

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета Зобовой Александры Александровны на диссертацию Бурьяна Сергея Николаевича на тему: «Механика голономных систем с геометрическими особыми точками», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научным специальностям 1.1.3. Геометрия и топология и 1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин.

В диссертационном исследовании рассматривается динамика механических систем, имеющих геометрические особые точки на конфигурационном пространстве. В окрестностях этих точек конфигурационное пространство не является гладким многообразием, а представляет собой объединение гладких кривых, имеющих общую точку. Данная тематика является **актуальной**. Описание движения на особом многообразии практически не освещается в литературе.

Новизна полученных результатов заключается в изучении движения механической системы вблизи особенности конфигурационного пространства для модельных механизмов.

Достоверность полученных результатов обеспечивается применением современных методов аналитической механики и дифференциальной геометрии. При построении обобщенной динамики применяется строгая терминология дифференциальной геометрии.

Оценка содержания и оформления диссертации. Диссертационная работа объемом 146 страниц состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы из 75 источников и 23 рисунков. Основной целью исследования является построение геометрической теории, позволяющей универсально (без введения обобщенных координат в окрестности общей точки) задавать векторные поля динамических систем на многообразиях с особенностями. Для достижения этой цели в первой и второй главах подробно описаны механические системы на конфигурационном пространстве с особенностями.

В первой главе рассматривается сингулярный маятник: двойной математический маятник с дополнительно наложенной на него геометрической идеальной связью (движение второй точки происходит по некоторой гладкой кривой). Таким образом, на конфигурационном пространстве двойного математического маятника (двумерном торе) эта связь выделяет возможные положения системы. При разном выборе кривой конфигурационное пространство со связью может представлять собой 1) две непересекающиеся гладкие кривые, 2) две кривые, имеющие

трансверсальное пересечение, или 3) две кривые с касанием заданного порядка. Составлены уравнения движения системы как в форме уравнений движений Лагранжа второго рода, так и в виде уравнений Лагранжа с множителями. Изучена динамика системы (численно) и поведение множителя Лагранжа (дополнительной связи) при приближении к особой точке (аналитически). Теоретические исследования подкрепляются описанием натуральных экспериментов, проведенных соискателем.

Во второй главе изучен механизм Дарбу, представляющий собой многозвенник с закрепленными вершинами. Конфигурационное пространство также имеет точку ветвления (по-видимому, пересечение кривых трансверсально, однако в явном виде это не указано). Построены гладкие параметризации кривых, образующих конфигурационное пространство, составлены уравнения движения Лагранжа второго рода. Также изучено поведение множителей Лагранжа (реакций связи) при проходе системы через особую точку при разных внешних силах.

Главы **с третьей по шестую** представляют собой применение геометрических теорий, обобщающих понятие гладкого многообразия, к пространствам с нульмерными особенностями. Построены касательные и кокасательные расслоения и сделана попытка построения векторных полей, описывающих динамику голономных механических систем.

Результаты диссертационного исследования были представлены в пяти научных международных конференциях. По материалам диссертации опубликовано пять статей в журналах, рекомендованных ВАК Министерства образования, в том числе две статьи входят в базу данных Scopus. По материалам диссертации Сергей Николаевич сделал успешный доклад на семинаре по аналитической механике и теории устойчивости имени В.В. Румянцева механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова

Соискателем проделана большая работа по изучению как конкретных механических систем (введены координаты, исследованы особенности систем, составлены уравнений, изучены реакции связей), так и по изучению геометрических объектов для полученных конфигурационных пространств. Предложенные конструкции сингулярных маятников как модельных объектов негладких систем, по-видимому, оригинальны и несомненно изящны. Таким образом, в целом диссертационная работа интересна для специалистов по теоретической механике.

Замечания по тексту.

1. В тексте диссертации, к сожалению, встречаются некоторые стилистические и теоретические несуразности, которые могли бы быть легко устранены при внимательной редакторской правке. К такому типу относятся погрешности в формулировках теорем 1.5 и 1.8 на страницах стр. 26 и стр. 34 («количество первых производных», «равны отличны»). Это затрудняет чтение диссертации, но на теоретическую ценность проведенных исследований не влияют.

2. В формулировке заключения к главе 2 указано: «Основной результат состоит в том, что уравнения Лагранжа второго рода не учитывают множителей Лагранжа, которые могут становиться неограниченными вблизи особой точки.» Конечно, уравнения Лагранжа второго рода не содержат (и поэтому не учитывают) реакций – в этом и состоит их ценность! Это известное утверждение аналитической механики голономных систем, которое странно называть основным результатом исследований соискателя. Зависимость реакций связей от приложенных сил (а не от обобщенных сил, входящих в уравнения Лагранжа 2 рода) также известный факт. Основным результатом второй главы, по-видимому, является систематическое изучение механизма Дарбу, моделирование его динамики.

3. Неясно выражение «наиболее вероятные кривые движения», использованное в предложении 1.2.

4. Одно из положений, выносимых на защиту, гласит (Введение, стр 12):

«Показано, что движение для трансверсальной особой точки описывается в рамках теории дифференциального включения, дифференциальных пространств и пространств Фрелихера. Движение для особенности типа касания конечного порядка описывается в теории пространств Фрелихера. Все геометрические теории предписывают движение по гладкой кривой.»

Однако в заключении к главе 6 указано:

«Следовательно, стандартные дифференциальные структуры для пространств Фрелихера не описывают динамику на многообразиях с особенностями для рассмотренных примеров механизмов.»

Противоречие этих предложений озадачивает, но, по всей видимости, последнее предложение относится лишь к примерам негладкого и ломаного сингулярных маятников, приведенных в конце первой главы. Следует избегать таких неясностей и формулировать заключения к главам максимально точно.

4. В тексте диссертации не приведены подробности проведенных экспериментов. В параграфе 1.4.5 описана только конструкция моделей, но нет информации о наблюдаемых движениях. Только в заключении к главе 1 указано: «Наблюдаемое движение было симметричным (относительно вертикальной оси) для трансверсальной особой точки и асимметричным для особенности типа касания».

Для особенности типа касания у сингулярного маятника теоретически показано, что величина реакции стремится к бесконечности при приближении с ненулевой скоростью к особой точке. При этом, конечно, в экспериментах бесконечные реакции невозможны – по-видимому, произойдет удлинение нити, обеспечивающей дополнительную связь (и тогда особая точка на конфигурационном пространстве исчезнет, как на рисунке 1.9 слева). Возможно, при другом способе реализации связей этой механической системы наблюдаемое движение могло быть иным.

Тем не менее, предмет исследований оригинален по постановке и наводит на размышления об основаниях аналитической механики голономных систем и их обобщениях на сингулярные случаи. Сергей Николаевич провел большую работу и продемонстрировал хорошие знания предмета исследований. Положения, выносимые на защиту, интересны и свидетельствуют о вкладе автора в науку.

Диссертация Бурьяна Сергея Николаевича на тему: «Механика голономных систем с геометрическими особыми точками» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 № 11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Бурьян Сергей Николаевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по научным специальностям 1.1.3. Геометрия и топология; 1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин. Пункты 9 и 11 указанного Порядка диссертантом не нарушены.

Член диссертационного совета
доктор физико-математических наук,
профессор кафедры теоретической механики
и мехатроники механико-математического факультета
МГУ имени М.В. Ломоносова

Зобова А. А.

07.02.2022

Подпись заверяю:

07.02.2022

зам. декана по учебной работе
профессор
Иванов

