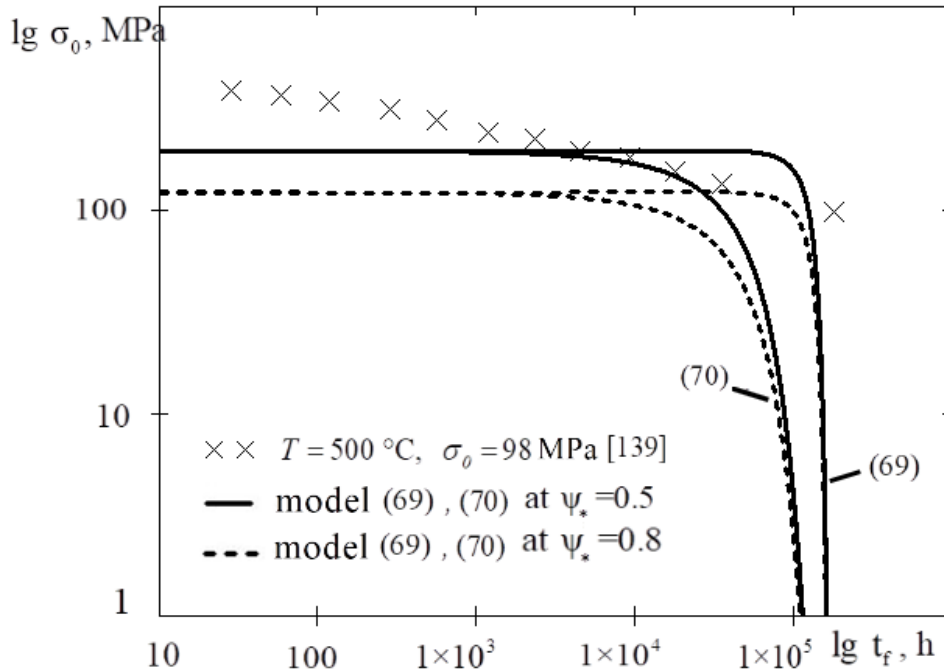


Fig. 29. Theoretical long-term strength curves according to solutions (69) and (70) and experimental points for 2.25Cr-1Mo steel at 500°C [139].

Experimental curves of long-term strength according to formulas (66), (67) and experimental points for steel 20Kh12VNMF at 550 °C [5] are shown in Fig. 30. The following values of the coefficients were used in the calculations:

$$(69): c = 10^4 [\text{h}]^{\frac{5}{2}}, \quad b = 0.01, \quad k = 2.5, \quad m = 10, \quad \beta = 0.01, \quad B = 5.7 \times 10^{-27} [\text{MPa}]^{-10} \times [\text{h}]^{-1}, \\ a = 5 \times 10^{-4}, \quad t_l = 100 [\text{h}];$$

$$(70): c = 10^2, \quad k = 3 \times 10^{-6} [\text{h}]^{-1}, \quad \beta = 0.01, \quad q = 0.01, \quad m = 6, \quad b = -0.85, \quad f = 8 \times 10^4 [\text{h}]^{-1}, \\ B = 1.7 \times 10^{-18} [\text{MPa}]^{-6} \times [\text{h}]^{-1}.$$

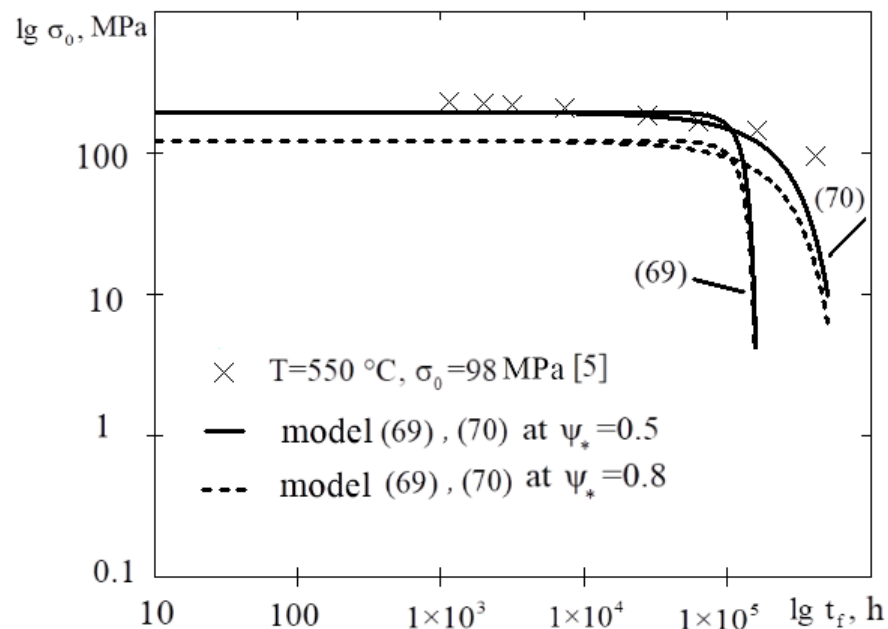


Fig. 30. Theoretical long-term strength curves according to solutions (69) and (70) and experimental points for steel 20Kh12VNMF at 550 °C [5].

From Fig. 29 and Fig. 30 shows that at $\psi_* = 0.5$ it is possible to achieve the best approximation of the theoretical curves of long-term strength according to relations (69) and (70) to the experimental results. However, in real conditions during creep, the value of density (or the relative change in density, i.e. ψ) does not undergo such a strong change. In this regard, it was assumed in the calculations that $\psi_* = 0.8$. At $\psi_* = 0.8$, relations (69) and (70) qualitatively correctly describe the experimental

curves of long-term strength [139, 5], at the same time, in this case, an underestimation of the value of long-term strength in quantitative terms is observed.

4.5. Changes in the continuity parameter

Fig. 31 shows the theoretical continuity curves according to formulas (67) and (68) for the experimental results from [139]. The following values of the coefficients were used in the calculations:

$$(67): \quad a = 5 \times 10^{-4}, \quad b = 0.01, \quad c = 10^4 [\text{ч}]^{\frac{5}{2}}, \quad k = 2.5, \quad t_l = 100 [\text{h}], \quad m = 10, \quad \beta = 0.01, \\ B = 5.5 \times 10^{-27} [\text{MPa}]^{-10} \times [\text{h}]^{-1}, \quad \sigma_0 = 98 \text{ MPa};$$

$$(68): \quad f = 8 \times 10^{-4}, \quad b = -0.85, \quad c = 10^2, \quad k = 1.7 \times 10^{-5}, \quad m = 6, \quad \beta = 0.01, \\ B = 1 \times 10^{-17} [\text{MPa}]^{-6} \times [\text{h}]^{-1}, \quad \sigma_0 = 98 \text{ MPa}, \quad q = 0.01.$$

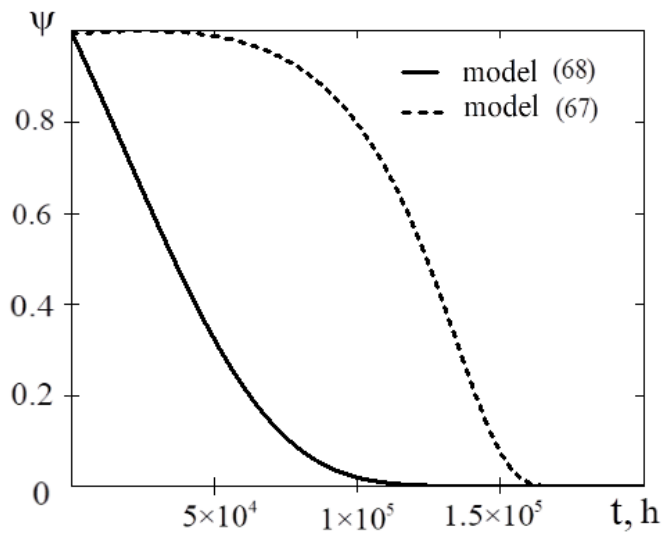


Fig. 31. Theoretical continuity curves according to formulas (67) and (68) for the experimental results from [139].

Fig. 32 shows the theoretical continuity curves according to formulas (67) and (68) for the experimental results from [5]. The following values of the coefficients were used in the calculations:

(67): $q = 0.01$, $b = 0.01$, $c = 10^4$, $k = 2.5$, $t_l = 100$ [h], $m = 10$, $\beta = 0.01$,
 $B = 5.7 \times 10^{-27} [\text{MPa}]^5 \times [\text{h}]^{-1}$, $\sigma_0 = 98$ MPa ;

(68): $f = 8 \times 10^{-4} [\text{h}]^{-1}$, $b = -0.85$, $c = 10^2$, $k = 3 \times 10^{-6} [\text{h}]^{-1}$, $m = 6$, $\beta = 0.01$,
 $B = 1.7 \times 10^{-18} [\text{MPa}]^6 \times [\text{h}]^{-1}$, $\sigma_0 = 98$ MPa, $q = 0.01$.

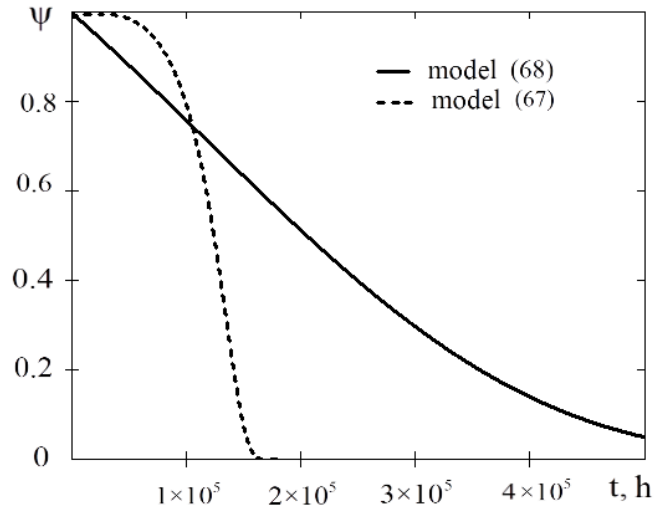


Fig. 32. Theoretical continuity curves according to formulas (67) and (68) for the experimental results from [5].

As can be seen from Fig. 31, Fig. 32 relations (67) and (68) make it possible to describe the different nature of the change in the continuity curves, which can be observed under conditions of high-temperature creep.

Conclusions

The compressibility of metallic materials is taken into account, and the relative change in density is considered as a parameter of continuity. A method for determining the damage value from experimental creep curves in accordance with the theory for a compressible medium is proposed. In this case, to describe brittle fracture under conditions of high-temperature creep, only one kinetic equation for the creep rate is formulated. The continuity parameter is determined from the considered kinetic equation and expressed in terms of the creep rate and creep strain.

Empirical dependences in the form of mixed power and exponential functions are used to describe the experimental creep curves. Theoretical continuity curves are plotted. The criterion of long-term strength is obtained under the condition when the continuity parameter reaches a critical value. Corresponding theoretical curves of long-term strength are constructed. The obtained relations qualitatively correctly describe the experimental curves of long-term strength. At the same time, at real numbers of the critical value of damage at the fracture moment ($\psi_* = 0.8$), an underestimation of long-term strength value in quantitative terms is observed.

General conclusions

Under conditions of high-temperature creep, the evolution of damage of metallic materials occurs. To describe it, the concept of damage by R.A. Arutyunyan is used. The damage parameter is defined as the relative change in material density. The results of numerous studies of changes in the porosity and density of various metals and alloys due to the formation and development of micropores and microcracks under high-temperature creep allow us to consider density as an integral measure of the accumulation of structural microdefects. Taking into account this parameter and the mass conservation law, the interrelated kinetic equations for the creep deformation and the damage parameter are formulated. Exact, approximate analytical and numerical solutions of these equations are obtained, and a long-term strength criterion is formulated, which can describe the region of brittle fracture. The corresponding theoretical curves are plotted. It is shown, that the proposed system of kinetic equations is capable to describe the third region of the creep curves. Moreover, the creep strain obtained from the solution of the proposed equations can accumulate both more intensively and less intensively compared to the strain value according to the Kachanov-Rabotnov theory. It is also shown, that the Kachanov-Rabotnov long-term strength criterion is a special case of the obtained criterion.

The obtained solutions are compared with experimental results on the change in porosity (density) for various metals and alloys during high-temperature creep at various temperatures and load levels. The holding time under load until fracture varied within 30–500 hours. In this time and deformation interval, the damage function is expressed as a straight line and has a general nature for metals tested at various temperatures and load levels. This result allows us to consider the damage parameter, given as a relative change in density, as a universal characteristic of porosity accumulation during creep.

A comparison of theoretical and experimental creep and long-term strength curves for various metals and alloys under high-temperature creep conditions is also given. A good agreement between theoretical and experimental curves is observed.

A modified system of equations by R.A. Arutyunyan for creep deformation and for the relative change in the density of the material is proposed. The corresponding approximate and exact solutions for creep deformation and density change are obtained. Theoretical density change curves are plotted. A good agreement between the experimental and theoretical curves of the change in density during creep is observed.

Taking into account the damage parameter specified in the form of a relative change in the density of the material, and the mass conservation law, the interrelated kinetic equations for the creep deformation and the damage parameter for the case of two-stage loading are formulated. Solutions of this system of kinetic equations are obtained.

Experimental studies of the uniaxial stress state under creep conditions under two-stage loading have been carried out for aluminum alloy ENAW5251 (AMg2) at a temperature of 250°C.

The theoretical creep curves describe well the obtained experimental creep curves under two-stage loading for the ENAW5251 (AMg2) alloy. Thus, the proposed system of interrelated kinetic equations for the creep rate and the damage parameter makes it possible to describe cases of step loading, which indicates the universality of the system.

The compressibility of metallic materials is taken into account, and the relative change in density is considered as a parameter of continuity. A method for determining the damage value from experimental creep curves in accordance with the theory for a compressible medium is proposed. In this case, to describe brittle fracture under conditions of high-temperature creep, only one kinetic equation for the creep rate is formulated.

The continuity parameter is determined from the considered kinetic equation and is expressed in terms of the creep rate and creep strain. Empirical dependences in the form of mixed power and exponential functions are used to describe the experimental creep curves. Theoretical continuity curves are plotted. The criterion of long-term strength is obtained under the condition when the continuity parameter

reaches a critical value. Corresponding theoretical curves of long-term strength are constructed. The obtained relations qualitatively correctly describe the experimental curves of long-term strength.

References

1. Piatti G., Lubek R., Matera R. Study of microcrack formation and propagation phenomena in creep deformed metals // Euro Spectra. Scientific and technical review of the European communities. December 1972. Vol. XI. No. 4. P. 93-101.
2. Hoff N.J., Brooklyn N.Y. The necking and the rupture of rods subjected to constant tensile loads // Journal of applied mechanics 1953. Vol. 20. No. 1. P. 105-108.
3. Oding I.A., Ivanova V.S., Burdukskii V.V. and Geminov V.N. Theory of creep and long-term strength of metals. Publishing house "Metallurg-izdat". 1959. 488 p.
4. Namestnikov V.S., Khvostunkov A.A. Creep of duralumin under constant and variable loads // PMTF. No. 4. 1960. P. 90-95.
5. Petrenya Yu.K., Chizhik A.A. Fracture due to creep and mechanisms of microfracture // Dokl. Academy of Sciences of the USSR. 1987. Vol. 297. No. 6. P. 1331–1333.
6. Golub V.P., Teteruk R.G. The basis of Hoff's model of ductile failure // Strength Mater. 1993. Vol. 25. P. 96–103.
7. Kachanov L.M. On the fracture time under creep conditions // Izv. Academy of Sciences of the USSR. Dep. Tech. Sciences. 1958. No. 8. P. 26-31.
8. Rabotnov Yu.N. On the mechanism of long-term fracture // Questions of the strength of materials and structures. - M.: Publishing House of the Academy of Sciences of the USSR, 1959. P. 5-7.
9. Rabotnov Yu.N. On fracture due to creep // App. Mech. and Tech. Phys. 1963. No. 2. P. 113-123.
10. Rabotnov Yu.N. Creep of structural elements. M.: Nauka, 1966. 752 p.
11. Haward R.N. The extension and rupture of cellulose acetate and celluloid // Trans. Farad. Soc. 1942. Vol. 38. P. 394-400.
12. Bokshitsky M.N. The long-term strength of polymers. M.: Chemistry. 1978. 310 p.

13. Novozhilov V.V. On plastic loosening // Applied Mathematics and Mechanics. 1965. No. 4. P. 681-689.
14. Sosnin O.V. Energy variant of the theory of creep and long-term strength. Creep and fracture of non-hardening materials. Message 1 // Problemi prochnosti, 1973. No. 5. P. 45–49.
15. Sosnin O.V. On a variant of the theory of creep with energy parameters of hardening // Mechanics of deformable bodies and structures. M.: Mashinostroenie, 1975. P. 460–463.
16. Sosnin O.V., Gorev B.V., Nikitenko A.F. Energy variant of the theory of creep. Novosibirsk: Hydrodyne Inst. named after M.A. Lavrentiev, 1986. 96 p.
17. Sosnin O.V., Lyubashevskaya I.V., Novoselya I.V. Comparative estimation of high-temperature creep and fracture of structural materials // PMTF, 2008. Vol. 49, No. 2. P. 123–130.
18. Boyko S.V. Modeling the shaping of structural elements under conditions of non-stationary creep // Dissertation for the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences. Federal State Budgetary Institution of Science Institute of Hydrodynamics. M.A. Lavrentiev, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences. Novosibirsk. 2020. 133 p.
19. Pavlov P.A., Nedelko E.Yu. Experimental determination of the work of irreversible deformation during the fracture of some metals // Izvestia vuzov. Construction and architecture. 1981. No. 9. P. 55-58.
20. Zolochovsky A.A. Energy variant of the theory of creep and long-term strength of materials that resist tension and compression differently // Izvestia vuzov. Engineering. 1986. No. 12. P. 7-10.
21. Kulagin D.A., Lokoshchenko A.M. Modeling the influence of an aggressive environment on the creep and long-term strength of metals under a complex stress state // Izv. RAN. MTT, 2004. No. 1. P. 188–199.
22. Leckie F.A., Hayhurst D.R Creep rupture of structures // Proc. R. Soc. Lond. A, 1974. Vol. 340, No. 1622. P. 323–347. doi: 10.1098/rspa.1974.0155.

23. Leckie F.A., Wojewodzki W. Estimates of rupture life-constant load // *Int. J. Solids Struct.*, 1975. Vol. 11, No. 12. P. 1357–1365. doi: 10.1016/0020-7683(75)90063-3.
24. Leckie F.A., Hayhurst D.R. Constitutive equations for creep rupture // *Acta Metallurgica*, 1977. Vol. 25, No. 9. P. 1059–1070. doi: 10.1016/0001-6160(77)90135-3.
25. Xu Q., Hayhurst D.R. The evaluation of high-stress creep ductility for 316 stainless steel at 550°C by extrapolation of constitutive equations derived for lower stress levels // *Int. J. Pres. Ves. Pip.*, 2003. Vol. 80, No. 10. P. 689–694. doi: 10.1016/j.ijpvp.2003.08.005.
26. Kowalewski Z. L., Lin J., Hayhurst D.R. Investigation of a high accuracy uniaxial creep testpiece with slit extensometer ridges // *Arch. Mech.*, 1995. Vol. 47, No. 2. P. 261–279.
27. Rzhantsyn A.R. Theory of long-term strength under arbitrary uniaxial and biaxial loading // *Stroit. mekh. and calculation of construction.*, 1975. No. 4. P. 25–29.
28. Lemaître J., Chaboche J.-L. Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement // *J. Méc. Appl.*, 1978. Vol. 2, No. 3. P. 317–365.
29. Lemaître J., Sermage J.P. One damage law for different mechanisms // *Comput. Mech.*, 1997. Vol. 20, No. 1–2. P. 84–88. doi: 10.1007/s004660050221.
30. Shesterikov S.A., Lebedev S.Yu., Yumasheva M.A. New functional relations for describing the processes of creep and long-term strength / *Proceedings of the IX Conference on Strength and Plasticity*. Vol. 3 (22.01–26.01.1996, Moscow). Moscow: IPM RAN, 1996, P. 130–134.
31. Chrzanowski M., Madej J. Isochronous creep rupture curves in plane stress // *Mech. Res. Commun.*, 1980. Vol. 7, No. 1. P. 39–40. doi: 10.1016/0093-6413(80)90023-3.
32. Murakami S., Mizuno M. A constitutive equation of creep, swelling and damage under neutron irradiation applicable to multiaxial and variable states of stress // *Int.*

- J. Solids Struct., 1992. Vol. 29, No. 19. P. 2319–2328. doi: 10.1016/0020-7683(92)90218-I.
33. Dyson B.F., Taplin D. Creep damage accumulation // Grain Bound. Inst. Met. Spring Resident. Conf. 1976. Ser. 3. No. 5. London, s.a. E/23-E/28.
34. Dyson B.F., Loveday M.S. Creep fracture in Nimonic 80A under triaxial tensile stressing // A.R.S. Ponter, D.R. Hayhurst (eds.), Creep in Structures. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer, 1981. P. 406–421. doi: 10.1007/978-3-642-81598-0_27.
35. Trivaudey F., Delobelle P. High temperature creep damage under biaxial loading—Part I: Experiments // J. Eng. Mater. Technol., 1990. Vol. 112, No. 4. P. 442–449. doi: 10.1115/1.2903355.
36. Tvergaard V. On the stress state dependence of creep rupture // Acta Metallurgica, 1986. Vol. 34, No. 2. P. 243–256. doi: 10.1016/0001-6160(86)90195-1.
37. Trivaudey F., Delobelle P. High temperature creep damage under biaxial loading—Part II: Model and simulations // J. Eng. Mater. Technol., 1990. Vol. 112, No. 4. P. 450–455. doi: 10.1115/1.2903356.
38. Trąmpczyński W., Hayhurst D.R. Creep deformation and rupture under non-proportional loading / A.R.S. Ponter, D.R. Hayhurst (eds.), Creep in Structures. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer. P. 388–405. doi: 10.1007/978-3-642-81598-0_26.
39. Leckie F.A., Onat E.T. Tensorial nature of damage measuring internal variables / J. Hult, J. Lemaitre (eds.), Physical Non-Linearities in Structural Analysis. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer, 1981. P. 140–155. doi: 10.1007/978-3-642-81582-9_20.
40. Getsov L.B. Kinetic equations of failure in complex programs of cyclic loading // Strength of Materials. Publisher: Springer Nature, 1978. Vol. 10, Issue 7, P. 767 – 775. doi: 10.1007/BF01521098.

41. Maruyama T., Nosaka T. Estimation of Creep Damage from Observation of Creep Voids in Centrifugal Cast Tube Alloys // *J. Soc. Mater. Sci. (Jap.)* 1979. Vol. 28. No. 308. P. 372-378. Doi:10.2472/jsms.28.372.
42. Nigmatullin R.I., Kholin N.N. Dislocation kinetics of superplasticity and creep of metals // *Dokl. Academy of Sciences of the USSR*. 1976. Vol. 231, No. 2. P. 303-306.
43. Estrin Y., Mecking H. A unified phenomenological description of work hardening and creep based one-parameter models // *Acta met.* 1984. Vol. 32. No. 1. P. 57-70.
44. Lokoshchenko A.M. The investigation of the metal damage at the creep by the method of electrical resistance measuring // *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 7, I. 2, 1991, P. 157- 161.
45. Lokoshchenko A.M. A new method for measuring creep damage in metals // *Mech. Solids.*, Vol. 40, I. 5, 2005, P. 82-92.
46. Perry A.J. Review cavitation in creep // *J. Mater. Sci.* 1974. Vol. 9. P. 1016-1039.
47. Grant N. Fracture under conditions of high-temperature creep // *Destruction. – M.: Mir*, 1976. Vol. 3. P. 538-578.
48. Berezina T.G., Trunin I.I. Interaction of the maximum allowable creep strain with damage for the material of steam pipelines // *Metal Science and Thermal Processing of Metals*. 1980. No. 12. P. 34-37.
49. Horiguchi M., Kawasaki T. Creep rupture of stainless steels at high temperatures // *J. Jap. Soc., Strength and Fract. Mat.* 1977. Vol. 12. No 1. P. 34-43 (in Japan).
50. Riedel H. The extension of a macroscopic crack at elevated temperature by the growth and coalescence of microvoids // *Creep in structures: Proc. 3rd IUTAM Symp., Leicester, 1980. Berlin etc., 1981.* P. 504-515.
51. Lokoshchenko A.M. Investigation of material damage during creep and long-term strength // *Appl. Mech. and tech. phys.* 1982. No. 6. P. 129-133.
52. Lokoshchenko A.M. Creep and long-term strength of metals. M.: FIZMATLIT. 2015. 506 p.

53. Arutyunyan R.A. On the role of porosity in the processes of viscous flow and brittle fracture during creep // Dokl. RAN. 1997. Vol. 352. No. 2. P. 190-192.
54. Betekhtin V.I. Porosity of solids // Trans. St.-Petersburg Acad. Sci. for strength problems. 1997. Vol. 1. P. 202-210.
55. Arutyunyan R.A. The problem of strain aging and long-term fracture in the mechanics of materials. St. Petersburg: Publishing House of St. Petersburg State University. 2004. 252 p.
56. Ratcliffe R.T., Greenwood G.W. Mechanism of cavitation in magnesium during creep // Phil. Mag. 1965. Vol. 12. P. 59-69.
57. Rosenberg V.M., Shalimova A.V., Zvereva T.S. Influence of temperature and stresses on the formation of pores during creep // Physics of metals and metallurgy. 1968. Vol. 25. Issue. 2. P. 326–332.
58. Cane B.J. Deformation induced intergranular creep cavitation in alpha-iron // Metal Sci. 1978. Vol. 12. No. 2. P. 102-108.
59. Goykhenberg Yu.N., Berezina T.T., Ashikhmina L.A., Erager S.I., Shcherbakova A.F. Investigation of the fracture of heat-resistant steels in the process of creep // Collection of scientific works of Chelyabinsk Polytechnic institute. 1979. Vol. 89, No. 229. P. 72–77.
60. Betekhtin V.I., Kadomtsev A.G., Petrov A.I. Features of microfracture of metals during high-temperature creep // Metal Science and Thermal Processing of Metals. 1980. No. 12. P. 24-26.
61. Arutyunyan R.A. On the criteria of fracture under creep conditions // Strength Problems. 1982. No. 9. P. 42-45.
62. Arutyunyan R.A. High-temperature embrittlement and long-term strength of metallic materials // Solid State Mechanics. 2015. No. 2. P. 96-104.
63. Arutyunyan R.A. High-temperature embrittlement and long-term strength of metallic materials // Mechanics of solids. 2015. Vol. 50. Issue 2. P. 191-197.
64. Kumanin V.I., Trunin I.I., Bogomolnaya R.B. Study of the process of damage accumulation under conditions of high-temperature creep // Nauchnie trudi Vsesouznogo zaochnogo instituta (VZMI). 1973. Vol. 1. P. 55-65.

65. Belloni G., Bernasconi G. Creep damage models // Creep Eng. Mater. and Structure. Proc. Semin. Ispra (Varese), 1978. CityplaceLondon, 1979. P. 195-227.
66. Botvina L.R. Destruction: kinetics, mechanisms, general rules. -M.: Nauka, 2008. 334 p.
67. Chadek J. Creep of metallic materials. M.: Mir, 1987. 302 p.
68. Kachanov L.M. Fundamentals of fracture mechanics. M.: Nauka, 1974. 312 p.
69. Kachanov L.M. On the issue of brittle fractures under creep conditions under complex loading // Vestn. Leningrad. University, 1972. No. 1. P. 92–96.
70. Kachanov L.M. Fracture under creep conditions under complex loading // Izv. Academy of Sciences of the USSR. Mechanics of a rigid body. 1972. No. 5. P. 11-15.
71. Namestnikova I.V., Shesterikov S.A. Vector representation of the damage parameter / Deformation and destruction of solids: Collection of works of Institute of Mechanics, Moscow State University named after M.V. Lomonosov. M.: Moscow University, 1985, P. 43–52.
72. Peleshko V.A. Using the damage surface to describe creep and long-term strength under complex loading // Izv. RAN. MTT, 2003. No. 2. P. 124–138.
73. Chow C.L., Yang X.J., Chu E. Viscoplastic constitutive modeling of anisotropic damage under nonproportional loading // J. Eng. Mater. Technol., 2001. Vol. 123, No. 4. P. 403–408. doi: 10.1115/1.1395575.
74. Lokoshchenko A.M. Investigation of long-term strength under complex stress state using the kinetic approach // Trudi Central'nogo cotloturbinnogo instituta. 1986. No. 230. P. 107–109.
75. Lokoshchenko A.M. Methods for modeling the long-term strength of metals in stationary and non-stationary complex stress states // Elasticity and inelasticity: Mater. of international scientific symposium, dedicated 100th anniversary of the birth of A.A. Ilyushin (January 20–21, 2011, Moscow). M.: Moscow university, 2011, P. 389–393.

76. Lokoshchenko A.M., Nazarov V.V. Kinetic approach to studying the long-term strength of metals under biaxial tension // *Aerospace engineering and technology*, 2005. No. 10. P. 73–78.
77. Lokoshchenko A.M., Nazarov V.V. Analysis of the long-term strength of metals under a complex stress state using the criterion and kinetic approaches // IX All-Russian Congress on Theoretical and Applied Mechanics. Annotations of reports. Vol. 3 (Nizhny Novgorod, August 22–28, 2006): Nizhny Novgorod state university, 2006, P. 135–136.
78. Lokoshchenko A.M., Nazarov V.V. Long-term strength of metals under equiaxed plane stress state // *PMTF*, 2009. No. 4. P. 150–157.
79. Lokoshchenko A.M., Platonov D.O. Creep rupture of anisotropic tubes under complex stress state // *Proc. of the 7th Intern. conf. “Biaxial/multiaxial fatigue and fracture”*, Berlin, 28 June — 1 July 2004. Berlin: DVM, 2004. P. 567–571.
80. Dacheva M.D., Shesterikov S.A., Yumasheva M.A. Damage under complex non-stationary stress state // *Izv. RAN. MTT*, 1998. No. 1. P. 44–47.
81. Morachkovsky O.K. On Creep Fracture of Anisotropic Materials // *Probl. Engineering*, 1978. No. 6. P. 41–43.
82. Chrzanowski M., Madej J. Budowa granicznych krzywych zniszczenia w oparciu o koncepcję parametru uszkodzenia [The construction of failure limit curves by means of a damage] // *Mech. Teor. Stosow [J. Theor. Appl. Mech.]*, 1980. Vol. 18, No. 4. P. 587–601 (In Polish).
83. Khazhinsky G.M. Deformation and long-term strength of metals. M.: Scientific world, 2008. 136 p.
84. Hayhurst D.R., Trąpczyński W., Leckie F.A. Creep rupture under non-proportional loading // *Acta Metallurgica*, 1980. Vol. 28, No. 9. P. 1171–1183. doi: 10.1016/0001-6160(80)90072-3.
85. Lokoshchenko A.M. Application of the damage vector parameter in modeling the long-term strength of metals // *Izv. RAN. MTT*, 2016. No. 3. P. 93–99.
86. Lokoshchenko A.M. Modeling of the long-term strength of metals in a non-stationary complex stress state // *PMM*, 2018. Vol. 82, No. 1. P. 84–97.

87. Murakami S., Sanomura I., Saitoh K. Formulation of cross-hardening in creep and its effects on the creep damage process of copper // *J. Engin. Mater. Technol.*, 1986. Vol. 108, No. 2. P. 167–173. doi: 10.1115/1.3225856.
88. Rabotnov Yu.N. Creep rupture / M. Hetényi, W.G. Vincenti (eds.), *Applied Mechanics*. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer. P. 342–349. doi: 10.1007/978-3-642-85640-2_26.
89. Johnson A.E., Khan B. Creep under changing complex-stress systems in copper at 250°C // *Int. J. Mech. Sci.*, 1965. Vol. 7, No. 12. P. 791–810. doi: 10.1016/0020-7403(65)90033-0.
90. Johnson A.E. Complex stress creep of metals // *Intern. Met. Rev.*, 1985. Vol. 30, No. 1. P. 447–506. doi: 10.1179/mtlr.1960.5.1.447.
91. Tamuzh V.P. On a Possibility of Constructing a Theory of Long-Term Fracture // *Problems of strength*, 1971. No. 2. P. 59–64.
92. Tamuzh V.P., Lagzdynsh A.Zh. A variant of constructing a phenomenological theory of fracture // *Mechanics of polymers*, 1968. No. 4. P. 638–647.
93. Lagzdynsh A.Zh., Tamuzh V.P. On the construction of a phenomenological theory of fracture of an anisotropic medium // *Mechanics of polymers*, 1971. No. 4. P. 634–644.
94. Altenbach H.; Schieß P. Modelling of the constitutive behavior of damaged materials / *Advances in Fracture Resistance and Structural Integrity: Selec. Pap. 8th Int. Conf. Fract.* (Kyiv, June 8–14, 1993). Oxford: Pergamon Press, 1994. P. 51–57.
95. Altenbach H.; Schieß P.; Zolochovsky A.A. Zum Kriechen isotroper Werkstoffe mit komplizierten Eigenschaften // *Rheologica Acta*, 1991, 30(4), P. 388–399. doi: 10.1007/BF00404197.
96. Altenbach H., Gorash Y., Naumenko K. Steady-state creep of a pressurized thick cylinder in both the linear and the power law ranges // *Acta Mechanica*, 2008, 195 (1-4), P. 263–274. doi: 10.1007/s00707-007-0546-5.
97. Naumenko K., Kutschke A., Kostenko Y., Rudolf T. Multi-axial thermo-mechanical analysis of power plant components from 9–12% Cr steels at high

- temperature. // *Engineering Fracture Mechanics*. 78 (2011), P. 1657–1668. doi: 10.1016/j.engfracmech.2010.12.002.
98. Altenbach H., Huang C., Naumenko K. Creep-damage predictions in thin-walled structures by use of isotropic and anisotropic damage models // *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. 37 (2002), P. 265–275. doi:10.1243/0309324021515023.
99. Naumenko K., Altenbach H. A phenomenological model for anisotropic creep in a multipass weld metal // *Archive of applied mechanics*. 74 (2005), P. 808–819. doi: 10.1007/s00419-005-0409-2.
100. Ilyushin A.A. On a theory of long-term strength // *Engineer journal Mechanics of solid bodies*, 1967. No. 3. P. 21–35.
101. Zavoychinskaya E.B., Kiyko I.A. Introduction to the theory fracture processes of solids. M.: Mosc. Univers., 2004. 168 p.
102. Pobedrya B.E. On damage models of rheonomic media // *Izv. RAN. MTT*, 1998. No. 4. P. 128–148.
103. Kopnov V.A. Long-term strength of anisotropic materials under complex stress state // *Probl. strength*, 1982. No. 2. P. 40–44.
104. Mikhalevich V.M. Tensor models of damage accumulation. Vinnytsia: University of Vinnytsia, 1998. 195 p. (in Ukrainian), <http://ir.lib.vntu.edu.ua/handle/123456789/13977>.
105. Mikhalevich V.M. Tensor models of long-term strength. Message 3. Criteria dependences under loading with a change in the stress state and directions of principal stresses // *Probl. of strength*. 1996. No. 3. P. 101–112.
106. Lebedev A.O., Mikhalevich V.M. To the theory of long-term strength // *Add. NASU.*, 1998. No. 5. P. 57–62 (in Ukrainian).
107. Lebedev A.A., Mikhalevich V.M. Criteria relations for determining the residual resource of materials // *Probl. of strength*, 2006. No. 4. P. 31–38.
108. Betten J. Net-stress analysis in creep mechanics // *Ing. Arch.*, 1982. Vol. 52, No. 6. P. 405–419. doi: 10.1007/BF00536211.

109. Betten J. Damage tensors in continuum mechanics // *J. Mec. Theor. Appl.*, 1983. Vol. 2, No. 1. P. 13–22.
110. Chow C.L., Wang J. An anisotropic theory of continuum damage mechanics for ductile fracture // *Eng. Fract. Mech.*, 1987. Vol. 27, No. 5. P. 547–558. doi: 10.1016/0013-7944(87)90108-1.
111. Bodner S.R. A procedure for including damage in constitutive equations for elasticviscoplastic work-hardening materials / J. Hult, J. Lemaitre (eds.), *Physical Non-Linearities in Structural Analysis*. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer, 1981. P. 21–28. doi: 10.1007/978-3-642-81582-9_4.
112. Liu Y., Kageyama Y., Murakami S. Creep fracture modeling by use of continuum damage variable based on Voronoi simulation of grain boundary cavity // *Int. J. Mech. Sci.*, 1998. Vol. 40, No. 2–3. P. 147–158. doi: 10.1016/S0020-7403(97)00045-3.
113. Murakami S. Mechanical modeling of material damage // *J. Appl. Mech.*, 1988. Vol. 55, No. 2. P. 280–286. doi: 10.1115/1.3173673.
114. Murakami S., Imaizumi T. Mechanical description of creep damage state and its experimental verification // *J. Mec. Theor. Appl.*, 1982. Vol. 1, No. 5. P. 743–761.
115. Murakami S., Ohno N. A continuum theory of creep and creep damage // A.R.S. Ponter, D.R. Hayhurst (eds.), *Creep in Structures*. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer, 1981. P. 422–444. doi: 10.1007/978-3-642-81598-0_28.
116. Astafiev V.I. Description of the fracture process under creep conditions // *Izv. Academy of Sciences of the USSR. MTT*, 1986. No. 4. P. 164–169.
117. Krajcinovic D. Continuous damage mechanics revisited: Basic concepts and definitions // *J. Appl. Mech.*, 1985. Vol. 52, No. 4. P. 829–834. doi: 10.1115/1.3169154.
118. Krajcinovic D., Rinaldi A. Statistical damage mechanics—Part I: Theory // *J. Appl. Mech.*, 2005. Vol. 72, No. 1. P. 76–85. doi: 10.1115/1.1825434.

119. Krajcinovic D., Selvaraj S. Creep rupture of metals—An analytical model // *J. Eng. Mater. Technol.*, 1984. Vol. 106, No. 4. P. 405–409. doi: 10.1115/1.3225738.
120. Mankovsky V.A. Criteria for damage and long-term strength of structural materials // *Mashinovedenie*, 1985. No. 1. P. 87–94.
121. Delobelle P., Trivaudey F., Oytana C. High temperature creep damage under biaxial loading: INCO 718 and 316 (17–12 SPH) steels // *Nucl. Eng. Des.*, 1989. Vol. 114, No. 3. P. 365–377. doi: 10.1016/0029-5493(89)90114-3.
122. Lemaître J. A three-dimensional ductile damage model applied to deep-drawing forming limits // *Mech. Behav. Mater.: Proc. of the 4th Int. Conf. (Stockholm, Sweden, 15–19 August 1983)*. Oxford: Pergamon Press, 1984. P. 1047–1053. doi: 10.1016/B978-1-4832-8372-2.50132-9.
123. Lokoshchenko A.M. Application of kinetic theory in the analysis of long-term high-temperature fracture of metals under conditions of a complex stress state (review) // *PMTF*, 2012. Vol. 53, No. 4. P. 149–164.
124. Lokoshchenko A.M., Fomin L.V., Teraud V.V., Basalov Yu.G., Agababyan V.S. Creep and long-term strength of metals under non-stationary complex stress states (review) // *Vestnik of Samara State tech. university. Ser. Phys.-Math. Sciences*. 2020. Vol. 24, No. 2. P. 275–318.
125. Agakhi K.A., Georgievsky D.V. Tensorial nonlinear constitutive relations of isotropic creep theory with tensor damage measure // *Izvestia of Tula state university. Natural science*, 2013. No. 2. P. 2–9.
126. Arutyunyan A., Arutyunyan R., Saitova R. The Criterion of High-Temperature Creep of Metals Based on Relative Changes of Density // *WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics*. 2019. 14. P.140-144.
127. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. The connection of high temperature creep and damage of metallic materials. Goris, Armenia // In: *Proceedings of IX International Conference IDM 2018 dedicated to the 75th anniversary of NAS RA*, P. 54-58.

128. Saitova R.R. Long-term strength and creep of structural elements // Collection of reports of the International Youth Scientific Conference "XXIV Tupolev Readings (School of Young Scientists)", in 6 Vols. Vol.1. 2019. P. 184-189.
129. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. The problem of damage and high-temperature creep fracture of metals // In: Proceedings of XLIV International Summer School Conference APM 2016. 2016. P. 34-40.
130. Arutyunyan A.R., Saitova R.R. Exact and approximate solutions of the system of interrelated equations of the theory of creep and long-term strength // Journal of Physics: Conference Series. 2022. Vol. 2231. Issue 1. Article number 012001.
131. Arutyunyan A.R., Saitova R.R. Exact and approximate solutions of the system of interrelated equations of the theory of creep and long-term strength // Actual problems of continuum mechanics. Proceedings of the VII International conference October 04-08, 2021, Tsaghkadzor, Armenia. 2021. P. 33-37.
132. Polyanin A.D., Zaitsev V.F. Handbook of Exact Solutions for Ordinary Differential Equations, 2nd Edition, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 2003. 783 p.
133. Boettner R.C, Robertson W.D. A study of the growth of voids in copper during the creep process by measurement of the accompanying change in density // Trans. of the Metallurg. Society of AIME. 1961. Vol. 221. No. 3. P. 613-622.
134. Beghi C., Geel C., Piatti G. Density measurements after tensile and creep tests on pure and slightly oxidised aluminium // J. Mat. Sci. 1970. Vol. 5. No. 4. P. 331-334.
135. Brathe L. Macroscopic measurements of creep damage in metals // Scand. J. Metal. 1978. Vol. 7. No. 5. P. 199-203.
136. Woodford D.A. Density changes during creep in nickel // Metal science journal. 1969. Vol. 3. No. 11. P. 234-240.
137. Bowring P., Davies P.W., Wilshire B. The strain-dependence of density changes during creep // Metal science journal. 1968. Vol. 2. No. 9. P. 168-171.

138. Hanson D., Wheeler M.A. The deformation of metals under prolonged loading. Part 1. – The flow and fracture of aluminium // *J. Inst. Metals Proc.* 45. 1931. P.229-245.
139. Wolf H.-D. Kriechen der legierungen NiCr22Co12Mo and 10CrMoT10 bei konstanter und zyklischer beanspruchung, D. Ing Thesis, Erlangen University, Erlangen. 1990.
140. Aghajani A. Evolution of Microstructure during Long-term Creep of a Tempered Martensite Ferritic Steel // Dissertation to obtain the degree of Doctor of Engineer of the Faculty of Mechanical Engineering of the Ruhr University Bochum. Bochum, 2009. 108 p.
141. Panait C.G. et al. Evolution of dislocation density, size of subgrains and MX-type precipitates in a P91 steel during creep and during thermal ageing at 600°C for more than 100,000 h // *Materials Science and Engineering A* 527 (2010). P. 4062–4069.
142. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. Using the concept of loosening to describe high-temperature creep and long-term strength of metallic materials // *Proceedings of the XII All-Russian Congress on fundamental problems of theoretical and applied mechanics in 4 Volumes. Vol. 3.* 2019. P. 248-250.
143. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. Damage to metallic materials during high-temperature creep // *Physicochemical kinetics in gas dynamics. Vol. 20. No. 3.* 2019. 815.
144. ASTM E 139-11 Standard Test Methods for Conducting Creep, Creep-Rupture, and Stress-Rupture Tests of Metallic Materials. 2011. 14 p.
145. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. High-temperature creep and damage of metallic materials // *Journal of Physics: Conference Series, Vol. 1474, Issue 1, 2020, No. 012005. Doi:10.1088/1742-6596/1474/1/012005.*
146. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. The Definition of Damage Parameter Changes from the Experimental High-Temperature Creep Curves // *Lecture Notes in Mechanical Engineering.* 2020. P. 53 – 59.

147. Arutyunyan A.R., Arutyunyan R.A., Saitova R.R. High-temperature creep and damage of metallic materials // Proceedings of VI International Conference Topical problems of continuum mechanics, TPCM 2019, P. 38-42.