

Январь 31, 2022

## ОТЗЫВ

члена диссертационного совета Зелика Сергея Витальевича на диссертацию  
Аникушина Михаила Михайловича на тему  
**“Геометрическая теория инерциальных многообразий для компактных  
коциклов в банаховых пространствах и её приложения”**,  
представленную на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности  
1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Вопрос описания предельного поведения динамики с помощью конечного числа параметров является одним из центральных вопросов в современной теории диссипативных динамических систем, возникающих в том числе из нелинейных уравнений в частных производных. Наиболее желанный тип конечномерного поведения гарантируется существованием инерциального многообразия, которое определяется как инвариантное конечномерное подмногообразие фазового пространства, экспоненциально притягивающее все траектории системы траекториями, лежащими на нем.

Представленная к защите диссертация посвящена развитию теории инерциальных многообразий для неавтономных динамических систем, описываемых абстрактными коциклами в банаховом пространстве. В связи с вышесказанным, важность темы исследования не вызывает вопросов.



Подход диссертанта к проблеме заключается в том, чтобы построить геометрическую теорию, работая только на уровне траекторий системы и не используя их инфинитезимальные генераторы (дифференциальные уравнения). Для этого в диссертации используется геометрическое условие (условие **(НЗ)** работы), связывающее систему и семейство неопределенных квадратичных функционалов. Это условие аналогично так называемому сильному условию конуса в дифференциальной форме, возникшем в работах Р. А. Смита, С. Зелика, А. Костянка и других авторов в случае конкретных классов уравнений. С использованием некоторых дополнительных условий, из которых наиболее ограничительное — компактность коцикла, диссертанту удалось построить инерциальные многообразия и получить их базовые свойства: экспоненциальный трекинг, гладкость класса  $C^1$  и абсолютную (равномерную) нормальную гиперболичность

Предлагаемый подход оправдывается в приложениях с помощью развития диссертантом частотной теоремы Якубовича-Лихтарникова, которая предоставляет частотные условия существования необходимых квадратичных функционалов. Эти условия оказываются во многих случаях оптимальными и совпадают (или улучшают) с известными условиями типа спектральной щели существования инерциальных многообразий из работ по параболическим уравнениям (например, работы К. Фояша, Дж. Р. Селла, Р. Темама, М. Миклавича, А. В. Романова и др.) или уравнениям с запаздыванием (например, работы Р. А. Смита, Ю. А. Рябова, Р. Д. Драйвера, К. Чиконе и др.), что позволяет объединить эти работы в рамках единой теории. Поэтому теоретическая ценность и новизна работы несомненны.

В приложениях к изучению конкретных классов уравнений диссертант интересуется получением условий маломерной динамики и, в частности, развитие теории Пуанкаре-Бендиксона. Приведенные в диссертации приложения к изучению вопросов устойчивости и периодичности в моделях из разных областей науки выявляют также и практическую ценность работы.

Результаты диссертации докладывались на всероссийских и международных конференциях. Основные результаты опубликованы в нескольких российских и международных журналах, а также содержатся в препринтах.

По работе имеются следующие общие замечания:

- 1) Инерциальные многообразия можно строить и в ситуации отсутствия компактности коцикла (этот момент также обсуждается диссертантом в нескольких местах работы). Например, такая ситуация возникает в процитированной в диссертации работе В. В. Чепыжова, А. Костянка и С. Зелика [27] для случая гиперболических уравнений. Поэтому хотелось бы ослабить условие компактности, чтобы иметь возможность строить инерциальные многообразия для таких уравнений по предложенному в диссертации методу.
- 2) Как показывают процитированные в диссертации работы А. Костянка и С. Зелика [56], А. Костянка и др. [60] для метода пространственного усреднения Дж. Малле-Паре и Дж. Р. Селла существенно рассматривать случай зависящего от точки показателя  $\nu$ , а не постоянного — как в диссертационной работе. В связи с этим представляется важным получить обобщение как геометрической теории, так и частотной теоремы на этот случай.

Сделанные замечания носят рекомендательный характер и не влияют на общую положительную оценку проделанной диссертантом работы.



В связи с вышесказанным считаю, что диссертация Аникушина Михаила Михайловича на тему “Геометрическая теория инерциальных многообразий для компактных коциклов в банаховых пространствах и её приложения” соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 01.09.2016 №6821/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Аникушин Михаил Михайлович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика. Пункты 9 и 11 указанного Порядка диссертантом не нарушены.

Член диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук,  
профессор университета Суррея



Зелик Сергей Витальевич

