

ОТЗЫВ

научного руководителя на кандидатскую диссертацию
Егора Юрьевича ВОРОНЕЦКОГО
на тему “Младшая K-теория нечётных унитарных групп”

Работа Егора Воронцовского посвящена структурной теории нечетных унитарных групп и соответствующих групп Штейнберга над кольцами, и связана с несколькими центральными темами теории алгебраических групп и алгебраической K-теории.

С моей точки зрения, в ней получены совершенно замечательные результаты, полностью соответствующие уровню кандидатской диссертации (Ph.D) – в действительности, и по новизне и по трудности и по значению они заметно превосходят все требования, предъявляемые обычно к кандидатским диссертациям.

Начну с нескольких замечаний по поводу общего контекста и места результатов этой работы в общей картине. Кандидаты на роль “очевидных образующих” классических групп известны уже довольно давно, фактически с момента открытия этих групп.

Тем не менее, “очевидные соотношения” между этими очевидными образующими были описаны только начиная с работ Штейнберга 1961–1962 годов. В этих работах Штейнберг впервые рассмотрел для расщепимых простых алгебраических групп абстрактные группы, заданные этими очевидными соотношениями и доказал, что в случае поля, кроме нескольких маленьких исключений, получающиеся группы центрально замкнуты, а над конечными полями, кроме того, совпадают с односвязными группами Шевалле.

Эти исследования были сразу продолжены Милнором, который определил в терминах групп Штейнберга функторы K_2 — эта теория изложена в его классической книжке “Введение в алгебраическую K-теорию”. В частности, Милнор и Кервер доказали центральную замкнутость линейных групп Штейнберга $St(n, R)$, над произвольными ассоциативными кольцами при $n \geq 5$.

Для классических групп эти исследования были сразу же подхвачены и продолжены другими классиками алгебраической K-теории, в том числе Баком, Деннисом, Суслиным, Васерштейном, ван дер Калленом и другими. При этом первоначально все они работали на стабильном уровне, когда ранг достаточно велик по сравнению с размерностью основного кольца.

Однако после работ Суслина стало ясно, что над коммутативными и близкими к ним кольцами качественные ответы выполняются начиная с некоторого места, не зависящего от размерности основного кольца. В частности, в линейном случае ван дер Каллену удалось построить **другое представление** группы Штейнберга $St(n, R)$ над коммутативным кольцом R при $n \geq 4$, в терминах широкого класса трансвекций, не только элементарных, из которого сразу вытекает центральность расширения $St(n, R) \rightarrow E(n, R)$, т.е. центральность $K_2(n, R)$. Вскоре Туленбаев распространил это другое представление на группы над почти коммутативными кольцами и доказал еще несколько замечательных результатов о линейных группах Штейнберга, в том числе K_2 -аналог проблемы Серра. Эти результаты были инструментальными в доказательстве общей стабилизационной

теоремы Суслина для высших K -функторов и при доказательстве совпадения линейных K -теорий Квиллена и Володина.

Тогда же, в конце 1970-х и начале 1980-х годов была выдвинута программа обобщения этих результатов на другие группы, но до самого недавнего времени, в частности, до работ Андрея Лавренова, Сергея Синчука и Егора Воронцовского 2015–2021 годов, эта программа так и не была реализована даже для классических групп. В частности, Андрею Лавренову удалось построить *другое представление* для симплектических групп Стейнберга $StSp(2n, R)$ над коммутативным кольцом R при $n \geq 3$. Откуда вытекает, *в частности*, центральность симплектического K_2 и совпадение в симплектическом случае K -теорий Квиллена и Володина на уровне K_2 .

Естественно пытаться обобщить эти результаты на другие группы, как на исключительные группы Шевалле, так и на другие классические группы. Работы в этом направлении были начаты в 1970-е годы Стайном и другими, однако основные задачи оставались нерешенными. В самые последние годы Синчуку, Лавренову и Воронцовскому удалось доказать центральность K_2 , но для этого им пришлось придумать два новых трюка, связанных с методом амальгам и другим переходом к пределу при локализации.

А вот построить *другое представление* довольно долго ни у кого не получалось даже для других классических групп. Даже для *ортогональных* групп это удалось Егору Воронцовскому только в 2021 году с использованием нескольких новых соображений. Перечислю основные достижения Егора Воронцовского, из числа отраженных в тексте диссертации, которые представляются мне наиболее важными.

- Развита теория нечетных унитарных групп, которая обобщает как теорию Бака (и, тем самым, все предшествующие определения четных классических групп), так и теорию нечетных унитарных групп Петрова.

- Проведены явные конструкции изотропных скрученных форм классических групп (с точностью до изогении) как нечетных унитарных групп.

- Построены нечетные унитарные группы Стейнберга и для них доказана центральность K_2

- Развита новая техника локализации/перехода к пределу в группах Стейнберга, **теория про-групп**, которая оказалась чрезвычайно полезной и продуктивной и в других задачах.

- В процессе доказательства центральности K_2 доказан ряд дальнейших структурных результатов о группах Стейнберга.

Отмечу, что в выпускную работу вошли *далеко не все* результаты Егора, полученные им за время аспирантуры. Упомяну лишь еще два

- Применение техники про-групп для доказательства центральности K_2 в оставшемся нерассмотренным до этого случае групп типа F_4 (совместно с Лавреновым и Синчуком)

- Задание относительных групп Стейнберга образующими и соотношениями, что до работы Егора было широко открытым вопросом даже в линейном случае.

Считаю, что в диссертации Егором Воронцовским получены **совершенно выдающиеся** результаты в структурной теории классических групп и алгебраических групп над кольцами, которые дают полные ответы на важнейший классический вопрос, открытый до этого несколько десятилетий, и окажут влияние на развитие унитарной K -теории и приведут к решению дальнейших открытых проблем в этой области. Считаю, что эта работа представляет собой

замечательный вклад в развитие всей этой области. В ней предложен **совершенно** новый метод и с его помощью доказаны важные результаты, обобщающие большое количество известных классических результатов.

У меня нет никакого сомнения, что работа Егора Юрьевича Воронцового "Младшая K-теория нечётных унитарных групп" удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатскую диссертацию по специальности 1.1.5 "Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика" – и, в действительности, гораздо более высоким требованиям. Ее автор является сложившимся самостоятельным ученым, который уже получил важные результаты и безусловно заслуживает присуждения ему степени кандидата наук.

Доктор физ.-мат. наук,
Профессор

Н.А.Вавилов

Личную подпись руки
<i>Вавилова Н.А.</i>



Н. А. Кошова