

Санкт-Петербургский государственный университет

На правах рукописи

Белоусова Мария Владимировна

**Оптимизация производственных процессов на основе  
методов анализа надежности технических систем**

Научная специальность 2.3.1.

Системный анализ, управление и обработка информации, статистика

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор

Смирнов Николай Васильевич

Санкт-Петербург — 2023

## Оглавление

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> . . . . .	5
<b>ГЛАВА 1. Обзор методов</b> . . . . .	13
1.1 Основные понятия . . . . .	16
1.2 Организация программы надёжности на предприятиях . . . .	20
1.3 Расчет показателя безотказности восстанавливаемых систем на марковских моделях . . . . .	33
1.4 Аналитические критерии для сравнения характеристик надёжности двух выборок . . . . .	34
1.5 Прогнозирование надёжности на основе временных рядов и выживаемости . . . . .	36
1.6 Оптимизация технического обслуживания системы с учетом человеческого фактора . . . . .	40
1.7 Выводы по главе . . . . .	44
<b>ГЛАВА 2. Оценка параметра потока отказов         вагонокомплекта дверей на основе анализа         структурных схем и марковских процессов</b> . . . . .	45
2.1 Введение . . . . .	45
2.2 Постановка задачи . . . . .	46
2.3 Расчёт надёжности на основе логико-вероятностного подхода	47
2.4 Расчет надёжности на основе марковских случайных процессов . . . . .	54
2.5 Выводы по главе . . . . .	58
<b>ГЛАВА 3. Аналитические критерии для сравнения         характеристик надёжности двух выборок</b> . . . . .	60
3.1 Введение . . . . .	60

3.2	Применение непараметрических методов в области анализа надёжности . . . . .	62
3.3	Применение непараметрических критериев для решения задач надёжности . . . . .	72
3.3.1	Перевод нормируемого показателя надёжности на вновь разрабатываемое изделие из циклов в километры	72
3.3.2	Задание времени восстановления при проектировании	74
3.3.3	Обоснование выбора значения средней наработки между отказами при импортозамещении . . . . .	77
3.4	Выводы по главе . . . . .	79
 <b>ГЛАВА 4. Прогнозирование надёжности на основе модели Хольта–Уинтерса . . . . .</b>		
4.1	Введение . . . . .	82
4.2	Постановка задачи . . . . .	86
4.3	Реализация алгоритма построения прогноза на основе модели Хольта–Уинтерса и теории времени жизни . . . . .	87
4.4	Выводы по главе . . . . .	90
 <b>ГЛАВА 5. Оптимизация технического обслуживания системы с учетом человеческого фактора . . . . .</b>		
5.1	Введение . . . . .	93
5.2	Закон распределения Вейбулла для описания надёжности, обусловленной человеческим фактором . . . . .	98
5.3	Построение функции затрат на профилактическое обслуживание с учетом человеческого фактора . . . . .	102
5.3.1	Условие оптимальности в общем случае . . . . .	103
5.3.2	Условие оптимальности в случае равных затрат на устранение отказов . . . . .	108
5.3.3	Выводы по параграфу . . . . .	118

5.4	Определение срока замены узлов технической системы на основе метода динамического программирования . . . . .	119
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ . . . . .</b>		<b>127</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ . . . . .</b>		<b>129</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ А. Программный код для попарного сравнения выборок на основе проверки статистических гипотез . . . . .</b>		<b>139</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Weibull.m . . . . .</b>		<b>144</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ В. Пример определения периодичности на реальных данных . . . . .</b>		<b>145</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Определение оптимального срока обновления программного обеспечения блока управления дверей . . . . .</b>		<b>146</b>

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы исследования.** В настоящее время каждый из нас зависит от широкого спектра технических устройств в повседневной жизни. При этом требования к надежности данных изделий растут с каждым годом, начиная от мобильных устройств и бытовых приборов, заканчивая крупными производственными линиями. Ожидания сегодняшнего мира таковы, что электричество, сети, транспортные системы должны функционировать без сбоев и задержек. Также нередки ситуации, когда выход из строя какого-либо оборудования может привести к катастрофическим последствиям. Более распространенными являются случаи, когда дефекты и неисправности изделий влекут недовольство потребителя и как следствие, затраты производителя на устранение несоответствий по гарантийным обязательствам. Помимо этого, в нынешнее время в силу влияния конкуренции и внешних обстоятельств, для многих поставщиков надежность производимых продуктов стала вопросом выживания на рынке.

В течение долгого времени методы повышения надежности развивались как естественное последствие разбора и устранения отказов. Подход, заключающийся в сцепке «проверка-исправление» использовался задолго до разработки формальных процедур сбора и анализа данных, так как отказы – очевидное явление, приводящее к изменениям конструкции. Таким образом, например, разработка систем, тесно связанных с безопасностью (как вариант, железнодорожная промышленность), в некоторой мере происходила на основе инновационных технологий, но в большей степени в результате неудачного опыта. Тем не менее, даже при таком подходе, спроектированные системы показывали некую степень роста надежности. В отличие от современных разработок, на продукцию 19 и начала 20 века не накладывалось таких жестких рамок по затратам и срокам на изготовление. По данным причинам относительно высокий уровень надеж-

ности достигался за счет избыточного проектирования и резервирования компонентов. Количественной оценки, как и разработки методов для ее реализации, не производились. В конце 20 века проблема обеспечения надежности быстро выходит на первый план. На тот момент эта задача рассматривается как важнейший аспект при создании систем военной техники, авиации, космонавтики и ядерной промышленности. В настоящее время надёжность охватывает практически все области промышленности и развития технических и информационных систем.

Методы анализа надежности на основе как качественных методов, так и количественных подходов активно развиваются последние 30 лет. Несмотря на то, что основные открытия в этой области были сделаны еще в прошлом веке [1], масштабирование сфер приложения теории надежности вызывает необходимость адаптации и развития методов с доскональным учетом характеристики области применения [2].

В данной работе приводится анализ надежности для сферы железнодорожного транспорта, внимание к компонентам которого непрерывно возрастает в последние годы.

**Общая постановка задачи** состоит в разработке методов и алгоритмов анализа эксплуатационной надежности технических систем на железнодорожном транспорте на основе математической статистики, дифференциального исчисления, методов оптимизации и теории управления.

**Цель и задачи работы** заключаются в анализе и построении математических моделей надежности для компонентов подвижного состава на основе применения и модернизации различных научных подходов под конкретные актуальные задачи современной промышленности. Достижение этой главной цели реализуется на базе аппарата марковских процессов в главе 2, методов проверки статистических гипотез в главе 3, с использованием временных рядов и методов анализа выживаемости в главе 4 и нескольких методов оптимизации в главе 5.

В главе 2 реализация поставленной цели требует решения следующих задач:

1. Разработка структурной схемы, наиболее полно характеризующей процесс функционирования дверей в составе вагона.
2. Построение графа переходов и состояний для выбранной структурной схемы надежности вагонокомплекта дверей и последующий расчет показателей безотказности путем решения системы дифференциальных уравнений Колмогорова.

В главе 3 цель сводится к нахождению аналитического критерия для обработки статистических данных, характеризующих надёжность:

1. Анализ распространённых статистических критериев в теории надёжности и промышленной аналитике.
2. Нахождение наиболее подходящего критерия для применения в рассматриваемых актуальных задачах промышленной аналитики.
3. Применение критериев для реальных задач в виде приведённых примеров и обоснование выбора метода на основе полученных результатов отработки критериев.

В главе 4 достижение цели прогнозирования обеспечивается путем решения следующих задач:

1. Выбор метода прогнозирования параметра потока отказов.
2. Идентификация коэффициентов адаптации временного ряда на основе функций выживаемости.
3. Расчет и верификация построенной модели.

В главе 5 цель заключается в построении и исследовании модели оптимизации затрат на техническое обслуживание, что достигается через:

1. Введение в модель технических мероприятий по обслуживанию фактора влияния человека.
2. Построение вероятностных функций надёжности как для самой системы, так и надёжности, обусловленной вмешательством персонала.

3. Включение функций надёжности в модель удельных затрат на техническое обслуживание.
4. Аналитическое исследование построенных функций профилактических затрат и поиск условия существования оптимального периода обслуживания.
5. Построение функции затрат на замену компонентов при эксплуатации, учитывающей разработки предыдущих глав работы и применение метода динамического программирования для нахождения оптимального срока замены элементов системы.

#### **Основные положения, выносимые на защиту.**

1. Метод определения нормируемых показателей надёжности на основе структурного и марковского анализов.
2. Обоснование выбора критерия проверки статистических гипотез, подходящего для задач надёжности и промышленной аналитики.
3. Модель краткосрочного прогнозирования на базе временных рядов и теории выживаемости.
4. Модель расчета оптимального периода для профилактического обслуживания.
5. Алгоритм нахождения периода замен компонентов сложной системы на основе построенной функции затрат, включающей основные результаты всей работы.
6. Проект системы обеспечения надёжности в процессе жизненного цикла изделия на основе приведённых в работе моделей и алгоритмов.

**Методология и методы исследования.** В работе используются различные области математического аппарата: марковский анализ, применение статистических критериев для проверки гипотез, анализ временных рядов и методы оптимизации.

**Научная и практическая ценность работы** состоит в предложенных теоретических методах для решения прикладных актуальных задач



современных предприятий на основе существующих потребностей промышленности. Предложены подходы, ранее не применявшиеся в области анализа надёжности технических систем. Представлена система анализа и обеспечения надёжности на различных этапах жизненного цикла технического изделия. Полученные результаты применяются для решения реальных задач и имеют высокую эффективность в быстро изменяющихся условиях на производственном рынке.

### **Научная новизна**

1. В главе 2 предложен метод задания нормируемых показателей надёжности на основе комплексного применения структурного анализа надёжности и марковского подхода. Данный подход определения показателей для согласования технической документации на этапе проектирования систем (компоненты системы в составе укрупненной позиции) между производителем и заказчиком позволит корректно задавать нормируемые показатели, обоснованные значения которых при дальнейшей эксплуатации будут использоваться для аргументированного контроля надёжности поставщиком и заказчиком.
2. В главе 3 приведён анализ распространённых статистических критериев для анализа надёжности, описаны реальные задачи производственной сферы, решать которые позволяют верно подобранные статистические критерии. Предложен критерий, не получивший ещё широкое распространение, особенно, в области надёжности и промышленной аналитики, показано его преимущество по сравнению с рядом других тестов.
3. Предложен способ прогнозирования показателей надёжности на основе временных рядов, подбор параметров адаптации которых производится на основе аппарата теории выживаемости. Краткосрочное прогнозирование является малоосвещённым разделом надёжности в силу преобладания подхода на основе вероятност-

ных методов. Разработанная в главе 4 модель позволяет получать точные прогнозные значения безотказности, применение которых необходимо для планирования технических мероприятий по сопровождению изделий в эксплуатации.

4. Разработан новый метод нахождения оптимального периода профилактического обслуживания. В него включено влияние человека-оператора и внутренняя надёжность системы, на основе которых исследуется функция удельных затрат. Доказаны леммы и теоремы об условиях существования оптимального решения.
5. Построена функция затрат на замену компонентов сложной системы, включающая в себя результаты всей работы. На основе аппарата динамического программирования находится оптимальный период замены, являющийся результатом многоэтапного подхода к формированию расписания плановых замен компонентов.

**Обоснованность и достоверность** результатов обеспечивается корректностью постановок задач, полученных из литературы, а также реальными запросами производственных фирм и опытом преподавания для сотрудников предприятий разных областей промышленности. Изложенные результаты были представлены в ряде публикаций в российских и международных изданиях, оглашены на конференциях, а также имеют постоянное успешное применение для задач промышленной сферы.

**Личный вклад автора.** Диссертация является самостоятельным трудом автора. Все результаты, изложенные в работе, были достигнуты автором работы, за исключением мест, где это явно оговорено с указанием ссылки на первоисточник или совместный труд с другими исследователями.

**Апробация результатов.** Результаты, изложенные в данной диссертации были представлены на конференциях:

1. XIV международная конференция по электромеханике и робототехнике «Завалишинские чтения-2019» 17–20 апреля 2019, Курск, Россия.
2. XV международная конференция по электромеханике и робототехнике «Завалишинские чтения-2020» 15–18 апреля 2020, Уфа, Россия.
3. LIII международная научная конференция аспирантов и студентов «Процессы управления и устойчивость» Control Processes and Stability (CPS'22) 4–8 апреля 2022, Санкт-Петербург, Россия.

**Публикации.** Результаты по теме диссертации изложены в [3–12], из которых пять статей включены в перечень изданий ВАК [3], [5], [7], [9], [10], одна – в издании, индексируемом в базе Scopus [12].

**Поддержка.** Данное исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №20-38-90218.

**Объём и структура работы.** Диссертация состоит из введения, обзора литературы, пяти глав, заключения, списка литературы и приложений. Полный объём диссертации составляет 146 страниц, включая 23 рисунка и 5 таблиц. Список литературы содержит 99 наименований.

**Краткое содержание работы.** Введение содержит актуальность рассматриваемых в работе вопросов, формулировку целей и описание задач исследования.

**В первой главе** проводится обзор используемых литературных источников для данной темы исследования, описаны общие подходы, применяемые в работе для решения сформулированных задач.

**Во второй главе** описывается проблема взаимодействия поставщика и потребителя в области сравнения показателей надежности на компоненты подвижного состава. Приводится ряд структурных схем надежности, характеризующих эксплуатационное функционирование дверей в составе вагона. На основе выбранной структурной схемы строится граф переходов и состояний и решается система дифференциальных уравнений Колмогоро-

ва, соответствующая данному графу. В результате примененного аппарата марковских процессов произведен расчет параметра потока отказов на вагонокомплект дверей.

**В третьей главе** проведён анализ существующих вариантов статистических критериев в области надёжности и промышленной аналитики на основе исследования большого перечня литературных источников и практического опыта в разных производственных отраслях. Произведено сравнение на прикладных задачах надёжности.

**В четвёртой главе** приводится обоснование необходимости краткосрочного прогнозирования надёжности, затем на основе эксплуатационных данных строится прогноз с помощью метода Хольта – Уинтерса. Подбор параметров адаптации временного ряда производится с использованием функций выживаемости. Приведены примеры прогнозирования на реальных данных.

**В пятой главе** уделено большое внимание составляющей надёжности, обусловленной человеческим фактором. На её основе произведены разработка и исследование модели минимизации удельных затрат на обслуживание системы. В финальной части исследования приведён метод построения и минимизации функции затрат на замену компонентов сложной системы с применением основных результатов всего исследования.

**В заключении** подведены итоги работы, отмечена актуальность результатов для современной производственной сферы, а также отражены перспективы развития данного исследования.

## ГЛАВА 1. Обзор методов

Основополагающими источниками по надёжности являются известные работы [1], [13], [14], [15], [16]. В книгах описан базовый аппарат теории надёжности, необходимый для любых задач в инженерной практике.

Актуальными источниками по многим направлениям теории надёжности и её прикладным задачам являются [17], [18]. Публикации, представленные в данных журналах, позволяют специалистам по надёжности любого вектора её применения учитывать новые веяния и востребованные области развития своих направлений.

Исследование сложных систем со стареющими элементами для выведения оценок надёжности для случаев с ограниченной информацией, а также вопросы оптимального резервирования приведены в фундаментальной работе [19]. Авторы также внесли большой вклад в область определения оптимальных сроков профилактических работ, разработанные модели из [16] положили основу многим модернизированным более поздним методикам.

Большой спектр методов корректной статистической обработки экспериментальных данных приводится в работе [20]. Варианты описания статистических критериев позволяют выбрать метод для любых целей. Стоит отметить, что в этой книге на примерах подробно описывается прикладной статистический анализ именно для инженерных областей.

Монография [2] формирует современный многопрофильный подход к анализу надёжности. В данном издании рассматриваются такие важные методологии исследования надёжности систем, как анализ дерева отказов (Fault Tree Analysis), анализ видов и последствий отказов (Failure Mode and Effects Analysis), анализ коренных причин (Root Cause Analysis) и многие другие методы, необходимые для полномасштабного расчета показателей надёжности. Один из авторов данной работы также опубликовал книгу

по оценке рисков [21], которая не только содержит обширную теоретическую базу для применения в области анализа особенно опасных отказов, но и позволяет погрузиться в тему с точки зрения рассмотрения исторических инцидентов.

В [22] большое внимание уделено роли современной прикладной математики в области инженерии. Значительная часть работы посвящена логико-вероятностным методам, которые не так часто и детализировано рассматриваются в литературе. Автор подчеркивает необходимость в области безопасности четкость логико-вероятностного исчисления и обозначает проблему владения этими методами специалистами технических служб.

Для определения показателей надежности фирмы-производители проводят испытания на надежность. Зачастую это долгосрочно и дорогостояще, особенно в условиях быстро изменяющихся требований к техническим спецификациям. В целях сокращения затрат и времени на испытания используется ускоренная оценка надежности с помощью вероятностно-физического подхода к ее решению. Данные методы априорного и апостериорного расчетов надежности приведены в [23]. Также основные инструменты для корректной интерпретации результатов испытаний предложены в [24].

Детали проведения анализа чувствительности (методы оценивания влияния допусков параметров системы на ее характеристики), построения графов по различным электронным схемам разбираются в [25]. Книга содержит также объемное описание булевых моделей надежности, что позволяет проводить популярный в современном анализе рисков Fault Tree Analysis с использованием метода минимальных сечений и минимальных путей.

Многообразные практические методы определения надежности технических систем изложены в [26]. Особенно важно, что отдельное внимание в книге уделяется таким аспектам, как определение показателей надежно-

сти на разных этапах жизненного цикла системы: проектирование, стадия конструирования, серийное производство, а также проверка выполнения требований по надежности при эксплуатации.

Полный цикл шагов анализа надежности приводится в [27]. Автор объясняет, как корректно подходить к этапу как сбора данных об отказах, так и пересмотра конструкции, типов резервирования, а также описывает стадию оценивания работ по ремонту и обслуживанию оборудования. Особую ценность представляет подробное описание важности исследования динамики изменения параметров потоков отказов и особенности их поведения на разных участках жизненного цикла технического объекта.

Большую практическую значимость в вопросах применения теоретических функций распределения показателей надежности имеет работа [28]. Автор подробно описывает большое разнообразие статистических гипотез при наличии различных типов выборок, а также методы оценки пригодности процессов и принятия решений на основе контрольных карт.

Особенности применения теоретических законов распределения для оценки надежности технических систем с различными типами процессов возникновения отказов описаны в [29]. Также в данной работе приводятся фундаментальные выкладки по преобразованию функций восстановления.

Методология проектирования с учетом надежности механических объектов развернуто приводится в [30]. Автор описывает область отказов, вызванных усталостными разрушениями по причине циклических нагрузок, разбирая катастрофы и массовые неисправности, происходившие в истории мировой промышленности. В дополнение к методологии разбора и идентификации механизмов возникновения отказов приводятся многочисленные схематичные иллюстрации. Особое внимание в работе уделяется ускоренным испытаниям на надежность, проведение которых является эффективным методом определения срока службы изделий с наименьшими затратами, до этапа серийного производства.

Теоретические основы технического обслуживания технических систем, а также аспекты реализации математических моделей для оценки показателей ремонтпригодности представлены в [31]. Работа содержит как описание основных понятий теории надёжности, так и оптимальные модели эксплуатации объектов по показателям долговечности.

Существенное место в области надежности и безопасности в последние годы занимает направление Human Reliability Assessment (HRA). Данный раздел описывает оценку влияния человеческого фактора с помощью количественных и качественных методов. Системный подход, охватывающий многие аспекты влияния человеческого фактора, представлен в [32]. В силу того, что область атомной промышленности отличается повышенной опасностью и влиянием на окружающую среду, данная тематика подробно разбирается как на значимых примерах ядерных происшествий по международной шкале (INES), так и с точки зрения основных инструментов логико-вероятностного подхода теории надежности. Большой ценностью для приложения в сфере транспортных систем является работа этого же автора [33]. Роль ошибок персонала и пассажиров при эксплуатации различных типов объектов перевозок имеет большое значение, поэтому методы и опыт, описанные в данной монографии, имеют потенциал развития в сфере оценки надежности компонентов подвижного состава.

## 1.1 Основные понятия

Приведем основные понятия и термины теории надежности, используемые в данной работе. В основу перечня положен стандарт [34].

*Надёжность* – свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность объекта выполнять требуемые функции в заданных режимах, условиях



применения, стратегиях технического обслуживания, хранения и транспортирования.

Примечание. Надёжность является комплексным свойством, которое в зависимости от назначения объекта и условий его применения может включать в себя безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость или определенные сочетания этих свойств.

*Безотказность* – свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или наработки в заданных режимах и условиях применения.

*Ремонтпригодность* – свойство объекта, заключающееся в его приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособности объекта путем технического обслуживания и ремонта.

*Восстанавливаемость* – свойство объекта, заключающееся в его способности восстанавливаться после отказа без ремонта.

*Долговечность* – свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта.

*Сохраняемость* – свойство объекта сохранять в заданных пределах значения параметров, характеризующих способность объекта выполнять требуемые функции в течение и после хранения и (или) транспортирования.

*Исправное состояние (исправность)* – состояние объекта, в котором все параметры объекта соответствуют всем требованиям, установленным в документации на этот объект.

*Неисправное состояние (неисправность)* – состояние объекта, в котором хотя бы один параметр объекта не соответствует хотя бы одному из требований, установленных в документации на этот объект.

*Работоспособное состояние* – состояние объекта, в котором значения всех параметров, характеризующих его способность выполнять заданные

функции, соответствуют требованиям нормативной и технической документации.

Примечание. Отсутствие необходимых внешних ресурсов может препятствовать работе объекта, но это не влияет на его пребывание в работоспособном состоянии.

Также стоит отметить, что технический объект может быть неисправным, но работоспособным. Например, присутствующий дефект (деформация, коррозия) говорит о несоответствии определённым требованиям технической документации, но не влияет на выполнение заданных функций.

*Неработоспособное состояние* – состояние объекта, в котором значение хотя бы одного из параметров, характеризующих способность объекта выполнять заданные функции, не соответствует требованиям документации на этот объект.

Примечания.

1. Для сложных объектов возможно деление их неработоспособных состояний. При этом из множества неработоспособных состояний выделяют частично неработоспособные состояния, в которых объект способен частично выполнять требуемые функции.
2. Исправный объект всегда работоспособен, неисправный объект может быть как работоспособным, так и неработоспособным. Работоспособный объект может быть исправен и неисправен, неработоспособный объект всегда неисправен.

*Отказ* – событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта.

Примечания.

1. Отказ может быть полным или частичным.
2. Полный отказ характеризуется переходом объекта в неработоспособное состояние.

3. Частичный отказ характеризуется переходом объекта в частично неработоспособное состояние.

В [1] отказ формулируется как событие, после появления которого, выходные характеристики аппаратуры выходят за допустимые пределы.

*Внезапный отказ* – отказ, характеризующийся скачкообразным переходом объекта из работоспособного состояния в неработоспособное состояние.

*Деградационный отказ* – отказ, обусловленный естественными процессами старения, износа, коррозии и усталости при соблюдении всех установленных правил и (или) норм проектирования, изготовления и эксплуатации объекта.

*Наработка* – продолжительность или объем работы объекта.

Примечание. Нарботка может быть как непрерывной величиной (продолжительность работы в часах, километрах пробега и т. п.), так и дискретной величиной (число рабочих циклов, запусков и т. п.).

*Время восстановления* – время, затрачиваемое непосредственно на выполнение операций по восстановлению объекта.

*Восстановление* – процесс и событие, заключающиеся в переходе объекта из неработоспособного состояния в работоспособное состояние.

Примечания.

1. Восстановление как процесс характеризуется операциями и продолжительностью времени от момента возникновения отказа до момента восстановления работоспособного состояния объекта.
2. Восстановление как событие характеризуется моментом восстановления работоспособного состояния объекта после отказа.

*(Мгновенный) параметр потока отказов* – предел отношения вероятности возникновения отказа восстанавливаемого объекта за достаточно малый интервал времени к продолжительности этого интервала, стремящейся к нулю.

*Интенсивность восстановления* – условная плотность вероятности восстановления работоспособного состояния объекта, определенная для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента восстановление не было завершено.

*Резервирование* – способ обеспечения надежности объекта за счет использования дополнительных средств и/или возможностей сверх минимально необходимых для выполнения требуемых функций.

*Нормирование надёжности (объекта)* – установление в нормативной и технической документации количественных и качественных требований к надежности объекта.

Примечание. Нормирование надежности включает выбор номенклатуры нормируемых показателей надежности; установление и технико-экономическое обоснование значений показателей надежности объекта и его составных частей; задание требований к точности и достоверности исходных данных; установление критериев отказов, повреждений и предельных состояний; задание требований к методам контроля надежности на всех этапах жизненного цикла объекта.

*Нормируемый показатель надёжности* – показатель надёжности, значение которого регламентировано нормативной и технической документацией на объект.

## **1.2 Организация программы надёжности на предприятиях**

Практически любой производитель борется за расширение и сохранение доли на рынке в относящейся к нему отрасли. Качество и надёжность производимого продукта являются конкурентоспособными характеристиками для данных целей. При этом достижение определённого уровня надёжности должно оптимально соотноситься с затрачиваемыми средства-

ми. Одним из способов реализации этого является грамотное планирование работ по надёжности на всех этапах жизненного цикла технического объекта [35]. Совокупный подход к программе обеспечения надёжности на разных этапах создания проектов как стремительно внедряется на современных производствах [36], так и упоминался авторами теоретических работ в начальные годы развития этой области науки [37]. Мероприятия по обеспечению надёжности не являются независимыми друг от друга: они интегрируются в инженерный проект поэтапно и способствуют оптимальному завершению каждой стадии жизненного цикла. Многосторонний подход к реализации проекта на предприятии в прикладном и теоретическом виде описывается в [38]. Приведённые далее задачи и этапы не являются исчерпывающими, это один из возможных вариантов организации работ по надёжности технической системы.

В данном разделе представлена система построения и обеспечения надёжности. Она учитывает все этапы жизненного цикла изделия. Ее функциональная структура изображена на рисунке 1.1. Каждый этап/блок имеет собственное значение, а в целом схема дает представление об общем алгоритме обеспечения надёжности и оптимизации производственных процессов с учетом этого важнейшего фактора. Подробное описание и наполнение этапов дано в последующих разделах диссертации.

Разработанную в данном исследовании систему построения надёжности можно как применять частично на разных этапах создания проекта по направлению развития жизненного цикла изделия (см. рис. 1.1), так и использовать для моделирования функциональных связей между фундаментальными направлениями оценки надёжности при формировании комплексного алгоритма.

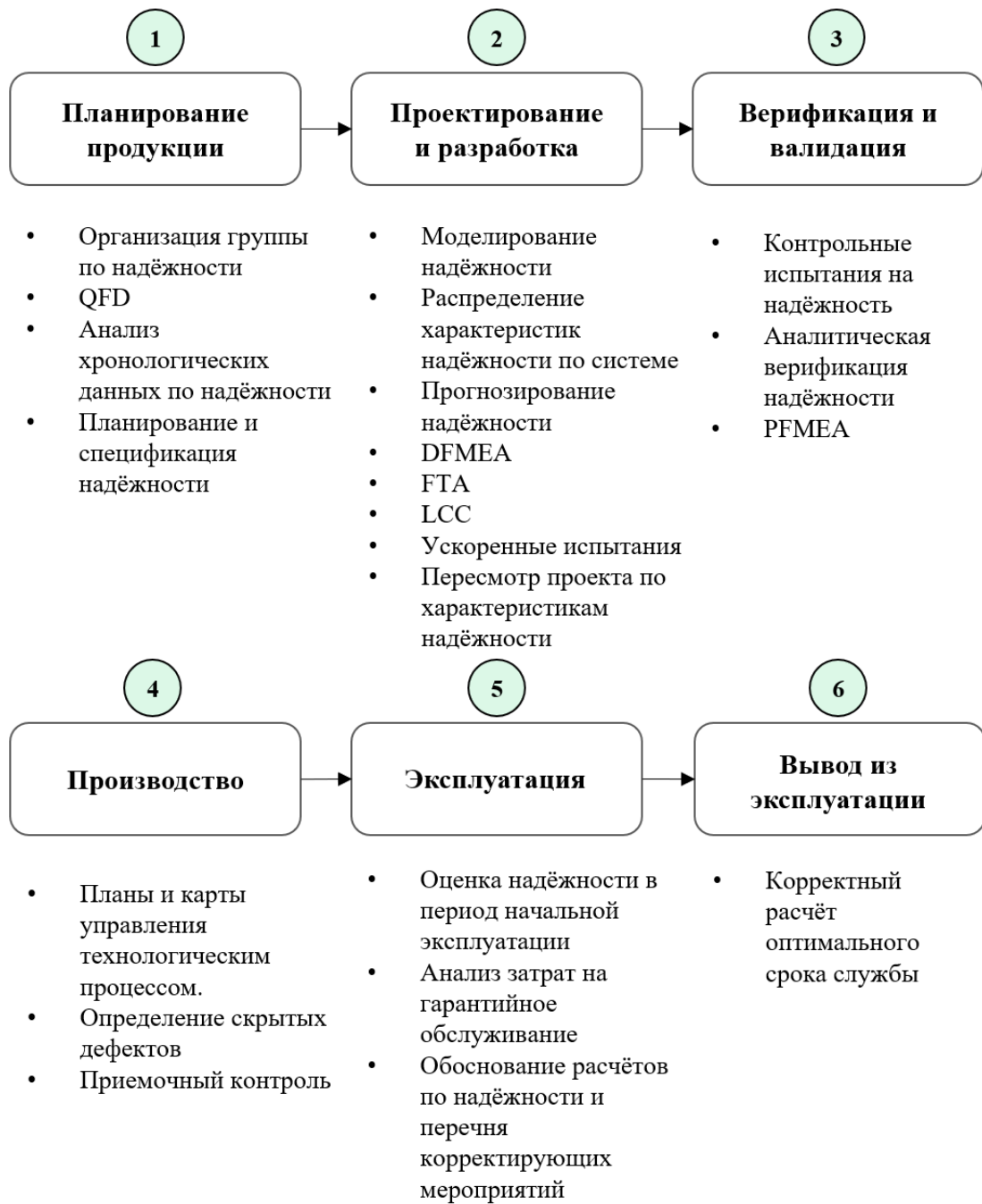


Рисунок 1.1 — Этапы применения методов данного исследования к различным стадиям выполнения технического проекта

По отдельности каждый из разделов можно применять для других задач надёжности на разных стадиях проекта. Все процессы по надёжности, к которым применимы методы, разработанные в данном исследовании, изображены на схеме рисунка 1.1 в последовательности выполнения этапов проекта.

Схематично основные блоки управления надёжностью, которые последовательно описаны в главах данного исследования, представлены на рисунке 1.2.

Начальный этап заключается в *Планировании продукта*. На рисунке 1.1 данный этап обозначен как Блок №1:

1. *Организация группы по надёжности*: на первом этапе необходимо рассмотреть проект с участием нескольких подразделений. Это позволит построить процессы управления надёжностью проекта с учётом как анализа надёжности, так и факторов конструктивных особенностей, технологии изготовления и обслуживания, испытаний, эксплуатации, исследования рынка.

Взаимосвязь бюро надёжности с другими структурными единицами производственных фирм рассматривается в [7].

2. *Quality function deployment (QFD)*: развёртывание функций качества. Конкуренция вынуждает производителей производить системы, которые максимально соответствуют требованиям потребителей, в том числе, по показателям надёжности. *QFD* позволяет выделить важные ожидания заказчика и преобразовать их в технические требования. Впоследствии по ним выстраиваются проектирование, производство и верификация проекта.
3. *Анализ хронологических данных по надёжности*: сбор и анализ данных о надёжности изделий-аналогов. Данная процедура позволяет определить проблемы при эксплуатации систем предыдущих поколений, будут ли у разрабатываемого продукта аналогичные черты и найти возможности для улучшения.
4. *Планирование и спецификация надёжности*: установление равновесного уровня надёжности. Команда надёжности при сопоставлении всех факторов определяет целевое значение показателей надёжности с учётом экономической достижимости и разработанной программы обеспечения надёжности.

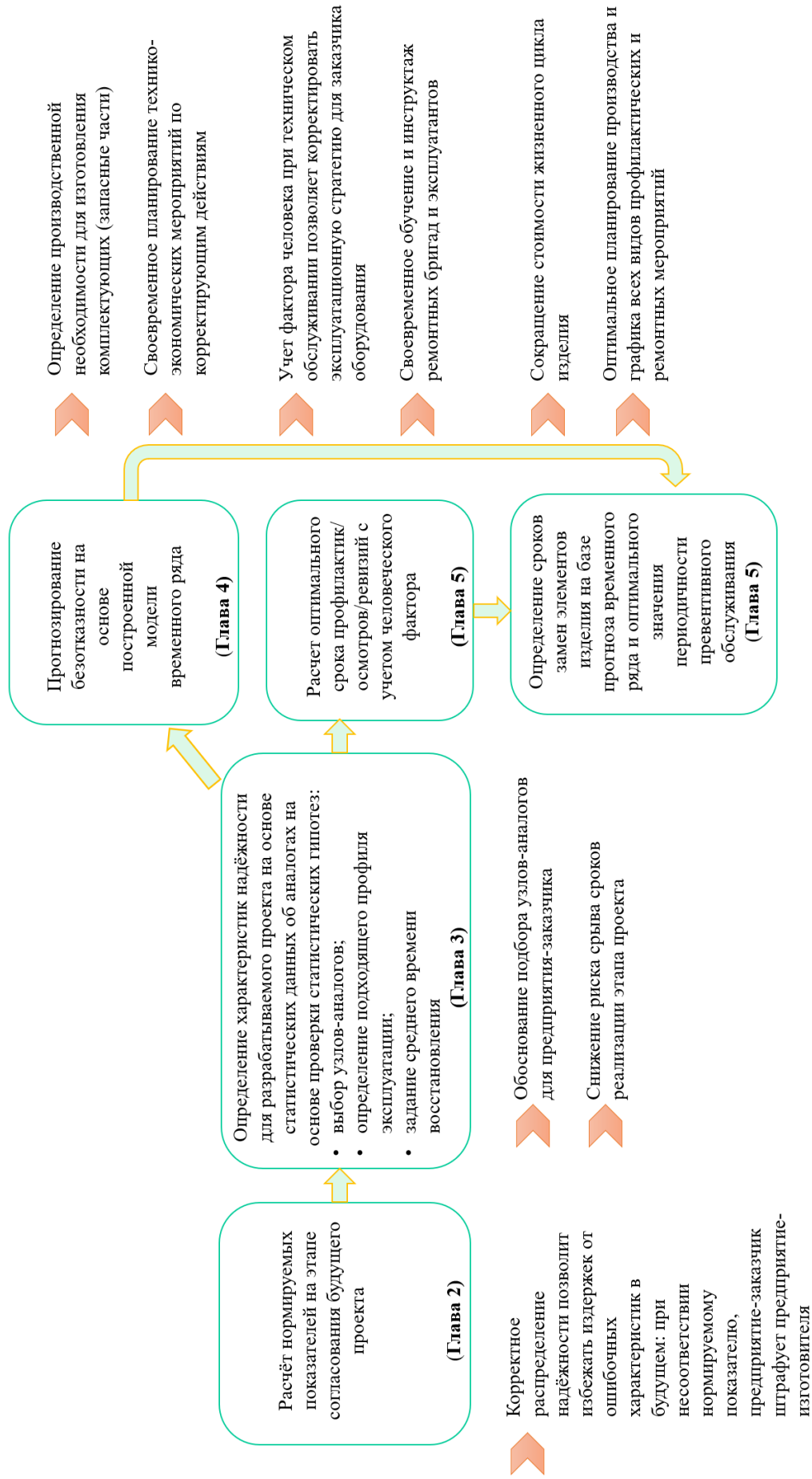


Рисунок 1.2 — Разработанные методы для циклов создания технического изделия



Следующим шагом с точки зрения надёжных характеристик является *Проектирование и разработка*. Данный блок задач позволяет учесть потенциальные отказы при использовании разрабатываемого объекта и обеспечить устойчивость к ним. Разберём основные варианты анализа надёжности на данной стадии.

1. *Моделирование надёжности*: представление архитектуры технического объекта. Чаще всего логические взаимосвязи представляются в виде блок-схем надёжности. Применение данного подхода представлено в Главе 2.
2. *Распределение надёжности*: целевое значение показателя надёжности, установленного на этапе планирования продукта, должно корректным образом учитываться в подсистемах и элементах. Надёжность системы выражается как функция надёжности входящих в неё компонентов, и данная взаимосвязь должна быть выстроена верно по нескольким критериям: индивидуальные технические характеристики каждого элемента и их логическая связь с точки зрения функционирования в составе сложной системы. Задача распределения надёжности решается при проектировании любых сложных систем. В частности при задании нормируемых показателей надёжности на крупные единицы подвижного состава (железнодорожный состав, вагоны и др.) необходимо учитывать особенности включения компонентов подвижного состава в общей структуре укрупненного объекта. Пример реализации такой задачи рассматривается в Главе 2. Подход к данному этапу на основе задачи нелинейного программирования, где конечной целью является минимум функции какого-либо технико-экономического показателя, приводится в [39].
3. *Прогнозирование надёжности*: для сравнения нескольких вариантов конструкции разрабатываемого изделия по показателям надёжности обычно производят проектный расчёт. Данный этап

часто называют «прогнозированием надёжности» по причине того, что значения характеристик надёжности на начальной стадии осуществляются с определённой долей неопределённости. Этот процесс достаточно вариативен по методам. Некоторые производители используют устаревшие, но популярные подходы в виде справочников по интенсивностям отказов (данные собирались по различным типам компонентов еще в середине двадцатого века). В данном случае обычно предполагается экспоненциальное распределение любого типа элементов сложной системы, а общая безотказность строится из суммирования характеристик безотказности компонентов в неё входящих.

В то же время большое количество трудов посвящено теоретическим законам распределения для оценки эмпирических данных об отказах. Сбор данных по эксплуатации многих технических устройств позволил выделить группы систем, которые можно объединять по изменению поведения отказов во времени [40]. Примеры такой градации приведены на рисунках 1.3 и 1.4.

4. *Анализ видов и последствий потенциальных отказов (Design failure mode and effects analysis, DFMEA)*: упреждающий инструмент для обнаружения и исправления недостатков конструкции путем анализа возможных режимов, последствий и механизмов отказа с последующей рекомендацией по корректирующим действиям. Данный анализ представляет собой кросс-функциональный подход к надёжности разрабатываемого объекта на данном этапе проекта. *FMEA* был одним из первых систематических методов анализа отказов систем. Этот метод был разработан аналитиками надёжности в конце 1940-х годов для преждевременного выявления проблем в военных системах.
5. *Анализ дерева отказов (Fault tree analysis, FTA)*: логическая схема, отображающая взаимосвязь между потенциальным отказом в

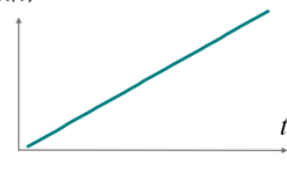
	Поведение отказов	Общие характеристики	Примеры
A		<ul style="list-style-type: none"> <li>• “ваннообразная кривая”- самое распространенное представление</li> <li>• характеризуется тремя этапами: приработка, нормальная эксплуатация, износ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• паровой поршневой двигатель</li> <li>• многие современные многокомпонентные системы</li> </ul>
B		<ul style="list-style-type: none"> <li>• простые устройства</li> <li>• сложные системы с плохой конструкцией (один преобладающий тип отказов)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• водяная помпа</li> <li>• жгут, трос</li> <li>• двигатель Chevrolet Vega (1974)</li> </ul>
C		<ul style="list-style-type: none"> <li>• каркасные конструкции</li> <li>• стареющие элементы</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• кузов автомобиля</li> <li>• автомобильные шины</li> </ul>

Рисунок 1.3 – Варианты изменения параметра потока отказов для износовых типов отказов

	Поведение отказов	Общие характеристики	Примеры
D		<ul style="list-style-type: none"> <li>• сложные системы с высокими нагрузками после старта запуска</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• предохранительный клапан высокого давления</li> </ul>
E		<ul style="list-style-type: none"> <li>• хорошо спроектированные сложные технические системы</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• гироскоп</li> <li>• центробежный вакуум-насос</li> </ul>
F		<ul style="list-style-type: none"> <li>• электронные изделия</li> <li>• сложные системы после корректирующего технического обслуживания</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• компьютерные материнские платы</li> <li>• программируемый контроллер</li> </ul>

Рисунок 1.4 – Варианты изменения параметра потоков отказов для случайных типов отказов

системе и его причины. Причины на самом низком уровне называются базовыми (коренными) событиями и могут быть отказами компонентов, условиями окружающей среды, человеческими ошиб-

ками и нормальными событиями, т. е. событиями, которые, как ожидается, произойдут в течение срока службы системы. *FТА* был введён в 1962 году в Bell Telephone Laboratories в связи с оценкой безопасности системы управления запуском межконтинентальных баллистических ракет Minuteman. *FТА* является одним из наиболее часто используемых методов в исследованиях риска и надёжности. В качестве количественных исходных характеристик для данного анализа используются вероятностные характеристики для элементов объекта (параметры потоков отказов и восстановлений) и событий, которые входят в иерархическую структуру дерева. От данных показателей зависит итоговая количественная оценка надёжности изделий. Адекватно определить эти характеристики на основе данных уже эксплуатирующихся объектов позволяют методы и подходы, представленные в Главе 3.

6. *Оценка стоимости жизненного цикла (Life cycle costs, LCC)*: расчёт затрат, которые ожидаются в течение жизненного цикла объекта. Термин относится ко всем статьям расходов, связанным с разработкой, приобретением и владением активом. Очень большой упор при анализе заказчиком данных расчётов делается на издержки, обусловленные надёжностью изделия: плановые и неплановые. Плановые затраты связаны с техническим обслуживанием объекта (осмотр, диагностика, профилактика, смазка). Оптимизация расходов на данную статью представлена в Главе 5. Неплановые издержки возникают по причине отказов в эксплуатации: связаны они как с непосредственной заменой неисправного элемента, так и с последствиями отказа (штрафы, сокращение потенциальной прибыли от эксплуатации изделий). Алгоритм снижения данного типа издержек складывается из моделей, представленных в Главах 2, 3, 4, 5. Сначала корректно устанавливаются показатели на узлы при проектном расчёте на основе статистического крите-

рия (Глава 3). Затем на основе прогнозных значений временного ряда на каждый узел формируется количественная оценка безотказности (Глава 4). На базе этих значений и оптимальных сроков превентивного обслуживания в Главе 5 с применением аппарата динамического программирования определяются периоды замен узлов.

7. *Ускоренные испытания на надёжность и/или долговечность:* в современной конкурентной среде время, отведённое на каждый из этапов проекта, стараются сокращать обоснованным образом. И испытания – один из таких процессов. В силу того, что изделия становятся более надёжными благодаря развитию технологий, проводить исследования деградационных отказов становится сложнее, так как для имитации этапа старения, требуется достижение большого объёма наработки. При этом игнорирование испытаний хоть и принесёт сокращение затрат на этапе верификации проекта, но может вызвать гораздо большие издержки, связанные с последующим использованием объекта [41].
8. *Пересмотр проекта по характеристикам надёжности.* В программе обеспечения надёжности должно быть установлено несколько контрольных точек при достижении которых происходит пересмотр проекта по ряду характеристик. Выполнение данных ревизий позволяет оценить, достигаются ли цели по показателям надёжности и если да, то за счёт чего. При необходимости кросс-функциональная группа по анализу должна разработать мероприятия по повышению надёжности.

Следующим этапом является проверка соответствия разрабатываемого изделия целевым требованиям по надёжности. На данном шаге принимается решение о способах производства продукта. Рассмотрим основные процессы, входящие в данный этап.

1. *Контрольные испытания на надёжность.* Задача данного этапа состоит в тестировании изделия за минимальное время и с использованием малой выборки на соответствие задаваемым (нормируемым) показателям. Для этого разрабатываются специальные программы и методики на различные виды испытаний с расчётом размера выборки, рисков поставщика и потребителя. Для грамотного проведения испытаний применяется статистическое планирование эксперимента [42], [43].
  2. *Аналитическая верификация надёжности.* Проводить дорогостоящие испытания на нескольких этапах проекта бывает слишком дорого и трудоёмко. В таких случаях при наличии адекватных математических моделей, которые отражают изменения в изделии в течение срока службы, можно выполнить проверку на данном этапе виртуально. Данные подходы включают в себя: анализ методом конечных элементов, компьютерное моделирование (создание цифрового двойника) и численные расчёты.
  3. *Анализ видов и последствий отказов процесса (Process Failure Mode and Effects Analysis, PFMEA).* Ранее был анализ видов и последствий потенциальных отказов при проектировании, а теперь та же по алгоритму процедура выполняется для процесса производства. Реализуется эта работа для того, чтобы гарантировать качественное безопасное выполнение сборочных операций, минимизируя риск, обусловленный процессом изготовления компонентов и сборкой изделия [44].
1. *Планы и карты управления процессом.* В промышленной статистике часто делают акцент на выявление изменчивости процесса. Это связано с тем, что вариативность изготовления повышает риск «младенческой смертности»: периода высокого количества отказов в самом начале эксплуатации объекта. Для минимизации издержек от ранних отказов по причине изменчивости при произ-

водстве, разрабатываются планы и карты управления процессом для критически важных операций. Данное направление еще называют Statistical Process Control (SPC), начало этому направлению дал Уолтер Шухарт, который в 1924 году разбирался с проблемой variability характеристик ламп для корпорации AT&T [45].

2. *Определение скрытых дефектов.* Многие технические объекты содержат внутренние дефекты, определить которые можно специальными методами. В случае отправки таких образцов заказчику, они выйдут из строя на ранних этапах. Чтобы сразу выявить такие экземпляры, изготовители используют 5 видов скрининга, а интерпретация результатов происходит также с применением промышленной статистики.
3. *Приёмочный контроль.* На данном этапе решается вопрос о браковке/принятии партии продукции на основе различных измерений. Если не отбраковать партии, несоответствующие заданным характеристикам, дефектные изделия вызовут неудовлетворенность потребителя и негативно повлияют на эксплуатационные характеристики в будущем.

Следующий этап начинает непосредственную эксплуатацию технической системы. Обычно данный шаг сопровождается большой информационной нагрузкой: оперативное отслеживание сбоев в период приработки, работа с рекламациями от заказчика, проверка соответствия требований по надёжности для покупных компонентов. При этом этот этап является очень важным для использования первичных данных о поведении технического объекта для будущих работ по управлению надёжностью. Рассмотрим основные составляющие данной фазы.

1. *Оценка надёжности в период начальной эксплуатации на объекте.* Обрабатываемая для расчётов информация должна быть максимально детализирована: необходимо знать разновидности отказов, внешние условия, уровень нагрузки, точное время начала

отказа, время ремонта. Осложняется это еще тем, что обслуживающий персонал только ознакомляется с новым объектом, а информация зачастую искажается по причине большого количества промежуточных звеньев до получения её специалистом по надёжности. Частично данная проблема была рассмотрена в [8], [6].

2. *Анализ затрат на гарантийное обслуживание.* Для расчёта стоимости жизненного цикла изделия, необходимо понимать, насколько реальные затраты на гарантийные обязательства соответствуют спрогнозированным на этапе проектирования в ЛСС (оценке стоимости жизненного цикла изделия). Помимо этого, быстрое и качественное формирование корректирующих мероприятий позволит оптимизировать данный вид затрат. Корректная обработка статистической информации об отказах, рассматриваемая в Главе 3, построение точного прогноза безотказности на ближайшие периоды использования изделия, предложенное в Главе 4, а также учёт человеческих ошибок при ремонте по алгоритму из Главы 5 позволяют минимизировать гарантийные издержки на данном этапе проекта.
3. *Обоснование расчётов по надёжности и перечня корректирующих мероприятий для заказчика.* Любые действия на этапе подконтрольной эксплуатации согласовываются между несколькими предприятиями. Чаще всего для сферы производства компонентов для железнодорожного транспорта основными участниками диалога являются предприятие-изготовитель, предприятие-заказчик и эксплуатирующая организация. Чтобы все стороны могли прийти к единому мнению по различным техническим решениям, необходимо адекватное обоснование применяемых моделей, методов и подходов.



### 1.3 Расчет показателя безотказности восстанавливаемых систем на марковских моделях

Достаточно продолжительное время в истории развития промышленности различные компоненты технических изделий изготавливались практически индивидуально – на производственных площадках меньшего масштаба, чем нынешние. Возрастание массовости производств и наращивание промышленных мощностей привели к необходимости стандартизации компонентов, что только относительно недавно привело к возможности достоверной оценки безотказности элементов в силу накопления данных о повторяемости отказов каждого типа составных частей. Данный процесс сопровождается постоянным обменом информацией между производителем и потребителем, что приводит к разработке новых методик к оценке и верификации показателей надежности.

В последние годы происходит развитие взаимодействия между поставщиками и заказчиками компонентов подвижного состава. Это вызывает необходимость рассматривать анализ надежности как со стороны разработчика технической системы, так и со стороны эксплуатирующей организации. Вследствие этого возникла задача расчета показателя безотказности на комплект дверей, хотя всегда производился расчет на одну единицу выпускаемого изделия.

В Главе 2 рассматривается ряд структурных схем надежности, которые отражают порядок функционирования дверей в составе вагона. Методы структурного анализа надежности давно используются для сложных технических систем. Данный метод помогает отобразить логику взаимосвязи составляющих блоков и функционирования изделия, модифицировать систему: усложнить ее или упростить с целью исключения эффекта избыточного резервирования. Однако при таком виде расчета обычно исходят из того, что механизмы появления отказов рассматрива-

емых компонентов действуют независимо друг от друга – отказ одного элемента не влияет на время функционирования другого. Такое предположение нельзя применить к организации структуры из электронных компонентов, так как, например, при сбое блоков управления могут перегружаться мотор-редукторы. Вследствие данного факта для расчета надежности компонентов подвижного состава был осуществлен переход от структурных схем к Марковскому анализу. Структурные исследования на основе теории графов рассматриваются в [39]. Подробное применение Марковского анализа для различных целей в области надежности приводится в [46]. Результаты применения данного подхода описаны в Главе 2, опубликованы в [5].

#### **1.4 Аналитические критерии для сравнения характеристик надёжности двух выборок**

В теории надёжности и промышленной статистике большую роль играет применение статистических критериев проверки гипотез. Данная часть исследования относится ко всем блокам развития технической системы из схемы 1.1. Это связано с рядом преимуществ:

- 1. Оценка надёжности систем.** Статистические критерии позволяют определять многие характеристики, необходимые для расчёта надёжности: группы узлов-аналогов, законы распределения наработок до отказа, эксплуатационные характеристики, условия ремонта и обслуживания, интенсивность использования объекта и многие другие факторы, требующиеся для обеспечения необходимого уровня надёжности технической системы.
- 2. Принятие решений.** Часто на разных этапах жизненного цикла изделий необходимо находить оптимальные стратегии обслужи-

вания, ремонта или модернизации. Для этого необходим всесторонний подход к анализу, в том числе грамотное сопоставления различных статистических данных на основе статистических критериев. Это связано с тем, что надёжность – междисциплинарная область, и экспертного мнения по какому-либо вопросу бывает недостаточно для принятия решения.

3. **Улучшение качества на производстве.** Статистические критерии проверки гипотез позволяют определять узкие места на различных этапах производственного процесса, сократить количество отбраковки, определить ключевые факторы, влияющие на качество изготавливаемой продукции.
4. **Экономический эффект.** Проверка гипотез позволяет выявить подходящих поставщиков комплектующих, определить целесообразные направления для поставки продукции, исключить неблагоприятные факторы при эксплуатации технических систем.

В силу перечисленных факторов, в Главе 3 произведён анализ рекомендуемых в теории надёжности статистических критериев [15], [22], [28], [37], [47], [48], а также рассмотрен более широкий спектр критериев [49], [50], [51]. Данные методы проверки гипотез относятся к нескольким видам классов и могут применяться для различных целей. Приведён новый тип непараметрического критерия, ранее не распространённого в области анализа надёжности технических систем из категории «location-scale» – одновременной проверки равенства параметров центральной тенденции и разброса. Произведена его апробация на вариативных задачах надёжности, результаты которой выявили приоритетность данного критерия по нескольким характеристикам.

## 1.5 Прогнозирование надежности на основе временных рядов и выживаемости

В теории надежности чаще всего можно встретить подход, когда вероятностные методы анализа совершенствуются путем применения теоретических законов распределения. После идентификации формы закона распределения рассчитывается несколько численных характеристик соответствующего теоретического распределения функции надежности. Важным преимуществом данного подхода является простота вычислений и не очень трудная оценка достоверности полученных результатов. На основе данных методик статистической оценки свойств надежности можно узнать, противоречит или нет выбранный теоретический закон распределения наработки до отказа эмпирическим данным. Чаще всего набор статистических данных по отказам комплектующих и узлов систем доступа в вагонах поездов относительно незначителен. Зачастую даже хорошо изученные элементы компонентов подвижного состава могут вести себя отлично от предполагаемого теоретического распределения в силу ряда факторов: новые условия эксплуатации, ошибки при монтаже, неправильное соблюдение правил из руководств по эксплуатации и др. Это накладывает ограничения на использование теоретических законов распределения величины наработок между отказами при назначении мероприятий по ремонту и повышению надежности элементов и систем в целом. Иными словами, асимптотически на протяжении жизненного цикла объекта мы можем аппроксимировать его безотказность каким-либо теоретическим законом распределения, но на краткосрочном временном отрезке, когда влияют какие-либо факторы в течение периодов небольшой продолжительности (месяцы и кварталы), их применимость для прогнозирования весьма ограничена.

Применение теоретических законов распределение имеет большое значение в теории надежности. Особенно распространён экспоненциальный закон распределения. Использование данного подхода значительно упрощает статистическую обработку результатов как стендовых испытаний, так и эксплуатационных. Однако важным ограничением является его пригодность только для систем, не подверженных старению, в период «нормальной эксплуатации», когда преобладают случайные отказы (рис. 1.5). При этом некоторые авторы [52] говорят о том, что для надёжности программного обеспечения данный вид распределения отказов не характерен в силу того, что они обычно обусловлены недочётами в разработке. Соответственно период «нормальной эксплуатации» в данном случае не может аппроксимироваться таким же образом, как и в технических системах, и экспоненциальный закон распределения для данного типа задач имеет ряд ограничений.



Рисунок 1.5 — Варианты изменения параметра потока отказов для износных типов отказов

Экспоненциальное распределение не подходит для описания наработки изделий в случае наличия приработочных отказов или в случае наступления периода износа [29]. Помимо этого, в условиях изменяюще-

гося состава комплектующих сложной технической системы, меняются общие закономерности поведения всего изделия в период даже нормальной эксплуатации, поэтому применение экспоненциального распределения часто ограничено даже в данный отрезок жизненного цикла многих изделий [16]. Более того, существуют исследования, которые говорят о том, что повсеместное применение данного вида закона распределения является основной причиной неадекватности решений задач надёжности. В особой мере это касается прогнозирования долговечности технических объектов [23]. В частности в [13] приведён пример того, что особого внимания заслуживают работы, которые посвящены проверке гипотез о виде закона распределения, так как очень часто встречаются ошибки по причине предположения того, что применяется экспоненциальный закон для рассматриваемого объекта, в то время, как на самом деле имеет место закон распределения Вейбулла.

Существует ряд компьютерных программ анализа надёжности и безопасности – как отечественных разработок, так и зарубежных. Одним из самых распространённых программных продуктов такого типа является RAM Commander. Несмотря на обширный набор инструментов для исследования надёжности (блок-схемы надёжности, база справочников интенсивностей отказов, графы состояний и переходов, деревья отказов и событий), данный программный комплекс исключает возможности краткосрочного прогноза показателей надёжности с учетом различных воздействующих факторов (сезон, изменение периодичности технического обслуживания, изменения парка и т. д.). При этом краткосрочный прогноз показателей надёжности является необходимым вспомогательным инструментом для планирования затрат на корректирующие мероприятия, определения загрузки производства, оптимального распределения ресурсов на компоненты одной системы, поведение которых во времени значительно отличается. Особенно остро данная проблема возникает в период быстро меняющихся условий развития промышленного сектора. На данный момент

вопросы прогнозирования технического состояния и надежности имеют все еще небольшое распространение в прикладной инженерной практике. Несмотря на то, что труды по данному направлению предлагают большое количество теоретических моделей, реальное применение на практике чаще всего получают немногие из них.

Для решения возникшей задачи краткосрочного прогноза показателей безотказности на компоненты автоматической двери в Главе 4 был осуществлен анализ с целью выбора модели прогнозирования параметра потока отказов компонента данного объекта поезда пригородного сообщения города Москвы. В качестве метода прогнозирования был выбран метод Хольта–Уинтерса после ряда апробации других моделей (Брауна, Хольта) [53], [54].

Применение аппарата анализа времени жизни очень подробно описывается в [55] и [56]. Данный вид исследования относится к одному из новых направлений статистического анализа и набирает популярность, расширяя сферы применения. На его базе можно встретить такие примеры реализаций, как прогнозирование вероятности ухода клиента, оценка темпа смертности пациентов, выявление факторов, влияющих на безотказность на определенном этапе жизненного цикла, и многое другое. Это связано с тем, что Теория выживаемости (Survival Analysis) – это статистический метод, который используется для анализа времени до наступления определенного события, такого как отказ технической системы. Этот метод широко применяется в теории надежности для определения надежности системы и оценки вероятности ее отказа в будущем.

Основная идея теории выживаемости заключается в том, что система может «выжить» или отказать в любой момент времени, и время до отказа может быть различным для каждой системы. Цель анализа времени до отказа заключается в определении характеристик надёжности системы, таких как средний ресурс, среднее время между отказами и т.д.

Теория выживаемости хорошо применима в области анализа надёжности, потому что она учитывает время до наступления отказа, а не только факт отказа, что позволяет оценить вероятность отказа системы в будущем [40]. Кроме того, теория выживаемости позволяет учитывать цензурирование данных, которое возникает, когда время до отказа неизвестно для ряда объектов в выборке.

Таким образом, теория выживаемости является мощным инструментом для анализа надёжности технических систем и оценки вероятности их отказа в будущем.

В Главе 4 элементы теории выживаемости применяются для оптимизации параметров временного ряда. В результате построена модель для краткосрочного прогноза параметра потока отказов на основе метода Хольта – Уинтерса, параметры адаптации которого находятся на основе оценок Каплана – Майера.

В результате на основе прогнозных значений узлов можно определить, будет ли соответствовать целая техническая система (двери вагона) требованиям заказчика на безотказность укрупнённой системы (вагон/состав) на базе использования метода определения нормируемых значений безотказности, предложенного в Главе 2.

## **1.6 Оптимизация технического обслуживания системы с учетом человеческого фактора**

В силу того, что технические системы создает, производит сборку и установку на объект эксплуатации, а впоследствии и эксплуатирует человек, невозможно исключать долю его влияния на надёжность. Человеческая ошибка может по-разному влиять на надёжность и безопасность технической системы. Какие-то из них проявят себя быстро, какие-то



массово возникнут через некоторое время функционирования объекта, а какие-то и вовсе будут появляться с постоянной периодичностью. Помимо этого, последствия от разного вида ошибок в различных индустриях очень разнятся. Например, неправильный момент затяжки болтового соединения может вызвать разрегулировку и шум при эксплуатации в одном случае, и снятие транспортного средства с рейса в другом случае.

Данное направление выделено в отдельный блок анализа надёжности – Human Reliability Analysis (HRA). Развивается оно приблизительно с середины 20-го века по причине развития систем с повышенным уровнем риска (авиация, ракетостроение, военная промышленность).

В работе [7] производится анализ связей надёжности с другими структурными подразделениями, так как на этапе проектирования и сопровождения продукции, происходит вклад в надёжность будущей системы каждой категории смежных специалистов.

Исследованиями связи «человек-машина» в основном занимаются учёные таких областей наук, как биометрия, психология, медицина, социология. Применяя их в совокупности можно создавать модели оценки, управления и оптимизации надёжности. Так, например, в [27] приводятся примеры моделей, которыми можно было бы описать производительность работ и долю в надёжности человеческой деятельности. Автор при этом упоминает, что эта составляющая изменяется по определённому ряду факторов: от физических и психологических составляющих до уровня приспособленности к выполняемой работе.

Подробное изложение HRA в области транспортных систем приведено в работе [33]. Автор описывает основные инструменты анализа надёжности, в основе которого лежит связь «человек-машина» в области железнодорожной и судостроительной промышленности. Помимо этого, монография содержит описание большого спектра упреждающих мероприятий для сокращения ошибок человека в данных отраслях производства.

Люди также играют ключевую роль в производстве атомной энергии, и их влияние на надёжность стала важным предметом для исследования, поскольку человеческая ошибка может привести к таким катастрофам, как на Три-Майл-Айленд (1979) и в Чернобыле (1986). Кроме того, исследования Licensee Events Reports (LERs) и Nuclear Regulatory Commission (NRC) показали, что около 65% отказов ядерных систем прямо или косвенно связаны с человеческим фактором. По данной причине большой вклад в развитие направление HRA сделан благодаря этой отрасли промышленности [32].

Задача оптимальным образом соотносить уровень надёжности системы и затраты на её обеспечения является одной из самых популярных в современной промышленной индустрии. Заведомо высокий уровень безотказности может повлечь колоссальные и неоправданные вложения на его поддержание. И, наоборот, низкий уровень надёжности может не требовать больших затрат на обслуживание, но последствия отказа такого объекта могут повлечь как угрозу жизни и здоровью человека, так и огромные экономические издержки. В областях промышленности, связанных с высоким риском оптимальный уровень затрат обязательно учитывается еще и с учётом безопасности. Например, в работе [57] автор не только повествует о важности влияния человеческого фактора на безотказность самолётов, но и говорит о том, что при планировании расходов на создание объектов авиационной техники, оптимум затрат обязательно учитывает высокий уровень безопасности. А ведь именно безопасность во многом зависит от того, как человек взаимодействует с технической системой.

Таким образом, возникает задача разработки модели нахождения удельных затрат на обслуживание, которая бы учитывала как характеристики самой технической системы, так и влияние на неё человеческого фактора. Оптимизационные задачи для определения межремонтного интервала были сформулированы [16]. Развитие данной модели представлено

в более современном исследовании [58]. Также частично данная модель приведена в [52] для оценки решения задач обслуживания систем управления.

На основе анализа существующих моделей поиска оптимального периода профилактических мероприятий и анализа области надёжности, обусловленной человеческим фактором в Главе 5 предложена новая модель. Она основана на построении функции удельных затрат на основе условных вероятностей, учитывающих отказ по причине человека (на базе модели функции распределения Вейбулла [33]) и отказ по технической причине в межпрофилактические сроки (на основе экспоненциального распределения [37]).

Второй задачей в данной части исследования является нахождение оптимального срока замены компонента системы на базе аккумуляирования уже предложенного в Главе 5 метода с моделями и алгоритмами, разработанными в Главах 3, 4:

- а Определение недостающих для анализа данных об узле (предполагаемый профиль эксплуатации, время восстановления, перечень узлов-аналогов, ключевые различия в эксплуатации подобных систем и др.) на основе статистического критерия из Главы 3.
- б Прогнозное значение безотказности на ближайший период эксплуатации на основе модели, предложенной в 4.
- в Расчётное значение оптимального срока профилактического обслуживания с применением алгоритма, разработанного в Главе 5.

На основе этих характеристик надёжности системы строится функция для определения оптимального срока замены рассматриваемого компонента. Это позволит определить сроки для закупки/производства данного типа элемента, чтобы обеспечить необходимый объём запасных частей для начального периода эксплуатации в случае новой разработки, а также определить стоимость жизненного цикла изделия.

По итогам данного исследования получены следующие результаты:

1. Разработан алгоритм определения оптимального периода профилактики технической системы.
2. Исследовано поведение полученной функции затрат в зависимости от параметров распределения Вейбулла.
3. Предложена модель расчёта оптимального срока замены узлов, учитывающая результаты данного исследования, описанные в Главах 3, 4.

### 1.7 Выводы по главе

В данной главе проведен анализ источников, которые использовались для выбора и построения моделей анализа и прогнозирования надежности. Тема анализа надежности включает в себя большой спектр методов математического аппарата, применяемого в разных областях – как инженерная область, так и экономико-социальная сфера, биомедицинская статистика. Это позволило сравнивать эффективность применяемых методов, изучить литературу диаметрально противоположных областей, а также проследить эволюцию данных направлений за последние полвека. Кроме того, проведен общий обзор применяемых методов в каждой из Глав данной работы, а также рассмотрены особенности сферы их приложения. Также приведена функциональная связь данных разделов между собой с учётом этапов разработки, проиллюстрированных на схемах 1.1, 1.2.

В работе [7] проводится анализ связей надёжности с другими структурными подразделениями.

## ГЛАВА 2. Оценка параметра потока отказов вагонокомплекта дверей на основе анализа структурных схем и марковских процессов

### 2.1 Введение

На сегодняшний день актуальной задачей является обеспечение высокого уровня надежности подвижного состава. Безопасность перевозок пассажиров напрямую связана с оценкой показателей безотказности компонентов подвижного состава. Поставщики компонентов для пассажирских вагонов должны осуществлять оценку показателей надежности за согласованный с заказчиком (вагоностроительным заводом) период времени. Заводы в свою очередь отчитываются перед транспортными компаниями, оценивая показатели надежности своей выпускаемой продукции – вагонов. Отсюда возникает разница в подходах к количественной оценке:

1. Производители вагонов рассчитывают показатели на вагон, а их поставщики – на отдельные узлы и элементы;
2. Методика оценки показателей надежности для вагонов отличается от соответствующей методики для компонентов подвижного состава в силу разного уровня функционирования и конструктивных особенностей. Как следствие, для вагона всегда будет применим экспоненциальный закон при оценке безотказности, а для, например, подножек в зависимости от исполнения могут использоваться как экспоненциальный, так и нормальный, а также закон распределения Вейбулла.

Производители пассажирских вагонов учитывают показатели надежности на весь вагонокомплект дверей (4–6 шт. в зависимости от модели) по следующему правилу: параметр потока отказов (или средняя наработка

на отказ) двери умножается на их количество в вагоне, что, с точки зрения структурной надежности, говорит об элементарной последовательной структуре, где отказ двери приравнивается к отказу вагона, что является спорным.

Для корректного определения функционирования дверей в составе вагона с учетом иерархичности связей был рассмотрен структурный подход. Reliability Block Diagram (RBD) представляет собой графическое изображение работоспособного состояния системы. RBD показывает логическую связь функционирующих компонентов, необходимых для успешной работы системы [59]. Однако методы моделирования на основе структурной схемы надежности предназначены для невозстанавливаемых систем, у которых порядок появления отказов не имеет значения. Для систем, у которых порядок появления отказов должен учитываться, и восстанавливаемых систем более подходящими являются другие методы, такие как Марковский анализ. В процессе исследования для отображения функционирования системы в целом за основу был положен структурный подход, с помощью которого с учетом восстанавливаемости системы был осуществлен переход к графу состояний и переходов для Марковского анализа [59].

## 2.2 Постановка задачи

Целью данной главы является разработка общего алгоритма расчета параметра потока отказов вагонокомплекта из 6 дверей на основе анализа возможных структурных схем надежности с последующим переходом к графам переходов и состояний. В общем случае на начальном этапе поэтапно он представляется следующим образом:

1. На основе данных об алгоритме функционирования дверей в составе вагона определяем ключевые критерии, влияющие на безотказность вагонокомплекта дверей.
2. Разрабатываем несколько вариантов структурных схем надёжности.
3. На основе междисциплинарного анализа выбираем схему, наиболее адекватно отображающую реальные условия функционального включения в состав вагона, выбираем типы резервирования.
4. Выбираем метод расчёта для перехода от значений показателя безотказности для элементов схемы к показателю на всю систему.

### **2.3 Расчёт надёжности на основе логико-вероятностного подхода**

Двери наружные предназначены для оборудования всех типов пассажирских вагонов с конструкционной скоростью движения до 200 км/ч (рис. 2.1). Двери обеспечивают комфортные и безопасные условия:

- торцевые – переход между вагонами, боковые – вход в вагон и выход из вагона наружу;
- исключают воздействие резких перепадов давления и температуры;
- препятствуют попаданию внутрь тамбура вагона пыли и влаги;
- обеспечивают шумо- и теплоизоляцию тамбура вагона при всех режимах эксплуатации поезда.

На рисунке 2.2 представлена схема расположения разных типов дверей относительно максимально возможного вагонокомплекта.

Структурную схему надёжности дверей вагонокомплекта можно рассматривать в различных вариантах. Наиболее простым представлением является нерезервированная система, где отказ любого элемента приводит

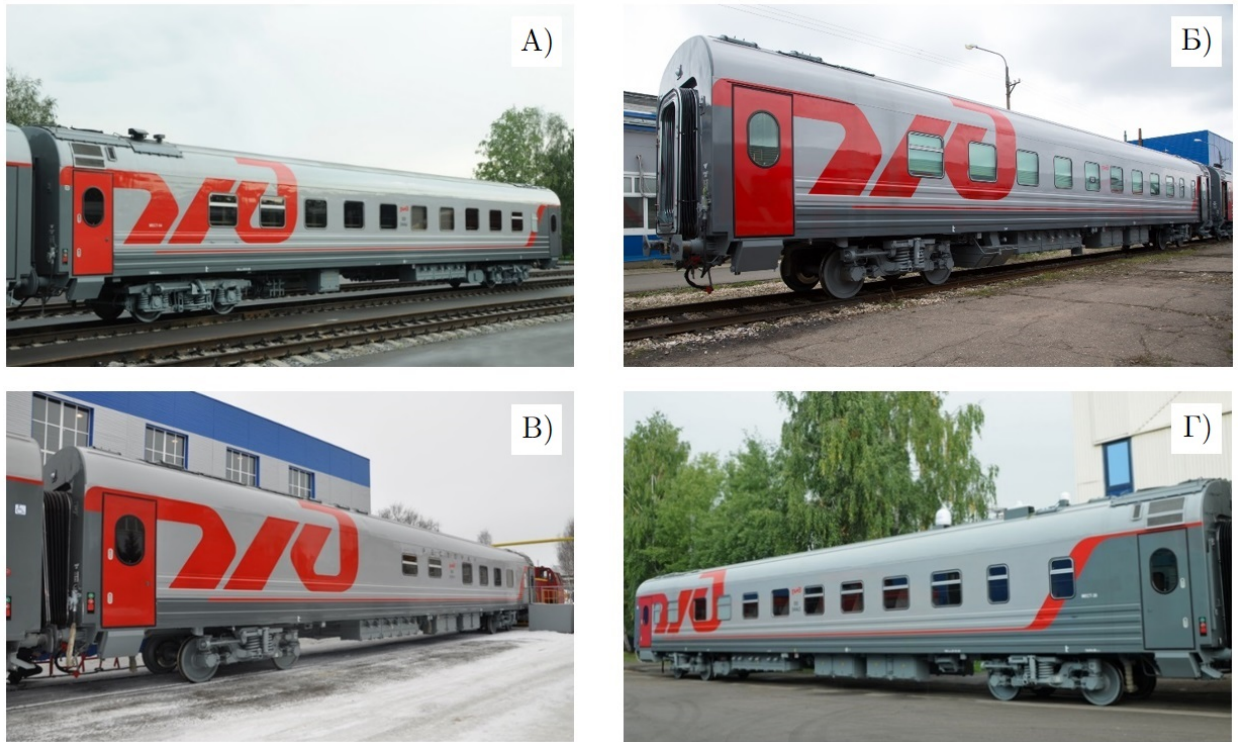


Рисунок 2.1 — Модели пассажирских вагонов, рассматриваемых относительно структурных схем надежности: А) модель 61-4447 (некупейный); Б) модель 61-4462 (купейный); В) модель 61-4460 (вагон-ресторан); Г) модель 61-4445 (купейный штабной) [60]

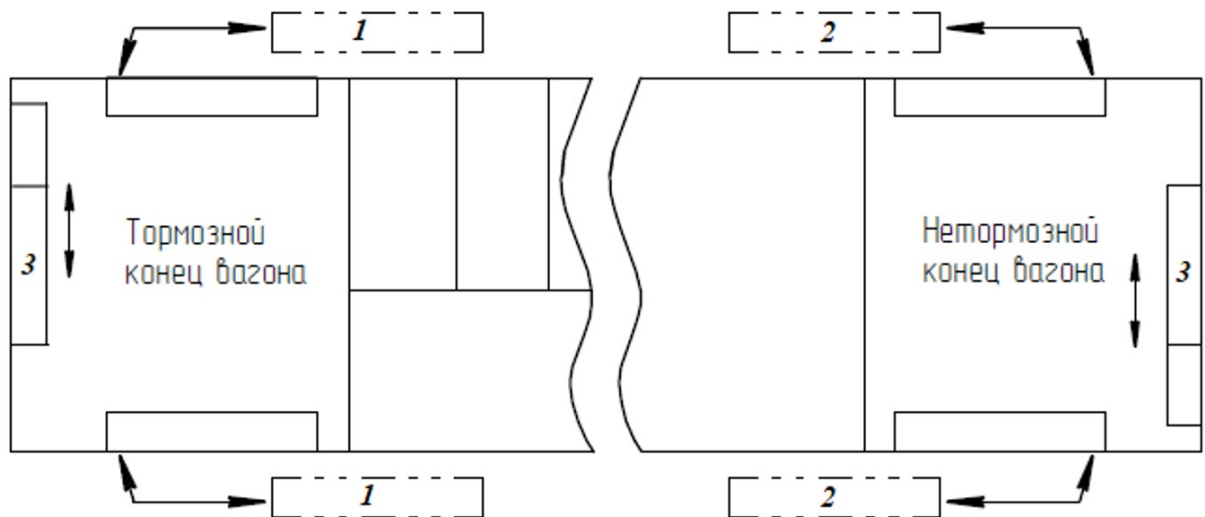


Рисунок 2.2 — Схема расположения дверей пассажирского вагона: 1 – дверь боковая одностворчатая с электромеханическим приводом; 2 – дверь боковая одностворчатая с ручным приводом; 3 – дверь торцевая одностворчатая с электромеханическим приводом

к отказу всей системы. Тогда вероятность безотказной работы рассчиты-



вается по известной формуле:

$$P_{c1}(t) = \prod_{i=1}^N P_i(t),$$

где  $P_i$  – вероятность безотказной работы элемента,

$N$  – количество элементов в системе.

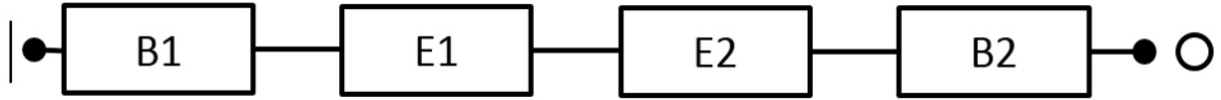


Рисунок 2.3 – Линейная структурная схема надежности вагокомплекта дверей для пассажирского вагона, где  $Ei$  – дверь с электромеханическим приводом;  $Bi$  – торцевая дверь

Вторым возможным вариантом представления структурной схемы надежности вагокомплекта дверей является резервированная система. Здесь рассмотрим два варианта:

- резервирование ручной двери второй ручной (рис. 2.4а);
- резервирование боковых автоматических дверей ручными (рис. 2.4б).

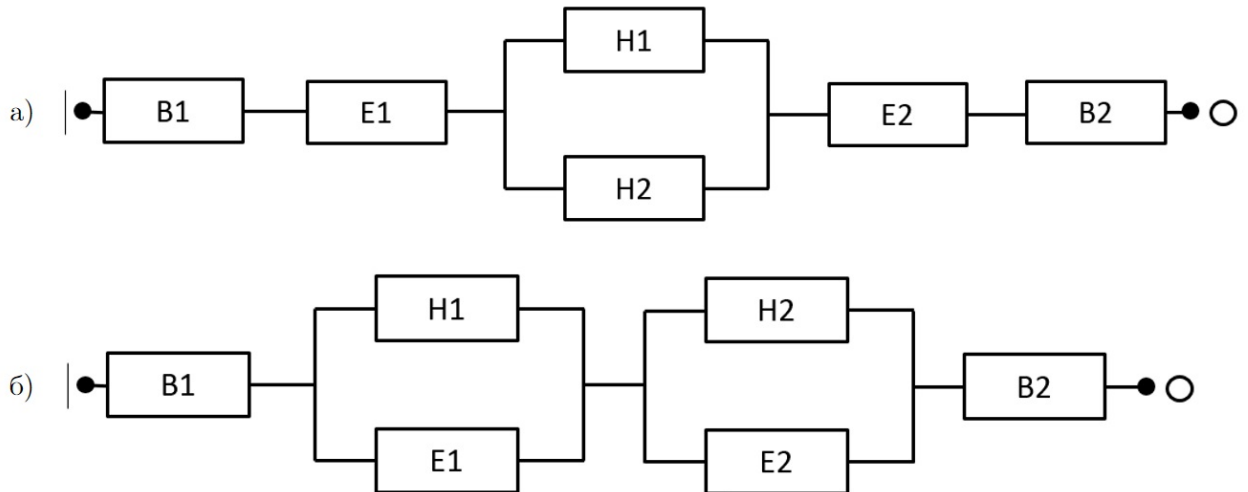


Рисунок 2.4 – Резервированные структурные схемы надежности вагокомплекта дверей для пассажирского вагона, где  $Ei$  – боковая дверь с электромеханическим приводом;  $Bi$  – торцевая дверь,  $Hi$  – дверь с ручным приводом

Таким образом получаем два варианта смешанной системы с поэлементным резервированием отдельных блоков.

Вероятность безотказной работы с резервированием двери с ручным приводом (рис. 2.4а) рассчитывается:

$$P_{c2}(t) = P_{B1}(t)P_{E1}(t)P_{B2}(t)P_{E2}(t)(1 - P_{H1}(t))(1 - P_{H2}(t)).$$

Вероятность безотказной работы с резервированием боковых дверей с электромеханическим приводом дверьми с ручными приводами (рис. 2.4б) рассчитывается:

$$P_{c3}(t) = P_{B1}(t)P_{B2}(t)(1 - P_{E1}(t))(1 - P_{H1}(t))(1 - P_{E2}(t))(1 - P_{H2}(t)).$$

Еще одним возможным применимым подходом к структурной оценке является рассмотрение вагонокомплекта как структуры « $m$  из  $n$ ». Систему такого типа можно рассматривать как вариант системы с параллельным соединением элементов, отказ которой произойдет, если из  $n$  элементов, соединенных параллельно, работоспособными окажутся менее  $m$  элементов ( $m < n$ ).

Здесь рассмотрим три варианта:

- система «3 из 4», которая считается работоспособной, когда работают двери  $H1$ ,  $E1$  и  $E2$  (рис. 2.5а);
- система «5 из 6», в которой учитывается возможная работа дверей с электромеханическим приводом в ручном режиме  $Ei(H)$  (рис. 2.5б);
- система «5 из 6», в которой учитывается возможная работа боковых и торцевых дверей с электромеханическим приводом в ручном режиме  $Ei(H)$  и  $Bi(H)$  (рис. 2.5в).

Обе представленные структуры являются смешанными: к « $m$  из  $n$ » добавляются последовательно соединенные или поэлементно зарезервированные торцевые двери.

Тогда, при условии равнонадежности всех элементов, входящих в структуру « $m$  из  $n$ », вероятность безотказной работы структуры, представ-

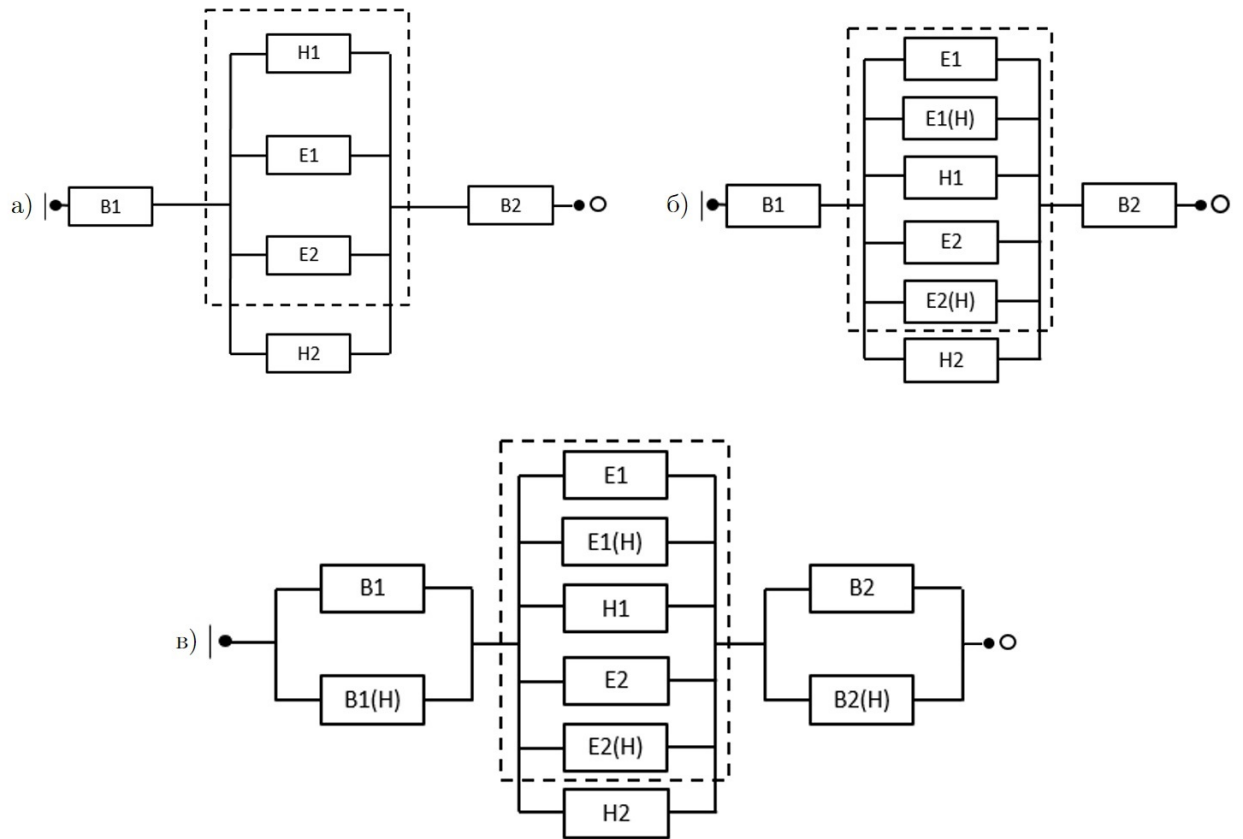


Рисунок 2.5 — Структурные схемы « $m$  из  $n$ » для оценки надежности вагонокомплекта дверей пассажирского вагона, где  $Ei$  — дверь с электро-механическим приводом;  $Ei(H)$  — дверь с электро-механическим приводом в ручном режиме эксплуатации;  $Bi$  — торцевая дверь;  $Bi(H)$  — дверь торцевая с электро-механическим приводом в ручном режиме эксплуатации;  $Hi$  — дверь с ручным приводом

ленной на рисунке 2.5а, будет

$$P_{c4}(t) = P_{B1}(t) P_{B2}(t) (4P_m(t)^3 - 3P_m(t)^4),$$

где  $P_m(t)$  — элемент структуры « $m$  из  $n$ ».

Вероятность безотказной работы структуры, представленной на рисунке 2.5б, при тех же условиях будет

$$P_{c5}(t) = P_{B1}(t) P_{B2}(t) (6P_m(t)^5 - 5P_m(t)^6).$$

И вероятность безотказной работы структуры, представленной на рисунке 2.5в, где рассматривается работа торцевой двери как в ручном, так

и в автоматическом режиме, будет

$$P_{c6}(t) = (1 - P_{B1}(t)) (1 - P_{B1(H)}(t)) (1 - P_{B2}(t)) \times \\ \times (1 - P_{B2(H)}(t)) (6P_m(t)^5 - 5P_m(t)^6).$$

Произведем оценку параметра потоков отказов для структур, представленных на рисунках 2.4б, 2.5а-в. Среднюю наработку до отказа системы можно представить формулой:

$$T = \int_0^{\infty} P(t) dt = \int_0^{\infty} \left(1 - (1 - e^{-\lambda t})^n\right) dt.$$

Осуществим замену переменных:

$$1 - e^{-\lambda t} = x \implies t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{1}{1-x} \implies dt = \frac{1}{\lambda(1-x)} dx.$$

Тогда:

$$T = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} \frac{1-x^n}{1-x} dx = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} \frac{-(x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1)}{1-x} dx = \\ = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{x^n}{n} \Big|_0^1 + \frac{x^{n-1}}{n-1} \Big|_0^1 + \dots + \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 + x \Big|_0^1 \right) = \frac{1}{\lambda} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right).$$

Таким образом, для системы « $m$  из  $n$ » получаем:

$$T = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n-2} + \dots + \frac{1}{m} \right). \quad (2.1)$$

Подставив в (2.1) численные значения, в таблице 2.1 получаем ряд значений параметров потоков отказов в зависимости от того, какую из структурных схем надежности можно принять для рассмотрения. Группой экспертов, принимающих участие в работе с данным типом дверей на разных стадиях жизненного цикла, была принята для расчета схема «3 из 4» (рис. 2.5а).

В силу того, что логико-вероятностный подход хоть и достаточно удобен для расчета, однако, не учитывает процесса восстановления дверей, был рассмотрен вариант расчета параметра потока отказов с помощью марковских процессов.

Таблица 2.1 — Результаты расчета параметра потоков отказов для разных структурных схем вагонокомплекта на основе логико-вероятностного подхода

Тип схемы	Графическое отображение	Значение параметра потока отказов $\lambda, 1/км$
Резервирование боковых автоматических дверей ручными		$\lambda_c = 5,5566 \cdot 10^{-6}$
Система «3 из 4» с последовательно соединенными торцевыми дверьми		$\lambda_c = 5,5566 \cdot 10^{-6}$
Система «5 из 6», в которой учитывается возможная работа дверей с электромеханическим приводом в ручном режиме		$\lambda_c = 7,88 \cdot 10^{-6}$
Система «5 из 6», в которой учитывается возможная работа боковых и торцевых дверей с электромеханическим приводом в ручном режиме		$\lambda_c = 6,7694 \cdot 10^{-6}$

## 2.4 Расчет надёжности на основе марковских случайных процессов

Произведем оценку параметров надёжности структуры «3 из 4» с последовательно соединенными торцевыми дверьми на основе Марковского анализа. После определения состояния системы, с помощью известных для дверей плотностей вероятностей переходов  $\lambda$  и  $\mu$  построим граф состояний для данной структуры (рис. 2.6). Здесь обозначение состояний отражает следующую информацию:

- идентификация «1» означает работоспособное состояние, а «0» - состояние отказа;
- шесть значений в строку – это идентификация отказа/работоспособного состояния каждой из шести дверей в состояниях графа (первые 4 значения относятся к боковым дверям вагона, а 2 последних – к торцевым).

Первое состояние «111111»: все шесть дверей в начальный момент времени находятся в работоспособном состоянии. Состояние «011111» говорит о переходе системы в фазу, когда первая боковая дверь отказала, а остальные (3 боковых и 2 торцевых) – функционируют в штатном режиме. Остальные состояния интерпретируются аналогично.

Далее составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова (2.2), где число уравнений в системе будет равно числу состояний. Исходными данными являются параметр потока отказов одной двери  $\lambda = 1,667 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{км}}$  и параметр потока восстановления  $\mu = 0,041 \frac{1}{\text{км}}$ .

Используя математический пакет MATLAB, произведем оценку вероятности безотказной работы системы. Получим  $P = 0,9917$ . Данное значение вероятности рассчитано на период, равный сроку службы рассматриваемых дверей.

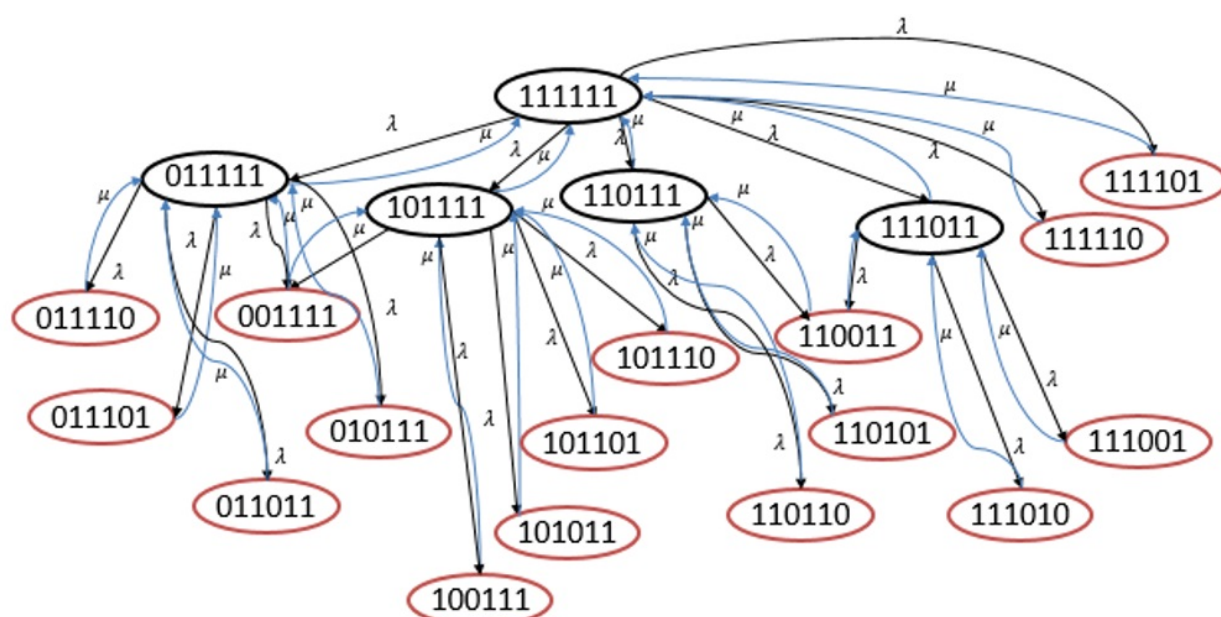


Рисунок 2.6 — Граф состояний для структуры «3 из 4» с последовательно соединенными торцевыми дверьми ( $\lambda$  – параметр потока отказов,  $\mu$  – параметр потока восстановления)

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{dP_{111111}}{dt} = -6\lambda P_{111111}(t) + \mu [P_{011111}(t) + P_{101111}(t) + \\
\quad + P_{110111}(t) + P_{111011}(t) + P_{111101}(t) + P_{111110}(t)], \\
\frac{dP_{011111}}{dt} = - (5\lambda + \mu) P_{011111}(t) + \mu [P_{011110}(t) + P_{011101}(t) + \\
\quad + P_{001111}(t) + P_{010111}(t) + P_{011011}(t)] + \lambda P_{111111}(t), \\
\frac{dP_{101111}}{dt} = - (5\lambda + \mu) P_{101111}(t) + \mu [P_{001111}(t) + P_{100111}(t) + \\
\quad + P_{101011}(t) + P_{101101}(t) + P_{101110}(t)] + \lambda P_{111111}(t), \\
\frac{dP_{110111}}{dt} = - (5\lambda + \mu) P_{110111}(t) + \mu [P_{010111}(t) + P_{100111}(t) + \\
\quad + P_{110110}(t) + P_{110101}(t) + P_{110011}(t)] + \lambda P_{111111}(t), \\
\frac{dP_{111011}}{dt} = - (5\lambda + \mu) P_{111011}(t) + \mu [P_{011011}(t) + P_{101011}(t) + \\
\quad + P_{110011}(t) + P_{111010}(t) + P_{111001}(t)] + \lambda P_{111111}(t), \\
\frac{dP_{111101}}{dt} = -\mu P_{111101}(t) + \lambda P_{111111}(t), \\
\frac{dP_{111110}}{dt} = -\mu P_{111110}(t) + \lambda P_{111111}(t), \\
\frac{dP_{001111}}{dt} = -2\mu P_{001111}(t) + \lambda [P_{011111}(t) + P_{101111}(t)], \\
\frac{dP_{010111}}{dt} = -2\mu P_{010111}(t) + \lambda [P_{011111}(t) + P_{110111}(t)], \\
\frac{dP_{011011}}{dt} = -2\mu P_{011011}(t) + \lambda [P_{011111}(t) + P_{111011}(t)], \\
\frac{dP_{011101}}{dt} = -\mu P_{011101}(t) + \lambda P_{011111}(t), \\
\frac{dP_{011110}}{dt} = -\mu P_{011110}(t) + \lambda P_{011111}(t), \\
\frac{dP_{100111}}{dt} = -2\mu P_{100111}(t) + \lambda [P_{101111}(t) + P_{110111}(t)], \\
\frac{dP_{101011}}{dt} = -2\mu P_{101011}(t) + \lambda [P_{101111}(t) + P_{111011}(t)], \\
\frac{dP_{101101}}{dt} = -\mu P_{101101}(t) + \lambda P_{101111}(t), \\
\frac{dP_{101110}}{dt} = -\mu P_{101110}(t) + \lambda P_{101111}(t), \\
\frac{dP_{110011}}{dt} = -2\mu P_{110011}(t) + \lambda [P_{110111}(t) + P_{111011}(t)], \\
\frac{dP_{110101}}{dt} = -\mu P_{110101}(t) + \lambda P_{110111}(t), \\
\frac{dP_{110110}}{dt} = -\mu P_{110110}(t) + \lambda P_{110111}(t), \\
\frac{dP_{111001}}{dt} = -\mu P_{111001}(t) + \lambda P_{111011}(t), \\
\frac{dP_{111010}}{dt} = -\mu P_{111010}(t) + \lambda P_{111011}(t).
\end{array} \right. \tag{2.2}$$

Воспользуемся преобразованием Лапласа для расчёта средней нагрузки на отказ. Для этого запишем систему уравнений для всех работоспо-



собных состояний технического объекта [61] (2.2).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_{111111}}{dt} = -6\lambda P_{111111}(t) + \mu [P_{011111}(t) + \\ + P_{101111}(t) + P_{110111}(t) + P_{111011}(t)] \\ \frac{dP_{011111}}{dt} = -(5\lambda + \mu) P_{011111}(t) + \lambda P_{111111}(t), \\ \frac{dP_{101111}}{dt} = -(5\lambda + \mu) P_{101111}(t) + \lambda P_{111111}(t), \\ \frac{dP_{110111}}{dt} = -(5\lambda + \mu) P_{110111}(t) + \lambda P_{111111}(t), \\ \frac{dP_{111011}}{dt} = -(5\lambda + \mu) P_{111011}(t) + \lambda P_{111111}(t). \end{array} \right. \quad (2.3)$$

Применяем преобразования Лапласа для получения численного значения параметра потока отказов. Для  $P(t)$  будем иметь следующее:

$$P(z) = \int_0^{\infty} P(t) e^{-zt} dt.$$

В общем случае средняя наработка до отказа

$$T_i = \int_0^{\infty} P(t) dt.$$

В силу того, что  $T_i = P(z)$  при  $z = 0$ , можно преобразовать (2.3) с учётом того, что вероятность первого состояния при  $t = 0$  равна единице, а вероятности других состояний системы при  $t = 0$  равны нулю (условие того, что в начальный момент времени система находится в работоспособном состоянии), получим следующие уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 = -6\lambda T_{111111} + \mu [T_{011111} + T_{101111} + T_{110111} + T_{111011}], \\ 0 = -(5\lambda + \mu) T_{011111} + T_{111111}, \\ 0 = -(5\lambda + \mu) T_{101111} + T_{111111}, \\ 0 = -(5\lambda + \mu) T_{110111} + T_{111111}, \\ 0 = -(5\lambda + \mu) T_{111011} + T_{111111}. \end{array} \right.$$

Откуда  $\lambda_{суст} = 3,331 \cdot 10^{-6} \frac{1}{км}$  при  $\lambda = 1,667 \cdot 10^{-6} \frac{1}{км}$  и  $\mu = 0,041 \frac{1}{км}$ .

Таким образом, получили значение нормируемого показателя безотказности  $\lambda_{сист} = 3,331 \cdot 10^{-6}$  для вагонокомплекта дверей в составе вагона на основе перехода от выбранной структурной схемы к графу состояний и переходов с дальнейшим решением системы Колмогорова и преобразованием Лапласа. Рассчитанное значение в три раза меньше предлагаемого изначально из предположения, что отказ любой двери приравнивается к отказу всего вагонокомплекта из шести дверей. В случае, если бы утвердили это предложение в качестве нормируемого показателя надёжности, на долю отказов дверей пришлось бы недопустимая доля потенциальных отказов. Это могло повлечь ошибочное требование заказчика к занижению нормируемого показателя на каждую дверь (вместо построения типа функционального взаимодействия изменять характеристики исключительно показателей входящих в систему компонентов).

В результате построения адекватной структурной схемы и расчета на базе марковского анализа удалось определить корректное значение нормируемого показателя надёжности, которое адекватно отражает долю безотказности комплекта дверей в составе вагона. Разработанный подход с соответствующими расчётными значениями использовался для сверки показателей надёжности по эксплуатационным данным между заказчиком и производителем. Данная методика также может быть адаптирована под структурные схемы и алгоритмы функционирования для других модификаций изделий в составе сложных систем.

## 2.5 Выводы по главе

В главе проработаны различные структурные схемы для расчета показателей безотказности вагонокомплекта дверей пассажирского поезда. В отличие от логико-вероятностного подхода в определении параметра

потока отказов, метод с применением марковских процессов является приоритетным, так как учитывает фактор восстановления. Таким образом, найденное значение параметра потока отказа системы можно использовать в качестве нормируемого показателя для рассматриваемой структурной схемы надежности «3 из 4» для дальнейшего мониторинга рассмотренных вагонокомплектов дверей при эксплуатационных испытаниях.

Разработанный метод является эффективным инструментом для важного этапа планирования продукта (блок №1 на рисунке 1.1). Определение нормируемых показателей и согласование значений оказывает значительное влияние на обеспечение надёжности проекта по нескольким причинам:

1. В силу того, что на этапе планирования точные условия эксплуатации и функционирования ещё неизвестны, корректная структурная схема с дальнейшим расчётом позволит наиболее детально отобразить модельный вариант связей системы.
2. При грубых расчётах нормируемых показателей в дальнейшем при эксплуатации объекта будет происходить некорректная опора на данное значение: фактические значения по результатам работы дверей будут сравниваться с нормируемым, которое является заведомо завышенным/заниженным в результате упрощённого подхода.
3. Неадекватное значение нормируемого показателя надёжности может вызвать разногласия с заказчиком, результатами чего станут увеличенные сроки выполнения проекта и возможное ошибочное изменение показателей надёжности единицы системы (двери) в технической документации на неё вследствие отсутствия корректного отображения структурных связей и алгоритмов функционирования.

## ГЛАВА 3. Аналитические критерии для сравнения характеристик надёжности двух выборок

### 3.1 Введение

Существует большое количество прикладных проблем, когда нужно проанализировать эмпирическую информацию различного рода, имеющую случайный характер. В области исследования надёжности можно встретить большую вариацию данных задач. Приведём примеры ряда из них по критерию оценки надёжностных характеристик:

1. Является ли вновь поставляемый узел аналогом того, по которому уже были проведены испытания в эксплуатации?
2. Произошли ли изменения в безотказности блоков управления после модернизации программного обеспечения?
3. Можно ли задать нормируемый показатель надёжности на усовершенствованное изделие такой же величины, как у предшествующей версии?

Таким образом, одним из наиболее важных и распространённых предположений, которое должен проверить исследователь, является проверка того, принадлежат ли две выборки одной и той же совокупности или же нет. Задача обычно решается с помощью статистических критериев, выбираемых специалистом по ряду определяющих параметров в зависимости от вида поставленной задачи.

В случае, когда имеется представление о функциональной структуре на основе имеющихся опытных данных или экспертного обоснования, задача сводится к проверке гипотезы о равенстве параметров распределения. Эмпирические данные получают на основе реальной эксплуатации объектов либо по результатам испытаний. Первый вариант является более

достоверным вариантом для анализа, однако, при разработке совершенно новых технических систем, второй способ необходим в целях предварительной оценки надёжности. Данный факт о наличии меньшей достоверности выводов на основе данных испытаний зачастую приводит к более тщательному выбору метода статистической обработки имеющейся информации. Например, если исследователям известно, что закон распределения наработок до отказа технического изделия нормальный, то часто применяют  $t$ -критерий Стьюдента в случае соблюдения условия равенства дисперсий. Однако, данный критерий не совсем правильно использовать в случае большого количества выбросов. Если же дисперсии неизвестны, то применяют модифицированный критерий Стьюдента, критерий Уэлча, критерий Кохрана – Кокса и др.

При возникновении такого рода вопросов специалисту по анализу надёжности необходимо принять решение о настоящем состоянии наблюдаемого процесса, однако не существует предопределённо верного и единственного решения. В любом статистическом исследовании учитывают несколько типов ошибок:

1. **Ошибка первого рода** – ошибка, в результате которой отклоняется верная гипотеза  $H_0$  при условии, что в действительности она верна («ложная тревога»). В надёжности – вероятность забраковать работоспособную партию.
2. **Ошибка второго рода** – ошибка, в результате которой не отклоняется  $H_0$ , хотя на самом деле она не верна («вероятность пропуска цели»). Вероятность пропустить ненадежную партию технических устройств.

### 3.2 Применение непараметрических методов в области анализа надёжности

Одним из наиболее популярных направлений в области оценивания статистических гипотез является разработка и исследование непараметрических методов. Это связано с тем, что в отличие от параметрических методов, они более лояльны с точки зрения необходимых предположений относительно данных, а также благодаря более простому алгоритму применения. Данные факторы объясняют популярность их применения в прикладных областях: биометрия, медицинская статистика, маркетинг, социология, психология, надёжность, промышленная аналитика. Помимо этого, возрастает применение различных статистических программных инструментов, что также упрощает проверку различных статистических гипотез.

Подробный обзор различных статистических гипотез о сдвиге и масштабе приведен в *Practical Engineering, Process, and Reliability Statistics* [28].

Большинство методов расчета показателей надёжности базируются на подходах, когда закон распределения принимает какой-то конкретный вид. Чаще всего используется экспоненциальный закон распределения и реже нормальный, логнормальный, Вейбулла и др. При таком подходе применяют параметрические методы проверки гипотез, так как предполагается, что данные об отказах характеризуются одними или несколькими неизвестными параметрами совокупности (среднее, медиана, среднеквадратичное отклонение и т. д.) Соответственно и гипотезы формулируются в виде равенств/неравенств относительно связанных с задачей неизвестных параметров. Применимость непараметрических критериев в зависимости от вида анализа представлена в таблице 3.1.

Таблица 3.1 — Применимость непараметрических и параметрических критериев в зависимости от типа анализа

Тип анализа	Непараметрический критерий	Параметрический критерий
Сравнение двух зависимых выборок	Ранговый критерий Вилкоксона и критерий знаков	$t$ -тест для зависимых выборок
Сравнение двух независимых выборок	$U$ -тест Манна–Уитни и двухвыборочный критерий Колмогорова–Смирнова, критерий Крамера–фон Мизеса	$t$ -тест для независимых выборок
Сравнение трёх и более связанных выборок	Критерий Фридмана	Повторные измерения, дисперсионный анализ (ANOVA)
Сравнение трёх и более несвязанных выборок	$H$ -тест Краскелла–Уоллиса	Однофакторный дисперсионный анализ ANOVA
Сравнение категориальных данных	Критерий хи-квадрат и точный критерий Фишера	–
Сравнение двух ранжированных переменных	Коэффициент корреляции Спирмена	Коэффициент корреляции Пирсона
Сравнение двух переменных, одна из которых бинарного типа (дискретный случай)	Точечно-бисериальный коэффициент корреляции	Коэффициент корреляции Пирсона
Сравнение двух переменных, одна из которых бинарного типа (непрерывный случай)	Бисериальный коэффициент корреляции	Коэффициент корреляции Пирсона
Проверка случайности выборки	Критерий серий	–

Например, гипотеза о положении может формулироваться как равенство средних значений, а гипотеза о масштабе – равенстве дисперсий. Таким образом, параметрические методы основаны на ряде допущений,

которые иногда нереалистично характеризуют эмпирические данные. Данный факт влечет за собой следующую проблему: критические значения для статистик вычисляются в соответствии с предполагаемым распределением, а когда оно теоретически идентифицировано неверно (с точки зрения отражения реального процесса), это вызывает и неточности в интерпретации результатов статистических тестов. В таких случаях используются непараметрические методы, которые не учитывают истинное распределение данных. Их применение целесообразно, когда нет возможности соблюдать предположения, характерные для параметрических тестов. По этим причинам применение непараметрических критериев широко применяется в настоящее время [62], [49].

При анализе литературы по надёжности можно заметить наиболее часто встречающиеся гипотезы – о законе распределения времени безотказной работы. Самые распространенные критерии – Колмогорова–Смирнова, Крамера–фон Мизеса. Информацию по их применимости можно найти в базовой фундаментальной литературе по теории надёжности 20 века [63], [15]. Помимо этого, те же критерии используются в более современных изданиях [48], [64], [47], [65], [66] и государственных стандартах [67]. Важность исследований по разработке статистических критериев проверки гипотез также отмечена в [13]. Авторы приводят пример того, что очень часто встречаются ошибки по причине предположения того, что используется экспоненциальный закон для рассматриваемого объекта, в то время, как на самом деле имеет место закон распределения Вейбулла.

В теории надёжности достаточно часто встречаются данные, по которым сложно сделать предположение о законе распределения ввиду недостаточности выборок. Такое случается как по причине непродолжительного периода наблюдения за испытуемыми объектами, так и по причине недостоверных и неполных данных об отказах оборудования. Самым распространенным непараметрическим критерием является тест Вилкоксона (Манна–Уитни). Этот же критерий, судя по ряду фактов, и



описан в ГОСТ Р МЭК 60605-6-2007 «Критерии проверки постоянства интенсивности отказов и параметра потоков отказов» [68] применительно к большим выборкам. Однако, критерий Вилкоксона–Манна–Уитни обладает рядом недостатков, которые активно обсуждаются в литературе по статистике [69], [70].

Проблема применимости критерия Вилкоксона–Манна–Уитни встречается во многих областях. В частности, в области математической психологии [71] проводились исследования, в результате которых сформулирован ряд ограничений для критериев Стьюдента и Манна–Уитни. В частности в [48] приводится только тест Вилкоксона для сравнения двух выборок.

Помимо сравнения центральных тенденций, существует задача сравнения изменчивости. В частности, большой упор на минимизацию и контроль разброса реализуется в области контроля качества промышленных предприятий.

Однако, существуют еще и критерии для совместного тестирования изменения сдвига и масштаба. Чаще всего в литературе они так и называются – «location-scale tests». Эти методы актуальны, так как во многих технических ситуациях (как и в биомедицинских исследованиях), мероприятия и доработки конструкций, изменение процесса технического обслуживания и ремонта, могут приводить к влиянию как на параметр сдвига, так и на параметр масштаба. Такие методы проверки существуют, например, [72]. Однако с точки зрения прозрачности и скорости реализации расчета, данную процедуру весьма сложно реализовать практикующим исследователям.

В литературе по статистике непараметрические тесты для совместного определения различий положения и масштаба основаны на комбинации двух тестов: одного для определения сдвига, и одного для вариабельности. Чаще всего комбинация реализуется за счёт суммы квадратов стандартизированных тестовых статистик, как раз этот случай и входит в алгоритм

Лепажа [73]. Данный ранговый критерий является наиболее известным для проверки гипотезы «location-scale» (сдвига и масштаба). Он заключается в комбинации статистик Вилкоксона и Ансари–Бредли. Однако ряд недавних исследований за последнее десятилетие был посвящен изучению теста Куккони [69]. Критерий достаточно малоизвестен, однако привлекает интерес тем, что в отличие от других «location-scale» тестов он не является комбинированной квадратичной формой, объединяющей критерий на местоположение и критерий на масштаб. В то время, как «location-scale» критерий Лепажа был хорошо известен, критерий Куккони был опубликован несколькими годами ранее в итальянском экономическом издании. В статье [50] впервые приводятся точные критические значения для данного критерия, а также подробное исследование для смоделированных выборок из различных семейств распределений. Решение, представленное Куккони, отличается тем, что вместо квадратичной формы, объединяющей критерии сдвига и масштаба, реализует задачу с использованием квадратов рангов и контррангов. Важным преимуществом является тот факт, что для реализации теста Куккони, нужно вычислить ранги наблюдений в объединенной выборке, в то время как в алгоритме Лепажа, нужно рассчитать оценки Ансари–Бредли.

Одна из самых больших проблем при оценивании надёжности – недостаточность данных. Зачастую возникают задачи оценить предварительную безотказность нового изделия, когда имеются наблюдения за очень небольшой отрезок времени. Задачи могут формулироваться по-разному. Приведем несколько из них:

1. Можно ли отнести датчики поставщика А к тому же уровню надёжности, как и у поставщика Б?
2. Есть ли значимые различия во времени ремонта на ремонтном заводе №1 с временем ремонта на заводе №2?

3. Можно ли сказать, что спустя три месяца использования нового типа программного обеспечения произошли изменения в уровне безотказности дверей метро?
4. Есть ли различия в ежесуточном пробеге вагонов локомотивной тяги за март 2023 года в отличие от марта 2022 года?

На ряд данных вопросов в области инженерной аналитики накладывается несколько трудностей: малые для анализа выборки и трудоёмкость вычисления.

В работе [50] приводится пример применения нескольких критериев для оценки разницы в ёмкости легких двух малых групп испытуемых. В отличие от тестов Куккони и Лепажя, критерии Колмогорова–Смирнова и Крамера–фон Мизеса не дают возможности опровергнуть нулевую гипотезу об отсутствии различий в средней объемной скорости выдоха испытуемых на уровне значимости 0,05. Данное сравнение проведено, поскольку последние два критерия широко применяются для общей задачи двух выборок. Помимо этого, как было упомянуто выше, два последних критерия – самые популярные в области теории надёжности.

### **Критерии согласия**

Критерии Колмогорова–Смирнова и Крамера–фон Мизеса позволяют определить, существуют ли какие-то различия между распределениями совокупностей, лежащими в основе рассматриваемых выборок. Данные тесты чувствительны ко всем возможным типам различий между двумя функциями распределения, включая различия по форме (эксцесс и асимметрию).

### **Критерий Колмогорова–Смирнова**

Чаще всего рассматривается ситуация, когда предполагаемые функции распределения непрерывны. Сам критерий основан на различиях между эмпирическими функциями распределениями  $EDF_s(x)$  (empirical distribution functions) двух выборок. Пусть  $F_1(x)$ ,  $F_2(x)$  – распределения, соответствующие выборкам 1 и 2 соответственно. Обозначим через  $EDF_1(x)$

и  $EDF_2(x)$  эмпирические функции распределения случайных величин  $X_1$  и  $X_2$ , лежащих в основе выборок:

$$EDF_j(x) = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} \mathbb{I}(X_{1i} \leq x), \quad j = 1, 2.$$

Вид статистики критерия зависит от того, односторонняя или двусторонняя гипотеза предполагается. Для двустороннего варианта это

$$H_0 : \{F_1(x) = F_2(x) \forall x \in \mathcal{R}\}$$

и альтернативной ей

$$H_1 : \{F_1(x) \neq F_2(x) \text{ хотя бы для одного } x \in \mathcal{R}\}.$$

Тестовая статистика вычисляется следующим образом:

$$KS = \sup_{x \in \mathcal{R}} |EDF_1(x) - EDF_2(x)|.$$

Большие значения статистики критерия свидетельствуют в пользу отклонения от основной гипотезы в сторону альтернативной.

Несмотря на то, что критерий Колмогорова–Смирнова является очень распространенным, она обладает рядом недостатков. В частности автор [22] говорит о том, что при использовании данного критерия для аппроксимации эмпирической функции теоретической, может возникать завышение значений уровня значимости. А значит, есть риск принять в качестве правдоподобной ту гипотезу, что плохо согласуется с реальными данными.

### **Критерий Крамера – фон Мизеса**

Ещё один распространённый критерий для общей задачи с двумя выборками – тест Крамера–фон Мизеса. Некоторые исследователи предпочитают его критерию Колмогорова–Смирнова, однако, он уступает

последнему с точки зрения простоты вычисления. Критерий Крамера – фон Мизеса используют для проверки гипотезы

$$H_0 : \{F_1(x) = F_2(x) \forall x \in \mathcal{R}\}$$

и альтернативной ей

$$H_1 : \{F_1(x) \neq F_2(x) \text{ хотя бы для одного } x \in \mathcal{R}\}.$$

Рассмотрим вариант критерия, основанного на следующей статистике

$$CVM = \frac{(n_1 n_2)^{1/2}}{n^{3/2}} \left( \sum_{i=1}^{n_1} |EDF_1(X_{1i}) - EDF_2(X_{1i})| + \sum_{i=1}^{n_2} |EDF_1(X_{2i}) - EDF_2(X_{2i})| \right).$$

Суть критерия Крамера – фон Мизеса аналогична тесту Колмогорова – Смирнова:  $EDF_1(x)$  и  $EDF_2(x)$  являются оценками  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$ , а статистика  $CVM$  – функцией расстояний между  $EDF_s(x)$ . Согласно альтернативной гипотезе, чем больше различаются  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$ , тем выше значение статистики  $CVM$ .

### **Критерии совместной проверки положения сдвига и масштаба («location-scale tests»)**

Обычно непараметрические критерии для совместного определения различий в местоположении (центральной тенденции) и масштабе (изменчивости) для двух выборок основаны на комбинации двух тестов: для сдвига и для масштаба. Как правило, это сочетание достигается с помощью суммы квадратов стандартизированных статистик. Рассмотрим как раз такой случай.

**Критерий Лепаж** В общем случае гипотеза непараметрических критериев для совместного обнаружения изменения положения и масштаба формулируется следующим образом:

$$H_0 : \{\mu_1 = \mu_2 \cap \sigma_1 = \sigma_2\} \text{ и альтернативная ей } H_1 : \{\mu_1 \neq \mu_2 \cup \sigma_1 \neq \sigma_2\}.$$

Данный критерий строится на базе комбинации двух тестов. Достигается это на основе суммы двух стандартизированных тестовых статистик, возведённых в квадрат:

$$LEP = \frac{(W - \mathbb{E}_0(W))^2}{\mathbb{V}_0(W)} + \frac{(AB - \mathbb{E}_0(AB))^2}{\mathbb{V}_0(AB)}.$$

$$\mathbb{E}_0(W) = \frac{n_1(n+1)}{2}, \quad \mathbb{V}_0(W) = \frac{n_1n_2(n+1)}{12},$$

$$\mathbb{E}_0(AB) = \frac{n_1(n+2)}{4}, \quad \mathbb{V}_0(AB) = \frac{n_1n_2(n+2)(n-2)}{48/(n-1)}$$

когда  $n$  чётное число,

$$\mathbb{E}_0(AB) = \frac{n_1(n+1)^2}{4/n}, \quad \mathbb{V}_0(AB) = \frac{n_1n_2(n+1)(n^2+3)}{48/n^2}$$

когда  $n$  нечётное число.

### Критерий Куккони

Известным критерием для задачи определения изменения в центральной тенденции и вариабельности является рассмотренный ранее тест Лепажя. Было предложено множество тестов из данной области, практически все из них являются тестами типа Лепажя: сочетание теста сдвига и теста на разброс. Мароцци [50], [51] исследовал и провёл сравнение ряда непараметрических критериев между собой и с тестом Куккони [69]. Данный критерий не такой известный, однако примечателен по нескольким причинам:

1. Исторически он появился раньше, чем тест Лепажя.
2. Не комбинирует два теста: на сдвиг и разброс, как другие распространённые критерии из данного семейства.
3. Отличительной положительной особенностью являются мощность и вероятность ошибки первого рода.

Гипотезу для критериев Куккони и Лепажя часто формулируют, как в предыдущем пункте [49], а также и следующим образом [50]. Пусть

$X_1$  и  $X_2$  – непрерывные случайные величины, принадлежащие двум генеральным совокупностям, а  $F_1$  и  $F_2$  – соответствующие им функции распределения. Общая процедура для сравнения двух выборок строится так:

$$H_0 : X_1 \stackrel{d}{=} X_2 \text{ и альтернативная ей } H_1 : X_1 \stackrel{d}{\neq} X_2,$$

где  $X_1 \stackrel{d}{=} X_2$  означает, что  $F_1(t) = F_2(t) \forall t \in \mathfrak{R}$ , и  $X_1 \stackrel{d}{\neq} X_2$ , что  $\exists A \subset \mathfrak{R} : F_1(t) \neq F_2(t), t \in A$  с  $\text{Pr}(A) > 0$ .

$$F_1(t) = G\left(\frac{t - \mu_1}{\sigma_1}\right) \text{ и } F_2(t) = G\left(\frac{t - \mu_2}{\sigma_2}\right),$$

где  $G(\cdot)$  – функция распределения непрерывной величины с математическим ожиданием 0 и среднеквадратичным отклонением 1,  $\mu_1$  и  $\mu_2$  ( $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ ) параметры сдвига (масштаба) совокупностей 1 и 2 соответственно. Пусть наблюдения  $X_{11}, \dots, X_{1n_1}$  и  $X_{21}, \dots, X_{2n_2}$  – это случайные выборки из генеральных совокупностей 1 и 2 соответственно. Для задачи совместного сравнения центральной тенденции и разброса Куккони [69] предложил ранговый тест, основанный на статистике

$$C = \frac{U^2 + V^2 - 2\rho UV}{2(1 - \rho^2)},$$

где

$$U = \frac{6 \sum_{i=1}^{n_i} W_{1i}^2 - n_1(n+1)(2n+1)}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n+1)(2n+1)(8n+11)}{5}}},$$

$$V = \frac{6 \sum_{i=1}^{n_i} (n+1 - W_{1i})^2 - n_1(n+1)(2n+1)}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n+1)(2n+1)(8n+11)}{5}}},$$

$n = n_1 + n_2$ ,  $W_{ji}$  обозначает ранк  $X_{ji}$  объединенной выборки  $\underline{X} = (X_{11}, \dots, X_{1n_1}, X_{21}, \dots, X_{2n_2}) = (X_1, \dots, X_{n_1}, X_{n_1+1}, \dots, X_n)$  и

$$\rho = \frac{2(n^2 - 4)}{((2n+1)(8n+11))} - 1,$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 8}{16n^2 + 30n + 11} - 1 = -\frac{7}{8} = \rho_0.$$

В своем исследовании Куккони заметил, что при несильно различающихся в размерах выборках, количество элементов в которых больше 6, сходимость к норме была очень хорошей. Помимо того, что тест Куккони является более приоритетным по таким аспектам, как: мощность, вероятность ошибки первого рода, а также простота в реализации, чем тест Лепажя, он ещё и подходит для случая связанных выборок. Несмещенность и устойчивость данного критерия показаны в [69], критические значения приведены в [50].

### **3.3 Применение непараметрических критериев для решения задач надёжности**

Очень часто возникает задача сравнить показатели надёжности до и после проведения модернизации. Аналогичная задача возникает при оценке изменения характеристик в разных версиях одной конструкции. В данном примере было произведен расчёт по основным рассматриваемым ранее критериям: Колмогорова – Смирнова, Крамера – Мизеса, Куккони.

#### **3.3.1 Перевод нормируемого показателя надёжности на вновь разрабатываемое изделие из циклов в километры**

На Московских центральных диаметрах (МЦД) эксплуатируются несколько типов электропоездов. При этом при открытии каждого из диаметров на него запускают модифицированную версию электропоезда.



Как уже упоминалось ранее, показатели надёжности компонентов подвижного состава задаются в нескольких единицах измерения. Самыми распространёнными вариантами являются километры пробега, циклы (открытия/закрытия функционального элемента) и часы.

Для новой модели компонентов подвижного состава можно определить показатель безотказности в циклах на основе данных стендовых испытаний. Однако, чтобы определить эквивалентное значение в километрах пробега чаще всего нужны данные с эксплуатационных испытаний, которых на момент согласования проектной технической документации еще нет в силу того, что диаметр только открывается, и поезда на нем в должном объёме не эксплуатировались.

При этом имеются данные по надёжности и эксплуатационным характеристикам компонентов подвижного состава для МЦД-1 и МЦД-2. Помимо этого, на карте уже были отмечены станции, расстояние между которыми можно было определить.

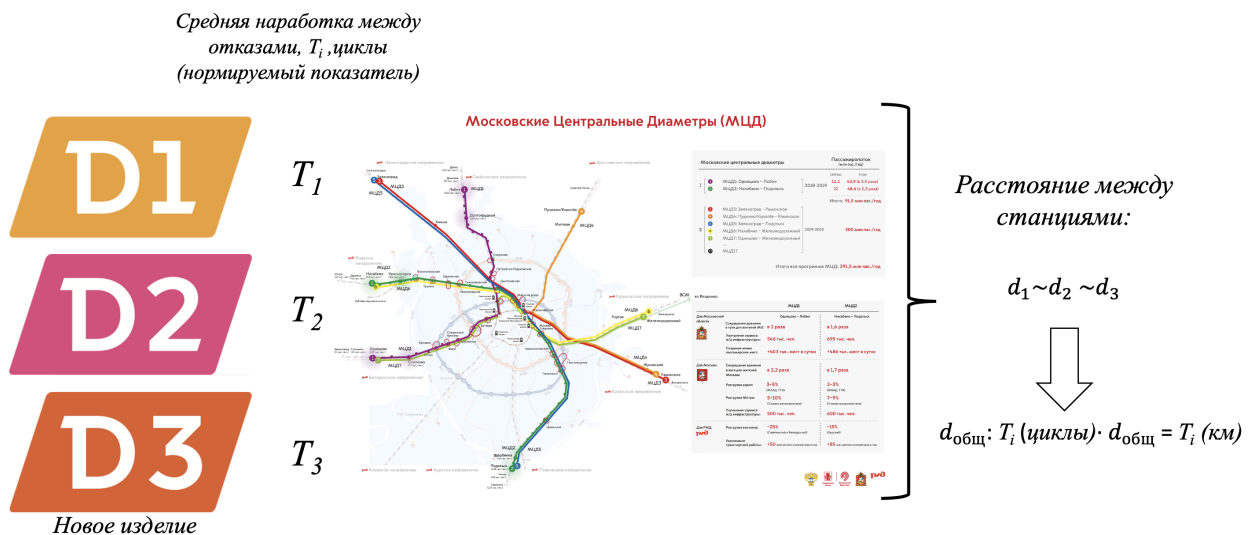


Рисунок 3.1 — Перевод нормируемого показателя надёжности на вновь разрабатываемое изделие из циклов в километры

Итоговое описание задачи: требуется определить значение нормируемого значения средней наработки между отказами для нового изделия (будет эксплуатироваться на МЦД-3). Известно нормируемое значение

данного показателя в циклах, необходимо обоснованно определить коэффициент перевода из циклов в километры по данным уже эксплуатирующихся изделий, но на других путях следования (МЦД-1 и МЦД-2)(рисунок 3.1).

Результат: на основе сбора и сопоставления данных расстояний между станциями на МЦД-1, МЦД-2, МЦД-3 с применением статистического критерия Куккони было показано, что значимых различий между эксплуатационными профилями функционирования рассматриваемых объектов не выявлено. Вследствие этого на основе характеристик распределения общей совокупности был произведен перевод из циклов в километры для нормируемых показателей надёжности для вновь разработанного изделия (см. таблицу 3.2).

Таблица 3.2 — Результаты p-value для задачи перевода нормируемого показателя надёжности на вновь разрабатываемое изделие из циклов в километры

	<b>p-value (Cucconi)</b>
<b>MCD1/MCD2</b>	0,81
<b>MCD1/MCD3</b>	0,72
<b>MCD2/MCD3</b>	0,45

### **3.3.2 Задание времени восстановления при проектировании**

Зачастую показатели надёжности являются инструментом для обнаружения различий в условиях эксплуатации и обслуживания технических объектов. Определение этих различий нужно для того, чтобы выявить объекты, которые являются наиболее близкими аналогами. Причем, критерии аналогов бывают разными: по характеру обслуживания, по ключевым конструктивным особенностям, по порядку функционирования, условий эксплуатации и др.

В данном случае рассматривается задача выявления наиболее близкого аналога к подъёмному устройству для инвалидов по критерию времени восстановления. При этом существует наиболее близкий аналог (на рисунке «Устройство 1») по нескольким факторам, однако, размер выборки по времени восстановления этого объекта мал для определения центрального значения. Однако, существуют два других аналога подъёмного устройства (на схеме 3.2 «Устройство 2» и «Устройство 3»), они не такие близкие к интересующему нас объекту, как первый, но по ним имеется больше статистической информации по времени восстановления.

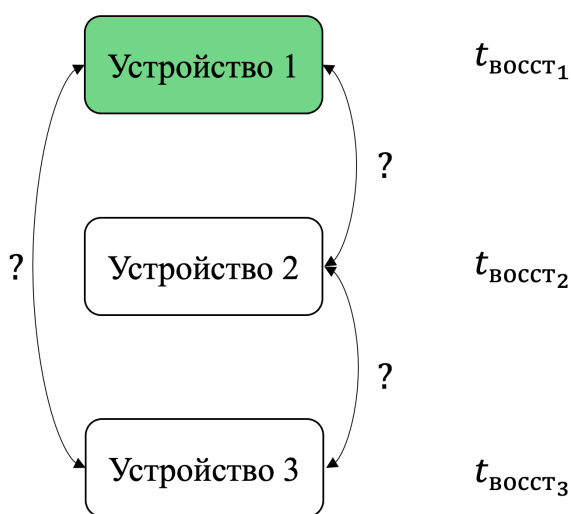


Рисунок 3.2 — Задание времени восстановления при проектировании

Сформулируем возникающую задачу: определить по статистическим данным трех устройств наиболее близкие аналоги по фактору времени восстановления для расчета нормируемого значения среднего времени восстановления для технических условий.

По результатам применения ряда критериев были получены следующие величины р-значений (см. таблицу 3.3).

На уровне значимости 0,05 можно сделать следующие выводы:

1. Между Устройствами 1 и 3 ни один критерий не выявил значимых различий во времени восстановления;

Таблица 3.3 — Задание времени восстановления при проектировании

	<b>Test</b>	<b>p-value</b>
<b>№1/№3</b>	Kolmogorov–Smirnov	0,60
	Cucconi	0,74
	Lepage	0,25
	Cramer–von Mises	0,58
<b>№1/№2</b>	Kolmogorov–Smirnov	0,15
	Cucconi	0,04
	Lepage	0,68
	Cramer–von Mises	0,05
<b>№2/№3</b>	Kolmogorov–Smirnov	0,01
	Cucconi	0,03
	Lepage	0,00
	Cramer–von Mises	0,00

2. Между Устройствами 1 и 2 значимые различия выявляются только критерием Куккони и Крамера – фон Мизеса (при строгом сравнении р-значений с величиной уровня значимости);
3. Между Устройствами 2 и 3 значимые различия обнаружены по результатам всех четырех рассматриваемых критериев.

Обратимся к сравнению и выявим, как на предметном уровне могут так отличаться значения времени восстановления у подъёмных устройств. При экспертном анализе, было выявлено, что Устройство 2 отличается от 1 и 3 с точки зрения обслуживания. Дело в том, что оно в составе конструкции имеет особенность расположения нескольких датчиков. При ремонте или обслуживании время на получение доступа к ним увеличивается. Устройства 1 и 3 данным признаком не обладают.

В результате данного анализа было принято решение для определения нормируемого значения среднего времени восстановления для новой разработки подъёмного устройства брать за основу данные эксплуатации Устройства 1 и Устройства 3.

### 3.3.3 Обоснование выбора значения средней наработки между отказами при импортозамещении

Процесс замены поставщиков технических устройств является достаточно сложным и трудоёмким по нескольким аспектам. Основными из них являются:

1. Изменение сроков поставок, следовательно, и сроков выпуска готового изделия;
2. Изменение цены итогового изделия;
3. Изменение технической документации;
4. Пересчёт показателей надёжности;
5. Согласование всех изменений в процессах с заказчиком.

С точки зрения анализа надёжности в процессе импортозамещения часто возникает вопрос обоснования выбора того или иного нового элемента в обновлённом составе изделия с точки зрения характеристик безотказности.

В данном разделе рассматривается то же новое изделие, что и в пункте 3.3.2 – подъёмное устройство для инвалидов. При пересмотре состава изделия конструкторским бюро было выдвинуто предложение заменить один тип датчиков на другой. При замене какого-либо элемента конструкции меняется общее значение показателя надёжности на готовое изделие. Для пересчёта итоговой характеристики безотказности на весь технический объект, нужно знать, какое значение средней наработки между отказами имеет вновь вводимый датчик.

Предлагаемые в новой конструкции датчики ранее на данных устройствах не использовались. Однако они устанавливались на изделия-аналоге, но выборка эксплуатационных данных по нему малая. При этом есть эксплуатационная статистика по данному типу выключателей в конструкции боковых дверей поездов дальнего следования. Возникает вопрос, можно ли

транслировать значение безотказности данного типа датчиков, установленных на дверях, для подъёмного устройства? Данные технические объекты в общем смысле имеют разные условия функционирования, конструктивные характеристики, но одинаковые профили эксплуатации.

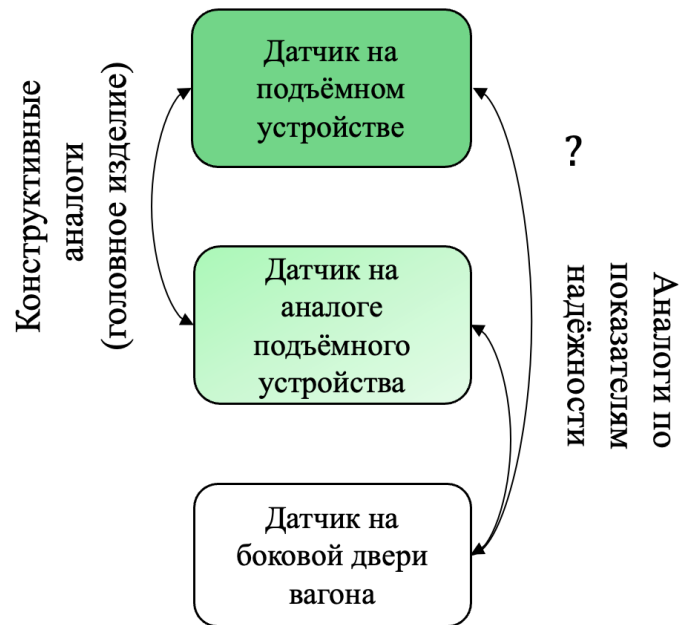


Рисунок 3.3 — Обоснование выбора значения средней наработки между отказами при импортозамещении

Таким образом, можно сформулировать задачу следующим образом: на основе данных о наработках между отказами (в днях) датчиков, входящих в состав аналога подъёмного устройства и в состав боковой двери вагона, выявить имеются ли значимые различия в этих выборках. Полученные выводы нужны в целях использования заведомо известного значения показателя безотказности данного элемента в составе двери для проектного значения показателя надёжности в составе подъёмного устройства.

В результате применения критерия Куккони было получено  $p\text{-value} = 0,59$ , что больше  $0,05$ , значит значимых различий в наработках между отказами датчика, установленного на боковой двери и датчика, установленного на аналоге подъёмника, не выявлено. Таким образом, по конструктивной аналогии мы можем распространить данное значение с аналога подъёмного устройства на новый разрабатываемый проект.

### Выводы по результатам реализации проектов 3.3.1 – 3.3.3

По итогам проведённых исследований решены три прикладные задачи, возникающие при анализе надёжности и для которых необходимо применение статистических критериев проверки гипотез. Приведены результаты использования критерия Куккони и ряда критериев, часто применяемых в области анализа надёжности. Цели данных задач могут быть вариативными: поиск и верификация компонентов-аналогов, определение эквивалентных условий эксплуатации, выявление значимых различий во времени ремонта технических систем. По результатам тестирования нескольких видов статистических критериев, тест Куккони выявляет различия даже в малых выборках, а также является несложно реализуемым с точки зрения процедуры расчёта.

### 3.4 Выводы по главе

Статистические критерии играют важную роль в области анализа надёжности. С помощью их корректного применения можно определить как неизвестные при разработке параметры системы, так и проверить уже эксплуатирующиеся производственные объекты на подобие с точки зрения как конструктивных характеристик, так и профиля эксплуатации. Особый интерес в данной главе представляют статистические критерии на совместное определение сдвига и масштаба Лепажа и Куккони. Рассматриваемые тесты позволяют оценить центральную тенденцию и масштаб выборки одновременно с использованием ранговых статистик. Данные критерии имеют ряд преимуществ:

1. **Независимость от распределения:** оба критерия не требуют определения вида распределения рассматриваемой выборки, что делает их применимыми для различных типов данных в области

анализа надёжности. Данный аспект особенно важен в области разработки новых технических систем, так как на ранних этапах сбора данных зачастую невозможно определить закон распределения.

2. **Устойчивость к выбросам:** «location-scale tests» основаны на ранговых статистиках, что делает их устойчивыми к аномальным значениям в выборках. С учётом того, что в аккумуляцию информации по надёжности вмешиваются ошибки в диагностике как за счет аппаратных средств, так и по причине человеческих ошибок, выбросы встречаются практически в каждой выборке. По этой причине устойчивость к выбросам является еще одним важным преимуществом в применении данного типа критериев в области надёжностных характеристик.

Отдельно выделим дополнительные плюсы применения критерия Куккони:

- **Удобство вычисления:** алгоритм для реализации теста достаточно прост. Этот фактор позволяет без особых сложностей применять его в большинстве статистических пакетов, что важно для инженерных служб, так как вариативность используемых программных средств такого типа на промышленных предприятиях достаточно малая.
- **Универсальность применимости:** может применяться как к малым, так и к большим размерам выборки и подходит как для независимых, так и для зависимых выборок.
- **Мощность:** критерий Куккони обладает хорошей мощностью для выявления различий как в центральной тенденции, так и в изменчивости, особенно при размерах выборки от среднего до большого.

Главное преимущество критерия Куккони – большая практическая значимость. На трёх производственных задачах в п. 3.3 было показано, в каких разрезах данных и для какого спектра целей может применяться данный подход.



Также было проведено тестовое исследование на данных из эксплуатации двух разных типов дверей: один класс более устаревший, а другой – модернизированный. В результате 741 попарного сравнения, зафиксирован 21 случай, когда только критерий Куккони выявил различия (когда они объективно есть: выборки в данных случаях из разных классов), в то время, как другие критерии (Уэлча, Стьюдента, Вилкоксона – Манна – Уитни, Лепажа) их не обнаружили.

**Данный раздел** исследования относится к вариативным задачам на разных этапах жизненного цикла изделия (см. рис. 1.1): проверка гипотез по производственным данным нужна как на первых трёх этапах при разработке продукции (обработка хронологических данных, интерпретация результатов испытаний, подбор комплектующих), так и на последних трёх этапах (определение дефектов в партиях, оперативная обработка данных из эксплуатации и определение эффективности мероприятий по повышению надёжности).

В целом тест Куккони является отличным инструментом для сравнения центральной тенденции и изменчивости двух выборок, особенно, когда данные не соответствуют нормальному или другому распределению или когда наблюдается наличие выбросов.

Приведённые преимущества делают данный статистический критерий применимым с учётом специфики данных, которыми оперируют в области анализа надёжности.

## ГЛАВА 4. Прогнозирование надежности на основе модели Хольта – Уинтерса

### 4.1 Введение

Прогнозирование технического состояния и надёжности является актуальной задачей, так как своевременное обнаружение неисправностей стало одной из ключевых целей любой промышленной отрасли. Для решения практических задач надёжности чаще всего используются теоретические законы распределения, арсенал которых не очень велик [23]. Самым распространённым является экспоненциальное распределение. Частой причиной неадекватных решений задач надёжности является его использование в тех случаях, когда оно на самом деле неприменимо.

С одной стороны, такая популярность этого способа прогнозирования надёжности объясняется тем, что данный подход упрощает решение многих задач по оценке надёжности, а с другой – накладывает на модель ряд ограничений и делает расчет грубо приближенным. Например, прогнозирование надёжности с использованием экспоненциального распределения не учитывает процессы, связанные со старением и износом. Наиболее удобной характеристикой надёжности является параметр потоков отказов, так как он позволяет достаточно просто вычислять количественные характеристики сложной системы и наглядно отражает поведение объекта во времени. Подход, основанный на экспоненциальном распределении наработок характеризуется ошибочным допущением о постоянстве параметра потока отказов при том факте, что реальное значение данного показателя за рассматриваемые промежутки наработки изменяется в несколько десятков раз. Все это связано с несколькими факторами:

1. В общем случае жизненный цикл сложной системы можно визуаль-но представить в виде «ваннообразной» кривой надёжности (см. рис. 1.5). Допущение об экспоненциальном законе будет целесооб-разным при оценке на участках отрезка, характеризующего период «случайных» отказов. Однако, оно не будет адекватно описывать изменение безотказности и в период деградационных отказов, так как не учитывает процессы старения и износа.
2. Если разделить все технические объекты на несколько классов, то можно представить варианты изменения параметра потока отка-зов, как на рисунках 4.1, 4.2.

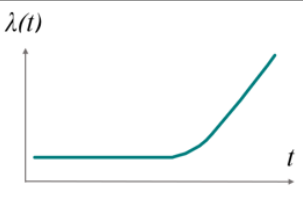
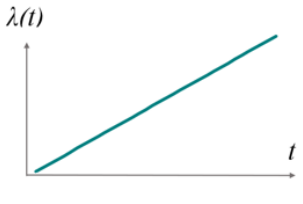
	Поведение отказов	Общие характеристики	Примеры
А		<ul style="list-style-type: none"> <li>• «ваннообразная кривая»- самое распространенное представление</li> <li>• характеризуется тремя этапами: приработка, нормальная эксплуатация, износ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• паровой поршневой двигатель</li> <li>• многие современные многокомпонентные системы</li> </ul>
В		<ul style="list-style-type: none"> <li>• простые устройства</li> <li>• сложные системы с плохой конструкцией (один преобладающий тип отказов)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• водяная помпа</li> <li>• жгут, трос</li> <li>• двигатель Chevrolet Vega (1974)</li> </ul>
С		<ul style="list-style-type: none"> <li>• каркасные конструкции</li> <li>• стареющие элементы</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• кузов автомобиля</li> <li>• автомобильные шины</li> </ul>

Рисунок 4.1 — Варианты изменения параметра потока отказов для износо-вых типов отказов

Однако во время активного развития инновационных технологий, зачастую представляет сложности определения принадлежности изделия к той иной группе, соответственно, и выбор теоретической модели надёжности из ряда законов распределения затрудняется малым количеством данных о функционировании элементов выборки.

	Поведение отказов	Общие характеристики	Примеры
D		<ul style="list-style-type: none"> <li>• сложные системы с высокими нагрузками после старта запуска</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• предохранительный клапан высокого давления</li> </ul>
E		<ul style="list-style-type: none"> <li>• хорошо спроектированные сложные технические системы</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• гироскоп</li> <li>• центробежный вакуум-насос</li> </ul>
F		<ul style="list-style-type: none"> <li>• электронные изделия</li> <li>• сложные системы после корректирующего технического обслуживания</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• компьютерные материнские платы</li> <li>• программируемый контроллер</li> </ul>

Рисунок 4.2 — Варианты изменения параметра потоков отказов для случайных типов отказов

3. Любой этап жизненного цикла сопровождается влиянием многих случайных факторов: внешние условия, времена года, проведение модернизаций, импортозамещенные комплектующие, приспособленность персонала к обслуживанию, особенности технологического оснащения и многих других. Это значимо ограничивает применение теоретических законов распределения для прогнозирования надёжности на краткосрочные периоды.

Несмотря на то, что экспоненциальный закон часто рекомендуется в качестве приоритетного для электронных устройств и сложных технических систем, иногда его использование для прогноза средней наработки до отказа приводит к завышению отдельных элементов/узлов с малым количеством составных частей и занижению прогнозируемой безотказности больших систем (свыше  $10^5$  элементов) [23].

В процессе эксплуатации технических систем возникает необходимость прогнозирования значений количественных показателей надёжности с целью планирования расходов на техническое обслуживание и ремонт,

пересмотра состава и объема регламентных работ в эксплуатационной документации. Также характер изменения эксплуатационных показателей надежности используется при проектировании узлов-аналогов.

Обзор методов прогнозирования в области анализа надёжности приводится в работе [74].

При использовании традиционного математического аппарата на основе экспоненциального распределения не всегда есть возможность сделать точный краткосрочный прогноз. Более достоверные оценки надежности можно сделать с помощью применения инструментов адаптивного прогнозирования. Адаптивные методы могут применяться для прогнозирования как макроэкономических показателей, так и для описания изменения технико-экономических характеристик изделий и переменных параметров химических процессов, изучения поведения параметра потока отказов оборудования в зависимости от его срока эксплуатации.

В данной работе методы расчета надежности и статистического анализа применяются с целью моделирования параметра потока отказов (ППО) узла двери вагона локомотивной тяги и прогнозирования значения данного показателя надежности на несколько периодов. Актуальность исследования явно вытекает из необходимости определения значения ППО для дальнейшего использования в разработке изделий-аналогов, прогнозировании надежности узлов компонентов подвижного состава и впоследствии возможной оптимизации регламента технического обслуживания и ремонта [53].

Частой причиной неадекватных решений задач надежности является использование однопараметрического экспоненциального распределения. С одной стороны, данный подход упрощает решение многих задач по оценке надежности, а с другой – накладывает на модель ряд ограничений и делает расчет грубо приближенным. Например, прогнозирование надежности с использованием экспоненциального распределения не учитывает процессы, связанные со старением и износом. Также стоит отметить, что

данный подход к расчету показателей надежности характеризуется допущением о постоянстве параметра потока отказов при том факте, что реальное значение данного показателя за рассматриваемые промежутки наработки изменяется в несколько десятков раз.

Вследствие данных особенностей было принято решение попробовать осуществить прогнозирование параметра потока отказов с помощью адаптивных методов, а именно на основе модели Хольта – Уинтерса с использованием аппарата теории выживаемости.

## 4.2 Постановка задачи

Одно из перспективных направлений развития краткосрочного прогнозирования связано с адаптивными методами. Данное направление позволяет строить самокорректирующиеся модели, которые могут оперативно реагировать на изменение условий. Адаптивные методы учитывают разную ценность уровней ряда: новизну и устаревание информации – что является важной особенностью для прогнозирования показателей надежности. Помимо этого, в течение года характер параметра потока отказов меняется от сезона к сезону, а также зависит от интенсивности эксплуатации подвижного состава и реализуемых корректирующих мероприятий, направленных на повышение надежности оборудования. Такие процессы описывать и прогнозировать бывает сложно, и наилучший результат для процессов с изменяющейся тенденцией дают адаптивные модели.

Целью данного раздела является описание, моделирование и прогнозирование процесса изменения параметра потока отказов блока управления двери по данным эксплуатации с января 2019 года по февраль 2022 года и прогнозирование на 3 месяца вперед.

### 4.3 Реализация алгоритма построения прогноза на основе модели Хольта – Уинтерса и теории времени жизни

По экспериментальным данным параметр потока отказов обычно определяется по формуле [63], [24], [75]:

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(t)}{N(t)\Delta t},$$

где  $\Delta n(t)$  – число отказов на интервале наработки  $\Delta t$ , а  $N(t)$  – число объектов (исследуемых показателей), работоспособных к моменту  $\Delta t$ .

Метод Хольта – Уинтерса является модификацией экспоненциального сглаживания для рядов с сезонностью. В результате получаются уравнения с тремя постоянными сглаживания:

1. Сглаженный ряд:

$$L_t = k \frac{Y_t}{S_{t-s}} + (1 - k)(L_{t-1} + T_{t-1});$$

2. Трендовая составляющая:

$$T_t = b(L_t - L_{t-1}) + (1 - b)T_{t-1};$$

3. Сезонная составляющая:

$$S_t = q \frac{Y_t}{L_t} + (1 - q)S_{t-s}.$$

Прогноз на  $p$  шагов вперед осуществляется следующим образом:

$$\tilde{Y}_{t+p} = (L_t + pT_t)S_{t+p-s},$$

где  $s$  – число фаз в полном сезонном цикле,  $k, b, q$  – параметры адаптации,  $k, b, q \in [0, 1]$ .

Оценку надежности технической системы по эксплуатационным данным также можно представить в виде задачи анализа выживаемости. Методы анализа данных о выживании продолжают активно развиваться

в последние десятилетия [56]. Применение этих методов масштабируется от их использования в исследованиях рака и надежности до бизнеса, криминологии, эпидемиологии, а также социальных и поведенческих наук. Именно применение функции выживаемости в биомедицинских задачах хорошо подходит для анализа данных о выживании потому, что напрямую описывает опыт выживания исследуемой когорты. В случае применения данного подхода в области анализа надежности в качестве когорты выступает выборка наработок между/до отказами/отказа.

Как правило, анализ выживаемости представляет собой набор статистических процедур для анализа данных, в которых интересующей переменной результата является время до наступления события. Под событием обычно подразумевается смерть, болезнь, рецидив – для непосредственного анализа выживаемости в области медицинской статистики. В области анализа надёжности в роли событий выступают отказы или определённые типы отказов. В качестве времени жизни в области надёжности выступает наработка. Таким образом, по временному ряду наработок до отказа можно построить оценки Каплана–Майера для дальнейшего построения прогноза.

Для оптимизации параметров адаптации была построена оценка функции выживаемости для фактических данных ряда:

$$\widehat{S}(t) = \prod_{t_i \leq t} \left(1 - \frac{d_i}{R_i}\right),$$

где  $d_i$  – сумма «выбывших» объектов за наработку  $t_i$ ,  $R_i$  – сумма «доживающих» до момента  $t_i$ , исключая «выбывших».

Аналогичным образом была построена функция выживаемости для смоделированного ряда параметров потоков отказов  $\widetilde{S}(t)$ .

Параметры оптимизации устанавливаются так, чтобы минимизировать среднюю квадратическую ошибку (Mean Squared Error) для функции



ВЫЖИВАЕМОСТИ:

$$MSE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( \hat{S}(t) - \tilde{S}(t) \right)^2,$$

где  $T$  – общее количество наработок.

В результате получаем графики, изображенные на рисунках 4.3 и 4.4.

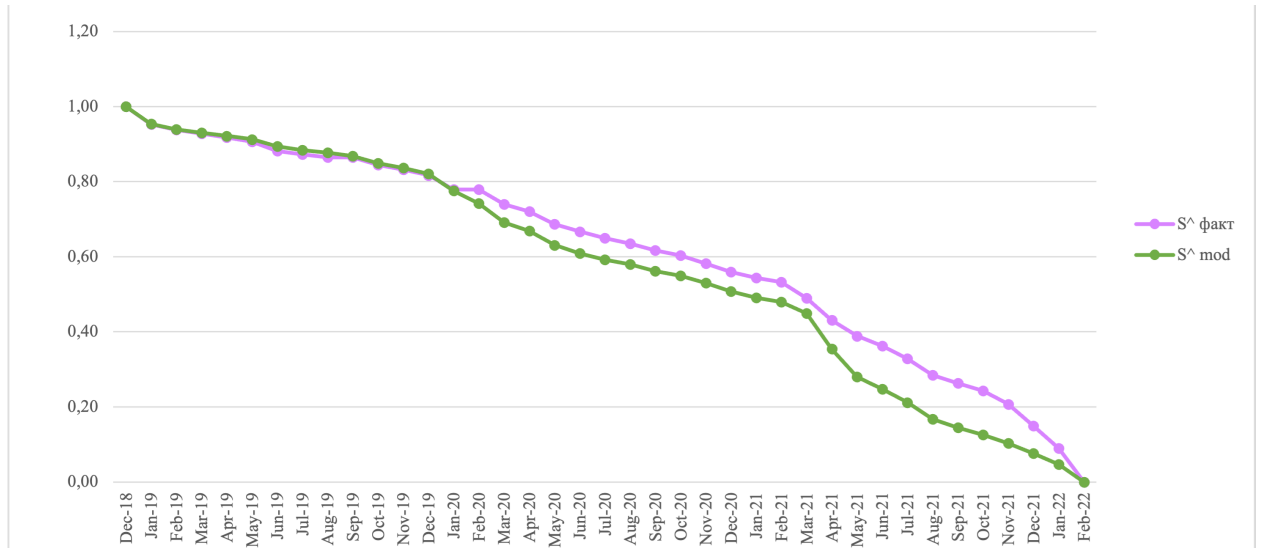


Рисунок 4.3 — График функции выживаемости (блок управления)

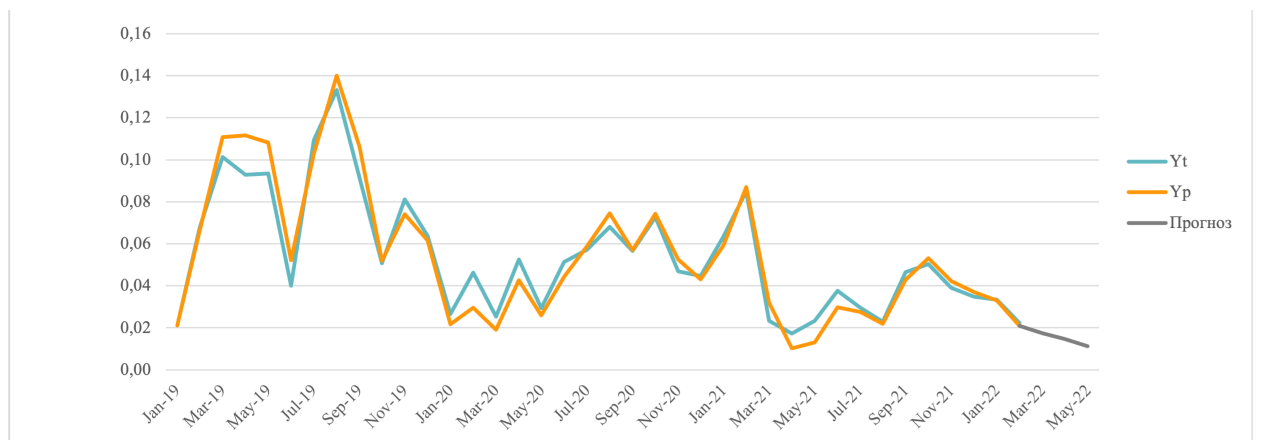


Рисунок 4.4 — График интенсивности отказов  $\lambda$  блока управления

Среднеквадратичная ошибка прогноза для временного ряда параметров потоков отказов составила  $4,2 \cdot 10^{-5}$  для примера прогнозирования безотказности Блока управления дверьми. Таким же методом был построен прогноз для другого элемента – индуктивного датчика из пункта 3.3.3

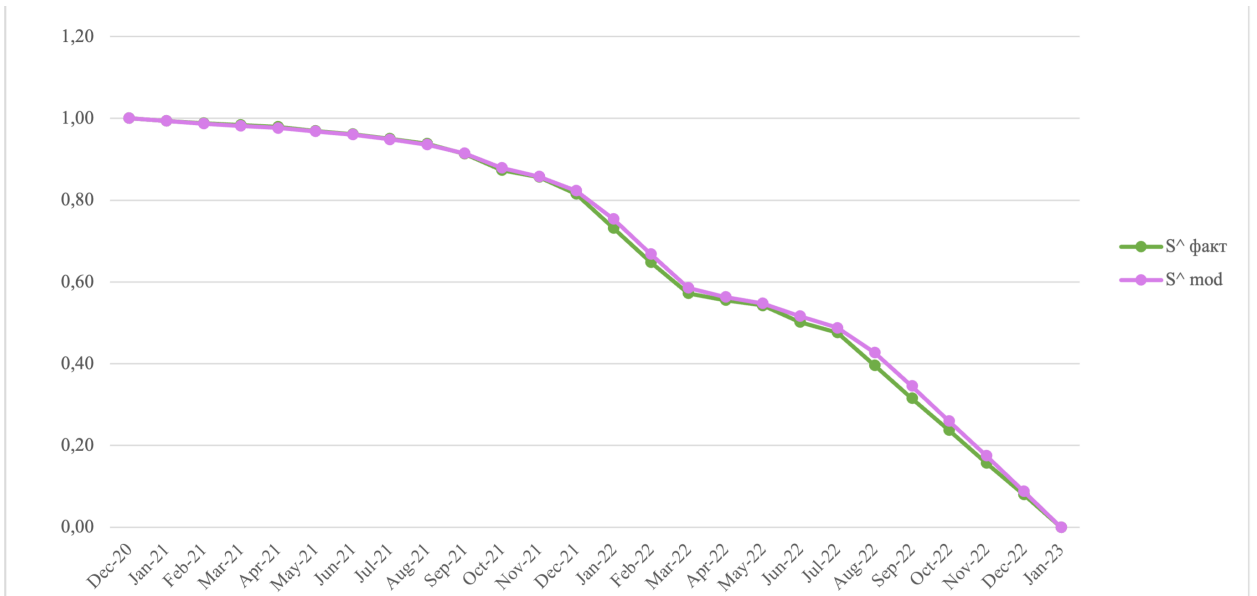


Рисунок 4.5 — График функции выживаемости (индуктивный датчик)

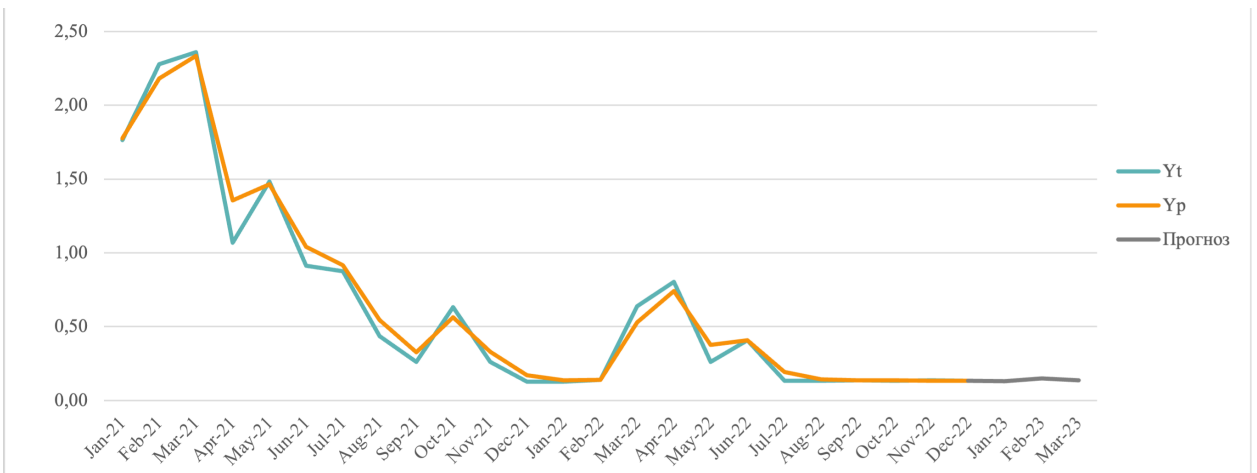


Рисунок 4.6 — График интенсивности отказов  $\lambda$  индуктивного датчика

для случая более продолжительного периода наблюдений. Результаты построения представлены на рисунках 4.5, 4.6, а прогнозные значения будут использоваться для узла-аналога, выбор которого был обоснован в 3.3.3.

#### 4.4 Выводы по главе

Данный метод прогноза включает в себя совокупность нескольких подходов:

- использование анализа выживаемости, который корректно учитывает тонкости функционирования технических систем;
- применение модели Хольта – Уинтерса, которая позволяет строить точные краткосрочные прогнозы.

Прогнозирование надёжности на краткосрочный период занимает важное место во многих процессах управления и обеспечения надёжности на разных стадиях развития проекта. Это обусловлено рядом производственных потребностей:

1. В процессе эксплуатации технического объекта необходимо контролировать соответствие фактических показателей надёжности тем, что указаны в технической документации на изделие. Прогноз для узлов на несколько временных периодов вперёд позволяет определить, будет ли выходить за контрольные значения будущие значения оценки безотказности и вовремя предпринять корректирующие меры, а также спланировать работу необходимого для данной задачи состава специалистов в зависимости от типа отказов, вызывающих несоответствие нормируемым показателям (Блок №5 в схеме на рис. 1.1).
2. Спрогнозированные значения надёжности на составные части позволяют определять оптимальный состав запасных частей (ЗИП) как для уже эксплуатируемых объектов, так и для находящихся в процессе разработки изделий-аналогов (Блок №2 в схеме на рис. 1.1). Производство комплектующих именно под спрос из эксплуатации позволит оптимальным образом использовать производственные мощности без дефицита элементов при использовании заказчиком и без перепроизводства на промышленных площадках (Блок №4 в схеме на рис. 1.1).
3. Определение значений параметра потоков отказов на несколько месяцев вперёд позволяет корректировать процедуру технического обслуживания и ремонта на изделие, учесть изменяющиеся

обстоятельства и сезонный фактор. Оперативные изменения в мероприятиях обеспечат сокращение стоимости жизненного цикла изделия (LCC) (Блок №2 в схеме на рис. 1.1).

Разработанная методика анализа и прогнозирования данных о надежности узлов применима для анализа других узлов компонентов подвижного состава с возможной коррекцией параметров временных рядов (сезонных компонент, коэффициентов адаптации и др.). Функциональная связь данной части исследования с другими главами представлена на рис. 1.2 и является важной составляющей для алгоритмов определения оптимальных сроков замен компонентов, разработанных в Главе 5. Полученные результаты были представлены на конференции *«Процессы управления и устойчивость»* и опубликованы в статье [4].

## ГЛАВА 5. Оптимизация технического обслуживания системы с учетом человеческого фактора

### 5.1 Введение

Влияние человеческого фактора можно выделить на каждом этапе жизненного цикла технической системы. За последние годы наблюдается особый рост популярности направления Human Reliability Analysis (HRA), существуют и государственные стандарты для этой области надёжности [76].

Направление HRA получило ускоренное развитие в последние два десятилетия [77], однако, упоминание о нём встречаются даже в литературе 20-го века. Так, в [31] автор уделяет внимание описанию факторов, из которых складывается взаимодействие оператора и сложной технической системы. Также проводится перечисление методов, с помощью которых можно было произвести количественную оценку влияния человека на эксплуатацию промышленных объектов. В конце 1950-х Уильямс отметил [78], что надёжность, обусловленная человеческой составляющей, должна быть включена в прогнозирование общей надёжности систем. В противном случае, расчётное общее значение не будет отражать реальной картины. Примерно в то же время Шаперо и группа исследователей [79] обратили внимание на тот факт, что от 20 до 50% отказов оборудования вызваны человеческим фактором. Приведём некоторые исторические факты, которые прямо или косвенно связаны с человеческими ошибками при техническом обслуживании, ремонте или эксплуатации [77], [33], [32]:

- исследование 126 значительных событий, связанных с человеческими ошибками, в 1990 году в области производства атомной энергии

- показало, что 42% проблем были связаны с техническим обслуживанием и модификацией;
- было обнаружено, что техническое обслуживание и осмотр являются факторами примерно в 12% крупных авиационных происшествий;
  - по результатам исследований, проведенных Комиссией по ядерному регулированию США (NRC), 65% отказов ядерных систем были связаны с человеческим фактором;
  - изучение более 4400 записей истории технического обслуживания, охватывающих период с 1992 по 1994 год, касающихся атомной электростанции с кипящим реактором (BWR), показало, что около 7,5% всех записей об отказах могут быть классифицированы как человеческие ошибки, связанные с действиями по техническому обслуживанию;
  - более 80% морских происшествий связаны с человеческими и организационными факторами;
  - исследование показало, что более 20% всех отказов систем на электростанциях, работающих на ископаемом топливе, происходят из-за ошибок человека, а на ошибки при техническом обслуживании приходится около 60% ежегодных потерь электроэнергии из-за ошибок человека.

Люди играют ключевую роль на этапах проектирования, производства, эксплуатации и технического обслуживания оборудования. Степень их роли может меняться по ряду факторов, связанных как с биометрическими показателями (зрение, слух), так и психологическими (уровень стресса, неуверенность в действиях значительно влияют на вероятность ошибки человека [80]). Какие-то ошибки влекут незначительные последствия, а какие-то могут повлечь большие экономические убытки или разрушения и загрязнение окружающей среды.

В период между Первой и Второй мировыми войнами наблюдалось значительное развитие таких дисциплин, как промышленная инженерия и промышленная психология. К 1945 году инженерия человеческого фактора была признана специализированной дисциплиной. В 1950-х и 1960-х годах военные и космические программы еще больше повысили важность человеческого фактора при проектировании систем.

Помимо уже изученных вариантов причин человеческих недочётов [81], появляются новые, данных о которых еще не так много. С распространением средств управления, появляются новые факторы, влияющие на производительность человека-оператора, например, – усталость от оповещений.

В настоящее время атомная промышленность занимает важную роль в производстве электроэнергии во всем мире, так как на её долю приходится около 16% общемирового объёма. При этом данная отрасль является опасной в планетарном масштабе [82]. Люди – основной фактор в производстве атомной энергии, и их влияние на надёжность стало важным предметом для исследования, поскольку человеческая ошибка может привести к таким катастрофам, как Три-Майл-Айленд (1979), Кыштымская (1957) и Чернобыльская (1986). Кроме того, исследования Licensee Events Reports (LERs) и Nuclear Regulatory Commission (NRC) показали, что около 65% отказов ядерных систем прямо или косвенно связаны с человеческим фактором [32].

Таким образом, оценка надёжности в зависимости от действий человека будет иметь активное развитие в совокупности с совершенствованием производственных и информационных систем. Особое внимание в последнее десятилетие на производственных предприятиях крупного масштаба уделяется области технического обслуживания, ориентированного на надёжность (Reliability Centred Maintenance, RCM), которое включает в себя методики технического обслуживания для балансирования стоимости об-

служивания сверх меры и стоимость издержек от последствий, возникших от недостаточного уровня обслуживания [83].

Выделяют множество видов ошибок человека, чаще всего их можно разделить на несколько основных групп:

1. **Ошибки при проектировании:** чаще всего это конструкторские недоработки при создании модели будущего изделия. В области компонентов подвижного состава примерами являются неправильный расчёт прочности, неучитывание аспектов монтажа, уровня температурных условий эксплуатации, вибраций и др.
2. **Ошибки при техническом обслуживании и ремонте:** возникают уже в условиях эксплуатации технической системы из-за некорректных действий обслуживающего персонала. К данной категории относятся следующие виды действий: неверная частота конкретного типа мероприятий; вмешательство в конструкцию механизма и некорректное возвращение в работоспособное состояние; нарушение корректной регулировки узлов при вмешательстве; использование расходных материалов, непредусмотренных в эксплуатационном регламенте и др. Причем, в зависимости от типа жизненного цикла, вероятность возникновения данных ошибок может увеличиваться в силу возрастания частоты обслуживания (например, в период старения оборудования).
3. **Ошибки при сборке:** данный вид ошибок возникает в процессе производственного процесса, на качество выполнения которого влияют как внешние физические факторы (освещение, температура, вибрация, шум), так и плохо разработанный алгоритм работы персонала, некачественные чертежи.
4. **Ошибки при монтаже:** данные случаи происходят по причинам некорректных инструкций по установке, при некорректном чтении чертежей, отсутствию нужной маркировки на деталях. Например, при установке дверей на вагоны поездов часто бывает, что пу-



таются между собой детали для двух симметричных створок, в результате чего функционировать корректно дверь впоследствии не будет.

5. **Ошибки при эксплуатации:** в процессе использования объекта часто возникают ошибки по вине оператора или по причине недоработок в руководствах и инструкциях, описывающих процесс. Например, сбой в работе блока управления дверьми по причине неправильных действий машиниста за пультом управления.

Специфика человеческого фактора в области ремонта и технического обслуживания машин и механизмов также описана в [84]. Автор придаёт большое значение приспособленности машин для осуществления профилактических и ремонтных работ, особенно функции человека осуществлять управление и обслуживание технических систем.

Техническое обслуживание занимает важное место в области надёжности производственных систем. В зависимости от типа системы и критичности её отказов, выбирают различные схемы организации мероприятий по их обслуживанию и ремонту. В данной главе строится модель, учитывающая как надёжность, обусловленную человеком, так и безотказность технической системы.

Схематично варианты мероприятий по обслуживанию технических изделий представлены на рисунке 5.1.

В данной главе большое внимание уделяется именно процессам технического обслуживания по следующим причинам:

- а) затраты на обслуживание и ремонт в процессе эксплуатации составляют более 50% от стоимости жизненного цикла технической системы [41];
- б) более 50% всего оборудования выходит из строя преждевременно после выполнения мероприятий по обслуживанию [77];



Рисунок 5.1 — Виды технического обслуживания и ремонта

- в) исследование электронного оборудования показало, что около 30% отказов были результатом ошибок при эксплуатации и техническом обслуживании [77].

## 5.2 Закон распределения Вейбулла для описания надёжности, обусловленной человеческим фактором

Авторы фундаментальных трудов по теории надёжности часто упоминают преимущества закона распределения Вейбулла. Это относится как к описанию поведения технических систем в общем случае, так и для выделения влияния человеческого фактора, то есть в области HRA. В работе [85] приводится анализ поведения системы в зависимости от параметра формы в законе, его описывающем. Если подобрать параметры формы и масштаба, можно получить лучшее соответствие модели эмпирическим данным по сравнению с экспоненциальным законом. Характеристика ошибок человека-оператора в области функциональной надёжности информационных систем подробно изложена в источнике [86].

В известной работе [13] приведен пример того, что особого внимания заслуживают исследования, которые посвящены проверке гипотез о виде закона распределения, так как очень часто встречаются ошибки по причине предположения того, что применяется экспоненциальный закон для рассматриваемого объекта, в то время как на самом деле имеет место закон распределения Вейбулла. Также в работе [33] данный тип распределения обосновывается исследованием ВВС США. Был проведён эксперимент, в ходе которого фиксировались ошибки человека нескольких типов. Результаты опыта были агрегированы в масштабной базе данных, по итогам анализа которой был сделан вывод, что распределение Вейбулла – одно из самых распространенных и корректных для оценки надёжности с учётом человеческого фактора.

Область науки по оценке надёжности человека объединяет в себе исследования по нескольким направлениям: математическая статистика, промышленная статистика [87], инженерная психология [81], математическая психология [88], биометрия [89], психология [90], теория рисков [91], социология [92].

Валодди Вейбулл работал в Швеции и исследовал усталостные характеристики материалов. В 1939 году он предложил математическое выражение, которое может представлять большой диапазон характеристик отказов через изменения двух параметров.

В литературе по теории надёжности также предлагается использовать такие варианты, как экспоненциальное распределение и распределение Релея [33], [27] для описания функций HRA. Данные распределения также относятся к распределению Вейбулла с параметрами формы  $k = 1$  и  $k = 2$  соответственно.

В ранее проведённом исследовании [9] возникала задача нахождения параметров распределения Вейбулла для оценки средней наработки до отказа.

Как и при попытке расчета параметров нормального распределения, соотношения из [93], рекомендуемые для получения параметров распределения Вейбулла, вызывали затруднения у ряда специалистов по надёжности, поэтому был предложен иной вариант их идентификации.

Для  $N$  объектов рассмотрим совокупность наработок до отказа  $t_i$ , расположенных в порядке неубывания:

$$t_1, \dots, t_i, \dots, t_n < T,$$

где  $T$  — продолжительность испытаний,  $n$  — число отказов за  $T$ . Тогда выражение для вероятности с ограничением длительности  $T$  имеет вид

$$P = f(t_1) \times \dots \times f(t_i) \times \dots \times f(t_n) \Delta t_1 \times \dots \times \Delta t_i \times \dots \times \Delta t_n (1 - F(T))^{N-n},$$

что равносильно

$$\frac{P}{\Delta t_1 \times \dots \times \Delta t_i \times \dots \times \Delta t_n} = \prod_{i=1}^n f(t_i) (1 - F(T))^{N-n}.$$

Тогда функция правдоподобия будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} L = \ln \frac{P}{\Delta t_1 \times \dots \times \Delta t_i \times \dots \times \Delta t_n} &= \sum_{i=1}^n \ln f(t_i) + \ln(1 - F(T))^{N-n} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow L &= \sum_{i=1}^n \ln f(t_i) + (N - n) \ln(1 - F(T)). \end{aligned} \quad (5.1)$$

Функция правдоподобия в общем виде имеет вид (5.1), перепишем ее, используя выражения плотности распределения Вейбулла [57]

$$f(t) = \frac{k}{t_0} t^{k-1} e^{-\frac{t^k}{t_0}}$$

и функции распределения

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{t^k}{t_0}},$$

где  $t_0$  характеризует масштаб кривой распределения, а  $k$  — форму кривой плотности распределения.

Оценки параметров  $t_0$  и  $k$  будем определять из условий

$$\frac{\partial L}{\partial t_0} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial k} = 0.$$

Получим следующие уравнения для нахождения параметров распределения Вейбулла

$$\frac{\partial L}{\partial t_0} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial t_0} \ln f(t_i) + (N - n) \frac{\partial}{\partial t_0} \ln(1 - F(T)) = 0, \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial k} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial k} \ln f(t_i) + (N - n) \frac{\partial}{\partial k} \ln(1 - F(T)) = 0. \quad (5.3)$$

Преобразуем выражение (5.2):

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial t_0} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial t_0} \ln \left( \frac{k}{t_0} t_i^{k-1} e^{-\frac{t_i^k}{t_0}} \right) + (N - n) \frac{\partial}{\partial t_0} \ln \left( e^{-\frac{T^k}{t_0}} \right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{\partial L}{\partial t_0} = -\frac{1}{t_0} + \sum_{i=1}^n \frac{t_i^k}{t_0^2} + (N - n) \frac{T^k}{t_0^2} = 0. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Аналогичным образом упростим выражение (5.3):

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial k} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial k} \ln \left( \frac{k}{t_0} t_i^{k-1} e^{-\frac{t_i^k}{t_0}} \right) + (N - n) \frac{\partial}{\partial k} \ln \left( e^{-\frac{T^k}{t_0}} \right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{\partial L}{\partial k} = -\frac{1}{k} + \sum_{i=1}^n \ln(t_i) \left( 1 - \frac{t_i^k}{t_0} \right) + (N - n) \left( -\frac{T^k}{t_0} \ln(T) \right) = 0. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Из уравнений (5.4), (5.5) можно численно найти искомые оценки распределения Вейбулла для расчета средней наработки до отказа. Алгоритм реализован в Приложении Б.

Знание параметров распределения Вейбулла позволяет не только аппроксимировать эмпирическую функцию распределения, но и определить, существует ли оптимальный период замены узла.

### 5.3 Построение функции затрат на профилактическое обслуживание с учетом человеческого фактора

Для описания вероятности отказа, обусловленного человеческим фактором будем использовать функцию распределения Вейбулла, обоснование применения которого было дано в предыдущем параграфе 5.2. Для аналогичной вероятности, но обусловленной особенностями технической системы будем использовать экспоненциальное распределение. Это объясняется несколькими причинами:

- в силу того, что профилактические осмотры производятся чаще всего на всю сложную техническую систему, объектом рассмотрения является комплексное изделие;
- интервалы между двумя регулярными осмотрами обычно небольшие. В таком случае в данные временные промежутки на систему не влияют износные отказы, и её работоспособность изменяется по экспоненциальному закону [37], [94].

Существует ряд моделей для построения оптимальной стратегии мероприятий по обслуживанию и ремонту технических объектов. Часть из них разрабатываются без учёта математического аппарата теории оптимизации, то есть включают в себя исключительно технический подход к определению процедуры технического обслуживания и ремонта. Существуют и такие подходы, которые строятся исключительно на математических моделях технического профилактического обслуживания.

Особый интерес для автора исследования представляют модели, которые учитывают затраты на превентивные меры и затраты на корректирующие действия по факту возникновения отказа. Одна из таких моделей рассмотрена авторами исследования [16], затем она получала дальнейшую модификацию в более современных работах [58]. После анализа данной модели было принято решение включить в неё вероятностную составляющую

щую, описывающую влияние человека на безотказность изделия. В силу того, что технические мероприятия по ремонту и сопровождению в эксплуатации оборудования подвижного состава обеспечиваются человеком, игнорирование данной компоненты надёжности в составе её общей оценки снижает адекватность модели затрат.

### 5.3.1 Условие оптимальности в общем случае

Введём обозначения и построим модель затрат на техническое обслуживание с учётом нескольких вероятностных характеристик:

$A_\gamma$  – событие: отказ из-за человеческого фактора;

$B_\gamma$  – событие: отказ по техническим причинам;

$C_\gamma$  – событие: отсутствие отказа;

$c_A$  – цена ремонта последствия отказа из-за человеческого фактора;

$c_B$  – цена ремонта последствия отказа по техническим причинам;

$c_C$  – цена профилактики;

$p_A(\gamma)$  – вероятность  $A$  до момента  $\gamma$ ;

$p_B(\gamma)$  – вероятность  $B$  до момента  $\gamma$ ;

$p_C(\gamma)$  – вероятность  $C$  до момента  $\gamma$ . Тогда

$$p_A(\gamma) + p_B(\gamma) + p_C(\gamma) = 1 \quad \forall \gamma.$$

Пусть  $C(\gamma)$  – затраты на ремонт/профилактику для периода профилактики к моменту  $\gamma$ , тогда

$$C(\gamma) = c_A p_A(\gamma) + c_B p_B(\gamma) + c_C p_C(\gamma).$$

Обозначим  $M(\gamma)$  – математическое ожидание окончания эксплуатации (по причине ремонта/профилактики). Оно представимо в виде

$$\begin{aligned}
M(\gamma) &= \int_0^{\gamma} t (\dot{p}_A(t) + \dot{p}_B(t)) dt + \gamma p_C(\gamma) = \\
&= - \int_0^{\gamma} t \dot{p}_C(t) dt + \gamma p_C(\gamma) = - \int_0^{\gamma} t dp_C(t) + \gamma p_C(\gamma) = \\
&= -\gamma p_C(\gamma) + \gamma p_C(\gamma) + \int_0^{\gamma} p_C(t) dt = \int_0^{\gamma} p_C(t) dt.
\end{aligned}$$

Обозначим  $C_u(\gamma) = \frac{C(\gamma)}{M(\gamma)}$  – удельные затраты, тогда

$$C_u(\gamma) = \frac{c_{AP_A}(\gamma) + c_{BP_B}(\gamma) + c_{CP_C}(\gamma)}{\int_0^{\gamma} p_C(t) dt}. \quad (5.6)$$

Введём следующие величины:

$P_1(\gamma) = P(A_\gamma | \overline{B_\gamma})$  – вероятность поломки из-за человеческого фактора за период  $[0; \gamma]$  при отсутствии поломки по техническим причинам;  
 $P_2(\gamma) = P(B_\gamma | \overline{A_\gamma})$  – вероятность поломки по техническим причинам за период  $[0; \gamma]$  при отсутствии поломки из-за человеческого фактора.

По формуле условной вероятности имеем:

$$\begin{aligned}
P(\overline{A_\gamma} | \overline{B_\gamma}) &= \frac{P(\overline{A_\gamma} \cap \overline{B_\gamma})}{P(\overline{B_\gamma})} = \frac{P(\overline{A_\gamma} \cup \overline{B_\gamma})}{P(\overline{B_\gamma})} = \frac{P(C_\gamma)}{1 - P(B_\gamma)} = \\
&= \frac{1 - p_A(\gamma) - p_B(\gamma)}{1 - p_B(\gamma)}; \\
P(\overline{B_\gamma} | \overline{A_\gamma}) &= \frac{1 - p_A(\gamma) - p_B(\gamma)}{1 - p_A(\gamma)}.
\end{aligned} \quad (5.7)$$

Пусть теперь:

$$\begin{aligned}
P_1(\gamma) &= 1 - e^{-\frac{\gamma^k}{t_0^k}} = 1 - r(\gamma) \text{ (соответствует закону распределения Вейбулла),} \\
P_2(\gamma) &= 1 - e^{-\frac{\gamma}{m}} = 1 - q(\gamma) \text{ (соответствует экспоненциальному распределению).}
\end{aligned} \quad (5.8)$$

Обозначим

$$x = x(\gamma) = p_A(\gamma),$$



$$y = y(\gamma) = p_B(\gamma).$$

Перепишем (5.7) с учётом (5.8):

$$\begin{cases} \frac{1-x-y}{1-y} = r, \\ \frac{1-x-y}{1-x} = q. \end{cases} \implies \begin{cases} 1-x-y = (1-y)r, \\ 1-x-y = (1-x)q. \end{cases} \quad (5.9)$$

Откуда

$$\begin{aligned} (1-x)q &= (1-y)r, \\ 1-x &= \frac{(1-y)r}{q}, \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$x = 1 - \frac{(1-y)r}{q}. \quad (5.11)$$

Подставим (5.10) в (5.9):

$$\begin{aligned} \frac{(1-y)r}{q} - y &= (1-y)r, \\ (1-y)r\left(1 - \frac{1}{q}\right) &= -y, \\ 1 - \frac{1}{y} &= \frac{1}{r\left(1 - \frac{1}{q}\right)}, \\ 1 - \frac{1}{y} &= \frac{q}{r(q-1)}, \\ \frac{1}{y} &= \frac{r(q-1) - q}{r(q-1)}, \\ y &= \frac{r(q-1)}{r(q-1) - q}, \\ y &= \frac{r(1-q)}{r(1-q) + q}. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Теперь подставим (5.12) в (5.11):

$$x = 1 - \frac{r}{q} \frac{q}{r(1-q) + q} = 1 - \frac{r}{r(1-q) + q} = \frac{q(1-r)}{r+q-rq}. \quad (5.13)$$

Учитывая (5.13) и (5.12), получим:

$$1-x-y = \frac{r+q-rq-q+rq-r+rq}{r+q-rq} = \frac{rq}{r+q-rq}.$$

Подставим  $x$  и  $y$  в (5.6):

$$C_u(\gamma) = \frac{c_A q(1-r) + c_B r(1-q) + c_C r q}{(r+q-rq) \int_0^\gamma \frac{r q}{r+q-rq} dt}.$$

Здесь и далее точкой обозначается производная по параметру  $\gamma$ , что является производной по времени. Найдём минимум  $C_u(\gamma)$ :

$$\begin{aligned} \frac{dC_u(\gamma)}{d\gamma} &= \frac{c_A (\dot{q}(1-r) - q\dot{r}) + c_B (\dot{r}(1-q) - r\dot{q}) + c_C (\dot{r}q + r\dot{q})}{\left( (r+q-rq) \int_0^\gamma \frac{r q}{r+q-rq} dt \right)^2} \times \\ &\times \frac{(r+q-rq) \int_0^\gamma \frac{r q}{r+q-rq} dt}{\left( (r+q-rq) \int_0^\gamma \frac{r q}{r+q-rq} dt \right)^2} - \\ &- \frac{c_A q(1-r) + c_B r(1-q) + c_C r q}{\left( (r+q-rq) \int_0^\gamma \frac{r q}{r+q-rq} dt \right)^2} \times \\ &\times \frac{(\dot{r} + \dot{q} - \dot{r}q - r\dot{q}) \int_0^\gamma \frac{r q}{r+q-rq} dt + r q}{\left( (r+q-rq) \int_0^\gamma \frac{r q}{r+q-rq} dt \right)^2} = 0, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \dot{r} &= \frac{d}{d\gamma} e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}} = -\frac{k}{t_0} \gamma^{k-1} e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}}, \\ \dot{q} &= \frac{d}{d\gamma} e^{-\frac{\gamma}{m}} = -\frac{1}{m} e^{-\frac{\gamma}{m}}. \end{aligned} \tag{5.14}$$

Рассмотрим условия, при которых числитель равен нулю:

$$\begin{aligned} &c_A [(\dot{q}(1-r) - q\dot{r})(r+q-rq) - q(1-r)(\dot{r} + \dot{q} - \dot{r}q - r\dot{q})] + \\ &+ c_B [(\dot{r}(1-q) - r\dot{q})(r+q-rq) - r(1-q)(\dot{r} + \dot{q} - \dot{r}q - r\dot{q})] + \\ &+ c_C [(\dot{r}q + r\dot{q})(r+q-rq) - r q (\dot{r} + \dot{q} - \dot{r}q - r\dot{q})] = \end{aligned} \tag{5.15}$$

$$= \frac{r q (c_A q(1-r) + c_B r(1-q) + c_C r q)}{\int_0^\gamma \frac{r q}{r+q-rq} dt}.$$

Переобозначим:

$$z_A = (\dot{q}(1-r) - q\dot{r})(r+q-rq) - q(1-r)(\dot{r} + \dot{q} - \dot{r}q - r\dot{q}),$$

$$z_B = (\dot{r}(1-q) - r\dot{q})(r+q-rq) - r(1-q)(\dot{r} + \dot{q} - \dot{r}q - r\dot{q}),$$

$$z_C = (\dot{r}q + r\dot{q})(r+q-rq) - rq(\dot{r} + \dot{q} - \dot{r}q - r\dot{q}).$$

Упростим  $z_A$ ,  $z_B$ ,  $z_C$ :

$$\begin{aligned} z_A &= (\dot{q}(1-r) - q\dot{r})(r+q-rq) - q(1-r)(\dot{r} + \dot{q} - \dot{r}q - r\dot{q}) = \\ &= (\dot{q}(1-r) - q\dot{r})(q(1-r) + r) - q(1-r)(\dot{r}(1-q) + \dot{q}(1-r)) = \\ &= q(1-r)(\dot{q}(1-r) - \dot{r}q - \dot{r}(1-q) - \dot{q}(1-r)) + r(\dot{q}(1-r) - \dot{r}q) = \\ &= -\dot{r}q(1-r) + r\dot{q}(1-r) - r\dot{r}q = \\ &= \dot{r}(q(r-1) - rq) + r\dot{q}(1-r) = \\ &= r\dot{q}(1-r) - \dot{r}q, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_B &= (\dot{r}(1-q) - r\dot{q})(r+q-rq) - r(1-q)(\dot{r} + \dot{q} - \dot{r}q - r\dot{q}) = \\ &= (\dot{r}(1-q) - r\dot{q})(r(1-q) + q) - r(1-q)(\dot{r}(1-q) + \dot{q}(1-r)) = \\ &= r(1-q)(\dot{r}(1-q) - r\dot{q} - \dot{r}(1-q) - \dot{q}(1-r)) + q(\dot{r}(1-q) - r\dot{q}) = \\ &= -r\dot{q}(1-q) + \dot{r}q(1-q) - rq\dot{q} = \\ &= \dot{r}q(1-q) - r\dot{q}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_C &= (\dot{r}q + r\dot{q})(r+q-rq) - rq(\dot{r} + \dot{q} - \dot{r}q - r\dot{q}) = \\ &= rq(-\dot{r}q - r\dot{q} - \dot{r} - \dot{q} + \dot{r}q + r\dot{q}) + (r+q)(\dot{r}q + r\dot{q}) = \\ &= -rq(\dot{r} + \dot{q}) + (r+q)(\dot{r}q + r\dot{q}) = \\ &= \dot{r}(-rq + q(r+q)) + \dot{q}(-rq + r(r+q)) = \\ &= \dot{r}q^2 + \dot{q}r^2. \end{aligned}$$

Фактически доказана

**Лемма 5.1** (условие оптимальности в общем случае). *Условием оптимальности периода  $[0, \gamma]$  является*

$$\begin{aligned} c_A (r\dot{q}(1-r) - \dot{r}q) + c_B (\dot{r}q(1-q) - r\dot{q}) + c_C (\dot{r}q^2 + \dot{q}r^2) = \\ = \frac{rq(c_A q(1-r) + c_B r(1-q) + c_C r q)}{\int_0^\gamma \frac{rq}{r+q-rq} dt}. \end{aligned}$$

Утверждение Леммы 5.1 вытекает из (5.15).

### 5.3.2 Условие оптимальности в случае равных затрат на устранение отказов

**Лемма 5.2** (условие оптимальности в случае равнозначных затрат на устранение отказов). *В случае  $c_A = c_B$  условием оптимальности является*

$$\frac{c_A}{c_A - c_C} = \frac{rq}{r+q-rq} - \frac{\dot{r}q^2 + \dot{q}r^2}{rq(r+q-rq)} \int_0^\gamma \frac{rq}{r+q-rq} dt.$$

*Доказательство.* Рассмотрим случай, когда  $c_A = c_B$ , тогда:

$$\begin{aligned} (c_C - c_A) (\dot{r}q^2 + \dot{q}r^2) &= \frac{rq(c_A(r+q-2rq) + c_C r q)}{\int_0^\gamma \frac{rq}{r+q-rq} dt}, \\ (c_C - c_A) (\dot{r}q^2 + \dot{q}r^2) &= \frac{rq(c_A(r+q-rq) + (c_C - c_A) r q)}{\int_0^\gamma \frac{rq}{r+q-rq} dt}, \\ (c_C - c_A) \left( \dot{r}q^2 + \dot{q}r^2 - \frac{r^2 q^2}{\int_0^\gamma \frac{rq}{r+q-rq} dt} \right) &= c_A \frac{rq(r+q-rq)}{\int_0^\gamma \frac{rq}{r+q-rq} dt}, \\ \frac{c_A}{c_C - c_A} &= \frac{\dot{r}q^2 + \dot{q}r^2}{rq(r+q-rq)} \int_0^\gamma \frac{rq}{r+q-rq} dt - \frac{rq}{r+q-rq}, \end{aligned}$$

$$\frac{c_A}{c_A - c_C} = \frac{rq}{r + q - rq} - \frac{\dot{r}q^2 + \dot{q}r^2}{rq(r + q - rq)} \int_0^\gamma \frac{rq}{r + q - rq} dt, \quad (5.16)$$

Лемма 5.2 доказана.

**Следствие.** *Рассмотрим*

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{rq}{r + q - rq} \right) &= \frac{(\dot{r}q + r\dot{q})(r + q - rq) - rq(\dot{r} + \dot{q} - \dot{r}q - r\dot{q})}{(r + q - rq)^2} = \\ &= \frac{rq(-\dot{r}q - r\dot{q} - \dot{r} - \dot{q} + \dot{r}q + r\dot{q})}{(r + q - rq)^2} + \\ &+ \frac{(r + q)(\dot{r}q + r\dot{q})}{(r + q - rq)^2} = \\ &= \frac{-rq(\dot{r} + \dot{q}) + (r + q)(\dot{r}q + r\dot{q})}{(r + q - rq)^2} = \\ &= \frac{\dot{r}(q(r + q) - rq) + \dot{q}(r(r + q) - rq)}{(r + q - rq)^2} = \\ &= \frac{\dot{r}q^2 + \dot{q}r^2}{(r + q - rq)^2}. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Тогда:

$$\frac{\dot{r}q^2 + \dot{q}r^2}{rq(r + q - rq)} = \frac{\frac{d}{dt} \left( \frac{rq}{r + q - rq} \right)}{\frac{rq}{r + q - rq}}.$$

Следовательно, (5.16) примет вид:

$$\frac{c_A}{c_A - c_C} = p_C(\gamma) - \frac{dp_C(\gamma)}{d\gamma} \int_0^\gamma p_C(t) dt = F(\gamma). \quad (5.18)$$

Для удобства дальнейших преобразований введём следующие обозначения:

$$r = e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}}, \quad \dot{r} = -\frac{k}{t_0} \gamma^{k-1} e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}}, \quad q = e^{-\frac{\gamma}{m}}, \quad \dot{q} = -\frac{1}{m} e^{-\frac{\gamma}{m}}.$$

Рассмотрим предельное значение  $\gamma$ :

$$p_C(0) = \frac{r(0)q(0)}{r(0) + q(0) - r(0)q(0)} = \frac{1 \cdot 1}{1 + 1 - 1 \cdot 1} = 1.$$

Тогда в (5.18)  $F(0) = 1$ .

$$\begin{aligned} \lim_{\gamma \rightarrow \infty} p_C(\gamma) &= \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \frac{e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}} \cdot e^{-\frac{\gamma}{m}}}{e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}} + e^{-\frac{\gamma}{m}} - e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}} \cdot e^{-\frac{\gamma}{m}}} = \\ &= \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \frac{1}{e^{\frac{\gamma}{m}} + e^{\frac{\gamma^k}{t_0}} - 1} = 0. \end{aligned}$$

Рассмотрим величину

$$\begin{aligned} \frac{\frac{dp_C(\gamma)}{d\gamma}}{p_C(\gamma)} &= \frac{\dot{r}q^2 + \dot{q}r^2}{rq(r+q-rq)} = \\ &= \frac{-\frac{k}{t_0}\gamma^{k-1}e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}} \cdot e^{-2\frac{\gamma}{m}} - \frac{1}{m}e^{-\frac{\gamma}{m}} \cdot e^{-2\frac{\gamma^k}{t_0}}}{e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}} \cdot e^{-\frac{\gamma}{m}} \left( e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}} + e^{-\frac{\gamma}{m}} - e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}} \cdot e^{-\frac{\gamma}{m}} \right)} = \\ &= \frac{-\frac{k}{t_0}\gamma^{k-1}e^{\frac{\gamma^k}{t_0}} - \frac{1}{m}e^{\frac{\gamma}{m}}}{e^{\frac{\gamma}{m}} + e^{\frac{\gamma^k}{t_0}} - 1} = \\ &= -\frac{k}{t_0}\gamma^{k-1} \frac{e^{\frac{\gamma^k}{t_0}}}{e^{\frac{\gamma}{m}} + e^{\frac{\gamma^k}{t_0}} - 1} - \frac{1}{m} \frac{e^{\frac{\gamma}{m}}}{e^{\frac{\gamma}{m}} + e^{\frac{\gamma^k}{t_0}} - 1} = \\ &= -\frac{k}{t_0}\gamma^{k-1} \frac{1}{e^{\frac{\gamma}{m}} \cdot e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}} + 1 - e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}}} - \frac{1}{m} \frac{1}{1 + e^{\frac{\gamma^k}{t_0}} \cdot e^{-\frac{\gamma}{m}} - e^{-\frac{\gamma}{m}}} \\ &= \frac{\gamma^k}{t_0} - \frac{\gamma}{m} = \frac{m\gamma^k - t_0\gamma}{t_0m} = \frac{\gamma}{t_0m} (m\gamma^{k-1} - t_0). \end{aligned} \tag{5.19}$$

Далее рассмотрим предел

$$\begin{aligned} \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \int_0^\gamma p_C(t) dt &= \int_0^\infty p_C(t) dt = \int_0^\infty \frac{rq}{r+q-rq} dt = \\ &= \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{t^k}{t_0}} \cdot e^{-\frac{t}{m}}}{e^{-\frac{t^k}{t_0}} + e^{-\frac{t}{m}} - e^{-\frac{t^k}{t_0}} \cdot e^{-\frac{t}{m}}} dt = \\ &= \int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{t}{m}} + e^{\frac{t^k}{t_0}} - 1} dt. \end{aligned}$$

Найдём мажоранту:  $\frac{1}{e^{\frac{t}{m}} + e^{\frac{t^k}{t_0}} - 1} \leq \frac{1}{e^{\frac{t}{m}}} = e^{-\frac{t}{m}} \quad \forall t \geq 0, k \geq 0$ . Тогда:

$$\int_0^\infty e^{-\frac{t}{m}} dt = -m \int_0^\infty e^{-\frac{t}{m}} d\left(-\frac{t}{m}\right) = -m \cdot e^{-\frac{t}{m}} \Big|_0^\infty = -m \cdot (0 - 1) = m.$$

Следовательно,  $\lim_{\gamma \rightarrow \infty} \int_0^{\gamma} p_C(t) dt \leq m$ . Более того,  $\lim_{\gamma \rightarrow \infty} \int_0^{\gamma} p_C(t) dt > 0$ , так как  $p_C(t) \geq 0 \forall t \geq 0$  и существует  $t^*$  такой, что  $p_C(t^*) > 0$ .

Таким образом, пределом интеграла является конечное положительное значение  $m^*$ ,  $0 < m^* \leq m$ .

Вернемся к  $\frac{dp_C(\gamma)}{d\gamma}$  в (5.19) и обозначим

$$f(\gamma) = -\frac{k}{t_0} \gamma^{k-1} \frac{1}{e^{\frac{\gamma}{m}} \cdot e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}} + 1 - e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}}} - \frac{1}{m} \frac{1}{1 + e^{\frac{\gamma^k}{t_0}} \cdot e^{-\frac{\gamma}{m}} - e^{-\frac{\gamma}{m}}}.$$

Рассмотрим несколько случаев в зависимости от диапазона изменения параметра  $k$ .

### Случай I: $k > 1$

1. Рассмотрим  $\lim_{\gamma \rightarrow +0} f(\gamma)$ :

$$\lim_{\gamma \rightarrow +0} \left( -\frac{k}{t_0} \gamma^{k-1} \right) = 0,$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{\gamma \rightarrow +0} e^{\frac{\gamma}{m} - \frac{\gamma^k}{t_0}} = 1 \\ \lim_{\gamma \rightarrow +0} \left( -e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}} \right) = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{\gamma \rightarrow +0} \frac{1}{1 + e^{\frac{\gamma}{m} - \frac{\gamma^k}{t_0}} - e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}}} = 1.$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{\gamma \rightarrow +0} e^{\frac{\gamma^k}{t_0} - \frac{\gamma}{m}} = 1 \\ \lim_{\gamma \rightarrow +0} \left( -e^{-\frac{\gamma}{m}} \right) = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{\gamma \rightarrow +0} \frac{1}{1 + e^{\frac{\gamma^k}{t_0} - \frac{\gamma}{m}} - e^{-\frac{\gamma}{m}}} = 1.$$

В результате  $\lim_{\gamma \rightarrow +0} f(\gamma) = -\frac{1}{m}$ .

2. Рассмотрим  $\lim_{\gamma \rightarrow +\infty} f(\gamma)$ :

$$\lim_{\gamma \rightarrow +\infty} \left( -\frac{k}{t_0} \gamma^{k-1} \right) = -\infty,$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{\gamma \rightarrow +\infty} e^{\frac{\gamma}{m} - \frac{\gamma^k}{t_0}} = 0 \\ \lim_{\gamma \rightarrow +\infty} \left( -e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}} \right) = 0 \end{array} \right\} \implies \lim_{\gamma \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + e^{\frac{\gamma}{m} - \frac{\gamma^k}{t_0}} - e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}}} = 1.$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{\gamma \rightarrow +\infty} e^{\frac{\gamma^k}{t_0} - \frac{\gamma}{m}} = +\infty \\ \lim_{\gamma \rightarrow +\infty} \left( -e^{-\frac{\gamma}{m}} \right) = 0 \end{array} \right\} \implies \lim_{\gamma \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + e^{\frac{\gamma^k}{t_0} - \frac{\gamma}{m}} - e^{-\frac{\gamma}{m}}} = 0.$$

В итоге получим  $\lim_{\gamma \rightarrow +\infty} f(\gamma) = -\infty$ .

**Окончательно:**

$$\lim_{\gamma \rightarrow +0} \left[ p_C(\gamma) - \frac{dp_C(\gamma)}{d\gamma} \int_0^\gamma p_C(t) dt \right] = 1 + \frac{1}{m} \cdot 0 = 1,$$

$$\lim_{\gamma \rightarrow +\infty} \left[ p_C(\gamma) - \frac{dp_C(\gamma)}{d\gamma} \int_0^\gamma p_C(t) dt \right] = 0 + \infty \cdot m^* = +\infty.$$

Можем сформулировать лемму.

**Лемма 5.3.**  $\int_0^\gamma p_C(t) dt \leq m(1 - q)$ .

*Доказательство.* Имеем

$$p_C(t) = \frac{rq}{r + q - rq} = \frac{1}{\frac{1}{r} + \frac{1}{q} - 1} = \frac{1}{e^{\frac{tk}{t_0}} + e^{\frac{t}{m}} - 1}.$$

Поскольку  $e^{\frac{tk}{t_0}} - 1 \geq 0 \forall t \geq 0$ , то  $\frac{1}{e^{\frac{tk}{t_0}} + e^{\frac{t}{m}} - 1} \leq \frac{1}{e^{\frac{t}{m}}} \leq q \forall t \geq 0$ .

Тогда  $\int_0^\gamma p_C(t) dt \leq \int_0^\gamma q dt \forall \gamma \geq 0$ . Отсюда:

$$\int_0^\gamma p_C(t) dt \leq \int_0^\gamma e^{-\frac{t}{m}} dt = -m e^{-\frac{t}{m}} \Big|_0^\gamma = m \left( 1 - e^{-\frac{\gamma}{m}} \right) = m(1 - q).$$

Лемма 5.3 доказана.

**Следствие.** Так как  $\lim_{\gamma \rightarrow +\infty} q(\gamma) = 0$ , то  $\lim_{\gamma \rightarrow +\infty} \int_0^\gamma p_C(t) dt \leq m$ .



Случай II:  $k \leq 1$ 

Вернемся к уравнению (5.18):

$$\frac{c_A}{c_A - c_C} = p_C(\gamma) - \frac{dp_C(\gamma)}{d\gamma} \int_0^\gamma p_C(t) dt = F(\gamma).$$

К уже существующим обозначениям добавим новые:

$$p_C(\gamma) = \frac{rq}{r + q - rq} \quad \begin{array}{l} r = e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}}, \quad \dot{r} = -sr, \\ q = e^{-\frac{\gamma}{m}}, \quad \dot{q} = -\frac{1}{m}q, \end{array}$$

где  $s = \frac{k}{t_0} \gamma^{k-1}$ , поэтому  $\dot{s} = \frac{k(k-1)}{t_0} \gamma^{k-2} = \frac{k-1}{\gamma} s$ .

$$F(\gamma) = \frac{rq}{r + q - rq} + \frac{sq + \frac{1}{m}r}{r + q - rq} \int_0^\gamma \frac{rq}{r + q - rq} dt.$$

 **$k \leq 1$** 

1.  $F(\gamma)$  задана и непрерывна  $\forall \gamma > 0$ . Однако, функция не определена в точке  $\gamma = 0$ , поскольку не определена функция  $s(\gamma)$  в точке 0 при  $k < 1$ . Покажем существование конечного предела в этой точке.

**Лемма 5.4.**  $\lim_{\gamma \rightarrow +0} F(\gamma) = 1$  при  $k \leq 1$ .

*Доказательство.* Первое слагаемое:

$$p_C(0) = \frac{r(0) + q(0)}{r(0) + q(0) - r(0)q(0)} = 1.$$

Рассмотрим подробно второе слагаемое:

$$\begin{aligned} \frac{sq + \frac{1}{m}r}{r + q - rq} \int_0^\gamma \frac{rq}{r + q - rq} dt &= \left( s \cdot \frac{1}{\frac{r}{q} - r + 1} + \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{\frac{q}{r} - q + 1} \right) \times \\ &\times \int_0^\gamma \frac{rq}{r + q - rq} dt. \end{aligned}$$

В точке  $\gamma = 0$   $\lim_{\gamma \rightarrow +0} s(\gamma) = +\infty$  при  $k < 1$  и  $s(0) = \frac{1}{t_0}$  при  $k = 1$ .

$$\begin{aligned}\frac{1}{\frac{r(0)}{q(0)} - r(0) + 1} &= \frac{1}{\frac{1}{1} - 1 + 1} = 1, \\ \frac{1}{\frac{q(0)}{r(0)} - q(0) + 1} &= \frac{1}{\frac{1}{1} - 1 + 1} = 1, \\ \int_0^0 \frac{rq}{r + q - rq} dt &= 0.\end{aligned}$$

Таким образом,

$$\begin{aligned}\lim_{\gamma \rightarrow +0} F(\gamma) &= 1 + \lim_{\gamma \rightarrow +0} \left( (s + 1) \int_0^\gamma \frac{rq}{r + q - rq} dt \right) = \\ &= 1 + \lim_{\gamma \rightarrow +0} \left( s \int_0^\gamma \frac{rq}{r + q - rq} dt \right).\end{aligned}$$

Получили неопределенность типа  $+\infty \cdot 0$ . Заменяв  $s$  на  $\frac{1}{s}$ , перейдем к неопределенности  $\frac{0}{0}$ , которую можно разрешить по правилу

Лопиталья:

$$\begin{aligned}\lim_{\gamma \rightarrow +0} \frac{\int_0^\gamma \frac{rq}{r + q - rq} dt}{\frac{1}{s}} &= \lim_{\gamma \rightarrow +0} \frac{\frac{d}{dt} \left( \int_0^\gamma \frac{rq}{r + q - rq} dt \right)}{\frac{d}{d\gamma} \left( \frac{1}{s(\gamma)} \right)} = \\ &= \lim_{\gamma \rightarrow +0} \frac{\frac{rq}{r + q - rq}}{-\frac{\dot{s}}{s^2}} = \\ &= \lim_{\gamma \rightarrow +0} \left( \frac{rq}{r + q - rq} \cdot \left( -\frac{s^2}{\frac{k-1}{\gamma} s} \right) \right) = \\ &= \lim_{\gamma \rightarrow +0} \left( \frac{rq}{r + q - rq} \cdot \left( -\frac{\gamma}{k-1} \cdot \frac{k}{t_0} \gamma^{k-1} \right) \right) = \\ &= \lim_{\gamma \rightarrow +0} \left( \frac{rq}{r + q - rq} \cdot \left( -\frac{k}{(k-1)t_0} \gamma^k \right) \right) = \\ &= \frac{1 \cdot 1}{1 + 1 - 1} \cdot \left( -\frac{k}{(k-1)t_0} \cdot 0 \right) = 0.\end{aligned}$$

Следовательно,  $\lim_{\gamma \rightarrow +0} F(\gamma) = 1$ .

Лемма 5.4 доказана.

2. Следующим шагом покажем наличие дополнительной мажоранты для  $\int_0^\gamma p_C(t) dt$ .

**Лемма 5.5.** *Справедливо ограничение:*

$$\int_0^\gamma \frac{rq}{r+q-rq} dt \leq \frac{1}{s}(1-r) \quad \forall \gamma \geq 0, k \leq 1.$$

*Доказательство.*

- а) Оценим сверху  $p_C(\gamma)$ :

$$\begin{aligned} \frac{rq}{r+q-rq} &= \frac{1}{\frac{1}{r} + \frac{1}{q} - 1} \stackrel{\frac{1}{q}-1 \geq 0}{\leq} \frac{1}{\frac{1}{r}} = r \Rightarrow \\ &\Rightarrow \int_0^\gamma \frac{rq}{r+q-rq} dt \leq \int_0^\gamma r dt. \end{aligned}$$

- б) Покажем корректность выражения

$$\int_0^\gamma r(t) dt \leq \frac{1}{s(\gamma)} (1 - r(\gamma))$$

при  $k < 1$ . Для начала проверим точку  $\gamma = 0$ : в левой части

$$\int_0^0 r(t) dt = 0.$$

Правая часть:

$$\frac{1}{s}(1-r) = \frac{t_0}{k} \gamma^{1-k} \left(1 - e^{-\frac{\gamma^k}{t_0}}\right),$$

в 0 имеем  $\frac{t_0}{k} \cdot 0 \cdot (1-1) = 0$ .

Теперь продифференцируем обе части:

$$\frac{d}{d\gamma} \left( \int_0^\gamma r(t) dt \right) = r(\gamma),$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{d\gamma} \left( \frac{1}{s(\gamma)} (1 - r(\gamma)) \right) &= \frac{d}{d\gamma} \left( \frac{1}{s(\gamma)} \right) (1 - r(\gamma)) - \\
&\quad - \frac{1}{s(\gamma)} \frac{dr(\gamma)}{d\gamma} = \\
&= -\frac{\dot{s}}{s^2} (1 - r) + r = \\
&= -\frac{k-1}{\gamma} \cdot \frac{1}{s} (1 - r) + r = \\
&= \frac{1-k}{\gamma} \cdot \frac{t_0}{k\gamma^{k-1}} (1 - r) + r = \\
&= \frac{(1-k)t_0}{k} \cdot \frac{1}{\gamma^k} (1 - r) + r.
\end{aligned}$$

Сравним для  $\gamma > 0$ :

$$\begin{aligned}
r &\leq \frac{(1-k)t_0}{k} \cdot \frac{1}{\gamma^k} (1 - r) + r \\
\frac{(1-k)t_0}{k} \cdot \frac{1}{\gamma^k} (1 - r) &\geq 0
\end{aligned}$$

– справедливо.

В итоге показали, что в точке 0 обе части равны, а при росте  $\gamma$  функция в правой части возрастает по крайней мере не медленнее, чем функция в левой части (следует из неравенства для производных). Поэтому проверяемое неравенство верно.

в) Покажем справедливость

$$\int_0^\gamma r(t) dt \leq \frac{1}{s(\gamma)} (1 - r(\gamma))$$

при  $k = 1$ . Вычислим интеграл:

$$\int_0^\gamma e^{-\frac{t}{t_0}} dt = -t_0 e^{-\frac{t}{t_0}} \Big|_0^\gamma = t_0 \left( 1 - e^{-\frac{\gamma}{t_0}} \right).$$

А поскольку при  $k = 1$ :  $s(\gamma) = \frac{k}{t_0} \gamma^{k-1} = \frac{1}{t_0}$  и  $\frac{1}{s} = t_0$ , то

$$t_0 \left( 1 - e^{-\frac{\gamma}{t_0}} \right) = \frac{1}{s} (1 - r).$$

Таким образом, для  $k \leq 1$  было показано:

$$\int_0^\gamma \frac{rq}{r+q-rq} dt \leq \int_0^\gamma r dt \leq \frac{1}{s}(1-r).$$

Лемма 5.5 доказана.

**Следствие.** Ранее было показано наличие другой мажоранты  $\int_0^\gamma p_C(t) dt \leq m(1-q)$ . Поэтому можем сделать вывод, что

$$\int_0^\gamma p_C(t) dt \leq \min \left\{ m(1-q); \frac{1}{s}(1-r) \right\}.$$

3. Теперь покажем ограниченность  $F(\gamma)$ .

**Лемма 5.6.**  $F(\gamma) \leq 1$  при  $k \leq 1 \forall \gamma \geq 0$ .

*Доказательство.* Для точки  $\gamma = 0$  ограниченность следует из леммы 5.4, поэтому покажем для  $\gamma > 0$ :

$$\begin{aligned} F(\gamma) &= \frac{rq}{r+q-rq} + \frac{sq + \frac{1}{m}r}{r+q-rq} \int_0^\gamma \frac{rq}{r+q-rq} dt \leq \\ &\leq \frac{1}{\frac{1}{r} + \frac{1}{q} - 1} + \frac{s\frac{1}{r} + \frac{1}{m}\frac{1}{q}}{\frac{1}{r} + \frac{1}{q} - 1} \min \left\{ m(1-q); \frac{1}{s}(1-r) \right\} \leq \\ &\leq \frac{1}{\frac{1}{r} + \frac{1}{q} - 1} + \frac{s\frac{1}{r} \cdot \frac{1}{s}(1-r)}{\frac{1}{r} + \frac{1}{q} - 1} + \frac{\frac{1}{m}\frac{1}{q} \cdot m(1-q)}{\frac{1}{r} + \frac{1}{q} - 1} = \\ &= \frac{1 + \left(\frac{1}{r} - 1\right) + \left(\frac{1}{q} - 1\right)}{\frac{1}{r} + \frac{1}{q} - 1} = \\ &= \frac{\frac{1}{r} + \frac{1}{q} - 1}{\frac{1}{r} + \frac{1}{q} - 1} = 1. \end{aligned}$$

Лемма 5.6 доказана.

**Теорема 5.1** (Основное свойство модели). Поскольку  $\frac{c_A}{c_A - c_C} > 1$  для реальных задач, а  $F(\gamma) \leq 1$ , то оптимальное значение  $\gamma$  отсутствует при  $k \leq 1$ .

Доказательство вытекает из Лемм 5.1 – 5.6.

Графическое представление нахождения оптимального периода ревизий на реальных данных приведено в Приложении В.

### 5.3.3 Выводы по параграфу

Данная часть работы посвящена построению и анализу модели с целью поиска оптимального периода профилактических мероприятий для обеспечения надёжности технических систем. Тема построения программы обслуживания и ремонта, которая бы могла обеспечить баланс между уровнем безотказности и стоимости, затрачиваемой для этого, является все более актуальной в настоящее время. Помимо этого, в последние годы большое внимание в методологии обслуживания, ориентированного на надёжность (RCM), направляется на сокращение доли ошибок, обусловленных человеком-оператором. Как правило, реализуется данная инициатива на основе регламентирующих процедур преимущественно с точки зрения технологии выполнения процесса. Математические модели оценки надёжности с учётом человеческого фактора получают развитие и рассматриваются обычно отдельно от надёжности системы.

В данной части исследования приведено построение модели, которая учитывает как идеи, предложенные в [16], [58], так и активно развивающуюся область HRA (Human Reliability Analysis) для определения оптимальной периодичности превентивного обслуживания. Получен ряд новых результатов:

1. Построена теоретическая модель удельных затрат, учитывающая расходы на техническое обслуживание и последствия устранения отказа по двум источникам поломок: техническая составляющая системы и влияние обслуживающего персонала.

2. Выведено общее условие оптимальности периода технического обслуживания.
3. В рамках предложенной модели исследовано существование оптимального решения в зависимости от изменения параметра формы  $k$  в случае равных затрат на устранение отказов как по причине технических характеристик системы, так и по причине влияния человека.

Полученные результаты помогут выстроить стратегию по управлению надёжностью с помощью найденных в параграфе 5.2 параметров распределения Вейбулла, а также определить оптимальный период профилактических мероприятий в зависимости от значений параметра  $k$ .

#### **5.4 Определение срока замены узлов технической системы на основе метода динамического программирования**

Решение задачи определения оптимального срока профилактического обслуживания позволяет снизить затраты на эксплуатационные расходы, то есть влияет на стоимость жизненного цикла изделия (данный раздел эксплуатационных расходов входит в Блок №5 рисунка 1.1, относящийся к этапу эксплуатации изделия).

Помимо расходов на технические осмотры, большую роль играют затраты на замены компонентов конструкции со старых на новые: слишком частая замена может стоить дорого, а недостаточная может привести к критическому с точки зрения последствий отказу [95]. При этом в условиях импортозамещения поставка новых комплектующих стала занимать ещё более важное место в области технического обслуживания и ремонта технической системы.

Как показано на рисунке 5.1, мероприятия по обслуживанию и ремонту технической системы можно разделить на две основные категории: превентивные и корректирующие. Существует несколько вариантов моделей учёта ежемесячных затрат на техническое сопровождение систем. Рассмотрим самую популярную из них [96] и адаптируем данную модель под затраты, характерные для области производства и обслуживания подвижного состава. Профилактические затраты можно описать следующим образом:

$$PMC = \frac{OH \times HR \times CETPM}{SPMI}, \quad (5.20)$$

$OH$  – наработка в часах за месяц;

$HR$  – рабочая ставка за час работы на объекте;

$SPMI$  – запланированный интервал превентивного обслуживания (в данном случае технических осмотров).

Корректирующее обслуживание включает в себя расходы, связанные с устранением отказа и его последствий:

$$CMC = \frac{OH \times HR \times MTTR}{MTBF}, \quad (5.21)$$

$MTBF$  – средняя наработка между отказами;

$CETPM$  – назначенное время для проведения превентивного обслуживания инженером заказчика;

$MTTR$  – среднее время восстановления.

Состав и сроки замен различных узлов и элементов системы для изделия обычно зафиксированы в эксплуатационной и ремонтной документации на продукцию. Чаще всего периодичность замен определяется экспертным путём по наблюдению эксплуатирующей организации и результатам комиссионных осмотров.



Определим оптимальные сроки замен компонентов изделия на основе метода динамического программирования и значений характеристик надёжности, получаемых по результатам применения методов и алгоритмов, разработанных в Главах 3, 4, 5. Одним из основных методов динамического программирования является метод рекуррентных соотношений, который основывается на использовании принципа оптимальности, разработанного Беллманом [97]. Метод динамического программирования решает задачи, в которых процесс управления разбивается на шаги. Непрерывный управляемый процесс можно рассматривать как дискретный, условно разбив его на временные периоды. Длина шага определяется требованиями конкретной задачи. В случае определения срока замены компонентов технического объекта, выберем шаг в месяц, так как, во-первых, в Главе 4 шаг равен одному месяцу, а, во-вторых, чаще, чем этот период, обычно никаких плановых замен в данной области не совершается (кроме случаев производственного брака или внештатных ситуаций).

В общем случае цель задачи замены оборудования состоит в поиске периода замены старых станков/линий на новые внутри промышленного объекта. Критерием оптимальности чаще всего являются прибыль от работы оборудования (производительность или стоимость выпускаемой продукции). Фактором затрат обычно выступают издержки от обслуживания и ремонта оборудования в зависимости от возраста.

Модернизируем эту модель под задачу оптимальной замены в отрасли производства компонентов подвижного состава: функцией производительности будет ежемесячная прибыль от единицы оборудования. В качестве функции затрат будут выступать расходы на эксплуатацию элемента единицы подвижного состава за один месяц. Затраты на обслуживание в эксплуатации в основном складываются из расходов на превентивные и корректирующие меры. Введём в выражения (5.20) и (5.21) переменные, полученные по результатам Глав 3, 4, 5 (см. таблицу 5.1). Опишем каждую из них:

1. *СЕТРМ* (запланированное время для профилактических работ) заменим на  $t_{pr}$  в (5.20), а *МТТР* (среднее время восстановления) на  $t_r$  в (5.21). Вводимые вместо *СЕТРМ* и *МТТР* характеристики можно выявить на основе проверки статистических гипотез из Главы 3. С помощью идентификации узлов-аналогов по различным критериям (профиль эксплуатации, продолжительность осмотра, длительность ремонта в зависимости от особенностей изделия, конструктивные вариации), можно на этапе разработки технического объекта определить ряд параметров, по которым задаются характеристики на новые изделия. Перечень данных компонентов можно составить на основе применения аппарата, предложенного в Главе 3 по факторам, которые необходимы для исследования. Таким образом, у нас в качестве исходного значения будет не запланированное время исключительно по оценке инженерного анализа, а верифицированная оценка по комплексному подходу: подбор аналогов с точки зрения технологии обслуживания и конструктивных характеристик с последующей верификацией на основе проверки статистических гипотез.
2. *МТВФ* (установленная средняя наработка между отказами, которая обычно рассматривается как константа) в (5.21) заменим на величину, которая будет пересчитываться от месяца к месяцу через  $\lambda_t$ , рассчитанные по фактическим данным в прошедших периодах и смоделированных на основе временного ряда с применённым аппаратом теории выживаемости для прогнозных значений, предложенных в Главе 4.
3. *SPMI* – один из самых неопределённых параметров в области обеспечения безотказности, так как он зависит от многих факторов. Самыми важными из них являются характеристики рассматриваемых компонентов, человеческий фактор и экономи-

ческие издержки от процесса обслуживания. По причине сложной совокупности влияющих характеристик, область определения оптимальности данного параметра была рассмотрена в параграфе 5.3 и  $SPMI$  заменяется на  $\gamma_{opt}$ , значение которого получается по алгоритму из Главы 5 на основе подстановки в него реальных данных.

Таблица 5.1 — Соответствие параметров.

$PMC$		$CMC$	
Замена с/на		Замена с/на	
$CETPM$	$t_{pr}$ (Глава 3)	$MTTR$	$t_r$ (Глава 3)
$SPMI$	$\gamma_{opt}$ (Глава 5)	$MTBF$	$1/\lambda$ (Глава 4)

Классическая задача определения стратегии замены оборудования задаётся следующим образом для описания  $N$ -стадийного процесса [98], [99]:

$$f_N(t) = \max \begin{cases} r(t) - u(t) + f_{N-1}(t+1), \\ r(0) - u(0) - P + f_{N-1}(1); \end{cases}$$

одностадийный процесс имеет вид:

$$f_1(t) = \max \begin{cases} r(t) - u(t), \\ r(0) - u(0) - P, \end{cases}$$

где  $r(t)$  – доход от эксплуатации единицы оборудования подвижного состава за месяц,  $u(t)$  – ежемесячные затраты на обслуживание,  $f_N(t)$  – максимальный доход от эксплуатации оборудования возраста  $t$  месяцев за оставшиеся  $N$  месяцев использования компонента при условии оптимальной стратегии. На каждом этапе  $N$ -стадийного процесса должно приниматься решение о продолжении эксплуатации элемента системы или замене на новый. Выбранный вариант должен обеспечивать получение максимальной прибыли. Первые строки приведённых функциональных уравнений определяют доход от продолжения эксплуатации компонента (сохранение), а нижние строки – за доход, получаемый от замены элемента

на новый (с восполненным уровнем безотказности). С учётом предложения использования замен по таблице 5.1, функцию затрат на обслуживание перепишем следующим образом:

$$u(t) = PMC + CMC = \frac{OH \times HR \times t_{pr}}{\gamma_{opt}} + \frac{OH \times HR \times t_r}{1/\lambda_t}. \quad (5.22)$$

На основе реализации данного алгоритма было произведено определение оптимального срока обновления программного обеспечения блока управления по данным эксплуатации. Данный период обновления составил один раз в полгода (см. Приложение Г).

### Выводы по главе

В данном разделе приведён алгоритм построения оптимальной стратегии технического обслуживания на основе учёта влияния человеческого фактора на процесс сопровождения инженерных объектов при эксплуатации. Направление Human Reliability Analysis (HRA) или иными словами анализ надёжности человеческого фактора [76] стремительно развивается в последние годы в силу усложнения производственных систем и вариаций их эксплуатации. Многие действия человека заменяются функциями роботов и различных автоматизированных систем в том числе для целей снижения риска, обусловленного ошибками людей. В целях оценки этого риска как для оценки надёжности, зависящей от реальных людей, так и для создания высокотехнологичных систем на основе искусственного интеллекта, необходимо использовать модели надёжности и технического обслуживания с учётом влияния человека.

В данной главе в качестве модели аппроксимации надёжности, обусловленной влиянием человека-оператора, предлагается использовать закон распределения Вейбулла, приводится аргументация данного предложения в параграфе 5.2. Приведены соотношения для идентификации

параметров распределения. Затем приведена разработка метода определения оптимального интервала технического обслуживания по критерию минимизации затрат на устранение отказа и превентивное обслуживание с учётом как технических характеристик изделия, так и составляющей надёжности системы, обусловленную влиянием персонала на процесс обслуживания (параграф 5.3). На основе ряда преобразований и рассмотрения предельных соотношений произведено исследование данной математической модели, сделаны выводы о существовании оптимума в зависимости от изменения параметра формы распределения Вейбулла.

Цель последнего этапа в оптимизации процесса технического обслуживания и ремонта объекта заключается в нахождении оптимального периода замены компонента составного изделия (параграф 5.4). Этот поиск осуществлялся на основе комплексного метода, исходными параметрами для которого являются следующие характеристики надёжности:

1. *Время профилактического обслуживания и время восстановления.* Периодичность замен вводится в техническую документацию на этапе разработки изделия, в ту стадию, когда эксплуатационные данные по составным частям еще отсутствуют (этап №2 на схеме 1.1). По этой причине показатели выводятся на основе применения статистических критериев из Главы 3 (рис. 1.2) для подбора характеристик по данным аналогичных элементов и сопоставимых условий эксплуатации.
2. *Спрогнозированные значения безотказности.* В Главе 4 построена модель временного ряда с подобранными параметрами адаптации на основе аппарата теории выживаемости. Точный прогноз позволит определить срок замены как уже элемента в составе эксплуатируемого изделия, так и при разработке нового проекта. В первом случае данный метод определит срок, когда понадобится замена в процессе функционирования, что позволит планировать поставки ЗИП (запасные части, инструменты, принадлежности) до

наступления отказа (этап №5 на схеме 1.1). Во втором случае на базе фактических и прогнозных данных о безотказности узлов-аналогов, выявить оптимальный срок замен для сокращения издержек проектируемого изделия путём введения инструкций по замене для будущего потребителя (этап №2 на схеме 1.1).

3. *Оптимальный период профилактического обслуживания.* Частота технических осмотров и ревизий занимает большую долю в общих затратах на стоимость жизненного цикла изделия. В случае нахождения оптимального значения данного показателя с учётом человеческого фактора и учёте этого значения периодичности в функции общих затрат (5.22), модель позволит найти сроки замен с лучшим соотношением уровня безотказности и ремонтпригодности по уровню удельных затрат.

Разработанные в данной главе подходы позволят выстраивать стратегию обслуживания и ремонтов как для проектируемых изделий, так и корректировать используемые руководства по эксплуатации и ремонтную документацию на эксплуатируемые единицы подвижного состава. Предложенные методы обеспечивают снижение расходов на разные этапы жизненного цикла изделия (рисунок 1.1), что увеличивает конкурентоспособность продукции на рынке и гибкий процесс адаптации в условиях стремительно изменяющихся условий на промышленном рынке.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены разные подходы для оценки и обеспечения надёжности компонентов транспортных систем. Надёжность является комплексным свойством не только со стороны технической составляющей изделия, но и включает в себя такое важное свойство, как безопасность для использования, которое адекватным образом должно соотноситься с экономическим эффектом от обеспечения заданного уровня всех необходимых показателей. Избыточные характеристики надёжности могут вызвать негативный экономический эффект в рамках конкуренции в промышленной сфере, а недостаточный её уровень привести к отказам и авариям разного уровня критичности, в том числе ядерным катастрофам и крупным техногенным авариям. По ряду данных причин многоступенчатый и многофакторный подход к анализу надёжности применим в каждой сфере производства, независимо от её направленности.

Общей идеей данного исследования является подбор и разработка методов, наиболее подходящих для каждого из блоков системы управления надёжностью на предприятии (см. рис. 1.2). Данное исследование позволяет выстроить надёжностно-ориентированный подход в производственных системах на основе различных математических моделей. Подводя итоги проделанной работы, выделим основные результаты:

1. Предложен совокупный подход для задания нормируемых показателей надёжности, основанный на структурном и марковском анализе с учётом требования фирмы-заказчика и предприятия-изготовителя.
2. На основе обширного анализа распространённых в теории надёжности критериев проверки статистических гипотез, их апробации на реальных данных и исследования теоретических свойств и различий, были сделаны предложения по применяемым статисти-

стическим критериям и приведены примеры их реализации на различных надёжных данных. Данный раздел анализа применяется для многих задач надёжности и может быть как самоцелью для какой-либо задачи, так и являться этапом для расчётов, методы реализации которых представлены в главах 4, 5.

3. Построена модель краткосрочного прогноза для различных технических систем. На реальных эксплуатационных данных был построен прогноз с помощью адаптационного метода прогнозирования Хольта–Уинтерса с подбором коэффициентов ряда на основе анализа выживаемости. Результаты решения описанной задачи на данный момент используются для прогнозирования надёжности узлов-аналогов различных типов компонентов подвижного состава. Также был произведен пересмотр порядка технического обслуживания и ремонта разных типов дверей, была произведена оценка и пересмотр корректирующих мероприятий для ряда единиц, входящих в состав дверей, с учетом применения указанной методики прогнозирования.
4. Разработан метод определения оптимальной периодичности профилактического обслуживания на основе минимизации функции удельных затрат и исследования её поведения в зависимости от параметров распределения. Важной и отличительной особенностью данного подхода является учёт человеческого фактора, который всегда имеет влияние при любом типе технических мероприятий и значительно отражается на надёжности сложной технической системы в совокупности с её собственной безотказностью.

Используя и модифицируя применяемые в работе методы и результаты, можно существенно улучшить процесс управления жизненным циклом компонентов подвижного состава, а также сократить издержки производства и эксплуатации.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Половко А. М. Основы теории надежности. — М.: Наука, 1964. 448 с.: ил.
2. Rausand M., Barros A., Høyland A. System Reliability Theory: Models, Statistical Methods, and Applications. — 3rd edition. — Wiley, 2020. 864 p.
3. Белоусова М. В., Булатов В. В. Практическое применение цепей Маркова для выбора наилучшего типа резервирования автоматизированной системы // Современные наукоемкие технологии. — 2022. — Т. 10-1, № 9(25). — С. 9–13.
4. Белоусова М. В. Прогнозирование надежности технических систем на основе модели Хольта–Уинтерса // LIII Международная научная конференция аспирантов и студентов «Процессы управления и устойчивость» Control Processes and Stability (CPS'22) 4–8 апреля 2022 года: сб. трудов. — 2022. — Т. 522, № 9(25). — С. 393–397.
5. Белоусова М. В., Булатов В. В., Смирнов Н. В. Оценка параметра потока отказов вагонокомплекта дверей пассажирского поезда // Надежность. — 2021. — Т. 21, № 3. — С. 20–26.
6. Булатов В. В., Назаренко Ф. А., Белоусова М. В. Автоматизированная система ввода данных о выполненных работах по гарантийным обязательствам // Завалишинские чтения'20: сб. докл. — 2020. — С. 186–188.
7. Белоусова М. В., Булатов В. В. К вопросу об организации службы надежности на машиностроительном предприятии // Надежность. — 2020. — Т. 20, № 1. — С. 25–31.

8. Белоусова М. В., Булатов В. В. Автоматизация процесса обработки данных рекламаций на предприятиях машиностроения // Завалишинские чтения'19: сб. докл. — 2019. — С. 135–140.
9. Белоусова М. В., Булатов В. В. Оценка средней наработки до отказа поворотных подножек по данным эксплуатации // Вестник Научно-исследовательского института железнодорожного транспорта. — 2019. — Т. 78, № 1. — С. 54–58.
10. Белоусова М. В., Булатов В. В. Методика перевода значения средней наработки на отказ из циклов в километры пробега // Надежность. — 2018. — № 2(65). — С. 38–41.
11. Антоненко И. Н., Белоусова М. В., Булатов В. В. [и др.]. Приглашаю к дискуссии в области M&R // Трубопроводная арматура и оборудование. — 2022. — № 6(123). — С. 34–41.
12. Belousova M. V., Dorofeev B. V. The method of finding the coefficients of a dynamic input-output model // 2015 International Conference "Stability and Control Processes" in Memory of V. I. Zubov (SCP). — 2015. — Pp. 455–456.
13. Гнеденко Б. В., К. Беляев Ю., Н. Коваленко И. Математические вопросы теории надежности // Итоги науки. Сер. Теор. вероятн. Мат. стат. Теор. кибернет. — 1964. — С. 7–53.
14. Шор Я. Б., Кузьмин Ф. И. Таблицы для анализа и контроля надежности. — М.: Советское радио, 1968. 288 с.
15. Козлов Б. А., А. Ушаков И. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. — М.: Советское радио, 1975. 472 с.

16. Барлоу Р., Ф. Прошан. Математическая теория надежности, Пер. с англ., под ред. Б. В. Гнеденко. — М.: Советское радио, 1969. 488 с.
17. Transactions on Reliability [Электронный ресурс]. — URL: <https://ieeexplore.ieee.org/xpl/aboutJournal.jsp?punumber=24> (дата обращения: 28.06.2023).
18. Надежность [Электронный ресурс]. — URL: <http://www.dependability.ru> (дата обращения: 28.06.2023).
19. Барлоу Р., Прошан Ф. Статистическая теория надежности и испытания на безотказность. — М: Наука, 1984. 328 с.
20. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. — М.: Физматлит, 2006. 816 с.
21. Rausand M., Haugen S. Risk Assessment: Theory, Methods, and Applications. — 2nd edition. — Wiley, 2020. 762 p.
22. Рябинин И. А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем. — СПб.: Политехника, 2000. 248 с.
23. Стрельников В. П., Федухин А. В. Оценка и прогнозирование надежности электронных элементов и систем. — К.: Логос, 2002. 486 с.
24. Груничев А. С., В.А. Кузнецов, В. Шипов Е. Испытания радиэлектронной аппаратуры на надежность. — М.: Советское радио, 1969. 288 с.
25. Райншке К. Модели надежности и чувствительности систем. — М.: Мир, 1976. 452 с.
26. Червоный А. А, Лукьященко В. И., Котин Л. В. Надежность сложных систем. — 2-е изд. — М.: Машиностроение, 1976. 288 с.
27. Дружинин Г. В. Надежность систем автоматики. — 2-е изд. — М.: Энергия, 1967. 528 с.

28. Durivage M. A. Practical Engineering, Process, and Reliability Statistics. — ASQ, 2015. 288 p.
29. Байхельт Б., Франкен П. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход. — М.: Радио и связь, 1988. 392 с.
30. Woo S. Reliability Design of Mechanical Systems. — Springer, 2017. 310 p.
31. Барзилович Е. Ю. Модели технического обслуживания сложных систем: Учеб. пособие. — М.: Высшая школа, 1982. 231 с.
32. Dhillon B. S. Safety, Reliability, Human Factors, and Human Error in Nuclear Power Plants. — 1st edition. — CRC Press, 2017. 272 p.
33. Dhillon B. S. Human Reliability and Error in Transportation Systems. — 1st edition. — Springer, 2007. 182 p.
34. Надежность в технике. Надежность объекта. Термины и определения ГОСТ Р 27.102-2021.
35. Yang Guangbin. Life Cycle Reliability Engineering. — Wiley, 2007. 517 p.
36. Надежность в технике. Управление надежностью. Руководство по проектированию надежности систем ГОСТ Р 27.015-2019.
37. Базовский И. Надежность: теория и практика, пер. с англ. — М.: Мир, 1965. 373 с.
38. Булатов В. В. Надежность технических систем. — СПб.: ГУАП, 2021. 102 с.
39. Нечипоренко В. И. Структурный анализ систем (эффективность и надежность). — М.: Советское радио, 1977. 216 с.
40. Bertsche Bernd. Reliability in Automotive and Mechanical Engineering. — Springer, 2008. 500 p.

41. Klyatis Lev. M. Accelerated reliability and durability testing technology. — Wiley, 2009. 421 p.
42. Theodore T. Allen. Introduction to Engineering Statistics and Lean Six Sigma. Statistical Quality Control and Design of Experiments and Systems. — 3 edition. — Springer, 2019. 629 p.
43. Montgomery Douglas. C., Runger George. C. Applied Statistics and Probability for Engineers. — 7 edition. — Wiley, 2018. 709 p.
44. Carlson Carl. S. Effective FMEAs : achieving safe, reliable, and economical products and processes using failure mode and effects analysis. — 7 edition. — Wiley, 2012. 435 p.
45. Уилер Д., Чамберс Д. Статистическое управление процессами: Оптимизация бизнеса с использованием контрольных карт Шухарта, пер. с англ. — М.: Альпина Бизнес Букс, 2009. 409 с.
46. Викторова В. С., Степанянц А. С. Модели и методы расчета надежности технических систем. — М.: ЛЕНАНД, 2014. 256 с.
47. Смирнов С. Н., М. Бонч-Бруевич А., В. Вайц Е. и др. Теория надежности: Учебное пособие. — М.: Гелиос АРВ, 2021. 352 с.
48. Ross Sheldon. M. Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists. — Elsevier Academic Press, 2004. 624 p.
49. Bonini S., Corain L., Marozzi M., Salmaso L. Nonparametric hypothesis testing : rank and permutation methods with applications in R. — Wiley, 2014.
50. Marozzi M. Some notes on the location–scale Cucconi test // Journal of Nonparametric Statistics,. — 2009. — Vol. 21.

51. Marozzi M. Nonparametric Simultaneous Tests for Location and Scale Testing: A Comparison of Several Methods // Communications in Statistics—Simulation and Computation. — 2013. — Pp. 1298–1317.
52. Шкляр В. Н. Надёжность систем управления: учебное пособие. — Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2009. 126 с.
53. Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов: Учеб. пособие. — М.: Финансы и статистика, 2003. 416 с.: ил.
54. Афанасьев В.Н., Юзбашев М.М. Анализ временных рядов и прогнозирование. — М.: Финансы и статистика, 2010. 320 с.
55. Kleinbaum David. G., Klein Mitchel. Survival Analysis. — Springer, 2012. 717 p.
56. Lee Elisa. T., Wang John Wenyu. Statistical Methods for Survival Data Analysis. — Wiley, 2003. 512 p.
57. Косточкин В. В. Надежность авиационных двигателей и силовых установок. — М.: Машиностроение, 1976. 248 с.
58. Pham Hoang. Handbook of reliability engineering. — Springer-Verlag London Limited 2003, 2003. 663 p.
59. Структурная схема надежности и булевы методы ГОСТ Р 51901.14-2007.
60. Тверской вагоностроительный завод [Электронный ресурс]. — URL: <http://tvz.ru/> (дата обращения: 28.05.2022).
61. Голинкевич Т. А. Прикладная теория надежности. — М.: Высшая школа, 1977. 160 с.

62. Corder Georgy. W., Foreman Dale I. Nonparametric statistics : a step-by-step approach. — Wiley, 1972. 267 p.
63. Половко А. М., Маликов И. М. Сборник задач по теории надёжности. — М.: Советское радио, 1972. 498 с.
64. Морозов Н. А. Надёжность технических систем [Электронный ресурс]. — Оренбург: ОГУ, 2019. 105 с.
65. Kesecioglu Dimitri. B. Reliability & Life Testing Handbook. — DEStech Publications, 2002. 901 p.
66. Антонов А. В., Никулин М. С. Статистические модели в теории надёжности. — М: Абрис, 2012. 390 с.
67. Менеджмент риска. Повышение надёжности. Статистические критерии и методы оценки ГОСТ Р 51901.16-2017.
68. Надёжность в технике. Критерии проверки постоянства интенсивности отказов и параметра потоков отказов ГОСТ Р МЭК 60605-6-2007.
69. Cusconi O. Un nuovo test non parametrico per il confronto tra due gruppi campionari // Giorn. Econ. — 1968. — no. XXVII. — Pp. 633–646.
70. Орлов А. И. Двухвыборочный критерий Вилкоксона – анализ двух мифов // Научный журнал КубГАУ. — 2014. — № 104(10).
71. Корнеев А. А., Кричевец А. Н. Условия применимости критериев Стьюдента и Манна–Уитни // Психологический журнал. — 2011. — Т. 32, № 1. — С. 97–110.
72. Manly B. F. J., Francis R. I.C.C. Testing for mean and variance differences with samples from distributions that may be non-normal with unequal variances // Journal of Statistical Computation and Simulation. — 2002. — no. 72(8). — Pp. 633–646.

73. Lepage Y. A combination of Wilcoxon's and Ansari-Bradley's statistics // *Biometrika*. — 1971. — no. 58. — Pp. 213–217.
74. Гаскаров Д. В., Голинкевич Т. А., Мозгалевский А. В. Прогнозирование технического состояния и надежности радиоэлектронной аппаратуры. — М: Советское радио, 1974. 224 с.
75. Надежность в технике. Математические выражения для показателей безотказности, готовности, ремонтпригодности. ГОСТ Р 27.010-2019.
76. Менеджмент риска. Анализ влияния на надежность человеческого фактора ГОСТ Р МЭК 62508-2014.
77. Dhillon B. S. *Human Reliability, Error and Human Factors in Engineering Maintenance*. — Taylor & Francis Group, 2009. 179 p.
78. Williams H. L. Reliability Evaluation of the Human Component in Man-Machine Systems // *Electrical Manufacturing*. — April 1958. — Pp. 78–82.
79. Shapero A., Cooper J. I., Rappaport M. et al. Human Engineering Testing and Malfunction Data Collection in Weapon System Program // WADD Technical Report No. 60-36, Wright-Patterson Air Force Base, Dayton, Ohio. — February 1960.
80. Kirwan Barry. *A Guide to Practical Human Reliability Assessment*. — 7 edition. — Taylor & Francis Group, 1994. 592 p.
81. Справочник по инженерной психологии/Под. ред. Б. Ф. Ломова. — М.: Машиностроение, 1982. 368 с.
82. Prabhakar V. Varde, Raghu V. Prakash, Vinod Gopika. *Reliability, Safety and Hazard Assessment for Risk-Based Technologies*. — Springer Singapore, 2019. 1015 p.



83. Smith Dr David. J. Reliability, Maintainability and Risk: practical methods for engineers. — Elsevier Science, 2003. 663 p.
84. Проников А. С. Параметрическая надежность машин. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 560 с.
85. Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. — М.: Наука, 1965. 524 с.
86. Шубинский И. Б. Функциональная надежность информационных систем. Методы анализа. — М.: Журнал Надежность, 2012. 296 с.
87. Stamatis D. N. The OEE Primer: understanding overall equipment effectiveness, reliability, and maintainability. — Taylor & Francis Group, 2010. 466 p.
88. Суходольский Г. В. Математическая психология. — Харьков: Гуманитарный центр, 2006. 360 с.
89. Jain Anil. K., Ross Arun. A., Karthik Nandakumar. Introduction to Biometrics. — Wiley, 2011. 311 p.
90. Бодров В. А., Орлов В. Я. Психология и надежность: человек в системах управления техникой. — М.: Институт психологии РАН, 1998. 288 с.
91. Вишняков Я. Д., Радаев Н. Н. Общая теория рисков. — М.: Издательский центр «Академия», 2008. 368 с.
92. Пашкевич А. В. Теория вероятностей и математическая статистика для социологов и менеджеров. — М.: Издательский центр «Академия», 2014. 336 с.
93. Методы оценки показателей надежности по экспериментальным данным. РД 50-690-89.

94. Анцелиович Л. Л. Надежность, безопасность и живучесть самолета: учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности «Самолетостроение». — М.: Машиностроение, 1985. 296 с.
95. Gulati Ramesh. Maintenance and Reliability Best Practices. — 2 edition. — Industrial Press, 2012. 400 p.
96. Dhillon B. S. Applied Reliability and Quality: fundamentals, methods and applications. — Springer, 2007. 252 p.
97. Беллман Р. Динамическое программирование. — М: Издательство иностранной литературы, 1960. 400 с.
98. Жидкова Н. В., Ю. Мельникова О. Методы оптимизации систем [Электронный ресурс]: учебное пособие. — Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. 149 с.
99. Романовская А. М., В. Мендзив М. Динамическое программирование: учебное пособие. — Омск: Омский институт(филиал) РГТЭУ, 2010. 58 с.



```

for i in range(len(df.columns)): #creating dict from df
    index = df.columns.values[i][1:] #is a string
    df.columns.values[i] = f"sample{index}"
20 samples[df.columns.values[i]] = df.iloc[:, i].values.tolist()
for key, value in samples.items(): #deleting "nan" values
    samples[key] = [x for x in value if str(x) != 'nan']

25 LepageResult=namedtuple('LepageResult', ('statistic', 'pvalue'))

def _lepage_test_statistic(a, b, ties='average'):
    n1 = len(a)
    n2 = len(b)
30 n = n1 + n2

    E_W = n1 * (n + 1) / 2
    V_W = n1 * n2 * (n + 1) / 12
    if n % 2 == 0:
35     E_AB = n1 * (n + 2) / 4
        V_AB = n1 * n2 * (n + 2) * (n - 2) / 48 / (n - 1)
    else:
        E_AB = n1 * (n + 1)**2 / 4 / n
        V_AB = n1 * n2 * (n + 1) * (n**2 + 3) / 48 / n**2
40

    W = stats.mannwhitneyu(a, b)[0]
    AB = stats.ansari(a, b)[0]
    L = (W - E_W)**2 / V_W + (AB - E_AB)**2 / V_AB
    return L
45

def _lepage_dist_permutation(a, b, replications=1000,
                               ties='average', n_jobs=1,
                               verbose=0):
    n1 = len(a)
50 h0_data = np.concatenate([a, b])

    def permuted_test(replication_index):
        permuted_data = np.random.permutation(h0_data)

```

```

55     new_a = permuted_data[:n1]
        new_b = permuted_data[n1:]
        return _lepage_test_statistic(a=new_a,
                                    b=new_b,
                                    ties=ties)

    return sorted(Parallel(n_jobs=n_jobs,
                          verbose=verbose)(delayed(
                              permuted_test)(i)
                              for i in range(replications)))

def lepage_test(a, b, replications=1000,
65         ties='average', n_jobs=1,
        verbose=0):
    a, b = map(np.asarray, (a, b))
    test_statistics = _lepage_test_statistic(a=a, b=b,
70         ties=ties)
    h0_distribution = _lepage_dist_permutation(a=a, b=b,
        replications=
        replications,
        ties=ties,
        n_jobs=n_jobs,
75         verbose=verbose)

    p_value = (len(np.array(h0_distribution)[
        h0_distribution >= test_statistics]) + 1) /
        (replications + 1)
    return LepageResult(statistic=test_statistics,
80         pvalue=p_value)

test_names = {"Student": stats.ttest_ind,
              "Mann-Whitney U": stats.mannwhitneyu,
              "Wilcoxon": stats.ranksums,
85              "Kolmogorov-Smirnov": stats.ks_2samp,
              "Epps-Singleton": stats.epps_singleton_2samp,
              "Kruskal-Wallis": stats.kruskal,
              "Brunner-Munzel": stats.brunnermunzel,
              "Ansari-Bradley": stats.ansari,
90              "Cucconi": Cucconi.cucconi_test,

```

```

        "Lepage": lepage_test ,
        "Podgor-Gastwirth": PodgorGastwirth.
                                podgor_gastwirth_test}

95 tests = {}
for key_i, value_i in tqdm(samples.items()): #each sample
    for key_j, value_j in samples.items(): #with each sample
        if key_i != key_j and (key_i + key_j)
        not in tests.keys() and (key_j + key_i)
100 not in tests.keys():
            tests[key_i + key_j] = {}
            tests[key_i + key_j]["Welch"] = {}
            (statistic, pval) = stats.ttest_ind(value_i,
                                                value_j,
105                                                equal_var=False)

            tests[key_i + key_j]["Welch"][
                "statistic"] = statistic
            tests[key_i + key_j]["Welch"][
                "p-value"] = pval

110
        for test_name, function in test_names.items():
            tests[key_i + key_j][test_name] = {}
            (statistic, pval) = function(value_i, value_j)
            tests[key_i + key_j][test_name][
115                "statistic"] = statistic
            tests[key_i + key_j][test_name][
                "p-value"] = pval

            tests[key_i + key_j]["Cramer-von Mises"] = {}
120 res = stats.cramervonmises_2samp(value_i, value_j)
            tests[key_i + key_j]["Cramer-von Mises"][
                "statistic"] = res.statistic
            tests[key_i + key_j]["Cramer-von Mises"][
                "p-value"] = res.pvalue

125
results = pd.DataFrame.from_dict({(samples, test_name): tests[
    samples][test_name] #from nested dictionary to dataframe

```

130

```
        for samples in tests.keys()
        for test_name in tests[
            samples].keys()},
orient='index')
results.to_excel("results.xlsx")
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

## Weibull.m

Программа находит параметры распределения Вейбулла. На вход подается вектор наработок до отказа  $t$  и продолжительность испытаний  $T$ .

```

N = 610;

t = [17;19;25;41;137;137;230];
5
T = 365;

f = @(x)[-1/x(1)+sum((t.^x(2))/(x(1).^2))+(N-length(t))*(T.^x
(2))/(x(1).^2);...
1/x(2)+sum(log(t).*(1-(t.^x(2))/x(1)))+(N-length(t))*(-(T.^x
(2))/x(1)*log(T))];
10

x0 = [420, 2.858526];

x_solved = fsolve(f,x0);

```



## ПРИЛОЖЕНИЕ В

## Пример определения периодичности на реальных данных

На основе данных о наработках до отказов по причине человеческих ошибок в процессе подконтрольной эксплуатации, был определен оптимальный срок ревизий – раз в 13,13 дней на основе идентифицированных значений параметров распределения Вейбулла (рис. В.1).

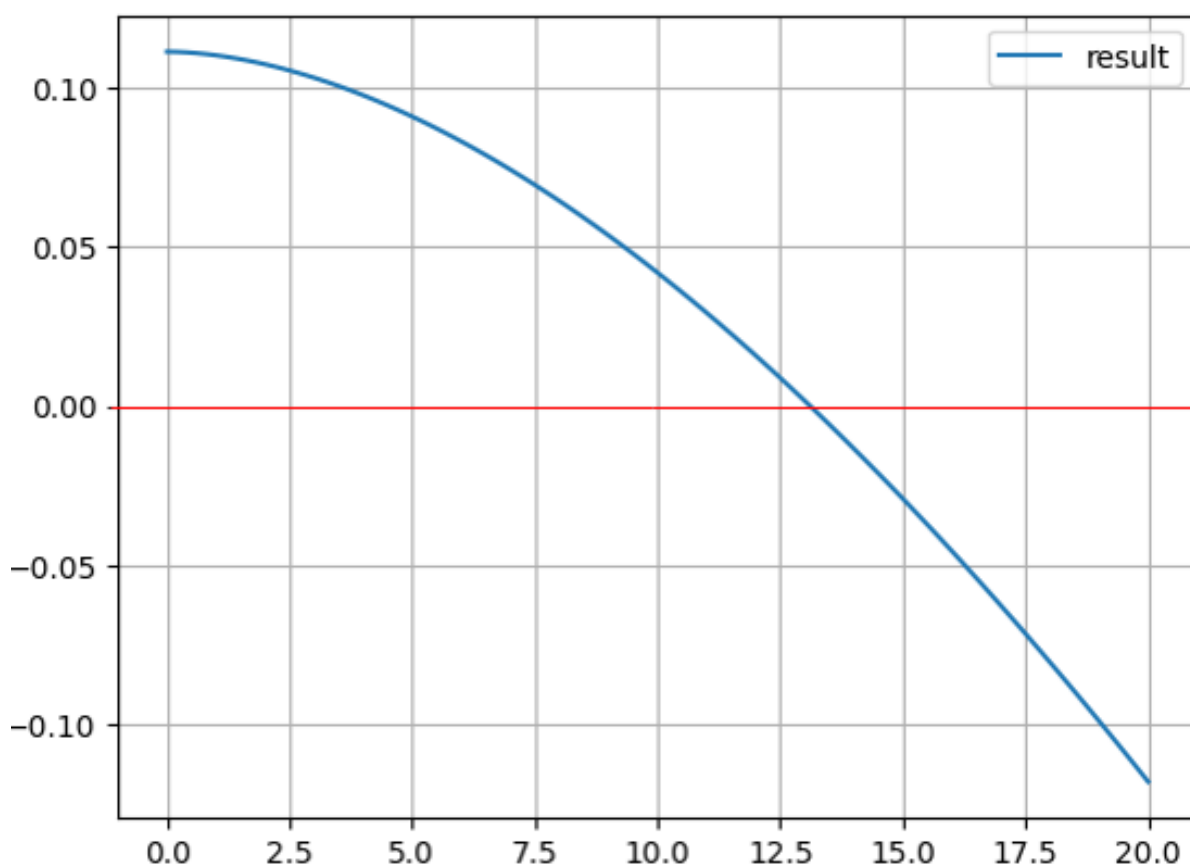


Рисунок В.1 — Нахождение оптимального срока ревизии

## ПРИЛОЖЕНИЕ Г

### Определение оптимального срока обновления программного обеспечения блока управления дверей

На рис. Г.1 представлена часть реализации алгоритма динамического программирования из параграфа 5.4. Функции  $f_N(t)$  поэтапно рассчитываются по строкам и включают в себя результаты применения методов из глав 3, 4, 5.

		январь.21	февраль.21	март.21	апрель.21	май.21	июнь.21	июль.21	август.21	сентябрь.21	октябрь.21
$f(t)=r(t)-u(t)$		3207	2554	1933	1626	1594	1486	1484	1465	1462	1430
$f1(t)$	май.22	3207	2554	1933	1626	1594	1486	1484	1465	1462	1430
$f2(t)$	июль.21	5761	4487	3559	3220	3080	2970	2949	2928	2893	2860
$f3(t)$	июнь.21	7694	6113	5153	4707	4564	4487	4487	4487	4487	4487
$f4(t)$	июнь.21	9320	7707	6640	6191	6113	6113	6113	6113	6113	6113
$f5(t)$	июль.21	10914	9194	8123	7740	7707	7707	7707	7707	7707	7707
$f6(t)$	август.21	12401	10677	9673	9334	9301	9194	9194	9194	9194	9194
$f7(t)$	июль.21	13884	12227	11267	10928	10788	10680	10677	10677	10677	10677
$f8(t)$	июнь.21	15433	13821	12861	12414	12274	12227	12227	12227	12227	12227
$f9(t)$	июнь.21	17028	15415	14347	13900	13821	13821	13821	13821	13821	13821
$f10(t)$	июль.21	18622	16901	15833	15447	15415	15415	15415	15415	15415	15415
$f11(t)$	июль.21	20108	18387	17380	17041	17009	16901	16901	16901	16901	16901
$f12(t)$	июль.21	21594	19934	18974	18635	18495	18387	18387	18387	18387	18387
$f13(t)$	июнь.21	23141	21528	20568	20121	19981	19934	19934	19934	19934	19934
$f14(t)$	июнь.21	24735	23122	22054	21608	21528	21528	21528	21528	21528	21528
$f15(t)$	июль.21	26329	24608	23540	23154	23122	23122	23122	23122	23122	23122
$f16(t)$	июль.21	27815	26094	25087	24748	24716	24608	24608	24608	24608	24608
$f17(t)$	июнь.21	29301	27641	26681	26342	26202	26094	26094	26094	26094	26094
$f18(t)$	май.21	30848	29235	28275	27829	27689	27641	27641	27641	27641	27641
$f19(t)$	май.21	32442	30829	29762	29315	29235	29235	29235	29235	29235	29235
$f20(t)$	июнь.21	34036	32316	31248	30862	30829	30829	30829	30829	30829	30829
$f21(t)$	июнь.21	35523	33802	32794	32456	32423	32316	32316	32316	32316	32316
$f22(t)$	июнь.21	37009	35348	34389	34050	33910	33802	33802	33802	33802	33802
$f23(t)$	май.21	38555	36943	35983	35536	35396	35348	35348	35348	35348	35348
$f24(t)$	май.21	40150	38537	37469	37022	36943	36943	36943	36943	36943	36943
$f25(t)$	июнь.21	41744	40023	38955	38569	38537	38537	38537	38537	38537	38537
$f26(t)$	июнь.21	43230	41509	40502	40163	40131	40023	40023	40023	40023	40023
$f27(t)$	июнь.21	44716	43056	42096	41757	41617	41509	41509	41509	41509	41509

Рисунок Г.1 — Реализация алгоритма динамического программирования из главы 5