

ОТЗЫВ

члена диссертационного совета на диссертацию Петрова Виктора Александровича на тему:
«Мотивные методы в теории алгебраических групп и однородных многообразий»,
представленную на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук по специальности

1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

В диссертации Петрова Виктора Александровича решен ряд проблем теории линейных алгебраических групп с использованием алгебро-геометрических, в частности, мотивных методов. Актуальность темы исследования обусловлена появлением все большего количества примеров применения этих методов в данной области, например, результатов О.Т. Ижболдина и А.С. Вишика о строении маломерных квадратичных форм, результатов Н.А. Карпенко о изотропности инволюций, представленных на Международном математическом конгрессе 2010 года, и т.д.

Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Первая глава носит обзорный характер: приводятся ключевые определения и ранее известные результаты, доказываются несколько вспомогательных утверждений. Основная техническая работа проводится во второй главе: а именно, по тору относительно редуktивной группы над спектром поля и ориентированной теории когомологий строится некоторая биалгебра (названная соискателем J -инвариантом по аналогии с ранее введенным А.С. Вишиком понятием для случая ортогональной группы) с тем свойством, что на реализации мотива скрученной формы проективного однородного многообразия можно ввести структуру комодуля над этой биалгеброй, совместимую с мотивными разложениями (Теорема 1). Строение этой биалгебры как комодуля над собой определяет мотивные разложения таких многообразий, расщепимых над общей точкой (Теорема 2), что позволяет получить их классификацию (Теорема 3). Появляющиеся мотивные слагаемые можно отслеживать на уровне структуры комодуля и для случая произвольных проективных однородных многообразий (Теорема 4). Условие сохранения структуры комодуля позволяет получить новые «связи», т. е. ограничения на форму мотивных разложений, на квадраках (Теорема 5).

Третья глава посвящена применению полученных результатов к доказательству конкретных фактов из теории линейных алгебраических групп. Показано, что изотропность групп типа E_7 с точностью до нечетных расширений и групп типа E_8 с точностью до расширений, порядок которых не делится на три, контролируется инвариантом Роста (Теоремы 6 и 7). Предъявлена конструкция группы типа E_7 по центральной простой алгебре степени 4 и скаляру, что отвечает на вопрос Ж. Титса из статьи 1990 года (Теорема 8). Показано, что конструкцией Титса нельзя построить группу типа E_8 с анизотропным ядром типа E_7 над полями без расширений нечетной степени (Теорема 9).

Результаты диссертации выполнены на высоком научном уровне, опубликованы в ведущих математических журналах (в общей сложности 13 печатных работ) и представлялись на российских и международных конференциях и семинарах (в т.ч. в Обервольфахе, Банфе и т. п.).

Диссертация Петрова Виктора Александровича на тему: «Мотивные методы в теории алгебраических групп и однородных многообразий» соответствует основным требованиям, установленным Приказом от 19.11.2021 №11181/1 «О порядке присуждения ученых степеней в Санкт-Петербургском государственном университете», соискатель Петров Виктор Александрович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика. Пункты 9 и 11 указанного Порядка диссертантом не нарушены.

Член диссертационного совета
Доктор физико-математических наук, профессор,
заведующей кафедрой высшей алгебры и теории чисел
ФГБОУ ВО Санкт-Петербургский государственный университет
Востоков Сергей Владимирович

10.01.2022 (Востов)